SHOUT
SHARE
IT

52 87-12

BIHANG

TILL

KONGL. SVENSKA VETENSKAPS-AKADEMIENS

HANDLINGAR.

SJETTE BANDET.

◆

STOCKHOLM 1880—1882. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

INNEHÅLL AF SJETTE BANDET

Sid.

1. Ekstrand, E. V. Om blommorna hos Skandinaviens bladiga levermossor .... 1—66.
2. Edlund, E. Experimentelt bevis, att den elektriska strömmen icke förändrar sin bana i den ledande kropp, genom hvilken den går 1—14.
3. Tullberg, S. A. Ueber Versteinerungen aus den Aucellenschichten Novaja-Semljas. Mit 2 Tafeln .... 1—25.
4. Bovallius, C. Ianthe a new genus of isopoda. With 3 plates... 1—14.
5. Hamberg, H. E. Sur la variation diurne de la force du vent. 2. Avec 2 planches .... 1—47.
6. Lindhagen, A. Vega-expeditionens geografiska ortbestämningar.. 1—19.
7. Edlund, E. Sur la résistance électrique des gaz........ 1—16.
8. Gyldén, H. Undersökningar af theorien för himlakropparnes rörelser. 1. .... 1—64.
9. Holm, G. Über einige Trilobiten aus dem Phylogroptusschiefer Darlekarliens. Mit einer Tafel. .... 1—16.
10. Örtenblad, V. T. Om Grönlands drifved. Med 3 taflor........ 1—35.
11. Setterberg, C. Ueber die Darstellung von Rubidium- und Cæsium-Verbindungen und über die Gewinnung der Metalle selbst ...... 1—17.
12. Lindhagen, A. Nicolai Coppernici de hypothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus. Cum tabula .... 1—15.
13. Tullberg, S. A. On the Graptolites described by Hisinger and the older swedish authors. With 3 plates .... 1—23.
14. Dusén, K. F. Astragalus penduliflorus, Lam, neu für die Flora des nördlichen Europas........ 1—29.
15. Adlerz, E. Bidrag till knoppfjällens anatomi hos träd- och buskartade växter. Med 4 taflor........ 1—63.
16. Gyldèn, H. Undersökningar af theorien för himlakropparnes rörelser. 2. .... 1—82.
17. Hamberg, H. E. Un nouveau géothermomètre. Avec une planche 1— 7.

62496

18. Lindström, G. Silurische Korallen aus Nord-Russland und Sibirien. Mit einer Tafel .... 1—24.
19. Kindberg, N. C. Die Familien und Gattungen der Laubmoose (Bryinæ) Schwedens und Norwegens .... 1—25.
20. Bohlin, K. Bestämning af Uppsala polhöjd .... 1—68.
21. Juhlin-Dannfelt, H. J. On the diatoms of the Baltic Sea. With 4 plates .... 1—52.
22. Tigerstedt, Robert. Die durch einen konstanten Strom in den Nerven hervorgerufenen Veränderungen in der Erregbarkeit, mittels mechanischer Reizung untersucht. Mit 10 Tafeln .... 1—48.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 1.

OM
BLOMMORNA
HOS
SKANDINAVIENS
BLADIGA LEFVERMOSSOR
(JUNGERMANIACEÆ FOLIOSÆ)

AF

E. V. EKSTRAND.

(MEDDELADT DEN 14 APRIL 1880.)

STOCKHOLM, 1880.
KONGL. BOKTRYCKERIET
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

FÖRORD.

Förutsättningen för hvarje framgångsrikt studium af de lefvande föremålen är, att man blifvit i någon mån förtrogen med deras natur, eller med andra ord, att man fått en viss kännedom om de olika organens bygnad, uppkomst och utveckling samt deras betydelse och inbördes förhållande till hvarandra. Denna kännedom vinnes visserligen i sin helhet endast på den egna forskningens väg, men den kan i ej ringa mån förberedas och underlättas genom den ledning, som andras arbeten kunna gifva. Mången vet säkerligen af dyrköpt erfarenhet, och förf. af dessa rader icke minst, hvad saknaden af sådana arbeten kan innebära. Man famlar i åratal hit och dit, utan att så noga veta, hvart vägen bär, man stapplar öfver otaliga hinder — men man "samlar" oförtrutet ändå, tills man en vacker dag upptäcker, att man blott varit en — "samlare".

Dessa tankar ha sin fulla tillämplighet på lefvermossornas studium, icke minst i vårt land. Det har gått så långt, att mången nästan ansett omöjligt att vinna någon framgång på ett område, der säker ledning ej står att finna, hvarför ock de flesta vändt sin uppmärksamhet åt annat håll. Men dessa växter förtjena dock ett bättre öde. Ty genom sin jämförelsevis enkla bygnad, så väl som den stora omvexling, hvilken eger rum i vissa af deras organ, erbjuda de ett rikt ämne för morfologiska och anatomiska studier. En närmare bekantskap med dem skall derför säkerligen icke ångras.

Ett högst berömligt undantag från det hos oss vanliga förhållandet bildar prof. S. O. Lindberg, hvilken, ehuru bosatt i Helsingfors, dock såsom svensk tillhör vårt land. Genom omfattande kunskaper samt trägen och skarpsynt forskning har denne man spridt ljus öfver mången dunkel fråga och öfverhufvud i ej ringa grad underlättat hepatikologiens studium. Genom honom ha en mängd spridda data lemnats öfver könsförhållandena, hvilka, hittills hos oss förbisedda, likväl äro af högsta vigt för lefvermossornas bestämning, ja, ofta af så stor vigt, att man dem förutan har svårt att särskilja närstående arter. Men en ännu större betydelse för dessa växters studium eger dock det utkast till system, som han för några år sedan lemnat, hvarigenom i vissa delar en större klarhet vunnits öfver lefvermossornas gruppering och inbördes frändskap. Man måste emellertid i vetenskapens intresse beklaga, att flera af prof. Lindbergs värdefullaste meddelanden förekomma spridda på de mest olika håll i så väl inhemska som utländska tidskrifter, stundom i form af anmärkningar och tillägg långt efter texten, med hvilken de för öfrigt blott stå i tillfälligt samband, hvarför det ej fordrar ringa möda att med dem blifva bekant. Önskligt hade ock varit, om han velat egna en närmare granskning åt vissa af sina uppgifter, särskildt i fråga om honblommornas läge, hvarigenom flera för lefvermossornas kännedom menliga misstag kunnat undvikas.

Bland de tyska för mig kända forskare, hvilka under innevarande sekel med större framgång behandlat hepatikologien, intagas främsta rummen af NEES, HOFMEISTER, GOTTSCHE, KIENITZ-GERLOFF, JANCZEWSKI, LIMPRICHT och LEITGEB. Af dessa ha dock NEES och LIMPRICHT företrädesvis egnat sig åt den speciela delen af denna vetenskapsgren, ehuru i deras förtjenstfulla arbeten många värderika iakttagelser öfver lefvermossornas morfologi blifvit nedlagda, och särskildt NEES har i en inledning till sitt berömda verk, Naturgeschichte der europ. Lebermoose, meddelat en kortare öfversigt öfver dessa växters organ, hvilken ej saknar sitt värde. GOTTSCHE, en man, som lyckligt förenar djupa insigter så väl i den allmänna som särskilda hepatikologien, har dels i speciela afhandlingar, dels i en lång följd af iakttagelser, införda i det af honom och L. RABENHORST utgifna exsiccat-verk öfver Europas lefvermossor, meddelat värdefulla rön öfver lefvermossornas morfologi, ehuru de, såsom förekommande i dels sällsynta, dels dyra verk, ej af en hvar kunna tillgodogöras. De öfriga här omnämnde forskare, ehuru, så vidt jag vet, ej egentligen fackmän, ha i sina arbeten lagt grundvalen till en rätt uppfattning af vissa lefvermossornas organ, deras utveckling samt inre och yttre bygnad, och särdeles är LEITGEB's arbete, Untersuchungen über die Lebermoose, af största betydelse i detta hänseende på grund af hans anatomiska studier öfver vissa organs yngsta stadier. Men dels äro dessa arbeten mindre tillgängliga, dels ha de ej stälts i närmare samband med den speciela hepatikologien, hvarföre ock många här framkastade frågor af dem lemnats obesvarade.

De arbeten, som i andra länder utgifvits i hit hörande ämnen, äro af mig ej närmare kända, med undantag af DUMORTIER's Jungermannideæ Europæ. Öfver hufvud torde de dock alla, mer eller mindre uteslutande, sysselsätta sig med lefvermossornas speciela behandling, hvarför de här ega mindre betydelse, än annars varit fallet. Hvad DUMORTIER's arbete angår, så står det, ehuru i vissa detaljer af värde, på en helt annan än vetenskaplig ståndpunkt och kan derföre blott tjena som ett varnande prof på, huru hepatikologien *icke* bör behandlas.

Med hänsyn till nu berörda omständigheter samt ledd af en liflig önskan att i någon mån kunna befordra kännedomen af i fråga varande växter har jag sedan längre tid egnat mig åt studiet af dem och särskildt af Skandinaviens s. k. bladiga lefvermossor[1]). Framför allt ansåg jag då nödigt att, så vidt mig möjligt vore, skärskåda blommornas och dermed i samband stående organs bygnad, utveckling och inbördes förhållande, emedan dessa delar hufvudsakligen voro i behof af en klar och öfverskådlig utredning. Det är frukten af dessa studier, som jag nu vågar framlägga för offentligheten. Hurudant nu detta arbete är, tillhör ej mig att bedöma; den oväldige granskaren må blott erinras derom, dels att det är det första mera omfattande försök öfver detta ämne, dels att jag alltid haft till ögonmärke att noga pröfva ej mindre egna än andras iakttagelser. Blott i sällsynta fall, der tillfälle till egna rön saknats, har jag stödt mig uteslutande på andras uppgifter. De brister, som emellertid utan tvifvel vidlåda mitt arbete, hoppas jag dock ej skola förringa värdet af det goda som finnes, men möjligen ha till följd att framkalla ett annat bättre.

De arbeten, som jag för min framställning rådfrågat, äro följande. — De med * utmärkta arbeten har jag ej sjelf sett, utan citerat efter andra förf.

---

[1]) Ursprungligen var det min önskan att utsträcka undersökningen äfven till Skandinaviens bålmossor, men af brist på tillräckligt material måste jag afstå derifrån.

H. W. Arnell: En iakttagelse af befruktningen hos mossorna (Botaniska Notiser 1875, N:o 2. Lund 1875).

— — —: De skandinaviska löfmossornas kalendarium (Separat-tryck ur Upsala univ. årsskrift 1875. Upsala 1875).

* Carrington: British Hepaticæ. (1872).

B. C. Dumortier: Hepaticæ Europæ. Jungermannideæ Europæ post semiseculum recensitæ, adjunctis hepaticis. Bruxellis et Lipsiæ 1874.

Nees v. Esenbeck: — Se nedan under Nees.

C. M. Gottsche: Anatomisch — physiologische Untersuchungen über Haplomitrium Hookeri N. v. E., mit Vergleichung anderer Lebermoose (Novorum actorum academiæ cæsareæ leopoldino-carolinæ naturæ curiosorum Vol. XX pars I. Vratislaviæ et Bonnæ 1843). — Då i afhandlingen hänvisas till Gottsche l. c., afses alltid detta arbete.

— — —: Über die Fructification der Jungermanniæ geocalyceæ (Nyss nämnda tidskrift. Vol. XXI, pars II. Vrat. et Bonn. 1845).

— — — och L. Rabenhorst: Hepaticæ europææ. Die Lebermoose Europas unter Mitwirkung mehrerer namhafter Botaniker Dec. 1—66. Dresden 1855—79. — Här och der med text och figg. (Exsiccatverk). — För korthetens skull: G. & R. Hep.

C. J. Hartman: Handbok i Skandinaviens flora, 10 uppl. med rättelser och tillägg af Carl Hartman. Sednare delen: mossor. Stockholm 1871.

W. Hofmeister: Vergleichende Untersuchungen der Keimung, Entfaltung und Fruchtbildung höherer Kryptogamen etc. Leipzig 1851.

* W. Hooker: British Jungermanniæ. London 1816.

J. W. P. Hübener: Hepaticologia germanica oder Beschreibung der deutschen Lebermoose. Mannheim 1834.

E. v. Janczewski: Vergleichende Untersuchungen über die Entwickelungsgeschichte des Archegoniums. (Botanische Zeitung. 30 Jahrg. N:o 21, 22. Leipzig 1872).

Kienitz-Gerloff: Über die Entwickelung des Lebermoos-Sporogoniums. (Botan. Zeit. 32 Jahrg. N:o 13. Leipzig 1874).

H. Leitgeb: Untersuchungen über die Lebermoose. II Heft. Die foliosen Jungermannieen. mit zwölf Tafeln. Jena 1875. — Då Leitg. l. c. anföres, afses alltid detta häfte af nämnda verk. — * III Heft. (citeradt i G. & R. Hep. eur. exs. — se ofvan — text till N:o 641).

K. G. Limpricht: Lebermoose (i Kryptogamen — Flora von Schlesien, herausgegeben von D:r Ferd. Cohn. Erstes Band. Breslau 1877).

S. O. Lindberg: Torfmossornas byggnad, utbredning och systematiska uppställning. — I bifogade anmärkningar förekomma reflexioner öfver mossblommans natur. (Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-akademiens förhandlingar 1862. Stockholm 1863).

— — —: Om ett nytt slägte Epipterygium, bland bladmossorna. — I ett tillägg finnes ett skema öfver könsförhållandena hos mossor i allmänhet. (Sist nämnda tidskrift, samma årgång).

— — —: Bidrag till mossornas morfologi och inbördes systematiska ställning. (Öfversigt af Finska Vetenskaps-societetens förhandlingar XIV. Helsingfors 1872).

— — —: Spridda anteckningar rörande de skandinaviska mossorna. (Botaniska notiser 1872, N:o 5 och 6. Lund 1872).

S. O. LINDBERG: Manipulus muscorum secundus (Notiser ur sällskapets pro fauna et flora fennica förhandlingar. XIII häftet. Helsingfors 1871—74).

— — —: Hepaticæ in Hibernia mense Julii 1873 lectæ — med tillägg: Genera europæa hepaticarum secundum novam dispositionem naturalem (Acta societatis scientiarum fennicæ. Tomus X. Helsingforsiæ 1875).

— — —: Spridda iakttagelser öfver lefvermossor i Meddelanden af societas pro fauna et flora fennica. 1 häftet. Helsingfors 1876).

— — —: Spridda referat af notiser, lemnade på sällskapets pro fauna et flora fennica sammankomster. (Botaniska notiser 1876—79. Lund samma år).

NEES v. ESENBECK (för korthetens skull blott NEES): Naturgeschichte der europäischen Lebermoose. Bände I, II Berlin 1833—36. Band III. Breslau 1838.

J. SACHS: Lehrbuch der Botanik. 3 Aufl. 1 Hälfte. Leipzig 1872.

Till sist får jag hembära min hjertliga tack till alla dem, som på ett eller annat sätt främjat detta arbetes fortgång. Dessa herrar äro bland andra: Läroverksadjunkten Fil. D:r H. W. Arnell, Fil. Kand. K. F. Dusén och Stud. K. A. Th. Seth, men framför alla Professorerna Fil. D:r Th. M. Fries och Fil. D:r V. B. Wittrock samt Stud. J. E. V. Vetterhall, för hvilkas vänliga bistånd jag blott kan känna, men ej uttrycka den innerligaste tacksamhet.

Inledning.

Lefvermossornas karakteristik förutsätta vi vara hvarje örtkännare bekant, äfvensom deras indelning i vissa hufvudgrupper. Af dessa grupper kännetecknas *Jungermaniaceæ* derpå, att kapslarna äro skaftade och sitta ensamma hvar för sig samt vid mognaden uppspringa i 4 regelbundna flikar; hvarjämte sporerna äro blandade med s. k. springtrådar.

Jungermaniaceæ uppträda under två i vegetativt hänseende väl skilda typer: de bållika *(J. frondosæ)* och de bladiga *(J. foliosæ)*. Visserligen förekomma, ehuru sällan, former som till utseendet synas bilda en öfvergång mellan dem båda, såsom fam. *Codonieæ*, till hvilken vår *Fossombronia* hörer, men likheten är dock mera skenbar än verklig. LEITGEB har ock i sitt för lefvermossornas rätta kännedom grundläggande verk på morfologiska grunder ådagalagt, att en icke oväsentlig skiljaktighet förefinnes emellan dessa grupper (LEITG. Untersuchungen über die Lebermoose, III Heft — citeradt i G. & R. Hep. eur. exs. N:o 641, texten). Det synes oss derföre vara högst olämpligt att, såsom prof. LINDBERG gjort (Acta soc. scient. fennicæ. Tom. X, pag. 538 sqq.) samordna bål- och bladlika *Jungermaniaceæ* sida vid sida under vissa hufvudgrupper, enär en sådan anordning dels står i strid mot naturens egen utvecklingsgång, dels är egnad att förvilla uppfattningen af dessa växters frändskapsförhållanden. Vi ha derföre ansett oss böra följa den vanliga indelningen.

I den följande framställningen ha vi användt uttrycket blommor i en vidsträcktare betydelse än den inom fanerogamien vanliga. Medan nämligen detta namn i de flesta fall tilldelas könsorganen med deras omhöljen endast före och vid befruktningen, hvarefter dessa omhöljen vanligen snart förvissna, så torde samma namn kunna hos lefvermossorna användas äfven långt sednare, och detta på den grund, att omhöljena här utbildas först en tid efter befruktningen samt sedan kvarblifva in emot fruktmognaden eller till och med ännu längre.

Med hänsyn till arbetets olika partier ha vi mera utförligt behandlat dem, som förut föga eller icke varit föremål för generel framställning (flera afdelningar äro i detta hänseende helt och hållet nya), eller ock af vissa forskare blifvit olika tydda. Då deremot något organ, såsom pistillidiet, af andra förf. blifvit särskildt bearbetadt, ha vi inskränkt oss till några få grunddrag, men för öfrigt hänvisat till de speciela arbetena deröfver.

Hvad nomenklaturen angår, ha vi i det hufvudsakliga följt prof. LINDBERGS förteckning öfver Skandinaviens mossor¹).

---

¹) Musci scandinavici in systemate novo naturali dispositi a S. O. Lindberg. Upsaliæ 1879.

De bladiga lefvermossornas blommor.

Blommorna hos i fråga varande växter utgöras i yngre tillstånd endast af ett eller flera *könsorgan*, delvis omslutna af ofullständiga *bladbildningar*. Dessa könsorgan äro antingen hanliga (*antheridier*) eller honliga (*pistillidier*, *arkegonier*). Sällan sitta de olika könen tillsammans, i hvilket fall en *samkönad blomma* uppstår; vanligen sitta de hvar för sig och bilda då antingen *han-* eller *honblommor*. Dessa blommor äro således till en början nästan nakna, d. v. s. de omgifvas endast af mer eller mindre ofullkomligt utvecklade bladbildningar [1]). Sednare inträder dock ett annat förhållande, i det dessa bladbildningar utvecklas till *skärmar* (*hylleblad*), hvarjämte hos honblommorna tillkomma ett för lefvermossorna egendomligt organ, det s. k. *fruktsvepet*.

Anm. Vi kunna här ej undgå att uttala oss öfver en annan uppfattning af mossblommans natur, sednast framställd af prof. S. O. Lindberg i Öfvers. af Vet. Akad. förh. 1862. Han förklarar här sig anse, att hvarje särskildt könsorgan, antheridium eller pistillidium, bildar en blomma, hvarföre man, då flera sådana organ förekomma tillsammans inom ett hylle, ej längre borde tala om en blomma, utan om en blomställning, ett blomster, hvarjämte i öfverensstämmelse härmed de enskilda blommorna vore att anse som nakna, d. v. s. i saknad af hvarje slags hylle. Hvad som hittills benämnts blomhylle, blefve då skärmblad, som omgåfve en blomställning. Något egentligt bevis för denna sin åsigt lemnar han emellertid icke, utan åtnöjer han sig med att framställa en analogi mellan en s. k. ”mossblomställning” och blomkorgen hos Synanthereæ. Perichætialbladen (skärmarna) hos den förra skulle då motsvara holkfjällen hos den sednare, det utdragna blomskaftet eller slidan (vaginula) hos löfmossorna samt nedre delen af mössan hos lefvermossorna blomfästet hos Synanthereæ samt mossornas parafyser de sednares fästefjäll (jfr Lindb. l. c. pag. 152 ff.).

---

[1]) De större, mera utvecklade blad, som ytterst omgifva honblommorna i deras yngre tillstånd, äro stjelkblad, som vid axelns sträckning flyttas ett stycke nedom blomman.

Denna åsigt, att hvarje särskildt könsorgan hos mossorna skulle utgöra en blomma, är emellertid icke ny. Redan Bischoff ansåg hvarje antheridium för en blomma, uppkommen genom metamorfosen af en knopp; anfördt af Gottsche, som sjelf säger sig anse hvarje enskild "pistill" för en hel blomma — något bevis derför angifves dock icke — ehuru han hyser vissa betänkligheter för att ingå på Bischoffs åsigt rörande antheridiet (Gottsche N. A. A. C. L. vol. XX, p. II, pag. 298 ff.).

Huru sinnrik nu än Lindbergs analogi vid första anblicken må synas, åtminstone när man tager i betraktande den s. k. blomställningen hos vissa löfmossor (t. ex. "hanblomstren" hos Polytricheæ samt "honblomstren" hos Buxbaumia, anförda af Lindb. sjelf), så är denna likhet mera skenbar än verklig. I allmänhet torde en analogi mellan vidt skilda växtgrupper endast då böra i fråga komma, när de jämförda organen med hvarandra ha en viss likhet och deras fysiologiska bestämmelse är enahanda. Intetdera gäller väl om den angifna motsvarigheten mellan Synanthereæ's fästefjäll och löfmossornas safttrådar. Likheten är i de flesta fall högst ringa och bestämmelsen torde väl näppeligen vara densamma för båda. Man sammanställe blott de saftfulla, hyalina, encellradiga trådarne hos nämnda mossor med de vanl. torra, hinnaktiga fästefjällen hos Synanthereæ! En större likhet råder visserligen mellan bladkransarne hos en löfmossas blomma samt blomkorgens blad hos en Synantheré, men deraf följer ingalunda, att den förra skulle vara en blomställning. Ty det är väl bekant, att äfven vissa fanerogamers blommor kunna omgifvas af blad i flera kransar. Så blifver ej blomman hos en Nymphæa ett blomster, derför, att dess blad äro stälda i många serier. Den återstående länken i jämförelsen vilja vi endast bemöta genom att hänvisa till en annan analogi, t. ex. mellan fruktskaftets slida jämte dess pistillidier hos löfmossorna och fruktfästet med dess fruktämnen hos Ranunculaceæ. Denna analogi torde nämligen vara lika bevisande som den andra med afseende på i fråga varande spörsmål.

Öfver hufvud torde det kunna sättas i fråga, huru vida man på förhand eger rätt att antaga, det organ inom en lägre grupp nödvändigt skola motsvaras af andra inom en högre. Det händer ju icke sällan, att nya och helt egendomliga sådana tillkomma, på samma gång som vissa andra försvinna, ju längre man stiger nedåt i kedjan. Så hafva vi hos lefvermossorna det s. k. fruktsvepet — orätt ansedt för en "kalk" — ett för dem egendomligt organ, hvartill de högre växterna, oss veterligt, ej ha att uppvisa något motsvarande. Äfven så samma mossors *sporogonium*, hvars bildning är så säregen, att den gifvit Sachs anledning att tilldela dem ett slags generationsvexling. Och kunna icke äfven de omtalade parafyserna vara ett sådant för mossorna egendomligt organ? Schimper, i likhet med Hedwig, anser dem vara "producta accessoria, quæ in plantis, quas perfectiores dicunt, nulla analoga habent" (Syn. musc. ed. II, pag. XIII). Och vi för vår del finna intet skäl att frångå denna uppfattning.

Är nu den förmenta likheten mellan Synanthereæ's blomster och löfmossornas blommor af tvifvelaktig natur, så varder analogien, om den utsträckes till lefvermossorna, icke ens skenbar. Honblommorna hos de sistnämnda mossorna sakna oftast parafyser eller äro dessa reducerade till en — fåcelliga papiller (felslagna pistillidier?); skärmarna, hvilka skulle motsvara holkens blad hos Synanthereæ, uppträda vanligen blott i en krans af tvänne blad, och den oftast blott vid basen med pistillidier försedda mössan erinrar föga om fästet hos Synanthereæ. Hvad lefvermossornas hanblommor angår, kunna åtminstone icke vi spåra någon likhet med en blomkorg; ty ett enda skärmblad, som vanligen omgifver ett eller två antheridier, kan svårligen anses motsvara den förra.

Men om nu den föregifna likheten med Synanthereæ's blomställning finnes ogrundad, hvad stöd återstår väl då för det antagandet, att hvarje könsorgan hos mossorna skulle motsvara en blomma? Så vidt vi kunna förstå, intet. Hela hypothesen synes oss derföre lika så äfventyrlig, som den helt visst är onaturlig (jfr. H. W. Arnell, De skand. löfmossornas kalendarium, not till sid. 4).

Skulle deremot prof. Lindberg bygga sin teori om mossblomman på några andra och bättre grunder — hvilket är oss obekant — så handlade han säkerligen i vetenskapens intresse, om han behagade offentliggöra dem.

De bladiga lefvermossornas blommor äro, såsom nämnts, af tre slag: hanblommor, honblommor och samkönade eller tvåkönade blommor. Af dessa vilja vi nu först behandla honblommorna, enär de så väl till sitt utseende som läge äro af större vigt för i fråga varande mossors bestämning och kännedom än de båda öfriga.

A. Honblomman (flos femineus) [1].

Honblomman anlägges i spetsen af en hufvud- eller biaxel, hvarvid toppcellen alltid deltager i pistillidiernas bildning (Leitgeb, l. c. pag. 40). På grund häraf varder axelns oafbrutna utveckling hämmad, men den förlänges ofta på sidan genom nyskott, som sednare uppspira strax ned om blommans bas, hvarföre denna i sådant fall synes sitta mer eller mindre på sidan om axeln, ej i dess spets. Mera härom längre fram.

I sitt yngre tillstånd utgöres honblomman, såsom förut nämnts, af ett eller flera pistillidier, ofullständigt omslutna af mer eller mindre outvecklade blad, de s. k. skärmbladen eller skärmarne, hvilka först sednare nå sin fulla utbildning. Snart nog och någon tid före befruktningen uppstår dock inom skärmbladen hos de flesta mossor det s. k. fruktsvepet, väsentligen afsedt för det sig utvecklande fruktämnets skydd. Vi vilja nu behandla dessa delar särskildt.

1. Pistillidiet [2]).

a) *före och under befruktningen.*

Pistillidierna äro vanligen flera till antalet, sällan blott ett. Äro de flera, uppstå de successivt från axelns spets, i det vissa af dennes celler en efter annan utväxa till papiller, som medelst en tvärvägg afskiljas från modercellen. Genom fortsatt celldelning framträder slutligen det utvecklade pistillidiet såsom ett aflångt-cylindriskt, nästan jämntjockt organ, hvars nedre föga vidgade del bildar pistillidiets *buk*, medan den öfre bildar den s. k. *halsen.* Endast hos *Frullaniæ* är skilnaden mellan buk och hals mera tydlig, hvarjämte den sednare är mycket lång, hvarföre deras pistillidium mycket erinrar om löfmossornas honorgan. Halsdelen, som består af 5 yttre cellrader, omsluter i början en inre cellrad, som slutligen genom cellväggarnes upplösning omdanas till en smal gång eller *kanal*, hvilken leder ned till *bukhålan*, i hvilken in emot befruktningen utvecklas först en s. k. *centralcell* samt utur denna genom delning en liten rundad cell, den s. k. *äggcellen* eller *embryonalcellen.* (Utförligare om pistillidiets uppkomst och utveckling hos Leitg. l. c. pag. 44 ff. samt Janczewski, Bot. Zeit. 1872, N:o 21, 22). *) Är pistillidiet moget, öppnas det i toppen i flera små flikar, hvarefter *antherozoider* nedtränga genom halskanalen och befrukta denna äggcell. Ingen har hos lefvermossorna iakttagit förloppet härvid, men Hofmeister har funnit flera antherozoider liggande på pistillidiets flikiga topp (l. c. pag. 38). Troligen försiggår befruktningen här på samma sätt, som det hos löfmossorna iakttagits (Se H. W. Arnell, Bot. Not. 1875, N:o 2).

---

[1]) Lindbergs *perichætium* afser en s. k. honblomställning eller pistillidierna tillsammans med omgifvande skärmar — uttrycket är dock mindre lämpligt.

[2]) Vi anse att termen pistillidium, som förut användts af Lindberg, bör, såsom klarare, föredragas det besynnerliga *archegonium*.

Pistillidiernas antal kan vara högst olika hos olika mossor, ja, vexlar ofta icke så litet hos samma art. Högst sällan utgöres honblomman af blott *ett* pistillidium, nämligen hos arterna af slägtet *Lejeunea.* Hos *Frullaniæ* finnas vanligen 2, stundom 1 till 3. Vanligen vexlar antalet pistillidier hos olika mossor mellan 5 och 7 eller 8 och 10, medan det hos andra är vida större. Hos *Plagiochila* och *Odontoschisma* t. ex. varierar det mellan 10 och 20, hos *Jungermania albicans*, *taxifolia* och *saxicola* mellan 20—30, hos flera *Martinelliæ* gå de ofta ut öfver 30 (hos *M. nemorosa* ha vi en gång funnit 40), ja, hos *Lophocolea bidentata* skall Gottsche till och med ha funnit ända till 100 pist. i en enda honblomma (l. c. pag. 343). Huru antalet pistillidier kan vexla hos samma art, framgår redan af det nyss sagda, men såsom ännu mera belysande i detta hänseende må nämnas, att vi hos *Nardia emarginata* räknat 13—28, hos *Jung. taxifolia*, som vanligen har något öfver 20, ha vi en gång funnit 35, hos *Jung. bicrenata*, som oftast eger 6—8, kan antalet stundom gå ända till 18, och

---

[1] För kuriositetens skull må här anföras Hübeners uppfattning af pistillidiet. ”Jeder dieser Stempel ist von einem dünnhäutigen Schlauch eng umschlossen, in welchem er selbst frey steht, und nur an der Spitze mit dem Griffel verwachsen ist”! (Hüb. l. c. pag. IV).

ofvan nämnda *Lophocolea* eger hos oss vanligen mellan 30—40 pist.

Vi ha redan antydt den gradvisa utvecklingen af pistillidierna. Undersöker man derföre en yngre honblomma, skall man i den ofta finna pistillidier af högst olika ålder och storlek, ifrån de fullmogna och öppnade ned till sådana, som äro mycket mindre och föga utvecklade. Naturen har således rikligen sörjt för att befruktningen måtte underlättas. Uteblifver den, beror det vanligen derpå, att hanblommor ej finnas i närheten. Såsom märkliga ex. på sterilitet må nämnas *Chandonanthus setiformis*, som blott en gång blifvit funnen med frukt, nämligen i Lappland af Linné, samt *Lophocolea minor* och *Jung. exsecta*, hvilka, oss veterligt, aldrig anträffats med frukt i Skandinavien. Dessa mossor äro dock ej sällsynta, den första i nordliga, de andra i sydligare delar af vårt land, hvarjämte *Chandonanthus* ej sällan utvecklar honblommor. Hanblommor af denna växt torde vara okända.

b). *Pistillidiet efter befruktningen.*

Efter befruktningen alstras såningom ur äggcellen, hvilken — om en analogi vore på sin plats — kunde jämföras med äggcellen hos fanerogamerna, ej ett embryo, utan en fruktplanta, det s. k. *sporogoniet*, ett för lefvermossorna egendomligt organ. Detta består i sitt mera utvecklade skick af trenne delar: den öfversta delen eller *sporsäcken*, den mellersta eller *skaftet* samt den nedersta eller *foten.* I sporsäcken, som vanligen har en oval eller rundad form, utvecklas efter en tids förlopp en stor mängd *spormoderceller* samt ämnen till *springtrådar.* (Utförligare framställning af sporogoniets utveckling hos Kienitz-Gerloff, Bot. Zeit, 1874, N:o 13). Skaftet utgöres vanligen af ett större antal stora, tvärställda tafvelformiga celler i flera längdrader samt är, så länge sporogoniet kvarblifver inom fruktsvepet, ganska kort — hos *Lejeuneæ* ytterst kort — och erhåller först vid fruktens mognad sin fulla längd. Foten är vanligen mer eller mindre roflik, ofta försedd med upptill framskjutande kanter (hos *Nardia emarginata* har jag funnit den lång och smal, nästan tapplik) samt består oftast af en mycket tät väfnad af små celler. Foten tränger ett längre eller kortare stycke ned i axelns väfnad, hvari sporogoniet sålunda blifver fästadt, *utan att dock vara dermed sammanväxt.* Sporogoniet lefver sålunda på visst sätt ett sjelfständigt lif; det är en slags fruktplanta, som växer nedåt i axelns inre, och på könlös väg frambringar sporer — hvilket gifvit Sachs anledning att tilldela lefvermossorna ett slags *generationsvexling.* (Jfr Sachs, Lehrb. der Bot. III Aufl. I, 303; Luersen, Grundz. d. Bot. 2 Aufl. pag. 248).

Samtidigt med sporogoniets utveckling förstoras äfven pistillidiets cellulära omhölje, i det en liflig cellförökning pågår så väl i dettas nedre del som i axelns närgränsande väfnad, hvars öfre delar växa upp åt och ansluta sig till pistillidiet. Härigenom erhåller detta organs omhölje en helt annan, vanligen omvändt kolflik, stundom mer eller mindre rundad form och benämnes nu med ett nytt namn: *mössa* (*calyptra*). Denna mössas öfre del eller *kolfven* bärer på sin spets pistillidiets nu vissnade hals, hvarjämte hennes nedre del, som bildats ur den s. k. "*torus pistillorum*" (*thalamos*: Lindb.), oftast är beklädd med tori obefruktade pistillidier, hvilka vid axelväfnadens höjning tvungits att skjuta upp öfver sin ursprungliga nivå. Ja, hos några få lefvermossor, såsom hos *Cesiæ*, *Antheliæ* och framför allt hos *Trichocolea* är mössan äfven upptill beklädd med dylika pistillidier, hvaraf framgår, att hon hos dessa mossor i väsentlig mån utbildats ur axelväfnaden. (Jfr Gottsche, i texten till G. & R. Hep. dec. 28, n:o 272 samt Lindb. Öfvers. finsk. vetensk. soc. förh. XIV).

På grund af denna olikhet i mössans bildningssätt har sist nämnda forskare indelat lefvermossorna i två hufvudgrupper: *Gynomitrieæ* och *Thalamomitrieæ.* Hos de förra skulle mössan bildas uteslutande ur pistillidiet, hos de sednare företrädesvis ur axelspetsens cellväf (Se Lindb. l. c.).

Denna indelning är emellertid omöjlig att genomföra, emedan åtminstone mössans nedersta del hos de flesta, om icke alla, lefvermossor uppstår genom cellbildning från axelväfnaden. Å andra sidan finnas icke så få s. k. *Gynomitrieæ*, hos hvilka hela den nedre, smalare delen af mössan har uppkommit ur thalamos, hvilket man lätt finner deraf, att pistillidierna hos dem sitta fästade ända upp mot kolfvens bas. Exempel härpå lemna flera *Nardiæ* och *Jungermaniæ*, *Lepidoziæ* och *Chiloscyphus.* Derjämte blefve indelningen rent af artificiel, enär de s. k. *Thalamomitrieæ* komme att bestå af de mest olikartade mossor [1].

Mössan är vanligen tunn och genomskinlig, hos några få mossor mera fast och opak. Dess öfre del består oftast af två cellager, dess nedre af flera, stundom ända till 6 sådana. Hos *Trichocolea* utgöres den enligt Gottsche äfven upptill af 6 lager (l. c.). Oftast är den innesluten inom fruktsvepet, sällan höjer den sig mer eller mindre deröfver såsom hos *Chiloscyphus*, der den föröfrigt har en smalt klubblik form, stundom ersätter den i viss mån fruktsvepet, när detta saknas, och har då en mera fast och tät byggnad, såsom hos de flesta *Cesiæ* och *Trichocolea*. Oftast är den fri, sällan sammanväxt med fruktsvepet, såsom hos *Antheliæ* (enligt Lindb.) eller med den s. k. *fruktsäcken* hos *Harpanthi*, *Kantiæ* och *Geocalyx* (se längre fram).

Mössan hos lefvermossorna brister ej vid basen eller lyftas upp på fruktämnets topp, såsom hos löfmossorna är vanligt, utan förblir normalt kvarsittande vid basen. Ty då fruktämnet och dess skaft hos löfmossorna redan före mognaden vanligen betydligt utvecklas på längden, uppstår härigenom en mekanisk spänning vid mössans bas, till följd hvaraf den här spränges och lyftas i höjden; hvaremot den ringa längdutvecklingen hos lefvermossornas fruktämne medgifver mössans samtidiga utveckling, utan att nämnda spänning inträder. Fruktskaftet förlänges ock hos dem först in emot mognaden mera betydligt, hvarföre den mogna frukten slutligen spränger mössans topp, vanligen något på sidan om spetsen.

2. Fruktsvepet (colesula) [2].

Detta organ, som af de fleste förf. oriktigt benämnes *kalk* (*calyx*, *perianthium*), är en för lefvermossorna egendomlig bildning. Förr antog man — och mången torde ännu dela denna uppfattning — att svepet finnes till före pistillidierna och har till syfte att skydda dessa i deras yngre tillstånd; och häraf den från en falsk analogi med fanerogamerna hemtade benämningen kalk. Först Gottsche och efter honom Hofmeister å daga lade emellertid det grundlösa i denna uppfattning, ehuru de dock ej anságo nödigt att ändra namnet (se Gottsche l. c. pag. 331 ff. samt Hofmeister l. c. pag. 36 ff.). Då emellertid Gottsche uttalat den åsigt, att svepet framträdde först efter befruktningen, har Leitgeb så väl i en uppsats om *Radula complanata* (för mig obekant), som i sina "Untersuchungen" uppvisat, att svepet redan en lång tid förut börjar framträda (Leitg. l. c. pag. 47 ff.). Våra egna studier på detta område öfverensstämma nära med Leitgebs, och gå vi nu att redogöra för deras resultat. De lefvermossor, hvilkas honblommor vi för detta ändamål undersökt — tillfälligtvis ha vi funnit samma resultat på flera andra mossor, hvilkas namn ej antecknats — äro: *Nardia emarginata*, *scalaris* och *hæmatosticta*, *Jung. albicans*, *lanceolata* och *ventricosa*, *Radula complanata*, *Frullania dilatata*, *Cephalozia bicuspidata*, *Odontoschisma*, *Lophocolea heterophylla*, *Lepidozia reptans*, *Harpanthus Flotowianus*, således mossor tillhörande vidt skilda typer. Anmärkas bör, att vi endast sällan lyckats anträffa honblommor på deras yngsta stadium; dock ha vi funnit många tillräckligt unga för i fråga varande syfte [1].

---

[1] Prof. Lindberg synes emellertid sednare ha frångått sin indelning, att döma af en kortare antydan i en obetitlad beskrifning öfver perichætiet hos Aneuræ i Manip. musc. II (Not. sällsk. f. et fl. fenn. förh. XIII, pag. 372).

[2] Ehuru honskärmarna utvecklas före fruktsvepet, vilja vi likväl först behandla detta, emedan fruktsvepet hos den fullt utvecklade blomman närmast omgifver pistillidierna och med dem står i innerligare biologiskt samband. — Derjämte må erinras, att vi för utrymmets skull hädanefter vanl. komma att använda det kortare namnet *svepe* i st. f. fruktsvepe, ett namn, som icke bör förvexlas med det af Hartman använda, som är liktydigt med skärmar eller hylleblad.

Fruktsvepet är en bladartad bildning, som anlägges i en axels spets rundt omkring pistillidierna och straxt innanför honskärmarna. En kortare tid efter pistillidiernas uppkomst och ganska lång tid före befruktningen visar sig nämligen nedan för dem en ringformig svulst af mycket små och täta celler, hvilka i början sakta, men snart raskare förökas. Hos *Radula complanata* funno vi flera unga honblommor, der pistillidiernas halskanal ännu ej var bildad, och likväl hade ringen redan hunnit till $^1/_3$-del af de större pistillidiernas höjd. Ofta hinner denna ring upp till pistillidiernas halfva höjd, innan ännu något af dem öppnats i toppen, ännu mindre befruktats; ja hos *Nardia emarginata* ha vi funnit enstaka fall, då svepet redan sköt öfver pistillidierna, som samtliga voro slutna. Öfver hufvud ha vi hos ofvan nämnda mossor iakttagit, att svepet vid den tid, då ett eller annat af pistillidierna äro mogna för befruktning, är jämnhögt med eller något högre än dessa. Endast *Frullania dilatata* synes något litet afvika härifrån, enär svepet når det längre pistillidiets höjd, först då detta blifvit befruktadt och äggcellen delad i tvänne celler (jfr Hofm. l. c. pag. 36 ff.) Men denna lilla afvikelse torde bero derpå, att pistillidiets hals hos denna mossa är ovanligt lång, hvarför svepet fordrar något längre tid för att uppnå dess höjd, och sålunda är detta undantagsfall egnadt att än mer bekräfta regeln. Deremot ha vi å andra sidan ej anmärkt ett enda fall, då svepet skulle uppstått efter befruktningen. Det väcker derför ej ringa undran, då den annars så skarpsynte Gottsche förklarar sig genom mångfaldiga undersökningar öfvertygad derom, att "*perianthium* — — nach geschehener Befruchtung neu entsteht" (Gottsche, l. c. pag. 331 ff. och särskildt 333, 4). Det är högligen att beklaga, att intet af dessa många fall specielt anföres, då man således kommit i tillfälle att anställa en jämförande granskning. Visserligen omnämnas några slägten, som tydligen varit föremål för hans undersökning, enär de af honom rekommenderas till granskning för bekräftande af hans sats, nämligen *Jungermania*, *Plagiochila*, *Lophocolea*; men emedan de innehålla flera arter, är saken dermed ej på det klara. Emellertid äro de undersökningar vi anstält — tillsammans öfver 100 —, jämförda med Leitgebs högst noggranna studier öfver svepets yngsta stadier, i hög grad egnade att minska styrkan i Gottsches uppgift samt ingifva tanken på någon brist i hans iakttagelser [1]).

---

[1] Såsom ett bevis på, med hvilken tidsutdrägt sådana undersökningar stundom kunna vara förenade, må nämnas, att jag i 3 dagars tid granskat en stor mängd stjelktoppar af *Jung albicans*, men dervid endast funnit 2 mycket späda ♀-blommor; de flesta topparne buro mera utvecklade blommor, de öfriga voro sterila.

Af hvad nu är sagdt om svepets uppkomst framgår tydligen, att denna ej står i omedelbart förhållande till befruktningen, d. v. s. att svepet både uppstår och kommer till utveckling, äfven om pistillidierna ej befruktas. Gottsche synes emellertid vara af en annan åsigt. "Vore kalkens bildning blott en liktidig, säger han, med den befruktade pistillen ej i ett visst kausalsamband stående företeelse", så vore det omöjligt att förklara, hvarföre t. ex. hos *Jung. ventricosa* fullt utvecklade honblommor ofta anträffas, utan att dock något svepe uppstått (fritt citeradt efter Gottsche, l. c. pag. 340 ff.). Vi frukta dock, att det förmenta faktum blott är en konjektur, stödd på den oriktiga meningen, att svepet skulle uppstå först efter befruktningen. Åtminstone ha vi alltid funnit svepen hos denna mossa omgifva de utvecklade pistillidierna. För öfrigt är det för hepatikologer väl kändt, att de sällan fruktificerande *Lophocolea bidentata* och *Chandonanthus setiformis* det oaktadt ofta nog anträffas med fullt utvecklade svepen, ehuru pistillidierna ej blifvit befruktade.

---

[1]) Just innan mitt arbete skulle till trycket befordras, fann jag händelsevis af texten till N:o 626 i G. & R. Hep., att Gottsche frångått sin mening och anslutit sig till ofvan framställda åsigt. Mina undersökningar torde emellertid derföre ej anses öfverflödiga, enär de äro egnade att gifva styrka åt Leitgebs iakttagelser och sålunda häfva möjligen återstående tvifvel i denna fråga.

Vi återgå nu till våra studier öfver svepet i dess yngre tillstånd. Hos de mossor, hvilkas utvecklade svepen äro tandade eller flikiga, visar sig snart den öfre randen krenulerad, och då svepet nått pistillidiernas höjd eller något mera, är mynningen med sina tänder eller flikar i det närmaste färdig, ja vanligen tydligare än hos äldre svepen, der den ofta på ett eller annat sätt skadats (jfr Gottsche, l. c. pag. 347). Äro de äldre svepena veckiga, så framträda ofta dessa veck tydligt nog redan vid den tid, då svepet hunnit de äldre pistillidiernas höjd. Enligt Gottsche (l. c.) skola vecken hos *Jungermania* framträda långt sednare — detta öfverensstämmer dock icke med våra iakttagelser på flera af detta slägtes arter. I yngre tillstånd har svepet vanligen en skål- eller korglik form, men snart utväxer det genom cellförökning nedom spetsen mer och mer hufvudsakligen på längden, hvarigenom det hos de flesta blir äggrundt eller ovalt samt till sist öfvergår till cylindriskt, aflångt eller spolformigt m. m. Vanligen utvidgas äfven samtidigt svepets spets eller mynning mer eller mindre, och denna utvidgning är hos vissa mossor särdeles stark, såsom hos *Plagiochila* och *Radula*, der äfven det utvecklade svepet visar sig bredast upptill. Hos några andra mossor åter, som hafva en mycket smal emot svepet tvärt afsatt spets, är förhållandet annorlunda, såsom hos *Jung. lanceolata* och *Mülleri*, *Frullania dilatata* och *Lejeunea cavifolia* m. fl. Undersöker man här unga svepen, som äro kortare än pistillidierna, visar sig deras form nästan cylindrisk eller rörlik — detta är svepets redan färdigbildade spets —, men snart inträder ned emot basen en liflig cellförökning icke blott på längden, utan äfven i hög grad åt sidorna, hvarigenom svepet starkt vidgas ned om spetsen och, då det hunnit pistillidiernas höjd, liknar en flaska med trång hals. Det fullt utvecklade svepets mynningceller äro här ej flera, än de voro på ett mycket tidigt stadium (jfr Gottsche, l. c. pag. 345 ff. och Hofmeister l. c. pag. 36 ff.). Denna svepets starkare utvidgning ned om spetsen står tydligen i samband med sporogoniets utveckling, enär detta, i fall utvidgning ej inträdde, skulle spränga svepet och sålunda blifva utan tillräckligt skydd.

Vi ha nämnt, att svepet är en bladbildning. Redan en blick på dess textur och konsistens låter oss ana dylikt. Men denna förmodan stegras nästan till visshet, om man undersöker vissa abnorma bildningar. Hos många lefvermossor, särdeles hos arter af slägtet *Martinellia*, t. ex. *M. irrigua*, händer stundom att svepet är liksom uppfläkt på ena sidan ända till basen. Här har tydligen den förut omnämnda ringen ej blifvit bildad, utan ha bladen till en del behållit sin fria utbildning, (hos den till bålmossorna hörande *Fossombronia Dumortieri* synes denna anomali nästan vara regeln och de fall, då sammanväxning eger rum, höra till undantagen). Ännu klarare blir saken, om man undersöker en *Lophocolea*. Svepet är här tresidigt kantigt, blott mot basen cylindriskt, och delas långt ned om spetsen i tre stora flikar, hvilka lifligt erinra om vanliga blad. Tydligen består också svepet här af trenne mot basen sammanväxta blad och motsvaras bladsömmarne af kanterna. Man eger allt skäl att utsträcka denna förklaring till samtliga bladiga lefvermossor (jfr Gottsche, l. c. pag. 349 och Leitg. l. c. pag. 50 ff.). Enligt denna uppfattning utgöres alltså svepet af två eller tre sammanväxta blad — hos *Plagiochila*, *Martinelliæ*, *Radulæ* och några få andra häntyder svepets form på två sammanväxta blad — och skulle, i det fall att svepet bestode af tre blad, två af dessa tillhöra hvar sitt dorsala [1]) segment, medan det tredje uppkommit från ett ventralt [1]) segment eller med andra ord varit en stipel.

Af hvad som här ofvan nämnts om svepets uppkomst och utveckling synes dess bestämmelse egentligen vara att bilda ett skydd för fruktämnet, särdeles på dess yngre stadier. Direkta försök, anställda af Gottsche, bekräfta detta antagande. Förstör man nämligen svepet, medan sporogoniet ännu är ungt, kommer frukten ej till utveckling, utan vissnar eller möglar bort (l. c. pag. 342). Dels på grund af denna dess fysiologiska bestämmelse, dels med anledning af dess uppkomst efter pistillidiernas anläggning, torde den olämpliga benämningen kalk böra försvinna och ersättas med det namn, som af Lindberg blifvit tilldeladt åt detta organ. Ännu en annan uppgift, som på annat sätt åsyftar fruktämnets skydd, tilldömes svepet af Gottsche (l. c. pag. 341). Han anser nämligen, att svepet äfven tjenar att isolera torus pistillorum, d. v. s. att förekomma utvecklingen af nyskott i axelspetsen, hvilka kunde varda menliga för pistillidiernas utbildning. Sådana nyskott uppstå nämligen mycket ofta i honblommans omedelbara närhet och vanligen straxt ned om svepets bas, hvarom mera längre fram. Funnes icke svepet, skulle antagligen nyskotten inkräkta på det lilla utrymme, som är pistillidierna beskärdt. Att sådant dock icke alltid förekommes, trots svepets närvaro, visar den egendomliga anomali, som af Gottsche sjelf omnämnes och af honom hänföres under en s. k. *antholysis*. Denne forskare angifver såsom ex. härpå *Scapania* (*Martinellia*) *irrigua*, hos hvilken han anträffat nyskott inom svepet och utgående från torus pistillorum (l. c. pag. 341 ff.). Huru vida dessa nyskott voro flera och om pistillidier derjämte funnos inom samma svepe, omnämnes icke. — Sjelf har jag ej iakttagit denna anomali [1]). Månne dessa nyskott voro ombildade pistillidier?

---

[1]) Stjelkens öfre sida kallas *dorsal-* eller *ryggsida*, dess undre *ventral-* eller *buksida*. Den förra anses sträcka sig ned till bladens vidfästningslinie. På ventral-sidan äro stipler och rottrådar fästade.

Vi skola nu taga det utvecklade svepet i närmare betraktande, särdeles som detsamma spelar en högst vigtig rol vid lefvermossornas bestämning. En stor mångfald utmärker detta organ, och naturen har här, om vi så få uttrycka oss, visat sig särdeles uppfinningsrik. Det vore också fåfäng möda att söka på papperet återgifva alla de fina nyanser, under hvilka svepet uppträder, hvarföre vi inskränka oss till att påpeka de mera framstående typerna. En annan svårighet, som möter på detta område, är den oklara terminologien, som visserligen till en del ligger i sakens egen natur eller i svårigheten att alltid finna fullt exakta uttryck för mindre skarpt begränsade former, men ock i ej ringa grad beror derpå, att man åtnöjt sig med sväfvande uttryck, äfven der naturen sjelf uppträder skarpt och bestämdt.

---

[1]) Helt nyligen erhöll jag från provisor J. Persson, som med nit och framgång egnar sig åt lefvermossornas studium, uti bref ett meddelande, att han hos *Jung. cæspiticia*, anträffad i Vestervikstrakten, funnit flera "kalkar", inom hvilka flera nyskott utvecklats. Ty värr åtföljdes uppgiften ej af växten sjelf. Emellertid hoppas jag framdeles genom samme mans välvilja komma i tillfälle att närmare studera denna märkliga företeelse.

Betraktar man nu svepet i tvärsnitt, visar det sig antingen *plattadt*, såsom hos *Martinelliæ* [1]) eller *hoptryckt (Frullaniæ)* eller *trindt (Blepharozia)*. Stundom är det *kantigt* med vidare dälder mellan åsarne *(Jung. crenulata)* eller *prismatiskt (Lophocoleæ)*, ofta *veckadt* med vanligen smala, lägre eller djupare fåror och då antingen *trubbigt veckadt (Jung. albicans)* eller *skarpt veckadt (Chandonanthus)*. Sällan gå vecken ända ned till basen såsom hos sist nämnda mossa, stundom till eller något ned om midten *(Jung. ovata)*, ofta nå de blott något ned om spetsen *(Jung. ventricosa)*. Vanligen äro vecken olika långa, så att somliga gå längre ned än andra. Veckens antal är hos olika mossor olika. Oftast vexlar det mellan 4 och 6, stundom gå de ända till 9 à 10 *(Jung. albicans)*. Ganska sällan är svepet fullkomligt slätt *(Jung. inflata)*.

Med hänsyn till formen i sin helhet visar svepet äfvenledes stor omvexling. Mindre ofta är det nästan *jämnsmalt*, såsom hos *Cephalozia curvifolia*, vanligen är dess bredd olika på olika höjd. Hos en stor mängd lefvermossor är det bredast omkring midten, då det antingen visar sig *ovalt* (*Jung. incisa)* eller *aflångt (Jung. porphyroleuca)* eller *spolformigt (Odontoschisma)*. Ej sällan är det bredast mot spetsen, då det antingen kan vara *omv. äggrundt (Jung. crenulata)* eller *klubblikt* (*Jung. riparia)* eller, då spetsen är liksom tvärt afhuggen, *spadlikt* (*Radulæ)*. Sällan är svepet bredast vid basen (*Nardiæ)*. Hos några lefvermossor visar *spetsen* en egendomlig form, i det att svepet upptill tvärt och nästan rätvinkligt sammandrages till en mycket *smal* och stundom ytterst *kort rörlik mynning*, bestående af jämförelsevis få cellrader. Sådana mossor äro *Frullaniæ*, *Lejeuneæ*, *Jung. lanceolata* och *Mülleri* samt *J. crenulata* och dess samslägtingar. Svepets *mynning* kan antingen vara *vidöppen* (*Lophocoleæ)* eller *trång* och liksom hopsnörpt (*Lepidoziæ)*, stundom är den *nedböjd* (*Martinelliæ)*. *Mynningbrädden* uppträder under högst vexlande former. Mera sällan är den *jämn*, utan några slags inskärningar *(Jung. polita)* eller *tvåläppig*, men för öfrigt *jämn (Martin. convexa)*, *tvåläppig* och *ojämnt naggad (Porellæ)* eller ock öfver allt *fint* och *tätt småtandad (Cephal. bicuspidata)*. Ofta är svepets mynning tydligare tandad och då antingen *groftandad (Jung. inflata)* eller *sågtandad (Martin. nemorosa)*, stundom äro tänderna långa och smala, nästan hårlika, då svepet kallas *cilieradt (Jung. ovata, Blepharostoma, Cephal. connivens)*. För öfrigt kunna *tänderna* vara *raka (Cephal. curvifolia)* eller *lutande mot hvarandra (Jung. autumnalis)* eller *starkt inåt böjda (Jung. inflata)*. Derjämte är svepet ofta grundt eller djupt flikadt, ehuru flikarne stundom döljas i mynningvecken. *Djupt flikadt* är svepet mera sällan *(Lophocoleæ, Chiloscyphus)*, *grundt*, oftast blott något ned om spetsen *(Jung. barbata)*. Flikarne kunna sedan i sin ordning vara inskurna på olika sätt.

---

[1]) För att undvika upprepningen af ”såsom hos” ha vi satt följande ex. inom parenthes. Dessa ex. äro således ej att betrakta såsom de enda mossor, hvilka ega uppgifne svepeform.

Återstår nu att påpeka några säregna former. *Frullania dilatata* är redan omnämnd på grund af svepets hopdragna rörlika mynning. Detta svepe är derjämte linsformigt hoptryckt med ojämna kanter och nästan öfver allt starkt knottrigt af vissa utväxter samt dessutom på öfre eller ryggsidan försedt med ett större veck, som i synnerhet hos det yngre begränsas af två skarpa kanter, och på buksidan med en hög köl. Hos *Chiloscyphus*, hvars svepe blifvit omtaladt på grund af dess djupa delning, är det derjämte nästan bägarlikt — en ovanlig form — samt vanligen kortare än den starkt utvecklade mössan.

Vi öfvergå nu till några ännu mer egendomliga svepen eller bildningar som ersätta dem, hvilkas skärskådande fordrar en närmare uppmärksamhet, nämligen till dem hos *Nardiæ*, *Cesiæ*, *Harpanthi*, *Kantiæ* och *Geocalyx*.

Hos de flesta *Nardiæ* (i den mening Lindberg tager detta slägte) företer svepet en outvecklad form, enär det här är mycket litet, likt en hätta eller nattmössa med snedstäld plattad spets och smal mynning, samt insänkt emellan och vanligen helt och hållet doldt af de stora skärmarna, som till ett antal af 2—4 par sitta tätt intill hvarandra och bilda ett slags bägarlik blomma. Tydligen har svepets utveckling af någon orsak hämmats, hvaremot skärmarna tillväxt så mycket mera. Möjligen står denna hämning i samband med en annan egendomlighet i byggnaden af dessa mossors blommor. Gör man nämligen någon tid före fruktens mognad ett längdsnitt af en *äldre* blomma, t. ex. hos *Nardia emarginata*, finner man lätt det förut nästan omärkliga hättelika svepet, men, eget nog, med sin bas sittande ett stycke öfver sporogoniets topp och således ännu högre *öfver* de obefruktade *pistillidierna*, som bekläda mössans nedre del. Emellan svepets bas och axelspetsen (torus pistillorum) visar sig en rymlig håla, hvars midt upptages af sporogoniet. Erinrar man sig nu, att svepet hos alla lefvermossor anlägges omkring pistillidiernas bas och att det fullt utvecklade svepets nivå hos de flesta lefvermossor sitter något *ned om* torus pistillorum, så väcker det hos den oinvigde ej ringa undran att här finna svepets bas så högt *ofvan* pistillidierna. Och hvarifrån kommer det stora tomrummet nedanför svepets bas, hvilket hos de flesta lefvermossor ej finnes? Redan Hooker sökte förklara det så, att axeln (the stem) blifvit urhålkad "för att upptaga pistillerna" — citeradt af Gottsche, l. c. pag. 326. Men huru har denna urhålkning uppstått? Har man varit i tillfälle att undersöka blommor på olika stadier, så är svaret lätt gifvet. Sporogoniet har tydligen nedträngt ett långt stycke från sin ursprungliga plats djupt in i axelns väfnad, dervid medtagande de på mössans lägre del fästade obefruktade pistillidierna, och slutligen stadnat vid ungefär tredje skärmparets vidfästningspunkt (Hos *N. hæmatosticta* tränger det vanligen ännu djupare ned, nämligen till fjerde skärmparets nivå). Härigenom har således bildats en s. k. *fruktsäck (perigynium)*, så mycket ändamålsenligare för dessa växter, som de vanligen förekomma på kyliga lokaler — i bäckar eller jordhålor o. d. — och således för sina frukters utveckling behöfva ett bättre skydd, än ett blott svepe kunde lemna. *N. hæmatosticta*, som har den bäst utvecklade fruktsäck, sätter frukt tidigt på våren, så fort snön hunnit smälta. Hos denna mossa har fruktsäcken dessutom fått en egendomlig utbildning, i det att den utväxer på sidan om axeln och till formen liknar en liten puckel, som något påminner om den nedhängande fruktsäcken hos *Kantiæ* och *Geocalyx*. — Men nu återstår en ny egendomlighet, som torde vara svårare att förklara och hvilken vi ej någonstädes sett uppmärksammad. Det omnämnda tomrummet mellan svepets bas och axelspetsen fans redan till, ehuru i mindre grad, innan ännu sporogoniet uppstått. Undersöker man nämligen yngre blommor kort efter befruktningen, skall man redan finna ett dylikt tomrum och i samband dermed pistillidierna fästade ett stycke nedan för svepets och öfversta skärmens skenbara vidfästningspunkt, nära intill andra skärmparets nivå. Hvarifrån här tomrummet och pistillidiernas (skenbart) förändrade plats? Intet sporogonium kan förklara detta, enär sådant ännu ej blifvit utveckladt. Det finnes emellertid ett sätt att tyda svårigheten, som redan af Nees blifvit användt för slägtet *Sarcoscyphus* (dit ofvan nämnda *Nardia emarginata* hörer) samt af Gottsche och Limpricht i någon mån för *Jung. (N.) obovata* och *J. (N.) hyalina.* Hos Nees heter det nemligen: Perianthium (vårt svepe) involucro (de bägarlikt sammanväxta skärmarna) ad apicem fere innatum (Nees, l. c. I, pag. 122). Enligt denna uppfattning skulle svepet vara till större delen fastväxt vid samtliga skärmarna och blott sjelfva spetsen fri. Detta kan dock icke vara riktigt — hvilket äfven Gottsche och Limpricht uppvisat —, emedan axelspetsens omkrets med sina flera cellager tydligen vidtager vid 2:dra skärmparets nivå och axeln således sträcker sig vida upp öfver den punkt, der Nees tänkte sig sammanväxningens början. Deremot synes det oss vara klart, att åtminstone öfre delen af det dubbla cellager, som ligger mellan 2:dra skärmparets nivå samt 1:sta skärmparets *skenbara* vidfästningspunkt, i sjelfva verket tillhör så väl svepet som öfversta skärmparet, hvilka med hvarandra sammanväxt. Så antaga äfven sist nämnda förf. förhållandet vara hos *Nardia obovata* och *hyalina.* Svepets och de öfversta skärmarnes bas blefve då ej den skenbara, utan borde sökas något längre ned, vid den punkt, der pistillidierna sitta fästade kort efter befruktningen. Men nu förneka dessa förf. en sammanväxning hos de öfriga *Nardiæ* (*Sarcoscyphus* + *Alicularia*), således äfven hos *N. emarginata*, hvarjämte de förklara hålans uppkomst och pistillidiernas ändrade läge dermed, att sporogoniet växer ned i axelns väfnad. (Gottsche, l. c. pag. 325 ff., 347 ff. och Limpr. l. c. pag. 250 ff.) Men vi ha redan uppvisat, att denna tolkning blott kan förklara förhållandena hos den *äldre* blomman, sedan sporogoniet utvecklats och vuxit nedåt. Emellertid yttrar Limpricht i frågaom *Sarcoscyphus*, att någon sammanväxning mellan kalkens rygg och hyllebladen (svepets rygg och skärmarne) ej eger rum, hvarom man lätt öfvertygar sig på *unga* ♀ blommor (l. c. pag. 247). Äfven om vi nu delade denna uppfattning, så hindrar detta emellertid icke, att svepets *sidor* kunna vara med de öfversta skärmarna sammanväxta. Men en sådan sammanväxning omnämnes icke af Limpricht för *Sarcoscyphus* och *Alicularia*, hvaremot det om *Jung.* (*Nardia*) *obovata* heter: "die beiden Hüllblätter zur Hälfte mit dem Kelche verwachsen" (l. c. pag. 274). Häraf torde väl få dragas den slutsats, att denne forskare med sitt yttrande velat förneka sammanväxning öfver hufvud hos först nämnda mossor, och så har det äfven af Gottsche uppfattats i texten till N:o 649, G. & R. Hep. Gottsche förklarar nämligen här sig å nyo ha iakttagit, att "det unga perianthiet hos *Sarcosc. sphacelatus* står fullkomligt fritt inom perichætialbladen" (skärmarna), och slutar med att till bekräftande af sin sats anföra ofvan nämnda ord af Limpricht. För vår del måste vi dock anse, att Gottsches "grosse Befriedigung" öfver detta bistånd är förhastad och att saken verkligen icke är afgjord genom Limprichts ord. Vi ha nämligen under lång tid egnat oss åt undersökningen af dessa växters blommor, särskildt under deras yngre stadier[1]), och efter upprepad granskning af våra rön kommit till den slutsats, att sammanväxning verkligen eger rum hufvudsakligen mellan svepets sidor och de öfversta skärmarna, men äfven, ehuru i mindre grad, mellan svepets rygg och samma skärmar. Vi öfvergå nu till granskning af ofvan anförda ställe hos Limpricht, der han för sitt påståendes riktighet vädjar till undersökningen af unga ♀ blommor hos *Sarcoscyphus*. Huru unga dessa blommor skola vara, har dock ej uppgifvits, lika litet som han närmare skildrat sina iakttagelser. Men det är just härpå vigten ligger, om denna fråga skall kunna bringas till klarhet. Ty unga ♀ blommor af olika ålder visa helt olika resultat i omtvistade fråga. Äro pistillidierna liklånga med eller föga kortare än svepet, så visar sig dettas bas sammanfalla med torus pistillorum. Här har ej heller — mycket riktigt — någon sammanväxning mellan svepe och skärmar inträdt. Men kort efter befruktningen och innan sporogonium bildats visar sig förhållandet annorlunda, såsom förut omnämnts, i det nämligen pistillidierna skenbart flyttats ett stycke nedom svepets beröringspunkt med skärmarna samt ett tomrum uppstått mellan svepe och pistillidier — ett förhållande, som för Gottsche och Limpr. synes varit okändt. Den enda förklaringen af denna företeelse är, så vidt vi förstå, den som vi här ofvan lemnat, näml. att svepets bas på i fråga varande stadium ej är den skenbara, utan måste sökas längre ned vid den plats, der pistillidierna samtidigt sitta fästade, eller med andra ord, att svepets nedersta del ett litet stycke sammanväxt med de öfversta skärmarna. Pistillidierna ha således här bibehållit sin ursprungliga plats (ej nedflyttats) vid svepets verkliga bas. (Längre fram deremot blir förhållandet såsom vi förut nämnt, ett annat, i det att sporogoniet hos de äldre blommorna växer nedåt, till följd hvaraf de nu på mössan fästade pistillidierna måste sänkas långt ned under sin ursprungliga nivå.)

---

[1] Tillsammans öfver 150 längdsnitt ha af oss undersökts hufvudsakligen af yngre ♀ blommor, hvaraf närmare 100 hos *N. (Alicul.) hæmatosticta*, de öfriga af *N. scalaris* (20) och *emarginata* (öfver 30), några få af *N. Funckii*. *N. emarginata* har af oss valts såsom ex., dels emedan Limpricht undersökt en "*Sarcoscyphus*" (antagligen *S. emarginatus*), dels emedan den är lättast att studera.

Det finnes emellertid ett annat sätt att afgöra frågan, genom att flytta undersökningen in på nämnde forskares egen mark. Båda antaga de, såsom förut nämnts, att sammanväxning mellan berörde delar verkligen förefinnes hos *Nardia obovata* och *hyalina.* Låtom oss derföre jemföra längdsnitt af unga ♀-blommor af flera åldrar på motsvarande stadier af vår *N. emarginata* och deras *N. obovata.* Dessa snitt skola då i *hufvudsak* visa en slående likhet, hvarom en hvar lätt kan öfvertyga sig, som vill göra om försöket. Sak samma, om snitten göras på äldre blommor in emot fruktmognaden: samma likhet förefinnes äfven här. Skilnaden gäller blott ett mer eller mindre. Hvarför då ej söka samma förklaringsgrund för samma företeelser? Möjligen kan orsaken dertill, att nämnda förf. haft en annan uppfattning af i fråga varande mossor, sökas deruti, att sammanväxningen hos *N. obovata* snart sagdt påtvingar sig betraktaren, enär de öfversta skärmarna mindre omsluta hvarandra och lemna en del af svepet blottadt, medan deras öfre fria del är starkt tillbaka böjd och lätt visar att nedre delen växt samman med svepet. Deremot omfatta samma skärmar i större mån hvarandra hos *N. emarginata* och äro upprätta, hvarigenom svepet döljes och sammanväxningen utifrån ej faller så lätt i ögonen. Medgifvas bör äfven, att sammanväxningen hos sist nämnda mossa ej är så stor som hos den förra, hvarjämte vi erinra, att den hufvudsakligen tillkommer blommans ("perichætiets") *sidor,* hvilket för öfrigt är fallet äfven med *N. obovata* och *hyalina.* Uppgiften hos Dumortier: "Colesula urceolo perichætiali *dorso* connata" är således — frånsedt det stora misstag, som han i likhet med Nees begick —

mindre riktig (l. c. pag. 125). Den rätta beskrifningen hade varit: Colesula infimam partem summis perichætialibus inprimis lateribus connata.

Men ännu en annan förut opåaktad omständighet talar till förmån för vårt antagande. Undersöker man näml. sidorna af en äldre blomma, helst sedan den blifvit lagd i ett par droppar glycerin, skall man ofta varseblifva en rand, som kröker sig i en *upp åt* böjd båge från rygg- till buksidan. Denne båge är den rand, der svepet och de öfversta skärmarna sammanstöta med hvarandra, hvarom man lätt kan öfvertyga sig genom radiala längdsnitt i hvilken riktning som helst. Är nu denna upp åt böjde båge skärmarnas verkliga bas? Ingalunda. Ty de nedre skärmarnas vidfästningslinie är en *ned åt* krökt båge, och man har all anledning antaga, att de öfversta skärmarnes egentliga vidfästningslinie bör vara likartad. Men detta kan endast vara fallet, om man tänker sig nedre delen af skärmarnes sidor sammanväxt med svepet ett litet stycke nedom randen eller svepets skenbara bas.

Vi ha nödgats utförligare ingå på denna specialfråga, dels emedan denna i morfologiskt hänseende är af ej ringa vigt, dels för att ånyo fästa kännares uppmärksamhet på ett problem, hvars lösning allt sedan Hookers dagar varit tvifvel underkastad.

Innan vi lemna svepet hos *Nardiæ,* vilja vi beriktiga en uppgift, som ofta anträffas hos förf. Då näml. Nees och de flesta forskare angifva, att "kalken" hos *Sarcoscyphus* och *Alicularia* skulle i spetsen vara delad i 4—6 flikar, så är detta vilseledande i så måtto, att dessa flikar först uppstå in emot eller vid tiden för fruktmognaden (Limpr. riktigt: "zuletz — lappig"), derigenom att kapseln då spränger sönder det i spetsen trånga svepets sidor i ojämna flikar, som för öfrigt stundom blott äro 2 eller 3. Ännu någon tid före fruktmognaden, liksom hos yngre blommor, är svepet i spetsen oflikadt och blott svagt krenuleradt. Endast hos *N. emarginata* ha vi stundom tyckt oss finna en antydan till tvåläppig mynning. Hvad svepets form i öfrigt angår, ha vi här ofvan sökt lemna en mera utförlig beskrifning än den ofullständiga, som vanligen, äfven af Limpr., lemnas.

Blomman hos *Cesiæ* företer en ganska enkel byggnad. Svepe saknas oftast — endast hos underslägtet *Nardiocalyx* Lindb. finnes ett litet svepe, som erinrar om det hos *Nardiæ.*

Skärmarna äro deremot flera till antalet, tätt sittande samt mycket starkt utvecklade och ersätta i biologiskt hänseende svepets plats. Sporogoniet nedtränger äfven här djupt i axelns väfnad och bildar åt sig en håla eller ett slags fruktsäck, liksom hos *Nardiæ*.

Vi öfvergå nu till *Harpanthi* och särskildt till *H. Flotowianus*, enär honblommor af den andra arten, *H. scutatus*, ej af oss blifvit funna. Äfven i uppfattningen af detta slägtes blomform råder en viss oklarhet, äfven hos Limpricht, den ende oss bekante förf., utom Nees, hvilken häråt egnat en mera utförlig skildring.[1] Vi låna ur den förres beskrifning på slägtet följande ord: "Die entwickelte Kelchform im untern Theile mehrzellschichtig, im obern röhrigen Theile einzellschichtig — — — Die beiden Hüllbl. und das Hüllunterbl. auseinander gerückt, am untern fleischigen Theile des Kelches." Derjämte uppgifvas de obefruktade arkegonierna sitta på den plats, "wo die kurze Haube mit der Innenwand des Kelches verwächst" (Limpr. l. c. pag. 305.)

Med uttrycket "Kelchform" har Limpr. synbarligen velat antyda, att man här icke hade att göra med en "kalk" i vanlig mening; men uttrycket är dock vilseledande och borde utbytas mot t. ex. "Blüthenform". På följande sida (pag. 306) framställes närmare i en anm. under *H. scutatus*, huru man har att tänka sig kalkformens nedre köttiga del, hvilken framställning är rigtig nog, ehuru "hyllebladens" uppgifna läge står i strid mot det öfriga. Att denna sednare uppgift hvilar på ett misstag, skola vi snart visa.

En närmare kännedom af denna "kalkforms" natur kan endast vinnas genom aktgifvande på dess utveckling, hvarföre vi ock undersökt ett större antal så väl yngre som äldre honblommor.[2] De unga blommorna sitta fästade på mycket korta ventrala grenar, hvilka nedtill äro bladlösa, men upptill afslutas med en smal, nästan knopplik rosett af vanligen 2, stundom 3 eller 4 par blad jämte 1 eller 2 stipler. Det nedersta eller de två nedersta bladen sitta vanligen något skilda från de öfriga. Inom rosettens innersta blad eller de egentliga honskärmarna anträffas pistillidierna. Något senare finner man ett fruktsvepe med hopdragen mynning, hvilket redan tidigt företer den blifvande formen. I något äldre tillstånd visar sig grenen knäböjd ungefär vid de nedersta bladens nivå. Taga vi nu en fullt utvecklad hongren i betraktande, så varsnas här vanligen blott två skiftevisa blad jämte en stipel, hvilka äro fästade just - på samma plats, som hos den yngre grenen, d. v. s. vid det omtalade "knäet". Dessa blad kunna svårligen vara skärmarna, hvilka hos den yngre grenen suto upp om nämnde plats. Låtom oss vidare undersöka ett äldre grenstycke ofvan knäet i längdsnitt. Vi finna då, att dess nedre del till $^2/_3$-delar af sin längd är köttig, urhålkad samt på sidorna består af flera cellager. Ofvan detta stycke vidtager ett hättelikt parti af blott ett cellager, till formen fullt lika fruktsvepet hos den unga blomman, blott större. Det köttiga partiet är tydligen grenen sjelf, som så småningom utväxt på längden, hvarvid det i hans spets fästade svepet flyttats upp ett långt stycke öfver sin ursprungliga plats. Urhålkningen har bildats af sporogoniet, som i samband med grenens tillväxt nedtränger djupt i dess inre och sålunda bildar en s. k. fruktsäck (perigynium). Den smalt klubblika mössan är åtminstone skenbart till största delen sammanväxt med hålans väggar och blott öfversta delen fri, med de obefruktade pistillidierna fästade på den punkt, der mössan och fruktsäcken skiljas åt. (Då vi nämnt, att mössan åtminstone skenbart är sammanväxt med fruktsäcken, ha vi följt det vanliga antagandet, dock med en viss reservation. Möjligt är nämligen, att mössan, liksom svepet, ej utvecklats, utan att den s. k. fria delen af henne i sjelfva verket vore hela mössan eller pistillidets cellulära hylle, hvars tillväxt nedåt afstannat genom fruktsäckens bildning. På grund af dennes köttiga beskaffenhet har det emellertid varit oss omöjligt att utröna, huru vida det vanliga antagandet är riktigt.) Men hvar ha skärmarna tagit vägen? De vissna och försvinna, i samma mån grenen utvecklas. Men ett par gånger har jag lyckats anträffa dem hos äldre grenar och de suto då, som man kunde vänta, vid svepets bas. Bladen vid fruktsäckens bas äro således icke skärmar, såsom Limpricht antager, utan de blad, som hos yngre grenar sitta ned om dem. Ej heller är mössans nedre del sammanväxt med svepet, som allmänt antages, utan med fruktsäcken (eller möjligen outvecklad och fri). — Att så väl Limpricht som Lindberg och andra mig bekanta förf. ej till fullo insett den stora frändskapen mellan fruktgrenens öfre del hos *Harpanthi* och fruktsäcken hos *Geocalyx* och *Kantiæ* visar sig för öfrigt äfven deruti, att dessa förf. ej stält i fråga varande mossor närmast intill hvarandra, utan emellan dem infogat *Chiloscyphus,* hvilket slägte i blomdelarnes skapnad och utveckling är dem väsentligen olikt.

---

[1] Beskrifningarne hos Hübener, Dumortier och Hartman äro både allt för knapphändiga och oriktiga (ll. cc.)

[2] Genom Herrar Arnells och Duséns välvilja, hvilka, utom andra skänker, äfven förärat mig dels yngre, dels äldre honstånd af denna ganska sällan fruktificerande mossa, har jag blifvit i tillfälle att anställa denna undersökning.

Hos *Harpanthi* förekommer således samma egendomliga typ som hos *Nardiæ.* Vi ega äfven här ett ofullkomligt utveckladt svepe samt ett urhålkadt axelorgan eller fruktsäck, denne sednare vida mer utpräglad än hos *Nardiæ.* Deremot skilja sig dessa slägten deruti, att då hos *Nardiæ* skärmarna starkt utvecklas på svepets bekostnad, träda de hos *Harpanthi* i sin ordning tillbaka för fruktsäcken, ja rent af försvinna. Genom fruktsäckens starka utveckling bilda *Harpanthi* en tydlig öfvergång till de s. k. *hypogena* slägtena

Geocalyx och *Kantia.* Hos dessa mossor saknas fruktsvepe, i hvars ställe hongrenen fått en egendomlig utveckling. Enär Gottsche i sitt utmärkta verk "Über die Fructification der *Jungermanniæ geocalyceæ*" (l. c. vol. XXI, p. II) utförligt skildrat dessa hongrenar jemte deras utveckling hos *Kantia (Calypogeja) Trichomanis,* välja vi i dess ställe *Geocalyx graveolens,* hvilken af honom blifvit mindre undersökt. Företeelserna äro för öfrigt väsentligen lika hos dem båda, hvarföre det, som nu kommer att sägas om den ena, till det mesta äfven gäller den andra. Differenserna skola sedan omnämnas.

Befriar man försigtigt tufvornas undre sida hos en i Juni månad insamlad *Geocalyx graveolens* från jord, gräsrötter m. m., skall man ofta nog anträffa små aflånga och tjocka ljust färgade organ, som till formen visa en stor likhet med små myrägg eller mikroskopiska gurkor, samt mot stjelken äro nästan vinkelrätt stälda och med den förenade genom en ytterst kort gren. Lägger man nu ett stjelkstycke, som eger dylika organ, med *ventralsidan uppåt* under mikroskopet, iakttager man, om preparatet är rent, vid organets öfre (närmast stjelken och från ögat belägna) ända några små blad, af hvilka de öfversta äro de egentliga honskärmarna. Gör man nu ett längdsnitt af organet, finner man detsamma till hela sin längd urhålkadt med köttiga väggar af flera cellager och i urhålkningen ett sporogonium, hvars öfre ända prydes af mössan. Sporogoniets fot befinner sig i organets nedre, mot åskådaren förut vända spets. Här ha vi således framför oss en fruktsäck, ännu kraftigare utvecklad än hos förut omnämnda slägten, och derjämte, eget nog, riktad nedåt i jorden. För att förstå detta, vilja vi följa utvecklingen hos yngre blomgrenar. Mycket unga sådana äro helt små, med spetsen böjda upp åt (mot stjelkens öfre sida) samt der beklädda med små blad, inom hvilka pistillidierna sitta fästade. Hos något äldre grenar finna vi en stark svulst på grenens undre, mot åskådaren vända sida. Gör man ett längdsnitt af en dylik gren, finner man lätt, att svulsten är axelspetsen eller torus pistillorum jämte närgränsande delar af grenen, som sålunda växa *ned åt* i motsatt riktning mot skärmarna, hvarvid pistillidierna också sänkas nedåt och ha sin plats i den urhålkade svulstens botten. Under detta grenens nedväxande bibehålla pistillidierna, ej mindre de obefruktade än det befruktade, sin plats till en tid efter befruktningen, enär snitt af grenar vid detta stadium visa ett yngre sporogonium och obefruktade pistillidier på samma nivå. Undersöker man deremot fullt utvecklade hongrenar eller fruktsäckar, finner man, att de obefruktade pistillidiernas plats är en helt annan i förhållande till sporogoniet. Medan nämligen detta med sin fot nedträngt i säckens nedre ända, sitta de obefruktade pistillidierna långt der ofvan vid det ställe, der mössan, som förut nämnts, sammanväxt med fruktsäckens väggar. Huru ha nu pistillidierna fått detta läge så långt ofvan sporogoniets bas? Rörde frågan andra lefvermossor, vore svaret lätt gifvet. Axelspetsen (torus pistillorum) växer hos dem vanligen upp åt i och för bildningen af mössans nedre del, hvarvid äfven pistillidierna flyttas uppåt och bekläda mössans sidor. Men hos i fråga varande mossor växer samma axel eller fruktsäcken ned åt, hvarför nämnda förklaring ej här kan finna plats. Jämför man emellertid de två sist omnämnda längdsnitten af fruktsäckar, af hvilka det ena visade ett yngre sporogonium och pistillidier fästade på samma nivå och det andra ett mognande sådant, med pistillidierna fästade långt ofvan sporogoniets bas, skall man finna, att afståndet emellan pistillidierna och skärmbladen i fruktsäckens öfre ända i båda fallen är ungefär detsamma. Vidare finner man ej hos det äldre snittet pistillidierna fästade på olika höjd på mössans sidor, hvilket är fallet hos de mossor, der axelspetsen deltar i mössans bildning, utan alla sitta de på samma plats och liksom inkilade mellan mössan och säcken, der dessa stöta tillsammans. Häraf torde framgå, att pistillidierna behållit den plats de innehade, innan sporogoniet började tränga ned genom fruktgrenens väfnad. Vi ha ansett oss böra särskildt fästa uppmärksamheten vid detta förhållande, enär ett yttrande af Gottsche om fruktsäcken hos *Kantia Trichomanis* i hans ofvan citerade verk kunde bringa läsaren på andra tankar. Han säger nämligen der (l. c. vol. XXI, p. II, pag. 442): "Es giebt sich offenbar am Fruchtsack eine doppelte Richtung kund, eine nach oben strebende, innere, welche die Entwickelung der Frucht bedingt, und eine niederstrebende, angedeutet durch das Wachsthum des Fruchtsacks nach unten". Den omnämnda "uppåt sträfvande" riktningen i fruktsäckens inre, som skulle betinga fruktens utveckling, torde emellertid vara högst ringa. Ty undersöka vi åter våra två snitt från högst olika tider af fruktens utveckling, nämligen från början och slutet, skola vi finna, att hos det senare snittet mössans öfre fria del, hvilken motsvarar hela den fria mössan hos det förra, visserligen är vidare, men föga längre än denna, hvarjämte båda, den fria delen och den fria mössan, sitta tämligen lika långt aflägse från skärmarna. Hos i fråga varande mossor torde således både fruktsäcken och i väsentlig mån äfven frukten växa ned åt, ehuru, såsom förut är antydt, väl bör märkas, att fruktens topp är riktad upp åt. Växte sporogoniet i någon högre mån upp åt, skulle det långt före mognaden spränga mössan, hvilken såsom fastväxt vid fruktsäcken ej kunde oskadd lyftas upp på sporogoniets topp.

(Vi ha här, i öfverensstämmelse med det vanligaste antagandet, skildrat mössan såsom till större delen af sin längd sammanväxt med fruktsäcken. Möjligen torde dock äfven här, såsom kanske hos *Harpanthi*, mössan blott utgöras af pistillidiets cellulära hylle och således förblifvit outvecklad. I detta fall vore den fri, d. v. s. blott vid basen förenad med fruktsäcken. Äfven hos i fråga varande mossor har emellertid säckens köttiga beskaffenhet hindrat oss att utröna verkliga förhållandet.)

Men icke blott fruktsäcken och de inneslutna organens växtsätt är säreget, äfven den förres inre bygnad företer en märklig egendomlighet. Den öfre delen af säckens ihålighet (den nedre fylles af sporogoniet) omgifves nämligen af vissa celler, som ha ett ovanligt utseende. Hålans väggar beklädas på alla håll af ovanligt stora krumböjda, med sina spetsar fria celler, hvilka vetta mot den trånga kanal, som sålunda uppstår mellan dem. Genom sin högst afvikande form synas de undandraga sig alla analogier, och, så vidt vi veta, har ingen förf. försökt lemna någon tydning af dem. Emellertid tro vi oss icke taga allt för mycket miste, om vi anse detta cellager vara ett metamorfoseradt fruktsvepe, som redan på blommans tidigare stadier utvecklats från axeln och nu utgör dess innersta lager. Möjligen har blomgrenens brist på ljus föranledt denna concrescens, i det att blommans särskilda delar ej fått tillfälle att fritt utveckla sig. Hos mycket unga blommor, der pistillidierna ännu äro omogna, skönjas dessa celler mycket tydligt och intaga just den plats, som annars svepet innehar, ehuru de redan nu synas utgöra blott en del af den köttiga axelspetsen. Hos den fullt utvecklade fruktsäcken är nämnde kanal ganska lång, och det är denna väg, som det mogna sporogoniet har att vandra, innan det genombryter fruktsäckens topp.

Ehuru sporsäckens beskrifning egentligen icke hörer till vårt ämne, vilja vi dock, enär det inneslutes inom fruktsäcken, säga några ord om dess form. Denne är ganska egendomlig, nästan jämnsmal och cylindrisk samt föga bredare än skaftet. Foten är dock af vanlig skapnad, d. v. s. roflik, i spetsen tandad, och omsluter endast sporogonii-skaftets bas.

Till sist må om fruktsäcken märkas, att dess yta är glest besatt med ned åt riktade hår, äfven som, åtminstone i yngre tillstånd, med ett och annat litet fjällikt blad, med spetsen vänd i samma riktning — ett ytterligare bevis för fruktsäckens växande ned åt.

Vi ha nämnt, att fruktsäckens bildning hos *Kantia Trichomanis*, den enda art af slägtet vi varit i tillfälle att undersöka, är väsentligen lik den hos *Geocalyx*, hvarjämte vi hänvisat till den omfattande beskrifningen hos Gottsche (l. c. vol. XXI, p. II). En och annan skilnad finnes dock mellan dessa slägtens fruktsäckar, som vi här böra omnämna. Fruktsäckens yta är nämligen hos *Kantia* rikt beväxt med långa nedåt riktade hår, hvilka ofta sitta tätt tillsammans i knippen, hvarigenom den lätt skiljes från *Geocalyx*' fruktsäck. Den är för öfrigt mera utdragen på längden och relativt smalare. En annan och mera framstående olikhet visar sig i bygnaden af sporogoniets fot, hvilken hos andra skandinaviska lefvermossor saknar motstycke. Den är nämligen hos *Kantia* betydligt förlängd samt omsluter likt ett cylindriskt hölster ej blott hela sporogonii-skaftet, utan äfven nedre delen af sporsäcken. Dess öfre del utgöres af ett, den mellersta af två eller tre, dess nedersta, som vanligt, af flera cellager. Nees och Gottsche ha åt detta egendomligt utbildade organ gifvit namnet *involucellum*, hvilket på svenska kunde återgifvas med *frukthölster*.

Gottsches beskrifning på hongrenarna hos *Kantia Trichomanis*, ehuru i de flesta delar utmärkt, är dock i vissa hänseenden mindre exakt. Han har nämligen ej iakttagit, att denna mossa är paroik, d. v. s. att hanblommorna sitta i honblommans omedelbara närhet — "inflorescentia mascula in ramulis propriis" heter det (l. c. pag. 425). Vidare uppgifver han skärmarnas antal till 5 à 6 stycken (pag. 428), ehuru de vexla mellan 3—5 *par*, stiplerna ej inräknade. Ej heller synes han ha uppmärksammat hanskärmarnas egendomliga riktning, enär denna på bifogade figurer framställes såsom normal. Så är emellertid ej förhållandet. Under det nämligen skärmarna hos andra lefvermossor sitta i axelns plan, äro hanskärmarna här böjda upp åt i en vinkel mot grenens dorsalsida, hvaremot honskärmarna (de öfversta) sitta normalt. Äfven pistillidiernas riktning hos den unga blomman synes undfallit hans blick. De sitta nämligen ej i grenens längdriktning, utan bilda en stark vinkel mot den, hvilket beror derpå, att grenen i sjelfva spetsen är böjd upp åt. Häraf kan förklaras, att fruktsäcken, som till en god del utbildas ur axelspetsen, ej sitter i grenens plan, utan bildar en nästan rät vinkel mot honom. Vore ej blomgrenen i spetsen böjd upp åt, då hade pistillidierna blifvit fästade i grenens längdriktning och sporogoniet trängt ned i densamma, hvarigenom en fruktsäck uppstått, erinrande om den hos *Harpanthi*. Märkligt nog har nämnde forskare ej heller iakttagit hanskärmarnas egendomliga läge i fruktsäckens topp, hvilket är detsamma som hos den unga blomman. (Hos den autoika *Geocalyx* äro skärmarna idel honskärmar och sitta normalt, d. v. s. i grenens plan). Vi ha ansett oss böra närmare redogöra för dessa från Gottsches afvikande iakttagelser, enär, så vidt veta, ingen annan forskare framställt riktiga förhållandet. Endast Lindberg har i ett fall vidtagit rättelse, i det han anfört, att blomställningen hos denna mossa är paroik. (Meddel. af soc. pro f. et fl. fenn. 3 h. pag. 186). Limpricht åter uppgifver den ännu vara dioik (l. c. pag. 310).

Talrika snitt ha öfvertygat oss om riktigheten af Lindbergs uppgift.

3. Honskärmar (bracteæ perichætii).

Honskärmarna, vanligen benämnda *hylleblad (folia perichætialia)*, af Hartman *svepeblad*, äro till sin form mer eller mindre modifierade stjelkblad. De äro vanligen två till antalet samt uppstå ur axelspetsens sidosegmenter något ned om pistillidierna samt nästan samtidigt med dessa, den ena något före, den andra litet sednare; men de utvecklas vida snabbare, hvarföre de ock vid tiden för befruktningen omsluta pistillidierna samt fruktsvepet. Deras fulla utveckling infaller dock först någon tid härefter. Dels på grund häraf, dels emedan benämningen hylleblad för blad, som omsluta ett svepe, vore mindre lämplig och vilseledande, ha vi föredragit att använda skärmblad eller skärmar, ett namn, som först blifvit gifvit deråt af Lindberg [1]).

De egentliga skärmarna äro, såsom nämnts, två, stundom, strängt taget, blott en, i det att den undre hos vissa mossor genom axelns förlängning kommer att sitta ett stycke ned om blomman. Men hos många lefvermossor, särdeles bland de s. k. *Opisthogamerna* (se längre fram!), äro de närmast sittande stjelkbladen i storlek, form och läge skärmarna så lika, att man ofta kan tala om flera skärmar. Derjämte tillkommer hos ett stort antal mossor, äfven hos många icke stipelbärande, i blommans omedelbara närhet på axelns ventrala sida en eller flera stipler, som hos den outvecklade blomman ofta äro större än de egentliga skärmarna [2]) och på grund af sin närhet till blomman göra tjenst som skärmblad. Dessa stipler, hvilka vi vilja kalla *skärmstipler* (tyska förf:s Hüllunterblätter) äro ej sällan af vigt vid beskrifningen.

Skärmarnas form är hos olika mossor högst olika, och en närmare skildring häraf tillhör den speciela hepatikologien. Vi måste derföre här inskränka oss till mera allmänna antydningar och endast i vissa fall omnämna mera egendomliga former. I allmänhet öfverensstämma skärmarna till sin grundform med stjelkbladen. Äro dessa helbräddade, blifva skärmarna det ock; undantag härifrån bilda endast några opisthogamer, nämligen *Odontoschisma*, *Adelanthus*, *Chiloscyphus* och *Kantia Trichomanis*, hos hvilka skärmarna äro mer eller mindre inskurna. Äro stjelkbladen delade, blifva skärmarna det äfven, ehuru vanligen i högre grad än de förra. Så inträder ofta, att i spetsen urnupna eller småflikiga stjelkblad förvandlas till djupt flikade skärmar, ja, det händer ej sällan, att skärmarnas flikar blifva flera än bladens och dertill stundom tandade, äfven då stjelkbladens flikar äro hela. Såsom exempel kunna nämnas flera mossor ur *Jung. ventricosas* grupp samt *J. minuta* och *saxicola*. Sällan är förhållandet tvärt om, såsom hos *Lepidozia reptans*, der djupt 3—4-delade stjelkblad motsvaras af i spetsen 2—4-tandade skärmar. Vid skärmarnas bildning visar sig således ofta en tendens till sönderdelning af bladets skifva, under det en motsatt tendens vanligen inträder hos fruktsvepet. (Att svepets mynning är tandad äfven hos de arter, som ega helbräddade blad, kan knapt anföras såsom bevis för motsatsen, enär tandningen blott rör sjelfva spetsen, ej någon större del af skifvan; hvaremot det faktum, att de djupa flikarna hos många lefvermossors blad ej motsvaras af djupare inskärningar hos svepet, talar för riktigheten af vår sats. Ja, stundom inträffar det t. o. m., att mossor med djupt flikade blad ega helbräddade svepen, t. ex. *Martinella convexa* och *Jung. polita*.) Bestå stjelkbladen af två olikstora flikar, såsom hos *Martinelliæ*, *Radulæ* m. fl., så sträfva skärmarnas flikar att blifva likstora, åtminstone är skilnaden dem emellan mindre. Hos *Akrogamernas* grupp (se längre fram!) äro skärmarna vanligen likstora med stjelkbladen eller föga större; hos opisthogamerna deremot, der honblommorna oftast sitta på egna, vanligen ventrala grenar, äro grenbladen vanligen mycket små, men skärmarna märkbart större. I synnerhet är detta fallet hos *Cephaloziæ*, hvilka i likhet med de flesta hit hörande mossor anses ega flera par skärmar. Nedtill äro nämligen hongrenarna försedda med få, små och glesare sittande blad, men i blommans närhet tilltaga de hastigt i storlek upp åt och sluta sig så tätt intill de egentliga skärmarna, att de tillsammans med dem bilda ett slags klubblik blomform på ett smalare skaft. Detta är äfven fallet med några få akrogamer, såsom *Antheliæ*, *Nardiæ*, *Cesiæ*.

---

[1]) Lindbergs benämning, som afsåg stödjebladen vid en förment "blomställning", är ur den synpunkten mera lämplig. Emellertid ha vi, i brist på bättre, adopterat namnet skärmar äfven för blommans stödjeblad. Kunde ej "hylleblad" föranleda missförstånd, skulle vi helst ha velat använda det namnet, som för öfrigt eger gammal häfd.

[2]) Detta torde ha sin grund deri, att axelspetsens ventrala segment med tillhörande bladbildningar, så vidt vi kunnat finna, kommer till utveckling förr än de andra segmenten.

Vi vilja nu taga i närmare betraktande vissa skärmbladsformer, som från stjelkbladen visa en mera afvikande gestalt. Hit höra förnämligast skärmarna hos slägtena *Frullania* och *Lejeunea*. Hos *Frull. dilatata* äro stjelkbladen på undre sidan försedda med en mindre flik, det s. k. *bladörat*, af egendomligt, nästan påslikt utseende, med bak åt vettande öppning, hvilken flik vid basen är så obetydligt sammanväxt med den öfre, att de nästan synas skilda från hvarandra. Mellan bladörats bas och stjelken sitter en mindre, tagglik flik, den s. k. "*stylus*" eller "*bladtaggen*", äfven den högst litet förenad med det förra. Helt annorlunda ter sig saken hos skärmarna. Här har det påslika bladörat förvandlats till en stor, svagt konkaverad, stundom nästan platt, bredt triangulär flik, som ett godt stycke upp är sammanväxt med den öfre, hvarjämte på dess mot stjelken vända sida synes en ganska stor, högt upp belägen tand eller flik, hvilken just är nyss nämnda bladtagg. Skilnaden mellan stjelkblad och skärmar synes i början så stor, att man finner det svårt att härleda de sednare ur de förra, men betraktar man nogare de närmaste stjelkbladen, blir saken klar. Dessa erbjuda nämligen en tydlig öfvergång mellan dem båda, i det bladörat hos dem visar sig som en urhålkad sked med svagt inböjda kanter, hvarjämte bladtaggen här är tydligt sammanväxt med bladets undre flik, ehuru närmare dess bas. Bladörats skifva har således småningom omdanats till en för skärmarnas uppgift mera lämplig form [1]). Äfven hos *Lejeuneæ* är skilnaden mellan stjelkblad och skärmar ganska stor, ehuru icke så bjert som hos *Frullaniæ*. Under det stjelkbladens undre flik (äfven här benämnd bladöra) är kort, bred och hvälfd samt till största delen sammanväxt med den öfre fliken och försedd med en liten, starkt in åt böjd samt på grund deraf nästan osynlig spets, så är den undre fliken hos skärmarna långsträckt och smal samt upprät, äfvensom föga hvälfd. Hos vissa *Nardiæ* [2]), hvilka ha ett ofullkomligt utveckladt fruktsvepe, ha de flerpariga skärmarna utvecklats så mycket mera till den inneslutna fruktens skydd. De äro här mycket stora, i synnerhet de öfversta, och bilda tillsammans ett slags bägare, hvilken af nybegynnare ofta förvexlas med svepet. Hos *Cesiæ*, der svepet oftast saknas, äro skärmarna äfven flera och starkt utvecklade samt innesluta fullständigt fruktämnet ända till dess mognad.

---

[1]) Eller vill man tvärt om betrakta det enklare bladet (här skärmen) såsom grundform, kan man ur denna lätt härleda det besynnerligt bildade bladörat jämte taggen, hvilka formers förklaring bragt mången i förlägenhet.

[2]) Vi innefatta tills vidare under slägtet *Nardia* samma arter, som af Lindb. inrymts derunder.

Skärmarna äro i de flesta fall fria. Hos många lefvermossor äro de dock, åtminstone den ena — mer eller mindre sammanväxta med skärmstipeln; hos några, nämligen *Southbya* och de flesta *Nardiæ*, äro de, åtminstone till någon del, hopväxta med svepet.

Skärmarnas ställning i förhållande till svepet visar många olikheter. Hos de flesta lefvermossor omsluta de mer eller mindre dettas bas. Sällan höjer sig svepet helt och hållet öfver dem, såsom hos *Jung. inflata* samt stundom hos *Mylia anomala, Jung. cæspiticia, autumnalis* och *Hornschuchiana*. Omfatta de svepet, så sluta de sig mindre eller mera intill det, i det att de antingen äro frånstående eller tilltryckta. I sednare fallet, eller då de äro i egentlig mening omfattande, höja de sig till olika längd öfver svepets bas. Ofta omsluta de blott svepets nedre del, stundom höja de sig ofvan midten och omsluta sålunda större delen af svepet, såsom hos *Nardia obovata* och *hyalina*, *Chandonanthus*, *Antheliæ*, *Lepidozia setacea;* mera sällan omsluta de hela svepet, såsom hos *Southbya* och de flesta *Nardiæ*, eller träda rent af i stället för detta, hos *Cesiæ*.

Vi ha förut antydt, att skärmarna ernå sin fulla utveckling först en tid efter befruktningen. Hos några få lefvermossor afstadnar dock deras tillväxt redan tidigt, nämligen hos *Harpanthi* samt de s. k. hypogena slägtena *Kantia* och *Geocalyx*. Hos dessa lefvermossor äro skärmarna ganska små, och hos *Harp. Flotowianus* förvissna de till och med oftast före fruktens mognad.

Återstår att nämna några ord om skärmstiplerna. I allmänhet kan om dem sägas, att de i storlek och form mera aflägsna sig från de egentliga stiplerna, än skärmarna afvika från stjelkbladen. De äro nämligen hos akrogamerna n. alltid större än stjelkstiplerna och hos opisthogamerna större än grenens stipler. Äro de egentliga stiplerna hela, blifva likväl ofta skärmstiplerna tandade eller flikiga. Äro de egentliga stiplerne flikade, blifva skärmstiplerna det i ännu högre grad. Äfven formen i öfrigt modifieras vanligen ej så litet, men härför kunna ej några allmänna regler uppställas. Till sist må framhållas hvad vi redan förut antydt, att skärmstipler ofta uppträda hos de mossor, hvilka sakna andra stipler, ja, de torde förekomma hos de allra flesta bladiga lefvermossor, ehuru de stundom kunna vara mycket små (jfr Leitg. l. c. pag. 15 ff.) Denna omständighet torde kanske stå i samband med axelns afslutning genom en honblomma. Härigenom få nämligen stjelkspetsens ventrala segment bättre tillfälle att utveckla sig på bredden, än fallet var under stjelkens fortsatta tillväxt, då samma segment genom axelns raska sträckning på längden ofta måste hämnas i sin stipelbildande verksamhet. Detta antagande vinner stöd genom Leitgebs på många rön grundade iakttagelse, att stjelkstipler nästan alltid anläggas äfven hos de s. k. stipellösa lefvermossorna, ehuru de vanligen abortiera under stjelkens tillväxt (se Leitg. l. c. pag. 7 ff.) Till de af denne förf. anförda exempel på utveckling af stipler hos annars stipellösa arter kan läggas *Jung. lanceolata*, der vi i vegetationsspetsen funnit små, men väl utvecklade och djupt flikade stipler, lika dem hos *Plagiochila asplenioides* (se Gottsche, fig. till G. & R. Hep. N:o 320.)

Honblommornas läge.

Vi ha förut nämnt, att honblomman alltid anlägges i spetsen af en axel. Men denna axel kan antingen vara en hufvudaxel eller biaxel, denna sednare af flera ordningar, och biaxlarna kunna uppstå på olika sätt samt för öfrigt vexla betydligt i afseende på läge, storlek m. m. Med rätta har derföre Leitgeb anmärkt, att det gifves få växtgrupper, hos hvilka förgreningen är så mångformig som hos lefvermossorna, och häraf kan ock till stor del förklaras den stora olikhet i utseende, som framträder hos dem, trots deras jämförelsevis ringa antal. Också spelar förgreningen och särskildt de olika sätt, hvarpå honblommorna sitta fästade, en vigtig rol vid dessa mossors systematiska uppställning, hvarom vi snart få tillfälle att tala.

Stundom, ehuru jämförelsevis mera sällan, är stjelken fullkomligt enkel, och i så fall sitter helt naturligt honblomman, då den finnes, i dennes spets. Men vida oftare är stjelken förgrenad. Under förgrening innefatta vi dels den egentliga *grenbildningen*, dels utvecklandet af s. k. *nyskott*.

Visserligen torde de sednare ur morfologisk synpunkt ej vara strängt skilda från vanliga grenar, men då de dels med afseende på sin fästepunkt förete en viss egendomlighet, dels i systematiska arbeten pläga särskildt omnämnas, följa vi här den vanliga indelningen. Åt grenbildningen, såsom den vigtigaste, skola vi nu först skänka vår uppmärksamhet.

Innan vi dock öfvergå till behandlingen af detta svåra ämne, vilja vi erinra, att man ej må vänta sig en uttömande framställning deraf. Ämnet är föga behandladt af fackmän, och det lilla, som af dem hittils skrifvits deröfver, är delvis oriktigt och vilseledande. Så vidt vi veta, är Leitgeb den förste, som åt denna fråga egnat en vetenskaplig granskning, som vanligt på ett klart och grundligt sätt, ehuru utan särskild hänsyn till det fruktifikativa systemet, som ej ingick i planen för hans arbete. Mycket återstår utan tvifvel att i detta hänseende studera; hvad som här nedan följer är dock resultatet af samvetsgrann forskning.

Grenbildning eger rum, då nya axlar uppstå från äldre sådana, utan att den axel, från hvilken biaxeln uppkommer, blifvit genom alstrandet af en honblomma hämmad i sin utveckling (jfr Nees, l. c. pag. 17). Denna grenbildning förekommer under två väsentligt olika former, hvartill kunna läggas två andra, af hvilka sednare den ena är en modifikation af den första, den andra åter en förening af de båda första.

1) *Ändförgrening* uppstår, då biaxlar anläggas *exogent i en hufvud- eller bi-axels spets* antingen *monopodialt* från något sidosegment på axelns öfre eller s. k. dorsalsida (jfr Leitgeb l. c. pag. 22 ff.) eller *dipodialt*, genom bildningen af tvänne toppceller, hvilka sedan utvecklas till divergerande grenar. I förra fallet utgå grenarne oftast från bladvecken; blott hos *Radulæ* och *Lejeuneæ* uppspira de straxt ned om bladens bas. Oftast förekommer blott ett mindre antal grenar, såsom hos de flesta arter af slägtena *Nardia*, *Martinellia* och *Jungermania*, der förgrening t. o. m. ofta uppstår blott genom bildandet af nyskott. En rikare förgrening inträder dock hos några slägten, såsom hos *Blepharostoma*, *Blepharozia*, *Anthelia*, *Porella*, *Frullania* och *Radula* m. fl. I den monopodiala förgreningen kunna så väl hufvud- som biaxlar bära honblommor. — I andra fallet afslutas axeln med en dikotomi,

enkel eller upprepad [1]). Hufvudaxeln utvecklar här ej någon blomma, hvaremot sådana ofta finnas i biaxlarnas spets. (Anträffas derföre en skenbart oskaftad blomma i vinkeln mellan två ändställda biaxlar, så tillhöra dessa ej en dikotomi, utan utgöras af nyskott). Vare sig nu att ändförgreningen tillhör det monopodiala eller dipodiala systemet, utgå hongrenarna vanligen från stjelkens öfre del samt äro oftast förlängda. *Alla de bladiga lefvermossor, som hafva ändförgrening med från stjelkens öfre del utgående förlängda hongrenar, tillhöra* Lindbergs *Acrogamæ. Dit höra ock alla de mossor, som hafva enkel eller blott genom nyskott förgrenad stjelk, med honblommor i axelns och nyskottens spets.* Lindbergs definition på gruppen är mindre riktig (se Acta soc. scient. fenn. tom. X, pag. 514).

Men icke alla mossor med ändförgrening ha förlängda *hongrenar;* hos några äro dessa grenar mycket *korta:* d. v. s. deras längd är mindre än eller öfverstiger vanligen föga de i deras spets sittande fruktsvepenas längd. Dessa grenar utgå ej heller blott från stjelkens öfre del, utan äro *fästade längs stjelkens sidor från spetsen ned emot basen*, och förgreningen är oftast mångdubbel med korta blomgrenar äfven från biaxlarna. Sådana mossor, till hvilka bland andra höra *Radulæ* och *Porellæ*, kallas af sist nämnde forskare *Anomogamæ.* Huru vida emellertid denna benämning är lämplig, skola vi framdeles undersöka.

2) *Grenbildning nedom axelspetsen* (*interkalare Zweigbildung:* Leitg.) uppstår, i det nya axlar utvecklas *endogent* ur en annan axel *på något afstånd från vegetationspunkten.* Hongrenarne uppspira vanligen ett längre stycke ned om denna punkt, alltså från axelns äldre delar. De endogena biaxlarna, så väl de sterila som de blombärande, igenkännas, åtminstone i yngre tillstånd, på en ring eller slida af celler, som omgifver deras bas [2]). Vanligen utgå biaxlarna från den ventrala

---

[1] *Anm.* Leitgeb synes, egendomligt nog, ej ha afvetat tillvaron af dikotomisk förgrening hos *Jungermaniaceæ foliosæ*, ehuru den hos dem ej så sällan förekommer. Åtminstone har han ej omnämnt den i sin ganska utförliga skildring af ändförgreningen hos dessa mossor (jfr Leitg. l. c.). — Lindberg åter synes hvarken haft kännedom om monopodiala eller dipodiala hongrenar hos akrogamerna (mera härom längre fram).

[2] Undersöker man dessa biaxlar på deras tidigare stadium, kan man lätt öfvertyga sig om deras endogena uppkomst. De leda nämligen sitt ursprung från vissa s. k. reservmoderceller, belägna straxt under öfverhuden, hvilka varseblifvas, om man gör ett längdsnitt genom stjelken närmare spetsen i stipelmedianens riktning eller der denna bort ligga, om stipler utvecklats; hos några anträffas nämnda celler något på sidan om stipelmedianen.

sidan af stjelken och då i de flesta fall ur stipelvecken, när stipler finnas, dock icke alltid; stundom uppspira de på sjelfva gränsen mellan de ventrala och dorsala segmenten, i hvilket fall de sitta fästade vid de nedlöpande bladens främre rand, t. ex. hos *Lophoc. cuspidata.* Hos *Chiloscyphus* och i synnerhet hos *Leptoscyphus* torde biaxlarne tillhöra de dorsala segmenten, enär de här tydligen sitta fästade ett stycke ofvan nedre bladranden. — Leitgeb antager dock, att den interkalara grenbildningen, på ett undantag när (hos *Frullania Hutchinsiæ*), tillhör de ventrala segmenten, men han synes ej ha undersökt nyss nämnda slägten (jfr Leitgeb, l. c. pag. 30 ff., 36). — Hufvudaxeln förblifver vanligen hos hit hörande mossor vegetativ (utom i de fall, som i 4) skola omnämnas) och dess utveckling är obegränsad, enär inga honblommor anläggas i dess spets. Det är här blott biaxlarna, som uppbära honblommor, och dessa axlar äro vanligen mycket korta, ja stundom så korta, att blommorna synas vara oskaftade. Stundom kunna de dock vara förlängda, såsom hos *Lophocoleæ*, *Leptoscyphus* samt vissa arter af slägtet *Cephalozia.* Någon gång utvecklas från biaxlarnes undre sida nya biaxlar, som äfven sluta med en honblomma, såsom hos vissa *Cephaloziæ.* Vanligen utgår blott *en* biaxel från hvarje segment, men stundom ha vi iakttagit tvänne, såsom hos *Cephal. bicuspidata* och *connivens*, *Lophoc. cuspidata*, *Chiloscyphus* samt *Harpanthus Flotowianus.* Ja, hos *Odontoschisma denudatum* förekomma ej sällan flera ytterst korta hongrenar tätt tillsammans, hvilka sitta liksom hopknippade vid stjelkens eller grenarnes bas.

Alla de lefvermossor, hos hvilka biaxlarna uppstå endogent ned om spetsen af en axel och oftast från dess ventrala sida, äfvensom de mossor, hvilka under 4) skola omnämnas, *höra till* Lindbergs *Opisthogamæ*, ehuru namngifvarens definition är mindre tillfredställande, såsom vi framdeles skola visa.

Anm. Leitgeb uttalar l. c. pag. 35 den förmodan, att interkalar grenbildning förekommer hos många (kanske hos

---

I dessa moderceller inträder efter någon tid en liflig cellbildning, hvarvid det förut omnämnda öfre cellagret så småningom höjer sig och bildar ett slags svulst, hvarefter den unga, ännu knopplika grenen spränger sitt hölje, hvilket sedan en kortare eller längre tid likt en slida omgifver den utväxta grenens bas (se vidare härom Leitgeb l. c. pag. 30.). Denna grenbildning iakttages lätt hos många hit hörande mossor, t. ex. hos *Lophoc. cuspidata* och *Cephal. connivens;* särdeles skönt och tydligt har jag funnit förloppet härvid hos sterila grenar af *Cephal. bicuspidata* forma *capitata* nob. (Præparat på Upsala Bot. Museum).

alla) *Jungermania*-arter, hvarefter såsom exempel anföras *J. bicuspidata* och *crenulata* med figg. Härvid må erinras, dels att *J. bicuspidata* och dess samslägtingar af de flesta nyare förf. med allt skäl anses bilda ett från *Jungermania* vida skildt opisthogamt slägte *Cephalozia* (*Trigonanthus*), hvarföre detta ex. ej kan utgöra ett stöd för nämnda förmodan; dels att de afbildade endogena grenknopparna hos *J. crenulata* troligen äro ganska sällsynta och för öfrigt lika väl kunde tillhöra det vegetativa som det fruktifikativa systemet; vi ha åtminstone alltid funnit denna mossa vara akrogam. Önskligt hade varit, om flera ex. på satsens riktighet anförts, då man sålunda kommit i tillfälle att undersöka dem. Emellertid förtjenar Leitgebs uttalande all uppmärksamhet, och närmare undersökningar äro på detta område högligen af nöden. För vår del ha vi en och annan gång funnit vegetativa skott af endogen natur utgå från stjelkens ventrala sida hos de akrogama *Jung. bantryensis*, *barbata* och *Plagiochila asplenioides*, samt hos de två sist nämnda äfven likartade hangrenar. Ventrala hangrenar ha af Carrington anträffats hos den akrogama *Jung. hyalina* (Carr. Brit. Hep. pag. 37 — citeradt af Limpricht l. c. pag. 435). Ventrala hongrenar ha vi funnit ett par gånger hos *Nardia compressa* och *hæmatosticta*, äfvenledes akrogamer. Dessa fall torde dock böra betraktas såsom undantag, enär ändförgrening hos dem synes vara det normala förgreningssättet. Att för öfrigt Leitgebs yttrande ej bör uppfattas allt för exklusivt, visa hans egna ord på ett annat ställe i arbetet (l. c. pag. 24). Sedan han nämligen förklarat, att han hos *Jungermanieæ* med undersittande blad ej lyckats uppvisa ändförgrening i dess början, enär de mera sällan förgrenas och man derföre ofta misslyckas i att här uppspåra grenämnen på deras yngsta stadium (hvilket nog har sin riktighet i fråga om många hit hörande mossor), tillägger han: ”dock gjorde jag iakttagelser, på grund hvaraf jag anser mig berättigad uttala, att denna form af *ändförgrening* — — anträffas hos slägtet *Jungermania* och de närmast beslägtade”, hvarefter anföres såsom ex. *Jung.* (*Blepharostoma*) *trichophylla*. — För vår del vilja vi tillägga, att vi funnit de utvecklade biaxlarna hos många hit hörande mossor (t. ex. *Blepharozia*, *Myliæ*, *Antheliæ*, *Nardiæ*) utgå på samma sätt som hos den af Leitgeb undersökta *Frullania dilatata*, nämligen från stjelken dorsalsida och ur bladvecken, hvaraf torde framgå, att dessa biaxlar ursprungligen uppstått genom knoppar i stjelkens spets, och således ej äro af endogen natur. Ett i ögonen fallande prof på ändförgrening hos akrogamerna är dessutom den hos *Jungermania* och andra akrogama slägten ej sällan förekommande dikotomien i stjelkens spets, hvilket förgreningssätt, såsom förut antydts, ej torde blifvit af Leitgeb uppmärksammadt.

Emellertid framgår så väl af Leitgebs först nämnda yttrande som af de rön vi gjort, att grenbildning ned om axelspetsen åtminstone en och annan gång förekommer hos vissa akrogamer. Vi ta oss derför friheten anmoda lefvermosskännare att noga iakttaga och anteckna de fynd, som i detta hänseende kunna göras hos akrogamerna.

3) Hos *Lejeuneæ* förekommer enligt Leitgeb en egendomlig form af ändförgrening. Undersöker man en stjelk, finner man här och der ned om spetsen mycket små outvecklade knoppar, hvaraf man lätt kunde förledas till tron, att dessa anlagts endogent ned om axelns spets. För den endogena uppkomsten talar särskildt den omständigheten, att de små kopparna vid första anblicken synas beklädda af en svulstlik upphöjning, lik den som bildas af öfverhuden öfver det endogena grenämnet hos opisthogamerna. Men undersöker man knoppen närmare, skall man finna, att nämnda hölje här bildas af knoppens yttre, tätt sammanslutande blad. Någon ring eller slida kan ej heller upptäckas på mera utvecklade grenar. Verkliga förhållandet är följande. Knopparna ha anlagts i sjelfva vegetationspunkten ned om toppcellen, men sedan till en tid hämmats i sin utveckling, och äro s. k. *hvilande knoppar*, i viss mån analoga med de förut omnämnda reservcellerna hos opisthogamerna samt med höstgrenknopparna hos *Equisetaceæ* (se Hofmeister l. c. pag. 94). Dessa knoppar komma först efter någon tids förlopp till utveckling, då redan den axel, från hvars spets de utgått, tillväxt i längd och derunder hunnit alstra nya hvilande knoppar i spetsen, hvilka i sin ordning genom axelns fortsatta förlängning komma att sitta fästade ned om dennes spets. *Lejeuneæ* äro således lefvermossor med verklig, ehuru hämmad, ändförgrening (efter Leitg. l. c. pag. 26 ff. samt egna iakttagelser).

Dylika hvilande knoppar torde äfven finnas hos flera andra lefvermossor. Vi tro oss åtminstone ha sett sådana hos *Jung. ovata*, hvilka till form och läge mycket liknade dem hos *Lejeuneæ*. Skulle dylika fynd göras hos andra lefvermossor, vore förf. af dessa rader särdeles tacksam, om de offentliggjordes.

Vi ha ansett oss böra närmare redogöra för detta slags ändförgreningsknoppar, emedan man annars lätt skulle kunna förledas till antagande af en grenbildning ned om axelspetsen, ehuru här från ett dorsalt segment. Leitgebs dyra arbete torde för öfrigt ej vara tillgängligt för en hvar.

4) Hos några lefvermossor sitta honblommorna fästade på två helt olika sätt, nämligen dels i hufvudaxelns och nyskottens eller i genom ändförgrening uppkomna biaxlars spets, dels på grenar, som uppstått endogent ned om vegetationspunkten. Dessa mossor äro således både akrogama och opisthogama. De böra emellertid föras till de sednare, dels emedan de sjelfva stundom äro äkta opisthogamer, dels deras samslägtingar vanligen äro det. Denna dubbla förgrening förekommer mycket ofta hos *Lophoc. heterophylla* (äfven hos den sällsynt blommande *L. minor* ha vi iakttagit den), mera sällan hos *L. cuspidata;* vidare hos flera arter af slägtet *Cephalozia*, i synnerhet hos *C. curvifolia*, samt möjligen äfven hos *Leptoscyphus*, hvilket vi på grund af otillräckligt material ej kunnat afgöra. Vi vilja tills vidare kalla dessa mossor *oäkta opisthogamer*, utan att dermed åsyfta någon väsentlig skilnad från de öfriga, eller de *äkta opisthogamerna*[1].

Nyskott (*innovationes*) kallas sådana biaxlar, som uppstå i en annan axels spets från något lateralt eller ventralt segment *straxt ned om en honblomma*, oftast innan för honskärmarna eller näst gränsande stjelkblad, mera sällan något längre ned. Stundom anläggas de tidigt, i vissa fall nästan samtidigt med fruktsvepet, men synas ej sällan genom blommans utveckling till en tid hämmas i sin egen, hvarefter de raskare tillväxa. I flera fall torde de dock anläggas långt sednare och utvexa först efter fruktens mognad. Ehuru nyskotten således äro sidostälda, fortväxa de ofta i hufvudaxelns riktning, hvarföre de synas vara en omedelbar fortsättning af denne, så mycket mera som den axila honblomman vanligen tränges åt sidan och blir skenbart lateral. Vid studiet af lefvermossorna bör man noga iakttaga denna omständighet och ej förledas att tro, det nyskottet vore en omedelbar förlängning af axeln. Det är den skenbart sidostälda blomman, som utgör axelns direkta afslutning och således i sjelfva verket är axil.

---

[1] Äfven hos andra opisthogamer förekommer stundom ändförgrening i form af en dikotomi, men i så fall äro dess biaxlar rent vegetativa. Sådan dikotomi förekommer ofta hos *Pleuroschisma trilobatum* samt stundom hos *Chiloscyphus* och *Harpanthus Flotowianus*.

Vanligen anlägges blott ett nyskott ned om hvarje honblomma, men ej sällan tvänne, ett på hvarje sida om blomman, då denna får sin plats midt emellan dem båda. Detta är normalt fallet hos *Frullaniæ*, men förekommer ofta nog hos flera andra, såsom hos *Lejeunea cavifolia*, *Jung. obtusifolia*, *Lophoc. heterophylla* och mera tillfälligt hos många lefvermossor. Stundom kunna flera nyskott utgå ned om samma blomma, då ett slags knippelik förgrening uppstår. Så ha vi hos *Nardia emarginata* och *compressa* flera gånger funnit 4 à 5 nyskott utgå ned om en blomma; ja hos *Jung. cæspiticia* ha vi en gång iakttagit ända till 12 sådana [1]).

I spetsen af dessa nyskott anläggas ofta nya honblommor samt under dessa nya nyskott. Denna utveckling af nyskott och nya blommor kan hos vissa mossor fortgå genom flera vegetationsperioder, ja, man skulle kunna i vissa fall vara benägen tro, att, om ej hämmande förhållanden inträdde, en dylik upprepad alstring af nyskott och blommor vore obegränsad. Det är ock ganska vanligt att hos vissa mossor påträffa flera nyskott öfver hvarandra, hvart och ett med sin blomma i toppen: så ha vi hos *Jung. Mülleri* och flera andra iakttagit 3, hos *J. albicans* och *saxicola* 4, hos *J. minuta* 5, hos *Nardia emarginata* 6 blommande nyskott ofvan hvarandra på samma stjelk. Ja, Carrington skall t. o. m. hos *Nardia compressa* funnit ända till 10 à 12 nyskott öfver hvarandra, hvilket förutsätter 9 à 11 honblommor i en följd på samma stjelk (Carr. Brit. Hep. — citeradt af G. & R. Hep. texten till N:o 653).

Nyskott förekomma mycket ofta hos lefvermossorna, särdeles hos akrogamer och pleurogamer (se längre fram!), ja, hos många af dem synes det höra till undantagen, om ej nyskott förr eller senare utvecklas. Under sådana förhållanden ter det sig besynnerligt nog att i vissa floror finna nyskott angifna för några få arter, medan det tvärt om vore vida större skäl att anteckna deras frånvaro. För vår del våga vi ej uppgifva någon enda akrogam, hos hvilken nyskottsbildning ständigt uteblifver. Hos opisthogamerna saknas deremot vanligen nyskott; dock förekomma de ofta hos *Lophocoleæ* (utom hos *L. cuspidata*) samt hos flera *Cephaloziæ.*

---

[1]) En sällsam anomali, der en stor mängd nyskott utvecklats *inom svepet* af denna mossa, komma vi att meddela i Bot. Not. 1880, n:o 3 — jfr *detta* arbete, sid. 22, noten.

Vi ha nu skildrat de olika förgreningssätten hos de bladiga lefvermossorna och särskildt de olika sätt, hvarpå honblommorna kunna vara fästade. Deremot har Lindberg, utgående från en i vissa delar olika uppfattning, indelat "*Jungermaniaceæ*" (vi utesluta här de bållika lefvermossorna — en uteslutning, som med afseende på i fråga varande undersökning ej förändrar något) i två stora hufvudgrupper: *Anomogamæ* och *Homogamæ* samt dessa senare i två undergrupper: *Opisthogamæ* och *Acrogamæ.* Hos *Anomogamæ* skulle "honblomstren" vara fästade på två sätt, nämligen så väl i stjelkens spets som på egna grenar, hvilka "utgå tätt från sidorna af stjelkens nedre del". Hos de bladiga *Homogamæ* skulle deremot "honblomstren" vara fästade blott på ett sätt, näml. hos en del af dem, *Opisthogamæ*, på egna, från stipelvecken utgående grenar; hos andra åter, *Acrogamæ*, i spetsen af stjelken och nyskotten (jfr Lindberg i Acta soc. scient. fenn. tom. X, pag. 473). Låtom oss nu tillse, huru vida denna indelning är berättigad samt de gifna definitionerna riktiga.

Vi ha här ofvan visat, att honblommorna ej blott hos de s. k. anomogamerna, utan äfven hos de greniga akrogamerna äro fästade på två sätt, nämligen så väl i stjelkens och nyskottens topp, som på exogent, i vegetationspunkten anlagda grenar. Jämföra vi t. ex. de akrogama *Antheliæ*, *Blepharozia*, *Jung. obtusifolia* med de s. k. anomogama *Frullaniæ*, *Lejeuneæ*, *Radulæ*, så är honblommornas vidfästning i båda fallen likartad, i den mening Lindberg åsyftat. Den af honom gifna definitionen på akrogamerna är således ofullständig och kan endast tillämpas på sådana akrogamer, som äro enkla eller blott förgrenas genom nyskott. Benämningen anomogamer, gifven åt *Frullaniæ*, *Radulæ* med flera på grund af deras dubbla blomningssätt, varder i samma mån olämplig, enär de förgrenade akrogamerna äro anomogama lika så väl som nyss nämnda slägten. Vidare ha vi uppvisat, att hos opisthogamerna honblommorna kunna vara fästade på olika sätt hos olika arter, nämligen hos en del (de äkta opisthogamerna) blott på ett sätt, d. v. s. dessa äro s. k. homogamer; hos andra åter (de oäkta opisthogamerna) på två, helt olika sätt, d. v. s. dessa äro s. k. anomogamer[1]).

Häraf följer således, att de bladiga lefvermossornas indelning i *Anomogamæ* och *Homogamæ* är ohållbar och måste öfvergifvas. Deremot kunna samma mossor med allt skäl uppställas i tre hufvudgrupper, ehuru indelningsgrunden blefve en annan än för de två förra. Det finnes nämligen en annan i ögonen fallande olikhet mellan akrogamer och s. k. anomogamer, hvilken redan af Lindberg (l. c.) blifvit delvis antydd samt äfven af oss här ofvan framhållits. Denna olikhet ligger deruti, att hos den förra gruppen hongrenarne (då de finnas) vanligen äro långa och mera samlade mot stjelkens topp, under det samma grenar hos de s. k. anomogamerna vanligen äro mycket korta samt fästade utefter stjelkens och grenarnes sidor från basen upp mot spetsen. Visserligen kunde nu termen *anomogamæ* bibehållas för att uttrycka *denna* karakter hos sist nämnda mossor, men då den dels blifvit af Lindberg använd i en helt annan mening, dels ej uttrycker någon positiv egenskap, utan med samma skäl kan användas för hvilken mossgrupp som helst, som med hänsyn till honblommornas läge är olik den andra, så ha vi ansett termen böra utgå och ersättas med en annan, som framhåller den väsentliga karakteren hos i fråga varande mossor. En dylik term är *Pleurogamæ,* hvarmed sålunda afses *lefver-mossor med sidoställda honblommor.* Nu kan det visserligen ej nekas, att hos några få akrogamer, såsom *Blepharozia*, hongrenarnes läge visar en öfvergång till pleurogamernas, men då desse senare dessutom genom sina bladöron bilda en ganska väl afskild typ, ha vi ansett gruppen böra bibehållas med Lindbergs begränsning deraf. Tillvaron af en eller annan öfvergångsform berättigar för öfrigt ej att upphäfva den gruppering af föremålen i stort, som naturen sjelf mången gång synes ha åsyftat, och hvilken vetenskapen för bättre åskådlighets vinnande måste bevara.

Vi öfvergå nu till den tredje gruppen, *Opisthogamæ.* Detta namn bör med allt skäl bibehållas, enär det antyder att honblommorna hos hit hörande lefvermossor åtminstone till en del äro fästade på grenar, som utgå från stjelkens

---

[1]) För öfrigt må nämnas, att äfven Lindberg's definition på de s. k. anomogamerna är mindre riktig, enär honblommorna ej utgå blott från "stjelkens nedre del", utan *långs hela stjelken, från basen upp mot spetsen.*

och hufvudgrenarnas *bakre* (undre) sida. Deremot är den af Lindberg i sist citerade arbete gifna definition på gruppen mindre riktig och vilseledande (l. c. pag. 497). Enligt denna definition skulle nämligen hit hörande mossor väsentligen skilja sig från de öfriga deruti, att hongrenarna utginge »ifrån stipelvecken». Men först och främst sitta honblommorna hos några arter *äfven* i hufvudaxelns eller i genom ändförgrening uppkomna biaxlars spets — hvilket i definitionen utelemnats, så mycket mera, som Lindberg ansåg alla hit hörande mossor vara homogamer, d. v. s. med honblommor fästade på blott ett sätt, nämligen på ventrala grenar. För det andra utgå hongrenarna långt ifrån alltid ur stipelvecken. Hos en del opisthogamer saknas till och med stipler, såsom hos flera arter af slägtet *Cephalozia.* Men äfven hos flera af de stipelbärande opisthogamerna utgå hongrenarna mera sällan från stiplernas veck, utan vanligen straxt bort om deras bas eller ock ett godt stycke ofvan dem, såsom hos *Lophoc. cuspidata* och *heterophylla*, ja, till och med från den lägre delen af dorsala segment, såsom hos *Chiloscyphus* och *Leptoscyphus*. Om de stipelbärande *Cephaloziæ* kunna vi ej döma, enär vi ej varit i tillfälle att undersöka hongrenar af dem. Hos *Odontoschisma denudatum* utgå hongrenarna vanligen från grenknutarne, de ofta på grund af rhizombildning och utveckling af talrika rothår stipelbildning uteblifvit, men äfven från undre sidan af stjelk eller grenar och då antingen ur stipelveck eller icke, ja, stundom uppspira de äfven från bladvecken. En annan, mera tillfredsställande definition är således af nöden.

Jungermaniaceae foliosae uppträda alltså under tre i naturen ganska väl begränsade hufvudtyper: *Acrogamae, Pleurogamae* och *Opisthogamae.* Dessa typer kunna karakteriseras sålunda, att *honblommorna* hos den *första* gruppen äro *fästade i stjelkens och nyskottens spets* samt hos de förgrenade derjämte *på längre* vanligen *från stjelkens öfre del,* ur *bladvecken* utgående *grenar;* hos den *andra* gruppen i stjelkens och nyskottens spets samt *på* vanligen *mycket korta längs efter stjelkens* och hufvudgrenarnas *sidor* sittande *smågrenar,* som antingen utgå från bladvecken, eller ned om bladens bas; samt hos den *tredje* gruppen dels *på* vanligen *korta grenar,* som oftast utgå *från stjelkens* eller hufvudgrenarnas *undre sida* och då ofta ur stiplernas veck, dels hos några arter så väl på dylika grenar som i stjelkens eller toppstälda biaxlars spets. — Dessa kännetecken äro i de flesta fall tillräckliga; en mera tillfredsställande karakteristik, hemtad från utvecklingshistorien, ha vi sökt lemna här ofvan.

B. Hanblomman.

Hanblomman anlägges i spetsen af en hufvud- eller biaxel från dess sidosegmenter af andra eller tredje omloppet (enl. Leitgeb, l. c. pag. 41), hvadan alltså toppcellen ej deltager i hennes bildning. Till följd häraf fortfar axeln normalt att omedelbart förlängas, i motsats till förhållandet vid honblommans bildning.

I sitt yngre tillstånd utgöres hanblomman af ett eller flera *antheridier* inom vinkeln af ett outveckladt blad, hvilket först sednare når sin fulla utbildning och då bildar den s. k. *hanskärmen*, som skyddande omsluter dem. Mycket sällan förblifva antheridierna nakna under hela sin tillvaro, i det ingen egentlig skärm då utbildas, såsom hos *Jung. Hornschuchiana* (Se Bot. Not. 1879, N:o 2, pag. 36 ff.). Ej sällan tillkomma s. k. *parafyser* eller bladlika bihang, som flera eller färre sitta tillsammans med antheridierna. Vi vilja nu behandla dessa delar hvar för sig.

1. Antheridiet.

Antheridiet består af en öfre, oval eller rundad ihålig del, »*klotet*», samt en nedre smal och långsträckt del eller »*skaftet*». Klotets omhölje bildas af ett cellulärt hylle och innesluter vid mognaden en stor mängd sädesdjur, *antherozoider* eller spermatozoer.

Antheridierna anläggas, som nyss nämndes, från axelspetsens sidosegment. Förloppet härvid tillgår enligt Leitgeb på följande sätt: Från den dorsala hälften af nämnda segment och vid basen af det sig utvecklande bladet utväxa en eller flera celler till nästan klotrunda papiller. Dessa afsnöras medelst en skiljevägg från modercellen och delas sedan genom en tvär skiljevägg i tvänne delar, af hvilka den nedre utgör början till skaftet, den öfre till klotet. Genom förnyade tvärdelningar öfvergår skaftcellen så småningom till ett flercelligt skaft. Den öfre cellen delas småningom på sätt närmare beskrifves i en mängd celler, af hvilka en del bilda klotets cellulära hylle, de inre åter moderceller till antherozoiderna (Utförligare beskrifning hos Leitgeb l. c. pag. 41 ff.).

Antheridierna behöfva vida längre tid för sin utveckling än pistillidierna, hvarföre de ock anläggas långt före dessa. Härom kan man lätt öfvertyga sig, om man undersöker spetsen af en fruktifikativ stjelk eller gren hos en mossa med paroik blomställning (se längre fram under rubriken Könsfördelning!). Vi välja för detta ändamål *Radula complanata*, som mycket ofta anträffas med så väl han- som honblommor, och vid fruktmognaden bäst lämpar sig för vårt syfte. Nära intill fruktsvepet finner man kortare och längre grenar, som ofta i sina spetsar bära blommor, hvilkas närvaro man genast kan ana på grund af »bladörats» förändrade form. Äro dessa grenar mycket korta, träffar man vanligen blott på antheridier; äro de längre, finner man derjämte ofvan dessa mer eller mindre utvecklade pistillidier. Men först då de sednare börja att öppna sig, äro antheridierna mogna. Undantag gifvas dock ej sällan, då antheridierna mogna förr än närmast sittande pistillidier.

Antheridiernas antal i hvarje blomma är hos olika lefvermossor olika. Vanligen äro de 1 eller 2, stundom flera; ja, hos vissa arter af slägtet *Martinellia* samt ur *Jung. barbatas* grupp uppgå de stundom till 5 à 6 eller ännu flera. Är antheridiet blott ett, är dess läge i bladmedianen; äro de flera, fortgår utvecklingen från denna punkt upp mot stjelkens öfre eller dorsalsida, så att de yngsta vanligen sitta öfverst och mest aflägsnade från bladets midtlinie.

Skaftet består antingen af en eller två cellrader, sällan af 4. Det sist nämnda fallet har jag iakttagit hos *Odontoschisma denudatum*. Enligt Limpricht skall äfven skaftet hos *Jung. lanceolata* bestå af 4 cellrader; jag har blott funnit 2. Möjligen kan denna olikhet i iakttagelserna bero derpå, att de cellväggar, som ligga på skaftets sidor ofta äro dolda för ögat och blott vid ett gynsamt läge tydligt framträda. I så fall torde hända, att flera af de mossor, som antagits ega blott 2-cellradiga skaft, i sjelfva verket ega 4-cellradiga. Orätt har Leitgeb, då han uppgifver att skaftet sällan består af blott en cellrad och att i regeln två äro för handen (l. c. pag. 42), enär en-cellradiga skaft förekomma hos ett ganska stort antal lefvermossor. Tydligen har Leitgeb undersökt blott ett ringa antal arter, hvilket äfven framgår af vissa andra uppgifter i hans för öfrigt förträffliga arbete. Skaftens längd är ganska olika. Hos vissa mossor äro de kortare än klotet, såsom hos *Kantia Trichomanis*, der de utgöras af endast 4 eller 5 öfver hvarandra ställda celler; hos ett stort antal äro de ungefär af klotets längd; hos många äro de något längre, än detta. Stundom äro de mycket längre, såsom hos *Frullania dilatata* och i synnerhet hos *Nardia revoluta*, hos hvilken vi funnit vissa skaft tre gånger längre än klotet, samt mycket smala och sammansatta af omkring 40 celler i en rad. Vanligen äro skaften raka, men ej sällan mer eller mindre krökta, så hos *Nardia revol.*, *Plagiochila* och *Myliæ* m. fl.

Antheridieklotet utgöres vid mognaden af ett cellulärt, till formen ovalt, rundadt eller klotrundt *omhölje* samt innanför detta hölje den s. k. *fovilla* eller *sädesmassan.* Före mognaden utgöres klotets innehåll, enligt Hofmeister, af en stor mängd små slemförande celler, i hvilka utbildas små *blåsor*, som hvar och en omsluter en antherozoid. Vid mognaden brister klotet i toppen, hvarefter antherozoiderna lösgöra sig från blåsorna och röra sig under beständig vridning om spiralens axel omkring i vattnet (l. c. pag. 35). Enligt Sachs äro antherozoiderna i främre ändan försedda med två långa cilier (Lehrb. d. Bot. III Aufl. pag. 300).

Vi ha flera gånger undersökt, som det tycktes, mogna antheridier, i hopp att finna fullt utvecklade antherozoider, men blott en gång lyckats att klart och tydligt iakttaga dem. Denna erfarenhet öfverensstämmer nära med Gottsches, som försäkrar sig många gånger förgäfves ha eftersökt dem, äfven då han väntade sig det bästa resultat. (l. c. pag. 304).

Den lefvermossa, hos hvilken vi gjorde det högst kärkomna fyndet, var *Nardia scalaris*, hvilken äfven af Gottsche blifvit för detta ändamål undersökt. Tyvärr blef vårt studium afbrutet, hvarföre vi ej medhunno att genast anteckna våra iaktagelser, och då vi sedan förnyade undersökningen, vardt denna utan resultat, liksom flera, hvilka sedan anstälts på andra lefvermossor. Vi måste derföre inskränka oss att ur minnet återgifva hvad vi med visshet erinra oss ha sett.

Då det gula antheridieklotet vid lindrig tryckning på täckglaset krossades, utströmmade ur den öppnade toppen fovillan såsom ett moln, hvilket hastigt utbredde sig öfver en stor del af synfältet. Vid närmare granskning utgjordes detta "moln" af en stor mängd konturlösa, slemlika smådelar, uppblandade med ytterst små gryn eller korn. Här och der visade sig på ställen, som lågo utom de tätare partierna, jämförelsevis stora, rundade hyalina "*skifvor*" (= Hofmeisters blåsor?). Vid några af dessa voro med sin ena ända fästade korta och svagt krökta *antherozoider*, hvilka under lifliga ryckningar och svängningar med den andra ändan sökte slita sig lös från sina skifvor. Under dessa bemödanden höjdes än den ena, än den andra kanten af skifvan upp åt, och någon gång tycktes denna göra en plötslig omhvälfning, hvilken åtföljdes af ett vackert skimmer. Plötsligt sliter sig antherozoiden lös och ilar hastigt framåt, hvarvid svansen visar en slingrande rörelse. Den af Hofmeister omnämnda rörelsen kring organets axel kan jag ej erinra mig ha iakttagit. Antherozoiderna voro korta, lindrigt krökta (ej spiralvridna), samt mot ändan något vidgade. Några cilier kunde ej varseblifvas, förmodligen emedan förstoringen ej var tillräckligt stark. Flyttades blicken från de enskilda antherozoiderna inuti den slemmiga massan, tycktes denna vara i den lifligaste rörelse, såsom om man skådat in i en krälande och hvimlande myrstack — ett intryck, som äfven Gottsche erhöll vid åskådandet af förloppet hos *Haplomitrium*. I denna massa kunde likväl ej några skifvor, ej heller några antherozoider tydligt urskiljas. Fenomenet iakttogs af oss i en kvarts timma, men varade säkerligen en god stund längre, enär rörelsen var som lifligast, just då vi nödgades afbryta vår undersökning. — Gottsches iakttagelser öfver fovillan hos *Nardia scalaris* afvika från våra deruti, att han alls icke såg några skifvor. Detta torde kunna förklaras deraf, att i hans objekt skifvorna troligen legat dolda bland de af honom omnämnda "klumparna" jämte antherozoiderna, hvilka ej heller af honom iakttogos, förr än de blifvit fria (jfr Gottsche, l. c. pag. 311).

Nyss nämnde forskare har i sitt förträffliga verk öfver *Haplomitrium Hookeri* etc. meddelat högst interessanta observationer öfver detta ämne, anställda hos *Haplomitrium* och *Fossombronia pusilla*, särskildt hos den sista. Ehuru *Fossombronia*, såsom tillhörande bålmossorna, ej ligger inom denna afhandlings gränser, torde dock ett och annat ur Gottsches undersökningar böra meddelas, enär möjligen samma eller liknande företeelser kunna förekomma inom de bladiga lefvermossornas grupp. Hos fovillan af *Foss. pus.* varsnades en mängd diafana skifvor, i hvilka lågo spiralvridna antherozoider, såsom oron i ett ur. Snart började spiralen att långsamt vrida sig fram och tillbaka omkring sin medelpunkt, hvarvid skifvan antingen sakta dref framåt i vattnet eller ock låg stilla. "Djurets" rörelser blefvo allt hastigare och spiralen höjde sig mer och mer öfver skifvan, hvarjämte dess vindlingar utsträcktes så, att antherozoiden, ofvan från sedd, liknade en i trattform vriden spiral, hvars nedre smalare ända ännu var fästad vid skifvan. Dessa vindlingar skötos under djurets rörelser fram och tillbaka, (upp och ned) och slutligen ryckte det sig lös och ilade bort (l. c. pag. 305 ff.).

2. Hanskärmar (bracteæ androecii).

Hanskärmar, äfven kallade *hanhylleblad* (*folia perigonii, perigonalia*), äro stjelkblad, hvilka till antheridiernas skydd blifvit mer eller mindre omdanade till formen. Till sin uppkomst skilja de sig från honskärmarna deruti, att deras skifva redan till en del är utvecklad före antheridiernas anläggning; de äro ock vanligen fullt utvecklade vid tiden för dessas mognad. Skärmarna visa hos olika mossor en ganska olika form, hvilken naturligtvis i ej ringa mån beror på stjelkbladens olika skapnad. Deruti öfverensstämma de dock alla, att den dorsala basaldelen är starkt utvecklad samt mer eller mindre in åt böjd och fram åt riktad samt kupigt eller påslikt hvälfd. Det är inom denna *påse*, som antheridierna sitta dolda. De äro derjemte oftast, åtminstone till sin nedre del, mer eller mindre hopvikna samt närmare tryckta intill stjelken, hvaremot stjelkbladen oftast äro mera plana samt utstående från stjelken. Då det derföre hos Limpricht (l. c.) heter om skärmarna hos *Jung. lanceolata:* "Hüllbl. nicht verschieden", samt hos *Jung. hyalina:* "♂ Pfl. gleichmässig beblättert", så är detta mindre riktigt, enär de, särdeles hos den senare, äro ganska olika de egentliga stjelkbladen.

Det skulle föra oss för långt att beskrifva de olika former, under hvilka hanskärmarna uppträda, hvarföre vi inskränka oss till några allmännare antydningar. Hos de dioika akrogamerna, så väl de rundbladiga som de likflikiga, äro skärmarne vanligen blott nedtill påslika med utböjdt öfre bräm, mera sällan helt och hållet konvexa med upprät eller inböjd spets. Helt och hållet konvexa äro de t. ex. hos *Nardia scalaris*, *Jung. subapicalis* samt *alpestris*, med upprät eller svagt utstående spets hos *Plagiochila asplenioides*. Hos många dioika akrogamer samt flera opisthogamer är den dorsala basaldelen derjemte försedd med en mer eller mindre inböjd flik eller tand, stundom med flera sådana, såsom hos *Jung. subapicalis*, *Mülleri*, *barbata*, *Chiloscyphus*. Hos de opisthogamer, hos hvilka hanblommorna äro fästade på mycket korta grenar, äro skärmarna vida mindre än stjelkbladen samt starkt konvexa med inböjd spets. Till sist bör anmärkas, att skärmarna hos flera lefvermossor äro färgade i rödbrunt eller purpur, hvarigenom de bättre falla i ögonen. Så är isynnerhet förhållandet hos flera *Martinelliæ* samt hos *Jung. porphyroleuca*, *Mildeana* och *Cephal. divaricata*.

Vi vilja nu skärskåda några mera egendomliga former. Hos *Jung. albicans*, hvars stjelkblad äro delade i två olikstora flikar, med den öfre fliken mer eller mindre tryckt intill den nedre, förete skärmarna en ganska afvikande form. Under det den öfre flikens basaldel som vanligt är tryckt intill stjelken, höjer sig öfre delen af samma flik plötsligt upp åt, hvarigenom spetsen kommer att stå upprätt från stjelken. Denna egendomliga form, hvilken afviker från den hos alla andra lefvermossor, som ha olikflikiga blad med tilltryckt öfre flik, återfinnes föga eller alls icke hos den närstående *Jung. taxifolia*, ett förhållande, som jag ej förut sett anmärkt. *Frullania dilatata* är förut omnämnd på grund af den stora olikheten mellan honskärmar och stjelkblad. Denna olikhet är ännu mera utpräglad hos hanskärmarna. Här har bladörat lemnat plats för en plan eller konvex, stor och bred skifva med mer eller mindre inåt grenen svängd spets, och "stylus" eller den fria bladtaggen mellan örat och stjelken har här flyttat sig ännu längre upp på skärmens kant. Hos *Radulæ*, *Porellæ* och *Lejeuneæ*, som hafva tvåflikiga blad med betydligt mindre samt olikformad underflik, sträfva flikarne att blifva likstora och af samma form. Hos *Lophoc. cuspidata* är skärmens skifva till största delen rakt framåt riktad samt hopviken och endast spetsens flikar utstående, under det stjelkbladen äro plana och rakt frånstående. Hos *Leptoscyphus* är den starkt utvecklade dorsala basaldelen ej blott böjd inåt, utan derjemte snäcklikt inrullad och på insidan — doldt för ögat — försedd med en eller flera långa tänder. För öfrigt kunna skärmarna ej sällan vara mycket tätt tegellagda, hvarom mera under hanblomställningen.

3. Parafyser.

Parafyser äro smalare, mer eller mindre bladlika bildningar, hvilka hos många lefvermossor förekomma ibland antheridierna, ej sällan tillsammans med kortare, en- eller fåcelliga papiller. De variera mycket till storlek, form och antal hos olika mossor, ja, hos vissa arter kan man finna parafyser af olika slag i samma blomma. Oftast äro de smala, syl- eller lansettlika, stundom äggrunda eller ovala, samt antingen helbräddade eller tandade. Stundom äro de jämnsmala, till större delen af sin längd encellradiga, såsom hos vissa *Martinelliæ;* dock finner man aldrig de långt utdragna, hårlika och hyalina safttrådar, som äro så vanliga hos löfmossorna. Stundom anträffas de äfven inom blad, som gränsa intill skärmarna, utan att dock vara åtföljda af antheridier. Bäst utvecklade och i större antal förekomma de hos *Martinelliæ*, *Jung. orcadensis*, samt de till *Jung. barbatas* grupp hörande lefvermossor.

Deras uppgift torde vara att skydda hanorganerna, särdeles på deras yngre stadium.

Hanblomställning (androecium: Lindberg).

Vi ha redan nämnt, att vid hanblommornas bildning axeln vanligen fortfar att omedelbart förlängas, i olikhet med honaxeln. Derföre uppstå i de flesta fall nya hanblommor ofvanför de förut anlagda. En förening af flera sådana tätt öfver hvarandra sittande hanblommor bildar en hanblomställning. Vi bibehålla för denna namnet *androecium*, ehuru Lindberg enligt sin theori dermed menade en samling af hanblomster. De särskilda blommorna i androeciet sitta parvis snedt emot hvarandra på ömse sidor om axeln. Sällan utgöres en fullt utvecklad hanblomställning af blott ett par skärmar, vanligen äro de flera. Antalet skärmar är hos olika arter högst olika, ja, till och med hos samma art kan det variera ej så litet. Hos de paroika lefvermossorna ur alla grupper är antalet minst och vexlar hos olika arter mellan 2 och 4 (sällan flera), hos de dioika akrogamerna är antalet ofta större. Många af de sednare ega mellan 3—8 par, hos vissa äro de ännu flera: så ha vi hos *Jung. crenulata* funnit ända till 10, hos *J. hyalina* 15, ja hos *J. taxifolia* ha vi en gång anträffat ett stjelkstycke på mindre än 1 tums längd med idel skärmar, tillsamman 52 par! Hos de dioika pleurogamerna finnas å ena sidan arter med rikblommiga androecier, t. ex. *Frullania dilatata* och *Radula, Lindenbergiana* med 4—22 par skärmar; å andra sidan arter med fåblommiga androecier t. ex. *Lejeunea cavifolia* med 1—5 par skärmar. Hos de dioika opisthogamerna äro skärmarna vanligen få och uppgå oftast till 2—5 par, stundom dock flera, i det t. ex. *Lepidozia reptans* någon gång har ända till 10 och *Odontoschisma denudatum* forma *sphagni* (enligt Lindberg) ända till 15 skärmpar. Hos de mossor, som ega få skärmpar, blir androeciet kort och hufvudlikt; äro skärmarna många, blir androeciet långsträckt. Det är isynnerhet hos vissa dioika akrogamer och pleurogamer, som hanblomställningen förekommer mest utpräglad, i det den här ofta nog företer en axlik form och mot de egentliga bladen stundom är skarpt begränsad. Detta deras utseende beror dels derpå, att skärmarna oftast äro mera tätt sittande än bladen, dels derpå att de äro mera framåt riktade samt hopvikna, hvarigenom de vanligen synas vara mindre än de närmast sittande, glesare samt mera utstående bladen. Man må emellertid ej föreställa sig, att gränsen emellan androeciet och stjelkbladen alltid är så skarp; ofta nog äro de första (nedersta) skärmarna i axet lika de närmast sittande bladen, som å sin sida i formen visa en öfvergång till skärmblad. Inom sådana blad saknas dock antheridier, hvarföre dessas när- eller frånvaro i tvistiga fall får fälla utslaget; man iakttage blott, att det är unga androecier som undersökas, enär antheridierna hos äldre dylika ofta försvinna. I öfrigt kunna det utvecklade androeciets skärmar sitta tätare eller glesare intill hvarandra. Sällan äro de glest sittande, såsom hos *Mylia anomala*, hos hvilken de mot stjelkens spets ofta äro mera åtskilda än de nedanför sittande bladen. Vanligen äro de närmade intill hvarandra, icke sällan tätt tegellagda, hvilket sistnämnda är fallet med de flesta pleurogamer och åtskilliga opisthogamer samt några få akrogamer, t. ex. *Plagiochila.* Den sist nämnda mossan är märklig äfven derföre, att androeciet upptill betydligt afsmalnar, i det de öfre skärmarna äro vida mindre med fram åt riktad spets, under det de nedre äro stora med utböjd spets.

Vi ha förut nämnt, att axeln efter utvecklingen af ett visst antal hanblommor antingen afslutas med en honblomma eller blir vegetativ samt att den i sista fallet ofta åter utvecklar honblommor ofvan för de förra. Sålunda uppstå på samma stjelk flera hangrupper, åtskilda af ett större eller mindre antal stjelkblad. Detta är normalt fallet hos åtminstone de flesta dioika akrogamer, blott stjelken får genomlefva flera vegetationsperioder. Det väcker då en viss förvåning, att i Leitgebs "Untersuchungen" läsa: "Bei *Plagiochila* beobachtet man sogar, dass ein vegetativ gewordener Spross abermals zur Antheridienbildung zurückkehren kann" (l. c. pag. 41, not [2]) — såsom om detta förhållande vore något märkligt undantagsfall. Och då Limpricht om *Martinellia rosacea* uppgifver, att androecierna utgöras af "purpurne Endknospen" eller om *Jung. saxicola*: "♂ Blüthen in endständigen Köpfchen", må man ej tro, att detta alltid är förhållandet (l. c. pag. 258 och 262). Hos den förra mossan ha vi flera gånger iakttagit tvänne androecier på samma stjelk och hos den sednare äro flere ♂ inflorescenser rätt vanliga, ja vi ha till och med iakttagit ända till 6 sådana öfver hvarandra, af mer eller mindre axlik form samt bestående af 4—8 par skärmar. Möjligen kan det af Limpricht anförda fallet med *Jung. saxicola* förklaras deraf, att denna mossa, såsom egentligen tillhörande norden, i sydligare nejder är mindre benägen att utveckla det fruktifikativa systemet.

Benägenheten att utveckla hanblommor är hos olika mossor högst olika, ja vexlar till och med hos samma art och beror i många fall ingalunda på växtens storlek. Så finnes det många småväxta arter, som utveckla flera androecier, under det vissa storväxta arter ofta blott uppvisa ett eller två. Under det t. ex. ett stånd af *Jung. ventricosa* forma *minor* på $^1/_3$-tums längd egde 4 androecier, hade ett stånd af *Martinellia nemorosa* på öfver 2 tums längd blott åstadkommit 1. Äfvenledes vexlar antalet androecier hos samma art, ehuru i mindre grad, i det exemplar af samma storlek tendera än mera åt det vegetativa systemet, än åt bildandet af hanblommor. Afståndet emellan de olika androecierna är ock i öfverensstämmelse härmed ganska föränderligt, i det att än flera, än färre stjelkblad skilja dem åt. Såsom ett prof på denna föränderlighet vilja vi anföra ett stånd af *Jung. albicans*, hvarvid äfven skärmarnas antal i hvarje androecium skall angifvas. Stjelkstycket egde $1\frac{1}{2}$ dec.-tums längd och hade 10 androecier (den återstående delen af stjelken var alldeles förvissnad).

1:sta androeciet nedifrån: 5 par skärmar; *afstånd till nästa andr.:* 8 par stjelkblad. — *2:dra a.:* $1\frac{1}{2}$ p. sk.; *afstånd:* 6 p. stjbl. — *3:dje a.:* 3 p. sk.; *afstånd:* 4 p. stjbl. — *4:de a.:* 3 p. sk.; *afstånd:* 3 p. stjbl. — *5:te a.:* 2 p. sk.; *afstånd:* 6 p. stjbl. — *6:te a.:* 5 p. sk.; *afstånd:* 4 p. stjbl. — *7:de a.:* 5 p. sk.; *afstånd:* 4 p. stjbl. — *8:de a.:* $3\frac{1}{2}$ p. sk.; *afstånd:* 5 p. stjbl. — *9:de a.:* 7 p. sk.; *afstånd:* 6 p. stjbl. — *10:de a.:* 6 p. sk.; *afstånd till stjelkspetsen:* 5 par stjbl.

De nedersta (äldsta) androecierna voro flera år gamla och delvis förvissnade eller på annat sätt skadade och endast de öfversta, såsom tillhörande den sista vegetationsperioden, innehöllo friska antheridier.

Af här ofvan anförda exempel synes, att androecierna på samma stjelk stundom kunna vara rätt många till antalet, något som för öfrigt inträffar hos flera andra dioika akrogamer samt pleurogamer. Hvad de paroika lefvermossorna angår, är androeciernas antal vanligen litet; dock kunna de stundom vara talrika, såsom hos de starkt förgrenade *Anthelia nivalis*, *Blepharostoma*, *Radula complanata* och *Lejeunea cavifolia*. Hos opisthogamerna äro de ej sällan ganska talrika, särdeles hos dem, hvilka ha mycket korta hangrenar, då hvarje gren bär ett androecium. Stundom kunna de till och med sitta tätt tillsammans, såsom hos *Odontoschisma denudatum*, der jag en gång anträffat ända till 10 androecier liksom i ett knippe, hvarjämte flera andra utgingo från samma stjelk på något afstånd från de förra.

Androeciernas läge.

Hos lefvermossornas olika hufvudgrupper företer androeciernas läge väsentliga olikheter. Hos akrogamerna sitta de utefter stjelken eller längre grenar, hvilka vanligen äro närmade mot stjelkspetsen, samt på nyskotten. I alla dessa fall begränsas androeciet normalt nedtill af flera par stjelkblad och upptill antingen af en honblomma eller ock af stjelkblad. Hos pleurogamerna deremot sitta androecierna fästade på korta, vanligen mycket korta, längs hela hufvudstjelken eller ock från hufvudgrenarne utgående grenar, sällan derjämte på hufvudstjelken. Detta sistnämda är normalt fallet med *Ra-*

dula complanata och inträffar stundom hos *R. Lindenbergiana*. Dessa hangrenar ega vanligen nedtill blott ett eller två blad och afslutas normalt med androeciet. Hos de äkta opisthogamerna sitta hanblommorna oftast på egna mycket korta, ventrala, utefter hufvudstjelken eller hufvudgrenarna utgående grenar, och gäller för öfrigt om androeciernas begränsning detsamma som sagts om pleurogamerna. Ett märkligt undantag gör *Chiloscyphus*, der androecierna förekomma så väl längs hufvudstjelken som på mer eller mindre utdragna ventrala grenar, och begränsas de på ömse sidor normalt af flera par stjelkblad. Hos de oäkta opisthogamerna utvecklas vanligen androecier så väl på stjelken som på längre eller kortare grenar, såsom hos *Lophocolea cuspidata* och *Cephalozia curvifolia*. För öfrigt må anmärkas, att hos flera hit hörande mossor hangrenar kunna utgå ej blott från vegetativa, utan äfven från såväl han- som honbärande axlar, likasom å andra sidan hongrenar kunna utgå på samma sätt. Sistnämnda mossor äro exempel härpå.

C. Samkönade blommor.

Dessa blommor skola afhandlas här nedan under *Gamoecium synoicum*.

D. Könsfördelningen.

De olika könens gruppering i förhållande till hvarandra kallas af Lindberg *Gamoecium* [1]). Han skiljer mellan flera slag (Öfvers. Vet. Akad. Förh. 1862, pag. 608 ff.), nämligen:

G. paroicum: då ett androecium omedelbart efterföljes af en honblomma. Utvecklas strax nedom honblomman ett nyskott med nya ♂- och ♀blommor i spetsen, så komma flera paroika blomställningar att stå öfver hvarandra. Den paroika gamoecien förekommer ofta hos lefvermossor. En modifikation häraf är

G. synoicum: då ♂- och ♀organer förekomma inom samma skärm, i det den öfversta hanskärmen på samma gång är honskärm. Sedan fruktsvepe bildats omkring pistillidierna, blifva de olika könen skilda åt. Denna blomställning, som hos löfmossorna är ganska vanlig, förekommer hos lefvermossorna mera sällan. Vi ha iakttagit den hos *Nardia hæmatosticta, Jung. lurida, lanceolata* och *bicrenata* samt *Kantia Trichomanis*. Troligen är denna könsgruppering mera tillfällig, åtminstone hos *Jung. lanceolata,* der honskärmarna ofta sakna antheridier, i hvilket fall gamoecien blir paroik.

---

[1]) Lindberg afsåg härmed ♂- och ♁"blomställningars" förhållande till hvarandra, men vi anse oss kunna öfverflytta benämningen på de olika blommornas ömsesidiga gruppering. Definitionerna äro våra egna.

G. autoicum uppstår, då ♂- och ♀-blommor förekomma på samma stånd, men på skilda axlar. Detta är i synnerhet fallet hos flera opisthogamer; hos pleurogamerna förekommer denna blomställning blott hos *Lejeunea cavifolia* och *calcarea*; hos akrogamerna finnes den icke. Antingen sitta ♂- och ♀-blommor hvar för sig på kortare grenar, såsom hos *Lepidozia reptans, Geocalyx, Lejeunea cavif.* eller på längre sådana, såsom hos *Leptoscyphus;* eller ock sitta ♂-blommorna utefter stjelken och längre grenar och ♀-blommorna på korta grenar, såsom hos *Chiloscyphus*; eller ock kunna ♀-blommorna sitta så väl på stjelken som grenarna och ♂-blommorna på andra grenar, såsom ofta hos *Cephalozia curvifolia.*

G. heteroicum (paroicum + autoicum): då ♂blommorna dels sitta tätt under ♀blommorna, dels på egna grenar, som afslutas med vanliga blad; förekommer ofta hos *Cephalozia divaricata.* Stundom är dock denna mossa rent autoik. För öfrigt känner jag ej med säkerhet någon mossa, hos hvilken denna blomställning finnes. Skenbart förekommer den hos paroika lefvermossor på ett visst stadium af deras utveckling, i det att de fruktifikativa grenarna eller nyskotten blott hunnit utveckla ♂blommor. Undersöker man emellertid något äldre grenar, skall man finna äfven ♀blommor ofvan androecierna. Möjligen är detta fallet med åtminstone en och annan af de lefvermossor, hvilka af Limpricht (l. c.) angifvas såsom heteroika. Denne förf. räknar hit utom *Cephal. divaricata* äfven *Jung. obtusifolia, Helleriana, lanceolata, Anthelia nivalis, Lophoc. heterophylla.* Vi ha åtminstone ej hos *Jung. obtusifolia* och *lanceolata* eller *L. heterophylla* iakttagit en dylik heteroeci.

G. dioicum: då ♂- och ♀blommor förekomma på olika stånd. Hit höra ett stort antal lefvermossor.

G. polyoicum (autoicum + dioicum): då dels ♂- och ♀-blommor finnas på olika axlar af samma stånd, dels ♂blommor på särskilda stånd. Denna blomställning förekommer stundom hos *Cephal. curvifolia.* Utom de här uppräknade blomställningarna förekommer någon gång hos paroika lefvermossor abnormt en annan, då nämligen ♂- och ♀blommor sitta på samma axel, ehuru långt skilda från hvarandra. Detta har jag stundom iakttagit hos *Jung. lanceolata* och *Lophoc. heterophylla;* men som denna form är rent tillfällig, förtjenar den ej ett särskildt namn.

E. Blomningstiden.

Någon utförligare framställning öfver detta ämne har, så vidt mig är bekant, ej förut blifvit offentliggjord. Blott tvänne antydningar i allmänna ordalag möta hos Nees och Hübener samt ett par strödda notiser hos Gottsche. Hos Nees heter det: "Bei vielen Jungermannieen bilden sich die Blüthendecken im Herbste, die Früchte im Frühling oder Sommer aus" (l. c. pag. 60, noten), och Hübener säger: "Die vorzüglichste Zeit der Blüthe in unserem Klima ist die letzte Hälfte des Herbstes, auf hohen Gebirgen und Alpen der Frühling, und ihre Fruchtreife erfolgt darauf im Frühling, auf Höhen im Sommer. Will man also die Geschlechtstheile entwickelt beobachten, so darf dies nicht zur Zeit der Fruchtreife geschehen, weil wir alsdann die meisten Theile zerstört finden" (l. c. pag. VI). Hos Gottsche finnas tvänne direkta iakttagelser, på *Haplomitrum* och *Pellia (Marsilia),* hvilka, ehuru de gälla bållika lefvermossor, likväl här må finna en plats, enär de innehålla tämligen exakta tidsuppgifter. Hos *Pellia* anträffades den 23 Maj lefvande spermatozoer, men ännu i Juli funnos nya mogna antheridier; denna mossa bär blott en gång om året frukt, ungefär i April. Befruktningen inträffar följaktligen omkring Juni månad. *Haplomitrium* bär frukt två gånger om året, i November och Juni, och anträffades i Maj och Oktober med utbildade antheridier (Gottsche, l. c. pag. 313 ff.).

Dessa uppgifter öfverensstämma tämligen nära deri, att blomningstiden i Tyskland infaller någon tid efter fruktmognaden, och endast *Haplomitrium* visar ett motsatt förhållande.

Våra egna iakttagelser på detta område, särskildt rörande blomningstidens förhållande till fruktsättningen, äro ej omfattande, följaktligen ofullständiga, enär våra studier hufvudsakligen gjorts på mossor från Upsalatrakten, hvarför de närmast afse denna. Möjligt är, att företeelserna i sydligare delar af vårt land mera närma sig förhållandena i Tyskland, likasom ock de i nordligare Skandinavien kunna förete afvikelser.

Tiden för lefvermossornas blomning torde hos oss i allmänhet mer eller mindre sammanfalla med tiden för fruktens mognad; dock så, att den vanligen börjar någon tid före denna. Åtminstone har jag hos flera mossor, hos hvilka frukten ännu icke framsprungit ur svepet, påträffat blommor med ett eller annat öppet pistillidium eller tömdt antheridium. Blomningen, liksom fruktsättningen, pågår emellertid hos de flesta mossor ganska länge, i mån af könsorganernas successiva mognad, och varar hos icke så få en eller två månaders tid, ja hos somliga ännu längre. De flesta lefvermossor torde i våra trakter blomma på sommaren, några på våren, det minsta antalet på sensommaren och hösten. Till dem, som blomma på våren, höra *Nardia hæmatosticta*, *Jung. lanceolata*, *crenulata*, *ventricosa*, *porphyroleuca*, *bicrenata*, *incisa*, *Blepharostoma*, *Cephal. divaricata* och *bicuspidata*, *Chiloscyphus*, *Lophoc. heterophylla*. Några af dessa anträffas derjemte med frukt långt in på sommaren, hvarföre det är troligt, att deras blomningstid räcker lika länge, t. ex. *Jung. lanceolata*, *bicrenata*, *Cephal. bicuspidata* etc. Till dem som blomma på sensommaren och hösten höra *Nardia scalaris*, *Jung. Hornschuchiana*, *Mylia anomala*, *Odontoschisma*, *Kantia Trichomanis*. Hos *Jung. barbata* synes blomningen börja en längre tid före fruktens mognad, enär vi redan i slutet af Juni anträffat mogna antheridier, ehuru denna mossa hos oss först fruktificerar i September.

Af dessa iakttagelser synes framgå, att en ej ringa skilnad förefinnes i blomningstidens förhållande till tiden för fruktens mognad mellan lefvermossor, då de växa på mera skilda breddgrader. Då nämligen ofvan anförde författares utsagor häntyda derpå, att de flesta lefvermossor i Tyskland skulle blomma först en lång tid efter fruktsättningen, så synes deras blomning hos oss börja något före samt fortgå någon tid samtidigt med den sednare. Detta förhållande är så egendomligt, att det vore högst önskligt, om såväl inhemske som utländske forskare häråt ville egna noggrann uppmärksamhet. Möjligen kan olikheten i många fall förklaras deraf, att den blidare senhösten i sydligare nejder mäktar framkalla blomning hos samma mossor, hvilkas könsorganer i våra kallare trakter under samma tid hämmas i sin utveckling, till dess vårens eller sommarens sol väcker dem till nytt lif samt bringar dem till mognad. Detta antagande vinner stöd deraf, att vi hos flera af de på våren blommande mossorna på hösten anträffat halfmogna antheridier, hvilka under förutsättning af en blidare senhöst antagligen skulle kommit till mognad samma år.

Öfver hufvud torde lefvermossorna hos oss blomma blott en gång om året. Visserligen ha vi funnit mossor, som burit mogna frukter så väl på våren som hösten — vi erinra oss *Jung. bicrenata* och *Cephal. divaricata* — hvilket kunde häntyda på tvänne blomningstider; men denna skenbart dubbla fruktsättningstid torde kanske i sjelfva verket bero derpå, att en del frukter ej kommo till full utveckling på den blidare delen af hösten, hvarföre deras mognad på grund af inträffad lägre temperatur måste uppskjutas till våren.

◆

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 2.

EXPERIMENTELT BEVIS, ATT DEN ELEKTRISKA STRÖMMEN ICKE FÖRÄNDRAR SIN BANA I DEN LEDANDE KROPP, GENOM HVILKEN DEN GÅR, OAKTADT DEN LIDER INVERKAN AF EN YTTRE MAGNETISK KRAFT.

AF

E. EDLUND.

MEDDELADT DEN 14 APRIL 1880.

STOCKHOLM, 1880.
KONGL. BOKTRYCKERIET
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

MARINE BIOLOGICAL
LIBRARY

Redan för flera år sedan hafva v. Feilitzsch,[1]) Mach[2]) och A. M. Mayer[3]) på experimentel väg sökt ådagalägga, att en elektrisk ström, som genomgår en ledare, icke förändrar sin bana i samma ledare utan bibehåller ett oförändradt läge, antingen en yttre elektrisk eller magnetisk kraft inverkar på strömmen eller icke. Då denna egenskap hos den elektriska strömmen är af det största intresse i theoretiskt hänseende, ehuru detta visserligen synes hitintills hafva blifvit till en stor del förbisedt, och då dessutom anmärkningar icke utan skäl kunna framställas mot de anstälda försökens fulla bevisande kraft, har jag ansett det vara nyttigt att häröfver anställa några nya rön. Jag har härvid användt dels ett af de förfaranden, som förut begagnats af Mach, och dels ett annat, som förut icke, så vidt jag känner, blifvit brukadt för detta ändamål.

Mach beklädde en cirkelformig ebonitskifva på den ena sidan med ett tunnt silfverblad samt insläppte och uttog den elektriska strömmen i tvänne punkter, belägna på skifvans periferi i de motsatta ändarne på samma diameter. Fig. 1 föreställer en sådan skifva, och *a* och *b* de punkter, hvarest strömmen inkommer i, och utgår ur skifvan. Nivåkurvorna för lika potential sådana som *gh*, utgöras enligt Kirchhoff i detta fall af cirklar, som omkring linien *ab* ligga symmetriskt och bilda i kontaktspunkterna med skifvans periferi räta vinklar. Den nivåkurva, som går genom skifvans medelpunkt, blir en rät linie, d. v. s. en cirkel med oändligt stor radie; strömkurvorna, sådana som *aeb*, *afb*, blifva likaledes cirklar, hvilka naturligtvis gå genom punkterna *a* och *b* och göra

---

[1]) Bericht über die Naturforscher-Versammlung in Karlsruhe 1858. Die Lehre von den Fernewirk. des galv. Stromes, von Freih. von Feilitzsch. Leipzig 1865.

[2]) Carl, Repertorium der Physik T. VI (1870).

[3]) Sillimann, The American Journal Ser. 3, Vol. I (1871).

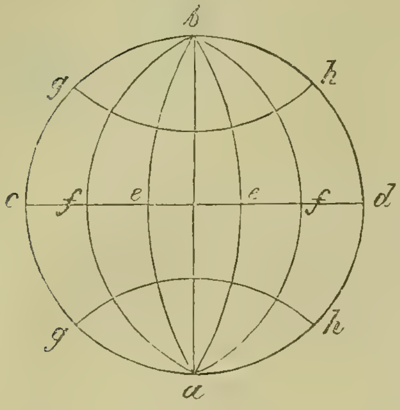


Fig. 1.

räta vinklar med nivåkurvorna, Emedan strömmen utbreder sig i samma mån, som han från inloppspunkten närmar sig intill cd, hvarest strömmens genomskärningsarea är störst, och derefter åter sammandrager sig till utloppspunkten b, kunna kurvorna för lika strömintensitet naturligtvis icke sammanfalla med strömkurvorna utan komma att bilda lemniscater. Om man nu berör skifvan med tvänne genom en känslig galvanometer förbundna metallspetsar, så ger detta instrument icke något utslag, om metallspetsarne beröra skifvan i punkter, som ligga på samma nivåkurva. Mach fann nu, att galvanometern fortfor att visa på noll, om skifvan sattes mellan polerna på en stark elektromagnet. Detta var enligt Mach ett bevis på, att magnetkraften icke förmådde rubba strömkurvorna i deras respektive lägen, eller förändra formen på de mot dem vinkelräta nivåkurvorna. Detta är utan tvifvel riktigt i de flesta fall. Dock kan man gifva åt magnetpolerna ett sådant läge och välja en sådan nivåkurva, att galvanometern icke skulle gifva något utslag, äfven om magneten ägde förmåga att förflytta strömkurvorna. Om p är potentialen i inloppspunkten a och p_1 i utloppspunkten b, samt m hela motståndet i en strömkurva från a till b, samt motståndet från a till en punkt hvilken som helst i samma kurva n, så måste potentialen i sistnämnda punkt vara $p - (p - p_1)\frac{n}{m}$ Men nu äro strömkurvorna symmetriska omkring linien cd Följaktligen är för en punkt hvilken som helst på denna linie potentialen lika med $p - (p - p_1)\frac{1}{2} = \frac{p - p_1}{2}$. Tänker man sig nu, att skifvan ligger horisontelt och att polerna på en hästskoformig elektromagnet befinna sig i det vertikalplan som går genom cd, den ena polen öfver och den andra under skifvans plan, så måste, äfven om polerna skulle äga förmåga att förflytta strömkurvorna, dessa senare fortfara att vara symmetriska omkring cd och följaktligen äfven i detta fall potentialen $= \frac{p - p_1}{2}$ för alla punkter på denna linie. Om de med galvanometern förbundna metallspetsarne i förevarande fall nedsättas på denna linie, så erhålles således intet utslag, äfven om magnetkraften kunde förflytta strömkurvorna. Man kan således häraf draga den slutsatsen, att ifrågavarande undersökningsmetod icke under alla förhållanden ger ett tillförlitligt resultat. Mach har icke i sin redogörelse meddelat, huru han hade magneten och metallspetsarne placerade vid försöken.

Mach begagnade äfven ett annat förfarande för sin undersökning. Han öfverdrog silfverbladet med en lösning af vax i ether, hvilken, sedan ethern afdunstat, qvarlemnade på silfret en tunn hinna af vax. Då nu en stark galvanisk ström genomgick silfverbladet, smälte vaxet och markerade på detta sätt de kurvor, hvarest strömmen hade samma intensitet. Dessa kurvor, hvilka såsom ofvanför nämndes voro lemniscater, förändrade icke form, då skifvan sattes mellan skänglarna på en elektromagnet, hvaraf Mach kunde sluta, att magneten icke förmådde ändra strömkurvornas läge.

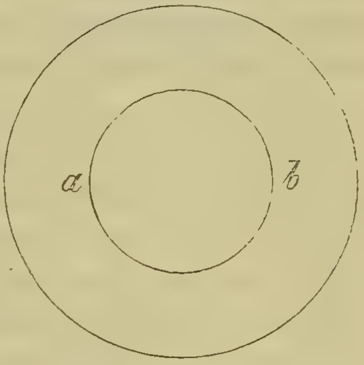
För att pröfva den första af de af Mach använda undersökningsmethoderna, hvilken utan tvifvel kunde göras betydligt känsligsre än den andra, begagnades först en cirkelrund messingsskifva, 145 mm. i diameter och 2 mm. tjock. Stapeln bestod af 6 Bunsens elementer, på ett ändamålsenligt sätt kombinerade med hvarandra; galvanometern med spegelafläsning var särdeles känslig och elektromagneten så stark, att den med ett vanligt ankare förmådde bära 50 kilogram. Messingsskifvan sattes mellan polerna på elektromagneten, hvilken omflyttades så, att förbindningslinien mellan polerna träffade skifvan i punkter, som hade alla möjliga lägen relativt till linierna *ab* och *cd*. För hvarje af dessa lägen uppsöktes med de två med galvanometern förbundna metallspetsarne olika punkter på skifvan, hvilka icke gåfvo något utslag, då elektromagneten var i overksamhet, men då erhölls icke heller något utslag, då magneten var verksam, eller då polerna på magneten kastades om, utan att strömmen i skifvan förändrade riktning. Anordningen var så känslig, att om den ena metallspetsen förflyttades en bråkdel af en millimeter, så erhölls genast ett utslag. Derefter gjordes samma försök med ett på en glasskifva fasthäftadt rektangulärt kopparbleck, som var 0,025 mm. tjockt, 215 mm. långt och 100 mm. bredt, men resultatet blef fullkomligt detsamma som med messingsskifvan. De sista försöken af detta slag gjordes med ett på glas fästadt rektangulärt stanneolblad, 260 mm. långt, 200 mm, bredt och 0,035 mm. tjockt, och slutligen utskars ur stanneolbladet en cirkelrund skifva, 200 mm. i diameter, och samma försök anställdes ånyo, hvarvid resultatet befanns blifva detsamma som vid de föregående försöken. Dessa försök öfverensstämma således med de af Mach anstälda.

Om mot hvad erfarenheten på detta sätt lärt, magneten verkligen förmådde ändra strömkurvornas läge i den ledande skifvan, så kunde detta naturligtvis icke ske utan att strömkurvornas intensitet ökades på några ställen och förminskades på andra. Förändring af strömkurvornas lägen måste således nödvändigt åtföljas af en förändring i deras relativa intensitet. Nu skulle det kunna vara en möjlighet, att det för åstadkommande af denna intensitetsförändring fordrades en kraft, som vore större än den magneten kunde förmå åstadkomma, och att det är af detta skäl som magneten icke mäktar åstadkomma den minsta rubbning i kurvornas lägen. Då magneten verkar på en rörlig liniär ledare, genom hvilken en ström går, så sättes denna ledare, såsom bekant är, i rörelse, men denna magnetens ponderomotoriska verkan åtföljes icke af någon märkbar intensitetsförändring af det slag, hvarom här är fråga. Magnetens oförmåga att förändra strömkurvornas lägen i en ledande skifva skulle på detta sätt icke strida emot dess ponderomotoriska verkan på en rörlig liniär ström. Om man på experimentel väg vill afgöra, om denna hypothes innebär någon sanning, kan man hvarken använda den ofvanföre beskrifna anordningen eller den som blifvit af v. Feilitzsch och Mayer begagnad. Man måste då ställa så till, att strömkurvorna vid förflyttningen icke äro utsatta för någon förtätning eller förtunning, utan kunna förflytta sig fritt och obehindradt på samma sätt som den liniära, rörliga ström, som påverkas af magneten. Jag har sökt uppnå detta mål på följande sätt:

En låda af kubisk form, hvars fyra sidor bestodo af messing och de två öfriga vertikala af glas, var fastsatt på en trefot med ställskrufvar, så att två af sidorna kunde ställas horisontelt. På kubens öfra sida var en liten kubisk utbyggnad, hvars ena sida bestod af glas, och på öfra sidan af denna utbyggnad var ett messingsrör fastsatt, hvars öfra ända täcktes af en metallplatta, i hvars medelpunkt en tunn silfvertråd var fästad. Metallplattan kunde vridas omkring och vridningsvinkeln afläsas på en gradering på messingsröret. I den nämnda utbyggnaden befann sig en spegel, upphängd på silfvertråden, och vid nedra sidan af spegeln var en metallstaf fästad, hvilken nedgick i den kubiska lådan genom ett hål i dess öfra botten, och hvars nedra ända var böjd till en hake för att derpå upphänga de föremål, som strax skola omnämnas.

På en af den kubiska lådans vertikala sidor var en rektangulär öppning urtagen, hvilken täcktes af en slid, som kunde föras upp och ned af en skruf. I denna slid var en horisontel metallstaf insatt, men isolerad från sliden genom kautschuk. Metallstafven tjenade till att i lådans inre uppbära en ringformig skål af ebonit af den form, sedd ofvanifrån, som figuren 2 utvisar. Skålens botten var betäckt med ett platinableck, hvilket stod i ledande förbindelse med metallstafven. På botten i den kubiska lådan ställdes vertikalt en magnet, som genomgick öppningen *ab* på ebonitskålen, och denna senares höjd bestämdes så, att ytan på det svafvelsyrehaltiga vatten, hvarmed skålen fyldes, kom att ligga i samma horisontalplan som midten mellan magnetens båda poler. Det använda instrumentet var således en sorts torsionsvåg.

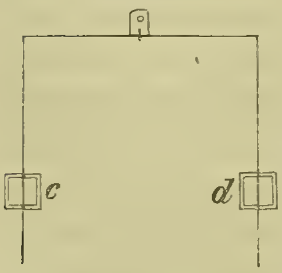
Fig. 2.



Ett cylindriskt messingsrör, hvars längd var större än magnetens halfva längd och diametern större än diametern *ab* på den ringformiga skålöppningen, hade ena ändan tillsluten af en botten, men den andra ändan öppen. I medelpunkten af botten satt en ögla, hvilken hängdes på den ofvannämnda haken, så att messingscylindern på detta sätt kom att koncentriskt omgifva öfra hälften af magneten och räckte dervid något ner under vattnets yta. Om nu den positiva polen på en stapel förbands med den ofvannämnda, från lådan isolerade, metallstafven, och den negativa med röret, hvari silfvertråden hängde, så gick strömmen uppåt i den upphängda messingscylindern, derifrån till medelpunkten i cylinderns botten och slutligen genom silfvertråden till stapelns andra pol. Det är tydligt häraf, att om magneten har förmåga att vrida strömstrålarne i horisontel led omkring cylindern, så blifva de af denna kringvridning icke tätare på några ställen och tunnare på andra; emedan allt är symmetriskt omkring magnetens axel. Tätheten är tvärtom densamma öfverallt i cylindern, som om magneten tages bort.

Vid de verkligt utförda försöken gick dock icke, såsom nyss antogs, cylinderns hela nedra kant ned i det svafvelsyrehaltiga vattnet, utan på samma kant fastlöddes fina och korta platinatrådar, sittande diametralt emot hvarandra, hvilka ensamt nedgingo under vattnets yta. Observationerna visade, att resultatet blef detsamma, men platinatrådarne medförde den fördel, att vattnets motstånd blef mindre och mätningarne derföre tillförlitligare. Observationerna verkstäldes med tub och skala på vanligt sätt.

Fig. 3.



Sedan bestämningarne med messingscylindern voro gjorda, borttogs densamma och i stället upphängdes på haken en två gånger i rät vinkel omböjd metalltråd af den form figuren 3 visar. För att få silfvertråden lika mycket spänd, som då cylindern användes, sattes små tyngder *c* och *d* på tråden, men isolerades från densamma.

Det visade sig vid alla försöken, att vridningen var proportionel med strömstyrkan och lika stor för cylindern som för tråden.

Om m betyder intensiteten af en magnetpol, dz ett banelement, genomströmmadt af en ström med intensiteten i, och befinnande sig på afståndet a från magnetpolen, samt om λ är vinkeln, som sammanbindningslinien mellan dem gör med banelementet, så är, såsom bekant, den kraft, hvarmed polen verkar på banelementet utefter en linie, som är vinkelrät mot det genom banelementet och polen lagda planet, proportionel med $\frac{mi \sin \lambda \, dz}{a^2}$. Om magnetens hela vridningsmoment på den vid försöken begagnade böjda tråden efter denna lag beräknas, så erhålles, om l är halfva afståndet mellan båda polerna, r afståndet från magnetens axel till de nedhängande delarne af tråden och om z_0 utmärker afståndet från trådens båda ändar till det horisontalplan, hvari magnetens midtpunkt ligger, att vridningsmomentet är proportionelt med

$$\frac{mi\,(l - z_0)}{[r^2 + (l - z_0)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{mi\,(l + z_0)}{[r^2 + (l + z_0)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

Man ser häraf, att vridningsmomentet är aldeles oberoende af, huru högt den horisontela delen af tråden ligger öfver magnetens öfra ända. För den begagnade magneten var l ungefär = 25 mm., och r var för både tråden och cylindern = 15 mm. Med begagnande af dessa konstantvärden finner man, att magnetens vridningsmoment på hela den böjda tråden, då $z = o$, är proportionel med 1,7150 mi, och på hela tråden med undantag af de 5 millimeter, som ligga närmast ändarne af den samma i närheten af magnetens midt 1,6934 mi. Såsom det var att förutse, bidrager således strömmen i de 5 sista millimeterna mycket litet till vridningens storlek.

Strömmen ingick i messingscylindern, då denna begagnades, genom tvänne platinaspetsar, som räckte ned under vattnets yta. Inkommen i cylindern utbreder den sig åt sidorna och intager hela omkretsen, hvarefter den uppstiger vertikalt och går derpå genom bottnen i radiernas riktning till upphängningspunkten. Vid cylinderns nedre kant hafva således strömkurvorna icke en vertikal utan en mer eller mindre horisontal riktning, men detta har icke, såsom den ofvan anförda räkningen visar, något väsentligt inflytande på vridningens storlek. Riktigheten häraf bevisas dessutom af nedan meddelade försök. Man kan följaktligen påstå, att strömstrålarne, åtminstone de som märkbart inverka på vridningen, hafva samma riktning i cylindern som i tråden, den enda skilnaden emellan dem består deri, att i cylindern är strömmens genomskärningsarea större än i tråden. Om således strömmen i cylindern, på samma sätt som i tråden, icke kan förskjutas från ett ställe till ett annat, så måste vridningsvinklarne för så väl cylindern som för tråden vara lika stora. Om deremot strömstrålarne i cylindern förskjutas under magnetens inflytande, måste tydligen cylinderns vridning blifva mindre än den böjda trådens för samma strömstyrka. Denna senare uppmättes på det sätt, att en obetydlig, men för hvarje observationsserie fullkomligt konstant, del af densamma leddes till en galvanometer med spegelafläsning och uppmättes i skaldelar.

Försöksserien 1. Upphängningstråden var 600 mm. lång och dess torsionskraft mycket ringa, hvarföre endast svaga strömmar kunde begagnas. Utslagen äro beräknade för så väl den böjda tråden, som för cylindern, under förutsättning att de äro proportionela med strömstyrkan, multiplicerad med konstanten 1,096.

	Utslagen		
strömstyrkan	observ.	beräkn.	skilnad
	Försök med den böjda tråden		
62,8	68,85	68,7	+ 0,15
61,8	68,4	67,6	+ 0,8
16,8	18,3	18,4	— 0,1
	Försök med cylindern		
59,0	64,0	64,6	— 0,6
58,0	63,1	63,5	— 0,4
18,1	19,85	19,8	+ 0,05

Häraf följer således, att utslagen med den böjda tråden äro lika stora som med cylindern för samma strömstyrka, samt att de, såsom det var att vänta, äro proportionela med strömstyrkan.

Försöksserien 2. Upphängningstråden förkortades till fjerdedelen af dess förra längd, hvarigenom dess torsionskraft således blef fyra gånger så stor som först. Strömstyrkan kunde nu tagas större än i föregående serie, men vid uppmätningen begagnades en annan del af strömmen, så att måttet på strömstyrkan icke är jemförligt med det föregående. Beräkningen är gjord med konstanten, 0,39335.

	Utslagen		
strömstyrkan	observ.	beräkn.	skilnad
	Försök med den böjda tråden		
148,6	58,55	58,45	+ 0,10
150,8	60,13	59,32	+ 0,81
50,0	20,05	19,67	+ 0,38
48,0	19,05	18,88	+ 0,17
	Försök med cylindern		
156,8	61,54	61,68	— 0,14
156,0	60,10	61,36	— 1,26
61,0	23,77	23,99	— 0,22
60,0	23,32	23,60	— 0,28

Ehuru skilnaden mellan de observerade och beräknade utslagen äro relativt små, äro de dock för den böjda tråden genomgående positiva och för cylindern negativa. Den förra gaf alltså något för stora utslag i förhållande till cylindern. Orsaken härtill var dock lätt att finna. Enligt den ofvanstående beräkningen beror magnetens vridningsförmåga på afståndet r mellan magnetens axel och cylinderns periferi eller den vertikalt gående delen af tråden. Nu befans det vid en noggrann uppmätning, att afståndet emellan yttersidorna på de vertikalt gående delarne af tråden visserligen, var lika stort som cylinderns yttre diameter, men att tråden var något tjockare än godset i cylindern, hvarigenom det inre afståndet mellan trådarne blef något mindre än cylinderns inre diameter. För att pröfva om den anmärkta skilnaden i utslag möjligen kunde bero härpå, gjordes följande försöksserie med en böjd tråd, der denna ofullkomlighet var så fullständigt som möjligt afhjelpt.

Försöksserien 3. Utslagen äro beräknade med tillhjelp af koefficienten 0,4755.

	Utslag		
strömstyrkan	observ.	beräkn.	skilnad
	Försök med den böjda tråden		
92,8	43,51	44,13	— 0,62
94,0	44,02	44,70	— 0,68
57,5	27,16	27,34	— 0,18
57,5	27,32	27,34	— 0,02
	Försök med cylindern		
92,0	43,87	43,75	+ 0,13
87,0	41,17	41,37	— 0,20
58,5	28,33	27,82	+ 0,51
58,2	28,24	27,67	+ 0,57

Här ligga skilnaderna på ett undantag när åt motsatt håll mot i den föregående serien; hvarför de med rätta kunna anses vara endast observationsfel.

Vid alla de föregående försöken var cylindern försedd med två fina och korta platinatrådar, hvilka nedgingo i det svafvelsyrehaltiga vattnet. För att efterse, om den sneda riktning, som strömkurvorna till följd häraf måste antaga i cylinderns nedra del, kunde, emot hvad beräkningen visat, hafva något märkbart inflytande på utslagens storlek, försågs cylindern med fyra dylika platinatrådar, fastlödda på 90 graders afstånd från hvarandra, och försök anstäldes på samma sätt som då trådarne endast voro två. Då trådarne voro fyra, borde strömbanorna i cylinderns nedra del antaga ett mera vertikalt läge än då de endast voro två, och således utslagen blifva olika, i fall de till någon del berodde härpå.

Försöksserien 4. Utslagen beräknade för en strömstyrka = 100.

Cylindern försedd med 4 trådar. Utslag: 37,57 — 39,13 — 38,43 Medium 38,38.

Cylindern försedd med 2 trådar. Utslag: 38,85 — 39,34 — 39,13 Medium 39,11.

Försöksserien 5. Utslagen beräknade med begagnande af koefficienten 0,4657.

	Utslagen		
strömstyrkan	observ.	beräkn.	skilnad
	Cylindern försedd med 2 trådar		
88,5	41,15	41,21	— 0,06
88,0	40,88	40,98	— 0,10
	Cylindern försedd med 4 trådar		
96,0	45,70	44,71	+ 0,99
100,2	46,44	46,66	— 0,22

De två sista serierna leda båda till samma resultat, nemligen att utslagens storlek är oberoende af antalet beröringspunkter emellan cylindern och det svafvelsyrehaltiga vattnet, samt att således det erhållna resultatet är lika med det som skulle hafva erhållits, om hela den nedra kanten af cylindern varit i beröring med vätskan.

Frågar man efter orsaken dertill, att magneten icke förmår att förflytta strömmen från ett ställe till ett annat, så inser man lätt, att denna icke, såsom några antagit, är att söka i det elektriska ledningsmotståndet; ty det är tydligt af sig sjelft, att om motståndet skulle kunna hindra förflyttningen, måste detta vara större än eller åtminstone lika stort med den kraft, som magneten äger för att åstadkomma förflyttningen. Magnetens kraft i detta hänseende uppmätes af torsionen hos upphängningstråden. Huru obetydligt ledningsmotståndet hos en metall i sjelfva verket är i jemförelse härmed, kan man inse deraf, att om man insläpper i en ledare af större utsträckning en qvantitet elektricitet, äfven om denna är så ringa, att den knappast förmår att åstadkomma den minsta elektroskopiska verkan, så förflyttar den sig genast till ledarens yta, oaktadt ledningsmotståndet lägger hinder deremot. Det är ingalunda tänkbart, att ledningsmotståndet t. ex. i den ofvannämnda 2 mm. tjocka messingsskifvan skulle kunna hindra strömmarne att märkbart förflytta sig, då den kraft, hvarmed den starka elektromagneten söker att åstadkomma en sådan förflyttning, är tillräckligt stor för att under gynnsamma förhållanden sätta hela skifvan i rörelse. Icke heller kan man, såsom några andra gjort, antaga, att magneten icke inverkar på strömmarne sjelfva, utan på de banor, hvari de gå, det vill med andra ord säga på sjelfva ledaren, ty ett sådant antagande leder till orimligheter, som det icke kan vara behöfligt att här uppvisa. Vill man vara uppriktig, så måste man öppet tillstå, att den gamla åsigten öfver elektricitetens natur, åtminstone sådan som den vanligen framställes, icke är mäktig att gifva en antaglig förklaring till det ifrågavarande fenomenet.

Men förhållandet blir annorlunda, om man utgår från den unitariska åsigten öfver elektricitetens natur, sådan denna förut af mig blifvit framstäld. Då det icke kan vara motståndet, som hindrar magneten att förflytta strömkurvorna inom ledaren, så måste detta hinder åstadkommas af några krafter som verka i motsatt riktning mot och lika starkt som magneten, hvarförutan det är tydligt, att dessa krafter måste utgå från ledarens egna molekuler, det vill med andra ord säga, hafva sina fästpunkter inom ledaren; ty endast på detta sätt blir det förklarligt, att de ifrågavarande krafterna kunna omöjliggöra strömmens förskjutning inom ledaren, utan att lägga det ringaste hinder mot sjelfva ledarens förflyttning i rummet till följe af magnetens verkan på strömmarne. Det inre molekulära tillståndet hos ledaren kan derföre ingalunda vara detsamma, då en magnet befinner sig i dess omedelbara närhet som då den är aflägsnad derifrån. Redan Faraday anade på andra grunder, att en olikhet i det molekulära tillståndet i de båda fallen måste äga rum, och han kallade det af magneten eller en yttre galvanisk kraft förorsakade tillståndet electro-tonic state. Frågan blir nu att bestämma, hvaruti detta af magneten förorsakade tillstånd kan bestå. Jag vill blott här i korthet fästa uppmärksamheten derpå, att den ifrågavarande, mot magneten verkande kraften uppkommer af en förändring i tätheten hos de etherhyllen, af hvilka ledarens egna molekuler äro omgifna. Detta är icke något löst antagande, uppstäldt för förklaringen af det ifrågavarande fenomenet, utan det är en nödvändig följd af den grundåskådning, hvarpå hela denna theori hvilar. Att här ingå i en närmare förklaring af detta ämne torde få anses för öfverflödigt, aldenstund en sådan redan förut af mig blifvit lemnad. (Théorie des phénomènes électriques p. 8, 9, 66 et 67. K. Svenska Vet. Ak. Handl. B. 12 N:o 8. (1874). Bihang till K. Sv. Vet. Handl. B. 5 N:o 17 (1879).

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 3.

UEBER
VERSTEINERUNGEN AUS DEN AUCELLEN-SCHICHTEN NOVAJA-SEMLJAS.

VON

S. A. TULLBERG.

MIT 2 TAFELN.

MITGETHEILT DEN 9 JUNI 1880.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Während der im Jahre 1875 vorgenommenen schwedischen Expedition nach der Mündung des Jenissei unter der Leitung von Professor NORDENSKIÖLD, wurden auch die Küsten von Novaja-Semlja besucht. Auf zwei Punkten fand man Blöcke von Gesteinen, welche sehr reich an Versteinerungen waren.[1] Auf dem Ufer von Besimennaja Bay lagen mehrere Kugeln aus einem braunen Sandsteine, welche sehr schöne Ammoniten und andere Petrefacten enthalten. Bei Skodde Bay wurden auch Blöcke gefunden, die noch reicher an schön erhaltenen Versteinerungen sind. Die Gesteine waren jedoch nicht fest anstehend zu finden.

Unter den Versteinerungen sind, der Anzahl nach, vor Allen die *Aucellen* überwiegend, so dass sie der Fauna ihr äusseres Gepräge geben. Die *Aucellen* spielen bekanntlich in der östlichen und noch mehr in der nördlichen Facies des Jura eine eigenthümliche Rolle: wo sie irgendwo auftreten, kommen sie immer in solchen Massen vor, dass das Gestein oft ausschliesslich aus ihren Schalen besteht. Sie scheinen in Massen gesellig gelebt zu haben wie die Austern, doch waren sie nicht festgewachsen. Es scheint daher nicht unpassend, die Schichten nach dieser Gattung zu benennen, um so mehr als die *Aucellen* eine sehr ausgedehnte Verbreitung haben.

Solche *Aucellen*-führende Schichten sind nämlich auf der Kuhn-Insel bei Grönland[2], auf Spitzbergen[3], Novaja-Semlja, an der Petschora[4], in Mittel-Russland, am Kaspischen

---

[1] NORDENSKIÖLD, A. E., »Redogörelse för en expedition till mynningen af Jenissei och Sibirien år 1875» (Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar, Bd. 4, N:o 1, p. 20—24.)

[2] FRANZ TOULA, »Beschreibung mesozoischer Versteinerungen von der Kuhn-Insel» in »Die zweite Deutsche Polarfahrt».

[3] LINDSTRÖM, G., »Om Trias- och Juraförsteningar från Spetsbergen» in K. Svenska Vet.-Ak. Handl. Bd. 6, N:o 6.

[4] KEYSERLING, »Wissenschaftliche Beobachtungen auf einer Reise in das Petschoraland.»

Meere, am Baikal-See, auf den Neusibirischen und den Aleutischen Inseln angetroffen worden[1]).

Was das Alter dieser Schichten betrifft, haben die meisten Auctoren sie als dem Jura angehörend betrachtet; nur Prof. EICHWALD bringt sie unter die Kreideformation.

Die auf Novaja-Semlja gefundenen Gesteine sind sowohl in petrografischer, als palæontologischer Hinsicht von einander verschieden.

Aus Skodde Bay stammen:

1. Ein dunkelgrauer bituminöser Kalkstein; die meist characteristischen Fossilien sind *Ammonites okensis*, *Aucella Keyserlingi* forma *obliqua*, *Leda Zieteni* und *Ptychostolis Nordenskiöldi*.

2. Ein heller gefärbter, etwas sandiger Kalkstein; characteristische Fossilien sind *Aucella Keyserlingi* f. *majuscula*, *Leda angulata* und *Astarte Voltzii;* kein *Ammonit* ist darin gefunden.

3. Ein hellgrauer kalkiger Sandstein mit *Ammonites alternans*, *Cerithium elatum*, *Goniomya elegantula* etc.

In der Besimennaja Bay ist nur ein brauner Sandstein, (mit 4 bezeichnet) gefunden: derselbe führt *Ammonites alternans*, *Turbo capitaneus*, *Aucella mosquensis*, *Pecten demissus* u. A.

Dass diese vier Gesteine aus verschiedenen, einander nahe liegenden Schichten stammen, ist sehr wahrscheinlich. Die Gesammtzahl der in ihnen enthaltenen, wenigstens generisch bestimmbaren Versteinerungen beläuft sich auf 45; von diesen sind 7 Arten gemeinsam für die beiden Kalksteine der Skodde Bay, 4 Arten für den sandigen Kalkstein und den kalkigen Sandstein, und 3 Arten für die beiden Sandsteine. Nur eine Art, *Avicula Münsteri*, kommt in allen vier Gesteinen vor.

Daraus kann man wohl schliessen, dass die Gesteine 2 und 3 zwischen 1 und 4 liegen müssen. Das Vorkommen von Liassischen Formen in dem Kalksteine 1 weist diesem einen niedrigeren Platz an.

Wenigstens einundzwanzig der gefundenen Arten sind aus anderen Lokalitäten bekannt; zwölf kommen in dem westeuropäischen Jura vor, und von diesen gehören zehn Arten dem braunen Jura an; nur die drei aus unserem bituminösen Kalke stammenden *Ledæ* scheinen Liassisch zu sein. Ich kenne kein einziges dieser Fossilien, welches zugleich in einer anderen Formation vorkommt.

---

[1]) EICHWALD, Geognostisch-Palæontologische Bemerkungen über die Halbinsel Mangischlak und die Aleutischen Inseln.

Wenn man die Fauna des Moskauer-Jura mit der unsrigen vergleicht, findet man 12 Species, die bei denselben gemeinsam sind; aber es ist auch deutlich, dass man noch nicht die Faunen der verschiedenen Gesteine von Novaja-Semlja mit denen des Moskauer Jura parallelisiren kann. Die Uebereinstimmung mit dem Moskauer-Jura betreffend, will ich anführen, was Herr TRAUTSCHOLD in Briefen an Prof. LINDSTRÖM davon sagt: »Im Allgemeinen ist nicht zu verkennen, dass die Jura-Facies der nordischen Inseln dieselbe ist wie die des russischen Jura, und dass jener nordische Jura dem von Petschora und Wytschegda am nächsten steht, wie auch natürlich ist; es sind gleichzeitige Meeresabsätze.» Prof. ZITTEL sagt ebenso brieflich: »Die Uebereinstimmung mit dem russischen und speciell dem Moskauer Jura ist augenfällig. *Ammonites alternans*, *Aucella mosquensis* und *Auc. concentrica* sehen Moskauer-Stücken zum Verwechseln ähnlich.»

Was die Bearbeitung des Materiales betrifft, machte Herr Prof. LINDSTRÖM den Anfang damit und bestimmte schon die meist charakteristischen Formen. Als seine übrigen Arbeiten ihm keine Gelegenheit gaben damit fortzufahren, wurde die Bearbeitung mir angeboten. Mit Rath und Hülfe hat er mich jedoch stets unterstützt, und sage ich ihm dafür meinen besten Dank.

Bei der Bestimmung der Arten habe ich die zugängliche Literatur so sorgfältig wie möglich zu Rathe gezogen. Von Prof. TRAUTSCHOLD in Moskau und Prof. ZITTEL in München wurden mehrere Arten dem Palæontologischen Reichsmuseum mit grösster Bereitwilligkeit zur Vergleichung gesandt.

Schliesslich verdient es erwähnt zu werden, dass ausser den unten genannten Arten mehrere andere, minder gut erhaltene, gefunden sind; von *Brachiopoden* liegt nur eine nicht bestimmbare *Terebratula*, von *Crustaceen* nur ein Fragment einer Scheere vor. Pflanzenreste sind in allen vier Gesteinen nicht selten, doch sind keine bestimmbaren Theile gefunden.

Uebersicht der Verbreitung der Arten.

	Novaja-Semlja.				Moskauer Schichten.			West-Europa.		Uebrige Lokalitäten.
	Skodde Bay.			Besimennaja.						
	Bituminöser Kalkstein.	Sandiger Kalkstein.	Kalkiger Sandstein.		Untere Schicht.	Mittlere.	Obere.	Untere Jura oder Lias.	Mittlere oder Braune Jura.	
Ammonites alternans Buch	—	—	1	1	1	1	—	—	1	1
okensis d'Orb.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Belemnites magnificus d'Orb. ?	1	1	?	—	—	—	—	—	—	1
sp. (Grosser Phragmocon)	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—
sp.	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—
Cerithium elatum n.	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
Buccinum septentrionale n.	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—
Turitella Novæ-Semljæ n.	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—
Turbo capitaneus Münst.	—	—	1	1	—	—	—	—	1	—
micans n.	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—
unicostatus n.	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Eulima pusilla n.	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—
undulata n.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Dentalium subanceps Trautsch.	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—
Actæon Frearsianus d'Orb.	—	1	—	—	1	—	—	—	—	1
exsculptus n.	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Solenomya costata n.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Panopæa peregrina d'Orb.	—	—	—	1	—	—	1	—	1	1
Goniomya elegantula n.	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
Tellina subalpina Münst.	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—
Crassatella? sp. Keyserl.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Astarte Voltzii Hönningh.	—	1	—	—	—	1	—	—	1	1
Cyprina Cancriniana d'Orb.	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—
polaris n.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cardium concinnum Buch	1	—	—	—	—	1	1	—	1	1
sp.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ptychostolis Nordenskiöldi n.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Nucula borealis n.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
sp.	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Leda subovalis Goldf.	1	1	—	—	1	—	—	1	—	—
Zieteni Brauns	1	—	—	—	1	—	—	1	—	—
angulata n.	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Galathea d'Orb.	1	1	—	—	1	—	—	1	—	—
Limæa duplicata Sow.	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—
Cucullæa Novæ-Semljæ n.	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Inoceramus revelatus Keyserl.	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1
Avicula Münsteri Bronn.	1	1	1	1	—	—	—	—	1	1
Aucella mosquensis Buch	—	—	—	1	—	—	1	—	—	1
Keyserlingiana Trautsch.										
f. majuscula	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
f. obliqua	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pecten demissus Phill.	—	—	—	1	—	1	—	—	1	1
validus Lindstr.	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1
Lindströmi n.	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Ostrea sp.	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—

Ammonites alternans Buch.

Buch in Fischer's Oryctographie p. 171, t. 8 f. 2. — Roullier, Bull Mosc. 1846. IV, t. A, f. 3, 4 und 1849, II, t. L, fig. 88, 89. — *Ammonites subcordatus* d'Orb., Russia and Ural, p. 433, t. 34, fig. 67.

Diese sehr veränderliche Art tritt in bedeutender Menge auf, sowohl in dem braunen Sandsteine an der Besimennaja Bay als auch in dem kalkigen Sandsteine an der Skodde Bay. Sehr schöne Exemplare in allen Stadien der Erhaltung sind gesammelt; die von den verschiedenen Stellen stammenden Formen weichen in der Form der Loben von einander ab. Die Besimennajaschen haben etwa 40 Rippen auf einem Umgange, die Loben sind mehr in die Länge ausgezogen, dendritisch verzweigt, dicht auf einander folgend. Die aus Skodde Bay stammenden haben nicht so viele Rippen und kürzere, von einander entfernte Loben. Aus Skodde Bay liegen Fragmente von sehr grossen Exemplaren vor, welche einen Durchmesser von 15 Ctm. gehabt haben müssen; an den letzten Windungen sind die Rippen schwächer ausgeprägt, auch ist die Oberfläche weniger gewölbt. Trautschold sagt von diesem: »Der kleine *Am. subcordatus* Ihrer Sammlung stimmt gut mit unserem *A. alternans* v. Buch aus dem oberen Horizont unseres Oxford. Die grösseren» (aus Besimennaja), »ähnlich Ihrem grössten, nennen wir *A. cordatus*, und kommen diese bei uns etwas tiefer vor.»

In West-Europa scheint diese Art sich in dem unteren braunen Jura zu halten.

Ammonites okensis d'Orb.

d'Orbigny, Russia and Ural, t. 34, f. 13—17, p. 436.

In dem bituminösen Kalke sind zahlreiche, auch sehr grosse Exemplare von dieser Species gefunden, die mit d'Orbignys Figur und Beschreibung gut stimmen; nur sind an jüngeren Individen die Rippen oft verzweigt.

Trautschold sagt von diesem: »er stimmt gut mit unserem *A. okensis* von Isimbirsk aus der Aucellenschicht».

Belemnites.

Mehrere Fragmente sind gesammelt, doch sind sie kaum bestimmbar. Der ausgezeichnetste ist ein Phragmocon von

7 Ctm. Dicke, welcher an der Besimennaja Bay gefunden ist.

In dem kalkigen Sandsteine mit *Ammonites alternans* sind mehrere Fragmente erhalten, die auch den Phragmocon zeigen. Ein fragmentarischer *Belemnites* aus Skodde Bay scheint mit *B. magnificus* d'ORB. zu passen.

Cerithium elatum n. sp.

Taf. II, fig. 28.

Mehrere sehr lange Gehäuse scheinen dem *C. flexuosum* MÜNSTER am nächsten zu kommen, doch ist unsere Form in allen Theilen viel grösser und gröber. Die grösste Länge ist 30 Mm. mit etwa 12 Windungen; grösste Breite 8 Mm.; das Gehäuse scheint ausserdem schlanker. Die Windungen sind schwach gewölbt mit zahlreichen, etwas gebogenen Längsrippen. Die Suturen sind vertieft. Die Längsrippen sind an den letzten Windungen nur angedeutet; sie haben nur schwach angedeutete Knoten, welche mit Spiralstreifen im Zusammenhange stehen; diese kreuzenden Streifen sind jedoch nur in den Zwischenräumen zwischen den Längsrippen sichtbar. Mit dem Alter werden die Spiralstreifen stärker ausgebildet.

Kommt in dem kalkigen Sandsteine von Skodde Bay vor.

Buccinum septentrionale n. sp.

Taf. II, fig. 23.

Gehäuse mässig verlängert. Winkel von 45°. An 22 Mm. zählt man 8 Windungen, die grösste Breite ist 14 Mm. Die Windungen sind gewölbt mit starken Längsrippen (etwa 14 in einem Umgange); die Rippen mit einem Knoten versehen. Die Zuwachslinien sind deutlich, sogar grob; Spiralstreifen sind kaum zu sehen.

Nur ein Exemplar ist gefunden in dem braunen Sandsteine von Besimennaja.

Turritella Novæ-Semljæ n. sp.

Taf. II, fig. 4, 5.

Das Gehäuse spitz und schlank, hat den Habitus von *T. opalina* QUENST. (Jura t. 44, f. 15) oder von *T. nuda* GOLDF.

(Petref. Germ. t. 196 f. 13). Die Windungen sind kaum gewölbt. Die Sculptur der Schale ist sehr characteristisch: an dem oberen Theile der Windung sieht man 4 eingedrückte Linien, von denen die zwei mittleren am deutlichsten sind; doch kann man auch eine erhabene Linie oberhalb dieser an dem oberen Rande sehen; in der Mitte der Windung geht ein schwach erhabener Streifen und unterhalb derselben einige undeutliche, erhabene und eingesenkte Linien.

Findet sich in dem kalkigen Sandsteine und in dem sandigen Kalke von Skodde Bay.

Turbo capitaneus MÜNSTER.

GOLDFUSS, Petref. Germ. t. 194, f. 1. — QUENSTEDT, Jura, t. 43, f. 21, p. 314.

Taf. II, fig. 1, 2, 3.

In dem braunen Sandsteine von Besimennaja kommen mehrere Steinkerne vor, deren Schalen aufgelöst sind; der Abdruck der Schale in dem umgebenden Gesteine aber ist sehr schön erhalten und hat Gelegenheit gegeben, ausgezeichnete Abgüsse davon zu nehmen. — Durch das etwas ausgezogene Gehäuse, durch die Windungen, welche mit zwei hohen, scharfen, gekörnten Spiralrippen (und gewöhnlich auch mit einer kleineren Rippe) versehen sind, durch die dicht auf einander folgenden, sehr scharfen eingedrückten Längsstreifen (Zuwachslinien) characterisirt, scheint unsere Form von der westeuropäischen, von welcher Herr Prof. ZITTEL uns einige Exemplare gütigst mitgetheilt hat, nicht getrennt werden zu können. Von dieser weicht sie nur dadurch ab, dass die obere Spiralrippe etwas weiter von der Sutur entfernt ist. Sehr nahe kommt auch der *T. Puschianus* d'ORB., der jedoch durch seine Spiralrippen unterschieden ist.

Turbo micans n. sp.

Taf. II, fig. 20.

Der vorigen Art in der steilen Architectonik des Gehäuses gleich, scheint sie doch niemals so gross zu werden (grösste Länge 10 Mm.). Bei einer Länge von 8 Mm. hat sie 6 Windungen. Die Windungen sind sehr convex, haben an der Mitte zwei Reihen von Körnern, die etwas entfernt von einander stehen; eine schwache Längsrippe verbindet zwei über einander stehende Körner und fährt bis zu den Suturen fort. Die Schale zeigt nicht die eigenthümliche Structur der vorigen Species, ist, so weit man sehen kann, glatt. Auf einer perlmutterglänzenden Schale ist eine feine Sculptur mit schwach erhöhten Rhomben zu sehen. In der letzten Windung kann man 5 Spiralrippen zählen, (bei der vorigen Art sogar 9). *Turbo Meyendorfii* d'Orb., der drei Körnerreihen an den Windungen hat, kommt dieser nahe.

Kommt in dem grauen kalkigen Sandsteine und im sandigen Kalke von Skodde Bay vor.

Turbo unicostatus n. sp.

Tab. II, fig. 19.

Mit eben so steilem Gehäuse wie die vorigen hat diese nur eine Spiralrippe an den Windungen, und diese Rippe entbehrt aller Structur; sie liegt an der Mitte der Windung. Von dieser Rippe geht der obere und untere Theil der Schale jeder Windung gerade zu den Suturen. Die Schale ist glatt, nur mit schwachen, etwas gebogenen Anwachsstreifen versehen. An der letzten Windung sind zwei Spiralrippen sichtbar.

Von Skodde Bay im sandigen Kalke.

Eulima pusilla n. sp.

Taf. II, fig. 24, 25.

Das thurmförmige Gehäuse von 9 Mm. Länge hat 9 Windungen mit einem Winkel von 35 Graden; die Windungen sind schwach convex, glatt, nur die jüngeren mit schwachen Längsrippen; feine etwas gebogene Zuwachslinien und noch feinere Spirallinien entdeckt man unter der Loupe. Die äussere Lippe ist dünn.

Von Skodde Bay in dem sandigen Kalke massenhaft, auch nicht selten in dem grauen Sandsteine.

Eulima undulata n. sp.

Taf. II, fig. 26, 27.

Viel grösser als der Vorige, mit 9 Windungen bei einer Länge von 15 Mm.; die Windungen sind mehr convex, alle mit deutlich gerundeten Längsrippen und stärker hervortretenden Spiralstreifen. Die Mündung mehr gerundet.

Kommt in dem bituminösen Kalke von Skodde Bay vor.

Dentalium subanceps TRAUTSCH.

Bull. Mosc. 1860, t. 6, fig. 16, 17.

Mehrere sehr schwach gekrümmte Fragmente liegen vor; die Schale hat schiefgehende circuläre Streifen, ohne eine radiale Sculptur zu zeigen. Stimmen gut mit Moskauer-Exemplaren.

Aus dem sandigen Kalke, sowie im bituminösen Kalke von Skodde Bay.

Actæon Frearsianus d'ORB.

Russia and Ural, t. 37, f. 8—11.

Diese Art hat nicht, wie die folgende, Längsrippen, nur punctirte Spirallinien, die mit ziemlich grossen Zwischenräumen das Gehäuse umwinden.

Kommt im sandigen Kalke vor.

Actæon exsculptus n. sp.

Taf. II, fig. 21, 22.

Nur ein Exemplar von 18 Mm. Länge und 13 Mm. Breite ist gefunden. Gelegenheit die Mundöffnung zu sehen ist nicht gegeben und folglich ist die Genusbestimmung unsicher. Das Gehäuse hat ein kurzes Gewinde, die letzte Windung ist sehr gross. Die Sculptur ist ganz ausgezeichnet: sehr feine, aber scharfe, dicht an einander gestellte spiralförmige Rippen umwinden das Gehäuse; der obere Rand jeder Spiralrippe ist fein und regelmässig undulirt, wodurch die Schale in einer gewissen Beleuchtung auch mit länglichen Streifen versehen zu sein scheint.

Aus dem sandigen Kalke von Skodde Bay.

Solenomya costata n. sp.

Taf. I, fig. 15, 16.

Nur einige Fragmente sind erhalten, die jedoch sehr characteristisch sind. Für das Einreihen dieser Art in dem Genus *Solenomya* spricht die stark entwickelte hornartige

Epidermis, welche an dem Ventralrande am stärksten entwickelt zu sein scheint. Die Schale ist sehr dick, mit breiten und platten Radialrippen versehen, welche von den Buckeln ausstrahlen. Die Form scheint sehr oblong zu sein; die Buckel sind vorwärts gerückt.

Drei Fragmente sind in dem bituminösen Kalke gefunden.

Panopæa peregrina d'Orb.

d'Orbigny, Russia and Ural, p. 468, t. 40, f. 10—12. — Keyserling, Petschoraland, p. 314, t. 18, fig. 4—5.

In dem braunen Sandsteine von Besimennaja ist ein Abdruck einer Schale dieser Art. Ein künstlicher Abguss davon zeigt die Form und Structur der Schale sehr genau; die radial gestellten kleinen Pünktchen, von denen d'Orbigny spricht, sind unter der Loupe auch wahrzunehmen.

Goniomya elegantula n. sp.

Taf. I, fig. 6, 7, 8.

Die etwas spitzigen Wirbel liegen in der Mitte der Muschel, sind deutlich nach vorn gerichtet; der vordere Dorsalrand ist beinahe gerade, etwas concav, der hintere schräg herablaufend. Die Winkelfalten sind deutlich markirt, treffen nicht in der Mittellinie zusammen, sondern haben zwischen sich eine horizontale Falte. Die von dem Schalenrande nach der Mitte der Schale herablaufenden Falten machen, ehe sie die Horizontalfalten treffen, zwei sanfte Biegungen, eine in der Nähe des Schalenrandes nach aussen und eine schwächere nahe der Horizontalfalte. Die Schale ist sehr dünn, mit feinen concentrischen Streifen und noch feineren auch conceptrisch geordneten Pünktchen versehen.

Mehrere Fragmente aus dem grauen Sandsteine.

In der Zeitschrift »Materiali dlia Geologij Rossij, Tome IV, 1872» ist eine *Goniomya* abgebildet, die unserer Form sehr gleicht. Sie ist *Gonyomia literata* Ag. genannt. Sintsoff: Ob Jurskich i Melovich Okamenelostjach Saratowskoj Gubernij, Tab. II, fig. 6.

Tellina subalpina Münst.

Eine Schale in dem sandigen Kalke ist der Abbildung sehr gleich, welche Goldfuss in Petrefacta Germaniæ tab. 147

fig. 13 giebt. Die Wirbel sind median, der Umriss quer oval; an der etwas zerdrückten Schale sind concentrische Streifen zu sehen. — Ob sie wirklich eine *Tellina* ist, stellt auch GOLDFUSS in Abrede.

Crastasella? sp.

KEYSERLING, Petschoraland, tab. 17, fig. 23—24, pag. 309.

Ein Steinkern, welcher gut mit KEYSERLINGS Beschreibung und Abbildung stimmt, ist in bituminösem Kalke aus Skodde Bay gefunden.

Astarte Voltzii HÖNNINGH.

RÖMER, Ool. Geb., t. 7, f. 17, p. 112; — GOLDFUSS, Petr. Germ., tab. 134, fig. 8. — QUENSTEDT, Jura, t. 43, fig. 13, 14 und 15. — BRAUNS, Mittlere Jura, p. 227. — TRAUTSCHOLD, Bull. Mosc., 1861, I, p. 81, tab. VII, fig. 5. — *Astarte integra* MÜNST., GOLDFUSS, Petref. Germ., tab. 134, fig. 11.

Obwohl unsere Exemplare kleiner als die westeuropäischen sind und obwohl sie die Crenulirung am Schalenrande nicht zeigen, kommen sie doch durch ihre Höhe, die hervorragenden nach vorn gerichteten Wirbel, die markirte Lunula und Area, durch viele dicht an einander stehende, sehr scharfe Rippen und durch ihre Form so nahe der oben citirten Species, dass man sie nicht von dieser trennen kann. — Die *Astarte cordata* TRAUTSCH. kommt unserer Form sehr nahe, scheint jedoch mehr bauchig zu sein.

Kommt im sandigen Kalke von Skodde Bay vor.

Cyprina Cancriniana d'ORB.

Russia and Ural, p. 457, tab. 38, fig. 26, 27.

Ein theilweise beschädigter Steinkern, der aus dem braunen Sandsteine von Besimmenaja herrührt, stimmt sehr gut mit d'ORBIGNYS oben citirter Figur und Beschreibung; ein noch erhaltener Theil der Schale ist völlig glatt.

Cyprina? polaris n. sp.

Taf. I, fig. 13, 14.

Die Genus-Bestimmung ist nur als provisorisch anzusehen, da keine Gelegenheit gegeben ist das Schloss zu untersuchen. Der Habitus erinnert an die *Isocardien.* — Länglich rundlich, sehr aufgebläht, mit stark hervortretenden, eingerollten und nach vorn gerichteten Wirbeln, von denen sich nach hinten eine Schrägleiste zieht. Durch die hervorragenden Schalenränder entsteht eine Wulst an der dorsalen Seite. Die Schale ist fein und regelmässig concentrisch gestreift. Keine Muskel- und Manteleindrücke sind zu sehen.

Im bituminösen Kalke von Skodde Bay.

Cardium sp.

Einige nicht näher bestimmbare Fragmente und Steinkerne liegen im bituminösen Kalke vor.

Cardium concinnum BUCH.

Cardium concinnum BUCH, Beiträge zur Bestimmung der Gebirgsformation in Russland, p. 78, 86, 87; und in LEONH. und BRONN, Jahrb. 1844, Taf. 6, f. 2. — d'ORB., Russia and Ural, p. 454, t. 38, f. 11—13. — KEYSERLING, Petschoraland. p. 310. — *Cardium striatulum* SOW., Min. Conch. — QUENST., Jura, t. 44, f. 18, p. 328. — *Cardium Stricklandi* MORRIS & LYCETT, Great Oolithe p. 64; LAUBE, Bivalven von Balin p. 33; — *Protocardia concinna* BRAUNS, Mittlere Jura, p. 220.

Nur zwei kleine Exemplare dieser sehr verbreiteten und leicht erkenntlichen Species sind im bituminösen Kalke gefunden.

Ptychostolis nov. gen.

(Deriv.: *πτυξ*, Falte, *στολις*, Kleid.)

Muschel stark quer ausgezogen; die Buckel vorwärts gerückt, deutlich ausgeprägt; Schlossrand sehr kurz, gerade, hat ungefähr 8 Zähne, 4 vor und 4 hinter den Buckeln. Vor den Buckeln ist eine sehr markirte, aber kleine herzförmige Lunula (Taf. I, fig. 22); hinter den Buckeln an der Dorsalseite ist ein Schildchen ausgebildet; an den Schalen gehen zwei sanfte Vertiefungen von den Buckeln rückwärts und schliessen einen lancettförmigen Raum ein, welcher in der Mitte eine stark hervortretende Wulstung zeigt (durch die hervorragenden Schalenränder); macht man einen Durchschnitt durch die Muschel, sieht man, wie sich zwei Einkerbungen der Schalen an der Dorsalseite unter der Area tief nach innen senken, wodurch eine kleine Kammer, von Schalenwänden eingeschlossen, entsteht, die aber durch eine lancettförmige Oeffnung mit dem Hohlraume der Muschel (Taf. I, fig. 24 und 27) in Verbindung steht. Der hintere Muskeleindruck ist gross, der vordere klein. Die Schale ist sehr dick, zeigt eher Porzellan- als Perlmutterstructur.

Auch Herr Professor ZITTEL, dem diese Muschel geschickt worden, spricht seine Ueberzeugung aus, dass dies eine neue, nicht vorher bekannte Gattung sei.

Ptychostolis Nordenskiöldi n. sp.

Taf. I, fig. 21—28.

Der Umriss eher vierseitig als triangulär. Von den Buckeln geht der vordere Rand schief nach innen gerade hinunter, der Unterrand ist länglich gebogen; die grösste Vertiefung desselben liegt ungefähr bei oder etwas hinter der Mitte; nach hinten biegt er sich rasch aufwärts. Der hintere Dorsalrand bildet auch einen sanften Bogen, und ist durch einen stärker gekrümmten Rand mit dem ventralen Unterrand verbunden.

Durch die Form und durch die hervortretende Wulstung hinter den Buckeln (was einem Ohre nicht ungleich ist) erhält dieser ausgezeichnete Typus das Aussehen einer *Lima*. Von allen *Nuculiden* durch seine Form, seinen kurzen Schlossrand, sein eigenthümlich gebautes Schildchen, die kleine ausgeprägte rundliche Lunula verschieden, gehört dieser Typus doch zu derselben Familie. Ob er den der wahren *Nucula*-Arten zukommenden Löffel auch besitze, ist nicht entschieden; vielleicht ist er vorhanden; bei einem Durchschnitte (Taf. I, fig. 23) sieht man nämlich ein rundliches Pünktchen in der Mitte zwischen den Zähnchen.

Nicht selten im bituminösen Kalke von Skodde Bay.

Nucula borealis n. sp.

Taf. 1, fig. 29—32.

Der Umriss ist annähernd triangulär, der Vorderrand hat eine schräge, beinahe gerade Abstutzung, der Hinterrand ist anfangs gerade, so wie auch der Schlossrand, biegt sich aber nach hinten gegen den Ventralrand, der einen Bogen beschreibt, dessen grösste Vertiefung hinter der Mitte der Muschel liegt. Hierdurch wird die Muschel länglich ausgezogen. Die Buckel sind deutlich, ragen aber nur unbedeutend über den Schlossrand hervor; sie sind vorwärts geneigt und liegen im vorderen Viertel oder Drittel der Schale. Die Dicke der Muschel nimmt sehr mit dem Wachsthume zu, die grösste Dicke liegt etwa in der Mitte der Muschel, also hinter den Buckeln. Schon an jungen Exemplaren kann man eine Lunula wahrnehmen, doch ragt der Schalenrand stark hervor; bei älteren Individen ist die Lunula flacher, zeigt jedoch noch eine Ausbuchtung der Schalenränder. Ein Schildchen hinter den Buckeln ist nur bei älteren Exemplaren zu sehen; es ist lancettförmig, nur wenig vertieft und schwach ausgeprägt. Die Steinkerne, auch von jüngeren, zeigen deutlich sowohl Lunula als Schildchen, nur an den älteren kann man die Muskel- und Manteleindrücke wahrnehmen. Der hintere Schlossrand ist mit 13—15 starken Zähnen versehen, der vordere Rand hat nur 5—8 Zähne, von denen die vorderen sehr schwach sind.

Scheint der *Nucula ornati* Quenst. nahe zu kommen (Jura tab. 67, f. 22, 23). Von dieser unterscheidet sie sich durch das Vorhandensein eines Schildchens an den älteren Individen, durch mehr nach vorn liegende Buckel und dadurch, dass die grösste Dicke in der Mitte der Muschel liegt, (siehe: Brauns, Der mittlere Jura, p. 263, *Nucula Cæcilia* d'Orb., welche als synonym mit *N. ornati* Quenst. angeführt wird).

Kommt in dem bituminösen Kalke von Skodde Bay vor.

Nucula sp.

Taf. II, fig. 6, 7, 8.

Einige Schalen und Steinkerne liegen vor, die nicht näher bestimmt werden können. Diese Form ist sehr klein; der Umriss ist beinahe zirkelrund, doch ist vor den deutlich hervortretenden Buckeln eine ausgezeichnete Concavität; der hintere Dorsalrand ist beinahe gerade. Der Schlossrand bildet einen schwachen Bogen, die Zähne sind sehr fein. Am Steinkerne sind die Buckel von einander getrennt, hinter ihnen sieht man ein lancettförmiges Schildchen, vor denselben eine kleine herzförmige Vertiefung. Muskel- und Manteleindrücke sind nicht sichtbar.

Kommt im sandigen Kalke spärlich vor.

Leda subovalis GOLDF.

Taf. I, fig. 17, 18.

GOLDFUSS, Petref. Germ., t. 125, fig. 4, p. 154. — *Nucula Palmæ* QUENST., Jura, t. 23 f. 16—19.

Diese Art ist durch einige Individen vertreten, die überaus gut mit schwäbischen Exemplaren aus Lias δ stimmen, von Herrn Prof. ZITTEL gütigst mitgetheilt. — Ihre Form ist beinahe gleichseitig, doch liegen die Buckel etwas vorwärts gerückt. Der vordere Theil der Muschel ist etwas schwächer entwickelt. Die Wirbel ragen ein wenig hervor, sind im Steinkerne etwas von einander getrennt. Die Zähne sind klein. Muskel- und Manteleindrücke sind kaum zu sehen. Die wenig dicke Muschel ist mit feinen concentrischen Streifen versehen.

Diese Art gehört zu den »ovalen» *Ledæ* die in West-Europa in dem Lias und Braunen Jura durch einige Species vertreten sind. Von *Leda* (*Nucula*) *tunicata* QUENST., Jura, T. 10, F. 7, p. 82 und Tab. 23, Fig. 18, 19, p. 198, unterscheidet sich diese durch kaum sichtbare Muskel- und Manteleindrücke.

Kommt spärlich in dem bituminösen und sandigen Kalke vor. — *Leda subovalis* gehört in West-Europa dem oberen Lias an.

Leda Zieteni BRAUNS.

BRAUNS, Der untere Jura, p. 373. — *Nucula inflata* ZIETEN, Versteiner. Würtembergs, tab. 57 f. 4, (*non* SOWERBY.) — *Leda acuminata* QUENST., Jura, t. 23, fig. 14, p. 187; GOLDFUSS, Petref. Germ., t. 125, f. 7.

Sehr ungleichseitig, die hintere Verlängerung ist ziemlich kurz, etwas spitz; der vordere Theil ist dick, gerundet. Die Wirbel sind deutlich nach hinten gekehrt; der untere Ventralrand biegt sich nach hinten aufwärts, der hintere Dorsalrand und der Schlossrand ist etwas concav, wodurch der hintere Theil der Muschel sehr schmal wird. Die Schale ist bedeutend dick, fein concentrisch gestreift; Muskel- und Manteleindrücke gewöhnlich sehr deutlich. Der vordere Schlossrand ist gerade, mit ungefähr 13—15 Zähnen, die gegen die Wirbel in Grösse zunehmen; der hintere Schlossrand ist concav mit 11—13 Zähnen, von denen die hintersten klein sind.

Steht der *Leda lacryma* SOW. und *Leda ovum* SOW. nahe, von denen sie sich durch die Form des hinteren Theiles deutlich unterscheidet. Sehr nahe kommt auch die *Leda complanata* PHILLIPS, Yorkshire-coast, Tab. XII, f. 8; *Leda complanata* QUENST. ist weit von ihr entfernt. *Leda lacryma* Var. *obtusa* PHILLIPS, ibid., Tab. IX, f. 25, ist vielleicht identisch mit ihr.

Kommt massenhaft in dem bituminösen Kalke vor.

Leda angulata n. sp.

Taf. I, fig. 10, 11, 12.

Die grösste Dicke liegt unter den Buckeln, welche etwas nach vorn gerichtet sind. Der vordere Theil ist gerundet; der hintere Dorsalrand schief herablaufend, gerade; der Unterrand ist gerundet; der hintere Theil der Muschel wird hiedurch verschmälert, ist jedoch stumpf. Area sehr ausgeprägt, lancettförmig, an jeder Schale ist ausser dem Rande, der die Area begrenzt, eine sanfte längliche Vertiefung, welche von dem Buckel bis zum Schalenrande herabläuft, parallel mit der Area; eine ähnliche noch sanftere, längliche Vertiefung kann man ausser der vorigen wahrnehmen. Die Schale ist sehr dick, mit gröberen, sehr markirten, einander nicht nahe stehenden, concentrischen Streifen versehen. Die Zähne sind kleiner als die der *Leda Zieteni.*

Sechs Exemplare sind im sandigen Kalksteine gefunden. — Scheint der *Leda cuneata* DUNKER und KOCH (siehe: BRAUNS, Mittlere Jura, p. 265) nahe zu stehen.

Leda Galathea d'ORB.

d'ORBIGNY, Prodrome de Paléontologie, 1850, Etage 8, n:r 152. — *Nucula striata* RÖMER, Ool. Geb., taf. 6, f. 11. — *Nucula inflexa* QUENST., Jura, t. 13, f. 41; Handb. Petrefactenkunde, t. 44, fig. 10; (non RÖMER.)

Die Muschel ist stark quer verlängert, die Wirbel sind klein, aber deutlich, nach der kürzeren Seite gerichtet und liegen im vorderen Drittel. Der vordere Schlossrand ist kurz, der hintere lang und in einem sanften Bogen gekrümmt. An der hinteren Seite zeigt sich eine sehr schmale und lange Area. An der vorderen Partie ist keine Vertiefung, die Schalenränder stossen etwas ausgebogen zusammen. Die concentrischen Streifen sind sehr fein.

Es kommt eine kleinere Form im bituminösen Kalksteine vor. — Die kleinere stimmt gut mit würtembergischen Exemplaren aus Weidach, Lias δ, von Herrn Prof. ZITTEL mitgetheilt.

Limæa duplicata Sow.

GOLDFUSS, Petref. Germ., taf. 107, f. 9. — PICTET, Traité de Paléontologie, t. 83, f. 6.

Einige Schalen von dieser dem Braunen Jura in West-Europa angehörenden Art sind im bituminösen Kalksteine an der Skodde Bay enthalten. Obwohl man den Schlossrand nicht sehen kann, gleichen sie übrigens völlig Exemplaren aus Balin bei Krakau, von Herrn Prof. ZITTEL gesandt.

Cucullæa Novæ-Semljæ n. sp.

Taf. I, fig. 19, 20.

Die Form ist länglich; die Buckel sind vorwärts gerückt, wodurch die Muschel sehr unsymmetrisch wird. Die Vorderecke des Schlossrandes ist in einem sehr stumpfen Winkel abgesetzt. Der vordere Ventralrand biegt sich rückwärts in einem sanften Bogen, so dass die Schale hinter dem Buckel breiter wird. Der hintere Theil mehr ausgezogen, rückwärts von einer beinahe geraden Linie begrenzt, die gegen den unteren Rand einen rechten Winkel bildet. Die Schale hat eine schöne, sowohl radiale als concentrische Streifung.

Steht der *C. (Arca) siberica* d'ORB. (Russia and Ural, t. 39, f. 14, 15) sehr nahe, ist jedoch durch ihre Form davon verschieden. Auch gleicht sie der *Cucullæa elegans* ROUILLIER (Bull. Mosc. 1848, Bd. 1 und 2, taf. H, fig. 35); aber noch mehr ROULLIERS fig. 11, taf. D, in Bull. Moscou, 1846, II; diese ist ohne Beschreibung mit dem Namen *Cucullæa cancellata* Sow. belegt; die Zeichnung SOWERBYS (Min. Conch., tab. 473, fig. 2) zeigt jedoch, dass dieser Name auf eine andere Form zielt.

Inoceramus revelatus Keyserl.

Posidonia revelata, Keyserling, Petschoraland, tab. 14, fig. 12—15, p. 32; — *Inoceramus revelatus* Lindström, Om Trias- och Juraförsteningar från Spetsbergen; Kongl. Sv. Vet.-Ak. Handlingar, Bd. 6, p. 13, tab. 2, fig. 17.

Von dieser Art, die Lindström mit allem Recht zu der Gattung *Inoceramus* führt, besitzen wir mehrere Exemplare, welche die characteristische Reihe von Bandgrübchen zeigen. Von Keyserlings Figur 13 unterscheidet sich unsere Form nur durch etwas geringere Breite.

Die Buckel sind scharf, etwas nach vorn gebogen; unter den Buckeln ist die vordere Partie ein wenig concav; die Schalen haben hier ein kleines Ohr; der hintere Schlossrand ist gerade, mit Bandgrübchen versehen. Die Schale, welche schön perlmutterglänzend ist, wird mit deutlichen, glatten Wellen bedeckt.

Kommt in dem bituminösen Kalke und grauen kalkigen Sandsteine von Skodde Bay vor.

Avicula Münsteri Bronn.

Taf. I, fig. 9.

Bronn, Jahrb. 1829, p. 76. — Goldfuss, Petref. Germ., t. 118, fig. 2. — Quenstedt, Jura, t. 60, f. 6—9. — Trautschold, Bull. Mosc., 38, 1; 1865; tab. III, f. 3.

Ob man wirklich *A. Münsteri* Bronn von der liassischen *A. inæquivalvis* Sow. trennen kann, ist allerdings fraglich; was jedoch allgemein als Kennzeichen der ersteren Form hervorgehoben wird, passt ganz zu unserer *Avicula* aus Novaja-Semlja. Sie hat eine tiefe Einbuchtung hinten, ist sehr schief mit zahlreichen, dicht stehenden Rippen.

Prof. Zittel vergleicht sie mit *Avicula spitiensis* Oppel aus dem oberen Jura von Spiti in Himalaya, und Herr Trautschold sagt, dass sie der russischen *Av. dimidiata* nahe kommt.

Nicht selten, sowohl im braunen Sandsteine von Besimennaja Bay als auch in dem kalkigen Gesteine aus Skodde Bay.

Aucella (Keyserling 1846).

Diese für die nördliche und östliche Facies des braunen Jura so characteristische Gattung tritt in Novaja-Semlja mit drei Representanten auf, nämlich *Auc. mosquensis* Buch in dem braunen Sandsteine von Besimennaja Bay, *Auc. Keyserlingiana* Trautsch. f. *majuscula* in dem sandigen Kalke und *Auc. Keyserlingiana* Trautsch. f. *obliqua* in dem bituminösen Kalke von Skodde Bay.

Das Genus wurde von Keyserling in »Wissenschaftliche Beobachtungen auf einer Reise in das Petschoraland im Jahre 1843» p. 297 begründet. Es ist sehr ausgeprägt, völlig unterschieden von *Avicula* und *Inoceramus*, unter welche Gattungen man die Arten früher brachte.

Die Muschel ist sehr ungleichschalig, immer mehr oder minder ungleichseitig, von schief ovalem oder birnförmigem Umrisse. Die Schale ist dünn, mit concentrischen Falten, oft sehr uneben. Der Buckel sitzt am Rande der Schale; er ist an der linken Schale, welche immer mehr aufgebläht ist als die rechte, stärker ausgebildet, mehr oder minder übergekrümmt und eingerollt. Die kleinere, rechte Schale ist auch gewölbt, der Buckel ist nicht eingerolllt. Der Schlossrand ist gerade, und, wenn die Spitze des Buckels aufwärts gehalten wird, ist er bei *Auc. mosquensis* horizontal gerade, bei den andern beiden Formen ist er mehr schief herablaufend. Hiedurch entsteht ein hinteres Ohr.

An der linken Schale läuft der Schlossrand vorwärts unter den Wirbel, vor demselben biegt er sich plötzlich nach unten und darauf vorwärts, wodurch ein Lappen der Schale nach innen gebogen wird: ein vorderes, nach innen zu gewendetes Ohr. Zwischen dem Schlossrande und dem Wirbel ist eine concave Furche von langgestrecktem triangulärem Umrisse, welche zum Aufnehmen einer Leiste der rechten Schale bestimmt ist.

Auch an der rechten Schale läuft der Schlossrand, der mit einer Rinne versehen ist, gerade von hinten nach vorn; sogleich vor dem Wirbel macht er eine Wendung nach innen und nach hinten; darauf geht er nach vorn. Hiedurch entsteht an der rechten Schale ein tiefer Sinus vor und unter dem Buckel, die Byssusrinne.

Keyserling, der diese Eigenthümlichkeiten schon bemerkt hatte, legt auch dar, eine richtige Auffassung der Species gehabt zu haben, indem er sie in zwei Abtheilungen sondert.

Franz Toula hat in einem Aufsatze, »Beschreibung mesozoischer Versteinerungen von der Kuhn-Insel» in »Die zweite deutsche Nordpolarfahrt», unter dem Namen *Aucella con-*

centrica alle aus Grönland bekannte Formen zusammengeführt, nicht nur solche wie *Aucella crassicollis*, sondern auch Formen die seiner Ansicht nach mit *Aucella mosquensis* und *Auc. Pallasii* verwandt sind.

Eichwald stellt in »Geognostisch-Paleontologische Bemerkungen über die Halbinsel Mangischlak und die Aleutischen Inseln» *Auc. mosquensis* und *Auc. concentrica* als verschiedene Arten auf. Doch hat er nicht ihre respectiven Kennzeichen hervorgehoben.

Uebrigens scheinen die Arten dieser Gattung einer gründlichen Revision zu bedürfen.

Aucella mosquensis Buch.

Avicula mosquensis v. Buch, Jahrb. 1844, p. 537. — *Avicula Fischeriana* d'Orbigny, Russia and Ural, tab. 41, fig. 8—10, p. 472. — *Aucella mosquensis* Keyserling, Petschoraland, tab. 16, fig. 8, p. 299. — Eichwald, Lethæa rossica II, p. 519; und Mangischlak und Aleuten, p. 185, taf. 17, fig. 7—12.

Taf. II fig. 16, 17, 18.

Umriss sehr schief oval, besonders der Umriss der linken Schale, »so dass er in Gestalt eines gleichförmig gekrümmten, sehr flachen Bogens von vorn nahe den Buckeln bis an das hintere Ventral-Ende zieht und dort mit einem kurzen sehr deutlichen Scheitel in den Hinterrand umbiegt, der mit einer beträchtlichen Strecke des vorderen und unteren Randes parallel ist». Der Buckel der linken Schale kaum eingerollt. Die Schalen concentrisch gerippt, mehr oder minder deutliche Falten bildend. Auf der wohlerhaltenen Oberfläche des Steinkernes entdeckt man mit der Loupe feine, etwas undulirende Längsstreifen. Der Schlossrand nach hinten deutlich horizontal ausgezogen, so dass ein ausgeprägtes hinteres Ohr entsteht. An der rechten Schale ist der Schlossrand vor dem Buckel ausgezogen, so dass, wenn diese Schale von der Seite betrachtet wird, man diesen Rand vor dem Buckel wie ein Zahn hervorspringen sieht. Die Byssusrinne ist so gebildet, als ob man eine Lancette von vorn parallel mit dem Schlossrande unter den Buckel hineingeführt hätte.

Unsere Exemplare sind durch grössere Wölbung der rechten Schale und minder ausgewickelte Buckel der linken von Moskauer Exemplaren verschieden, welche Herr Trautschold in Moskwa gütigst mitgetheilt hat.

Häufig im braunen Sandsteine vorkommend.

Aucella Keyserlingiana TRAUTSCH.

TRAUTSCHOLD in Verhandlungen der Russisch-Kaiserlichen Miner.-Gesellsch. zu Petersburg, II, 3; p. 250; 1868. — *Aucella concentrica* KEYSERL., Petschoraland, p. 300, t. 16, fig. 13—15; EICHWALD, »Lethæa rossica» II, p. 521; und »Mangischlak und Aleuten», p. 186, t. 17, fig. 1—2; TOULA, Kuhn-Insel p. 503, t. 2, fig. 2—4. — Non *Inoceramus concentricus* FISCH., Oryctogr. (siehe TRAUTSCHOLD in oben citirter Stelle!).

Umriss der Schalen ausgeprägt birnförmig, nicht so schief wie bei der vorigen Art; »der divergirende Vorder- und Hinterrand bildet zwei Seiten, die durch den flach bogenförmigen Unterrand, der die dritte Seite darstellt, verbunden sind». Buckel stark eingerollt; die Schalen concentrisch gerippt ohne radiale Streifen. Schlossrand nicht so ausgeprägt, wodurch das hintere Ohr nicht so stark hervortritt. Der Schlossrand ist nicht vor den Buckeln hervorgezogen, er hört gleich unter der Spitze der Buckeln auf. Die Byssusrinne ist so gebildet, als ob man eine Lancette rechtwinkelig gegen den Schlossrand nach innen geführt hätte.

In der Skodde Bay sind zwei Formen gesammelt, die unter folgenden Namen zusammengeführt werden dürfen.

Aucella Keyserlingiana TRAUTSCH. forma majuscula.

Taf. II, fig. 9—12.

Umriss der Schalen beinahe schief. Die linke Schale triangulär, in einen schmalen Hals ausgezogen; die rechte von cirkelförmigem Umrisse mit einem spitzigen Buckel. Vorn unter dem Buckel ist die Schale etwas concav, als ob man mit dem Finger einen Eindruck gemacht hätte; die Buckel hiedurch schmäler und stärker nach vorn gerichtet. Die grösste Dicke der Muschel liegt unter dem Byssus-Einschnitte.

Diese sehr grosse Form erinnert an *Aucella crassicollis* KEYSERL., besonders Fig. 10, Taf. 16, welche spitzige, stark nach vorn gerichtete Wirbel hat. Unsere haben dagegen einen sehr schmalen Hals und sind nach unten viel schmäler.

Kommt in der Skodde Bay im sandigen Kalke vor.

Aucella Keyserlingiana TRAUTSCH. forma obliqua.

Taf. II, fig. 13, 14, 15.

Umriss der Schalen sehr schief, stark nach hinten ausgezogen. Die rechte Schale mehr oblong, mit stumpfem Buckel

Vorn unter dem Buckel keine ausgeprägte Aushöhlung. Die grösste Dicke liegt gerade über dem Byssus-Einschnitte.

Diese Form ist kleiner als die vorige; die Schalen sind glatt mit obsoleten Anwachswellen; doch kommt auch eine Form mit deutlich markirten Furchen vor, an KEYSERLINGS Figur 16 erinnernd.

Im bituminösen Kalke von der Skodde Bay.

Pecten demissus PHILL.

PHILLIPS, Yorkshire-coast, t. 6, fig. 5. — GOLDFUSS, Petref. Germ., tab. 99 f. 2. — RÖMER, Nachtrag zu Verst. Ool. Geb., p. 26. — MORRIS & LYCETT, Great Oolithe, p. 127. — QUENSTEDT, der Jura, p. 38 etc., t. 48, f. 6–7; t. 72, f. 27; LINDSTRÖM, Om Trias- och Juraförsteningar, p. 14, t. III, f. 9—10; LAUBE, Bivalven von Balin, p. 10.

Von dieser für den Braunen Jura characteristischen Art sind in dem braunen Sandsteine mehrere Exemplare aufbewahrt. Diese sind Steinkerne oder Abdrücke der Innenseite der Schale. Dieser Abdruck ist jedoch höchst eigenthümlich; QUENSTEDT hat davon eine gute Abbildung, tab. 48, f. 6. Ein Abdruck der Oberseite einer Schale zeigt die elegante cirkelrunde Streifung. Diese Exemplare aus Novaja-Semlja stimmen sehr gut mit denen aus dem Moskauer Jura. — Die von Professor LINDSTRÖM aus dem Spitzberger Jura beschriebene Form weicht nur durch ihre Grösse und Breite davon ab.

Pecten validus LINDSTR.

LINDSTRÖM, Om Trias- och Juraförsteningar in Kongl. Sv. Vet. Ak. Handl. Bd. 6, p. 15, Taf. III, fig. 5, 6.

Ein Theil der oberen Seite der rechten Schale zeigt das rechte Ohr mit seinem S-förmigen Rande und seinen scharfen Zuwachslinien. Auch auf der Schale sind concentrische Zuwachslinien sichtbar.

Im braunen Sandsteine von Besimennaja.

Pecten Lindströmi n. sp.

Taf. I, fig. 1—5.

Die beiden Schalen sind etwas gewölbt, fast kreisrund, wenigstens eben so breit wie lang; der Winkel am Buckel ist recht oder dann und wann etwas stumpf. Die Vorderohren sind gross; die Hinterohren klein, mit stumpfen Winkel nach hinten an dem Schalenrande niederlaufend. Das rechte Byssus-Ohr hat eine schräge Furche. An beiden Schalen ist ein concaver Eindruck unter den Vorderohren an dem oberen Schalenrande, wodurch die Schalen etwas schief werden. Beide Schalen sind dicht und fein concentrisch gestreift, was man erst unter der Loupe sehen kann; die sehr schmalen concentrischen Falten sind oben flach, glatt und glänzend, scharf durch cirkuläre eingesenkte Linien abgeschnitten; der untere Rand jeder Falte ist dicht und fein punktirt oder ausgeschnitten. Keine radiale Faltung ist vorhanden; doch kann man oft in einer gewissen Beleuchtung feine radiale Streifen wahrnehmen; was vielleicht darauf beruht, dass die über einander gestellten feinen eingedrückten Pünktchen zu einer feinen Linie ausgezogen werden.

Diese Art steht dem in Lias vorkommenden *Pecten subulatus* Münst. und *P. Lohbergensis* Emerson am nächsten; besonders scheint der letztere sehr verwandt zu sein (siehe: Emerson, Die Liasmulde von Markaldendorf bei Einbeck; Zeitschr. Deutsch. Geol. Gesellsch., Bd. 22, 1870; p. 318, Taf. 9, Fig. 4). Diese hat jedoch eine andere Sculptur; auch soll die rechte Schale wenig gewölbt sein.

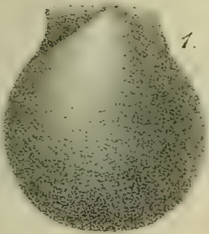
Im bituminösen und sandigen Kalke.

Ostrea sp.

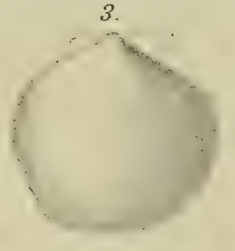
Eine kleine Oberschale einer *Ostrea* gleicht der Oberschale von *Gryphæa arcuata*, hat jedoch eine deutliche radiale Streifung.

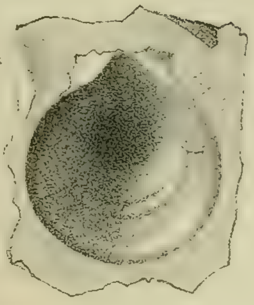
Tafel I.

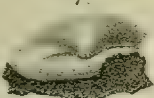
Fig. 1—4. *Pecten Lindströmi* n. sp., natürliche Grösse.
» 5. Ein Theil der Schale, stark vergrössert,
» 6—8. *Goniomya elegantula* n. sp., nat. Grösse.
» 9. *Avicula Münsteri* Bronn, nat. Grösse.
» 10—11. *Leda angulata* n. sp., vergrössert.
» 12. Dieselbe in natürlicher Grösse.
» 13—14. *Cyprina polaris* n. sp., nat. Grösse.
» 15—16. *Solenomya costata* n. sp. nat. Grösse.
» 17—18. *Leda subovalis* Goldf,, nat. Grösse.
» 19. *Cucullæa Novæ-Semljæ* n. sp., zweimal vergrössert
» 20. Ein Theil der Schale, stark vergrössert.
» 21, 25. *Ptychostolis Nordenskiöldi* n. sp., von der Seit gesehen; beinahe nat. Grösse.
» 22, 28. Dieselbe, von vorn und von oben gesehen.
» 23. Dieselbe, stark vergrössert; die Buckel sind weg geschliffen um die Zähne zu zeigen.
» 24. Dieselbe in Querdurchschnitt, die Falten de Schale zeigend.
» 26. Steinkern derselben.
» 27. Dieselbe im Gesteine liegend, von innen gesehen
» 28. Dieselbe von oben.
» 29—32. *Nucula borealis* n. sp., natürliche Grösse.

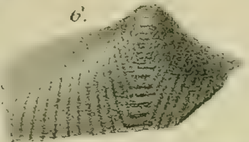

1.

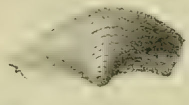
2.

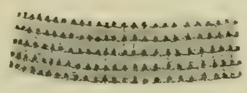

3.

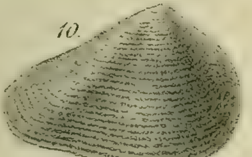

4.

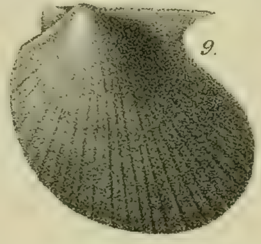

7.

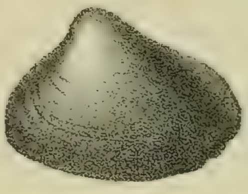

6.

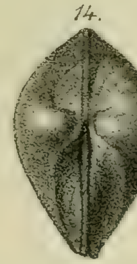

8.

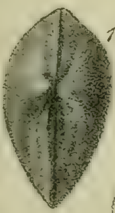

5.

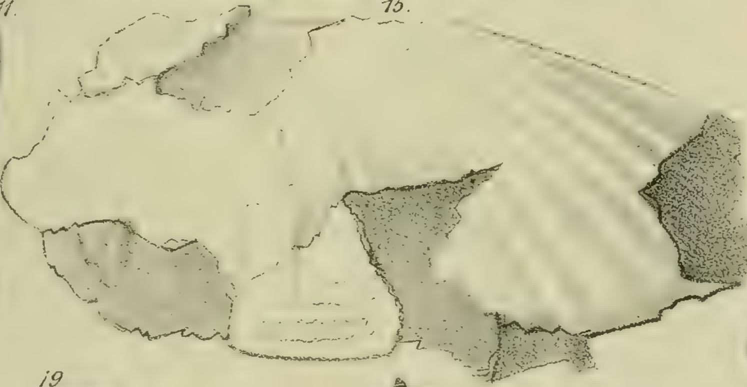

10.

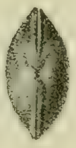

9.

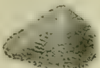

13.

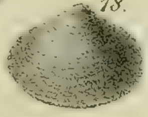

14.

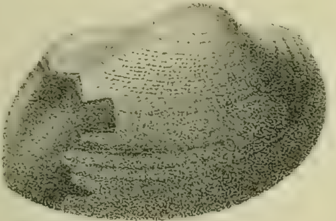

11.

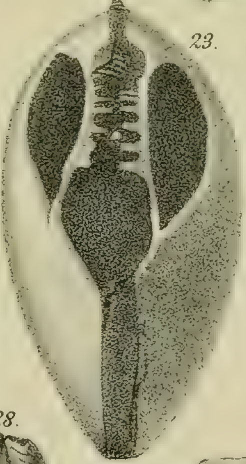

15.

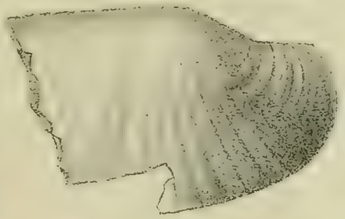

17.

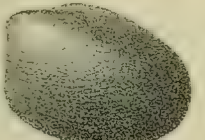

12.

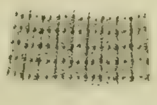

18.

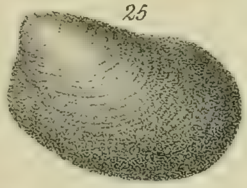

19.

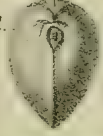

23.

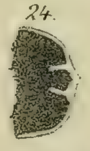

16.

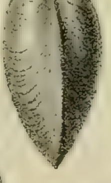

21.

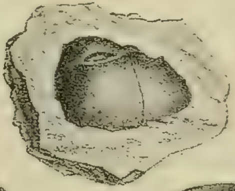

20.

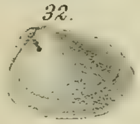

25.

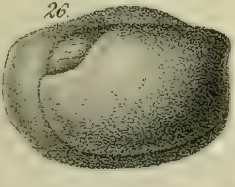

22.

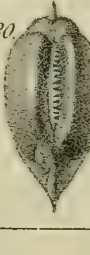

24.

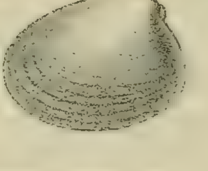

28.

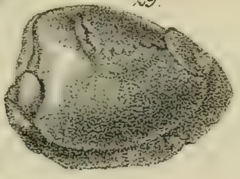

27.


32.


26.


30.


31.


29.

C. A. Hedelin del.

Lith. W. Schlachter, Stockholm.

Tafel II.

Fig. 1— 3. *Turbo capitaneus* Münst., nat. Grösse.

» 4— 5. *Turritella Novæ-Semljæ* n. sp., in natürlicher Grösse, und eine Windung vergrössert.

» 6— 8. *Nucula* sp., dreimal vergrössert.

» 9—12. *Aucella Keyserlingiana* Trautsch., forma *majuscula*, mittelgrosse Exemplare.

» 13—15. *Auc. Keyserl.* forma *obliqua*, nat. Grösse.

» 16—18. *Auc. mosquensis* Buch, nat. Grösse.

» 19. *Turbo unicostatus* n. sp., nat. Grösse.

» 20. — *micans* n. sp. » »

» 21. *Actæon exsculptus* n. sp., etwas vergrössert.

» 22. Ein Theil der Schale, stark vergrössert.

« 23. *Buccinum septentrionale* n. sp., nat. Grösse.

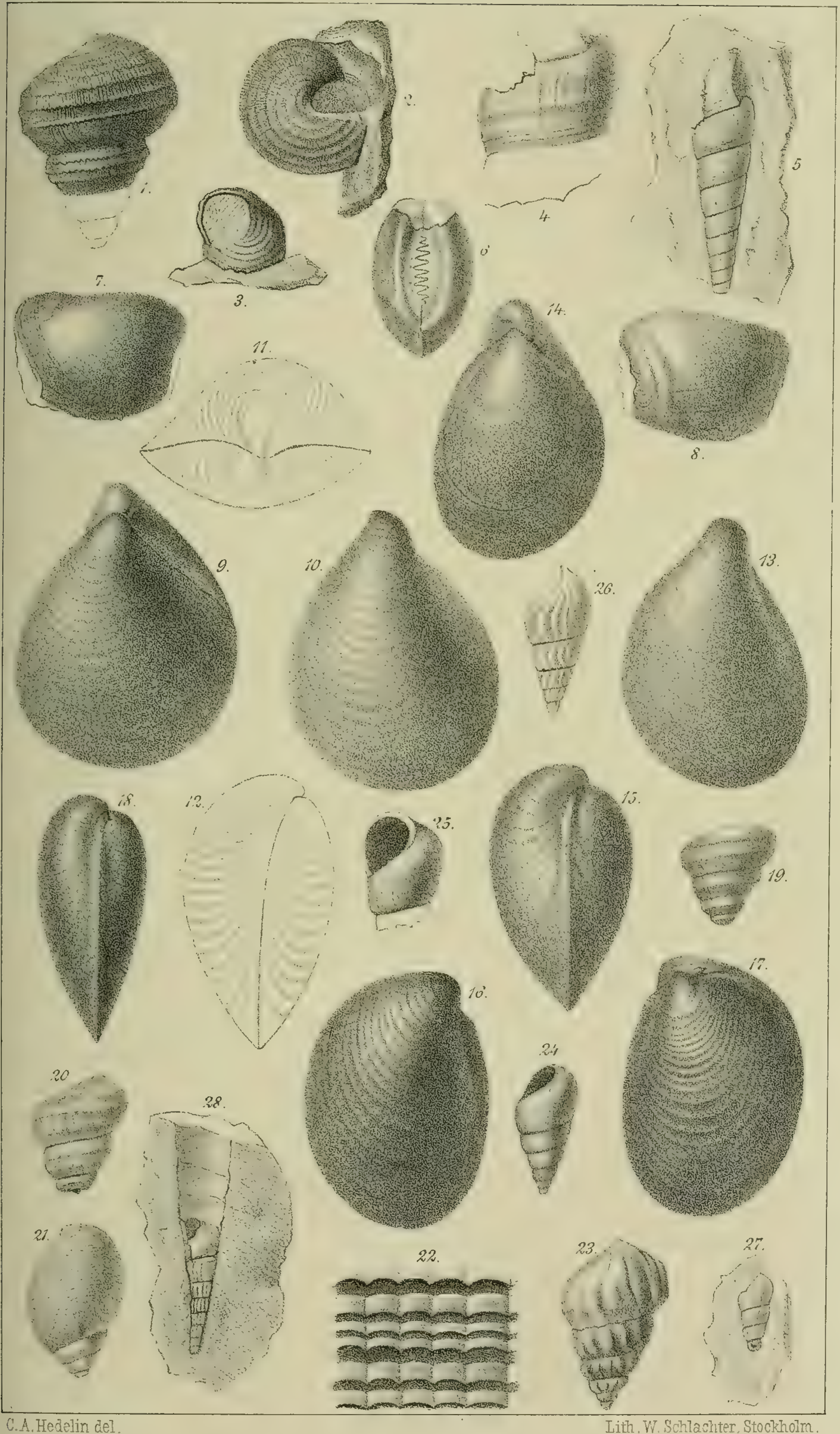
» 24. *Eulima pusilla* n. sp., zweimal vergrössert.

» 25. Die letzte Windung, stärker vergrössert.

» 26. *Eulima undulata* n. sp., zweimal vergrössert.

» 27. — — — nat. Grösse.

» 28. *Cerithium elatum* n. sp., nat. Grösse.


1.
2.
4.
5
3.
6
7.
14.
11.
8.
9.
10.
26.
13.
18.
12.
25.
15.
19.
16.
17.
24.
20.
28.
21.
22.
23.
27.

C. A. Hedelin del.

Lith. W. Schlachter, Stockholm.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 4.

IANTHE

A NEW GENUS OF ISOPODA

DESCRIBED BY

CARL BOVALLIUS.

WITH THREE PLATES.

COMMUNICATED TO THE R. SWEDISH ACADEMY OF SCIENCES,
1880 OCTOBER 13.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Among the rich collections of arctic Crustacea in the zoological State Museum at Stockholm, kindly entrusted to me for examination by Professor S. Lovén, is a beautiful Isopod, the object of this note, dredged in the Baffinsbay by the Swedish arctic expedition of the year 1871.

Its place in the system is in the tribe of »Isopodes marcheurs» of Milne-Edwards, and the subtribe of »Asellotes homopodes» [1]).

In the carcinological system of Dana, it belongs to Isopoda oniscoidea, third family Asellidæ, the subfamily Asellinæ, between Janira and Asellus [2]).

In the system of Spence Bate and Westwood [3]), it is to be placed among the Isopoda normalia, the family Asellidæ, next to Janira.

According to Claus, it should be referred to his second tribe of Isopoda, Euisopoda, and the fifth family Asellidæ. The following diagram will give an account of the relations of the new genus.

---

[1]) H. Milne-Edwards. Histoire naturelle des Crustacés T. III. Paris 1840, pag. 120 and 143—147.

[2]) United States Exploring Expedition 1838—42. Crustacea by James Dana. Part II. Philadelphia 1852, pag. 716.

[3]) C. Spence-Bate and J. O. Westward. A history of the British sessile-eyed Crustacea. Vol. II. London 1868, pag. 313.

ASELLIDÆ. *Pleon and urus*
- fused together into 1 or 2 joints. *Posterior legs*
  - elongated. 1 subf. Munninæ.
    - .... Henopomus. Guérin.
    - .... Munna. Kr.
  - not elongated. 2d subf. Asellinæ. *Dactyli*
    - biunguiculate. *Last pair of uropoda*
      - rudimental .... Jæra. Leach.
      - well developed, styliform. *Mandibles*
        - palp obsolete........ Janira. Leach.
        - palp 3-articulated IANTHE n. g.
    - uniunguiculate. *Last pair of uropoda*
      - well developed, styliform .... Asellus. Geoffr.
      - rudimental........ Leptapsidia. Sp. Bate.
- forming 6 joints. 3 subf. Limnorinæ........ Limnoria. Leach.

Ianthe. nov. gen.

Derivatio: Ἰάνϑη, the mother of Janira *.

Diagn. gen. *Corpus* convexum, ovato-elongatum.
Cephalon convexum, rostrum gerens longum acuminatum.
Oculi minuti, remoti.
Antennæ internæ conspicuæ.
Mandibulæ validæ, palpo triarticulato.
Dactyli biunguiculati, ungue externo majore.
Pedes primi paris subcheliformes, ceteri subæquales.
Segmenta *plei urique* in unum coalita.
Uropoda ultima styliformia, laminis binis angustissimis.

Ianthe is a genus well distinguished from its allies: from Asellus by the biunguiculate legs and the form of the pleopoda; from Jæra by the well developed, styliform last pair of uropoda and the multiarticulate flagellum of the inner antennæ. From the Janira, its closest ally, it is to be distinguished by the great convexity of the body, by the small and distant eyes, by the want of an articulated scale at the peduncles of the inner antennæ and lastly by the fully developed palpiform appendage of the mandibles and by the three-articulated maxillar feet. The most remarkable peculiarity of the animal is, however, the gradual development of its pleopoda into respiratory organs.

---

* See Ovidii Metamorphoses IX. 714.

Ianthe speciosa, n. s.

Cephalon rostro brevius, cornua lateralia ferens.

Antennæ interiores externis multo breviores.

Segmenta pereii spinas dorsales ferentia binas.

Latera segmentorum dilatata, valde incisa, cornua formant.

Pleon convexum spinam unicam ferens.

Uropoda ultima lamellis inæqualibus pedunculis brevioribus.

Cephalon shorter than rostrum, the lateral margins produced into flat horns directed forwards.

Inner Antennæ much shorter than the outer.

Every segment of the pereion carrying dorsally two short spines.

Pleon convex with one median dorsal spine.

The last Uropoda with inæqual rami, which are shorter than the peduncles.

The *body* is convex, arched, ovato-oblong.

The *cephalon* is longer than the following segment, but somewhat narrower, with the anterior part produced into a long sharp rostrum, finely denticulated at the upper margins. The rostrum is longer by a fourth than the cephalon; the lateral margins of the cephalon are produced into long flat horns, finely denticulated at the margins, directed forwards, giving the cephalon the appearance of being trilobate. The upper side of the cephalon is highly convex (Pl. I, fig. 1), the surface finely granulated and provided with a few, short, simple hairs. The frontal margins are arched.

The segments of the *pereion* are subæqual in length, their breadth increasing to the fourth segment, then decreasing to the pleon (Pl. I, fig. 1). They are very convex, every one carrying transversally two dorsal spines of a conical form. On the first, second, third, and fourth segments, these are situated at the anterior margin, on the the fifth, sixth, and seventh at the posterior margin. The surface is granulated and has some transversal furrows. The lateral margins are much dilated and deeply incised, forming flat, sharp cornua; the first segment forms one on each side, directed forwards, the second and third two cornua directed forwards, the fourth two directed outwards, and the fifth, sixth, and seventh each one directed backwards, with a small one at the base (Pl. I, fig. 1). The under median line of the segments forms a distinct carina (Pl. II, fig. 11).

The *pleon* and *urus* are fused together into a broad, clypeate segment with rounded margins, posteriorly produced into two sharp angles, broad, flat, and corresponding with the cornua of the preceding segments (Pl. I, fig. 1, Pl. III, fig. 29). Between these angles, at their base, is a deep hollow for the insertion of the last pair of uropoda. The dorsal side of the segment is convex with a conical spine in the middle and two longitudinal furrows. At the under side, the segment is deeply hollowed to receive the branchial feet.

The eyes are small, oval, tolerably prominent, and very distant, situated over the bases of the external antennæ at the base of the lateral cornua (Pl. I, fig. 2).

The inner or upper Antennæ are fixed at the under side of the base of the rostrum and separated by it. The peduncle is three-articulated, the basal article longer and broader than the following, fixed on a tuberculous prominence of the cephalon, the second article is equal in length, but much narrower; the upper margin is tipped with some hairs; the last article is shorter and narrower, ciliated at the upper end, carrying one or two auditory bristles (Pl. I, f. 9). The flagellum is multiarticulate (with 60 to 70 articuli), the first and second greater, the second twice as long as the first; the remainder subæqual, decreasing in breadth to the top. Many of the articles carry on their upper margin an olfactory gland and two long, unciliate hairs (Pl. I, fig. 5 a. 6). The length of the inner antennæ is a third of that of the outer ones; they reach to the middle of the last article of the peduncles. The second article of the peduncle carries no appendicular lamina as in the Janira.

The outer or inferior Antennæ (Pl. I, fig. 7) are fixed under the arched frontal margins of the cephalon. The peduncle is five-jointed; the first article is small and short, the following a little longer; the third is longer and carries at the upper outer margin a long, strong tooth, the fourth article is shorter and narrower, the fifth longer than all the preceding together; the margins are provided with fine, short hairs. The flagellum is multi-articulate, twice as long as the peduncle; the joints are short and broad, almost 280 in number; they are spirally beset with short bristles (Pl. I, fig. 8); the first joint is greatest and broadest, the last seven long and narrow. The whole length of the outer antennæ is a little shorter than the length of the animal.

The labrum forms a large triangular prominence at the base of the rostrum (Pl. I, fig. 10).

The Mandibulæ (Pl. II, fig. 12) are large and well developed, broad at the bases, decreasing to the tops and strongly arched; the left mandibula has two denticulated processes at the top, the right has one (Pl. II, fig. 13). Under these are two bundles of strongly serrated bristles, 8—10 in each, and a long, single bristle. Then follows the molar tubercle, which is rounded, very prominent, and armed at the under margin with two short, strong teeth. The mandibular palp is the representative of the endopodite; it is long and well developed, as long as the mandible itself. It consists of three joints and is fixed on a rounded tubercle on the side of the mandible, which gives it the appearance of being four-jointed. The first joint is long, with a few hairs at the upper margin; the second is the longest, and ciliated at the outer side; the last is the broadest; at the top it is deeply hollowed, the hollow being surrounded with movable, finely ciliated bristles (Pl. II, fig. 15), possibly serving as an organ of smelling.

The first pair of maxillæ (Pl. II, fig. 16) consist of a great, rounded, basal joint, the protopodite, and two foliaceous plates of inæqual size. The outer plate, the exopodite, is broad and stout, finely ciliated on the outer and inner sides, with the top obliquely truncate and armed with 7—10 strong, denticulate spines (Pl. II, fig. 17 and 18). The inner plate, the endopodite, is as long as the outer, but narrower, richly provided with ciliated hairs at the arched top.

The second pair of maxillæ (Pl. II, fig. 19) is greater and more developed. They consist of a protopodite, produced at the inner upper side into a flat plate or oblong lamina richly supplied at the inner margin with hairs and bristles, and of two narrower plates, which articulate with the protopodite. The last two plates, the endopodite and the exopodite, are long, feebly arched, finely ciliated at the margins and armed at the tips with 5—6 denticulated spines (Pl. II, fig. 20 and 21). The endopodite is longer than the exopodite.

The maxillipedes (Pl. II, fig. 22) totally cover the other organs of the mouth; they are fixed at the posterior margin of the excavation, which forms the mouth. Each maxilliped consists of a broad and large protopodite, divided into a short coxa and a long basis. The basis is produced at its upper corner into a lamina, nearly as long as broad, straight at its inner and upper margin, arched at the outer; the upper margin is richly provided with denticulate bristles (Pl. II, fig. 23), every one supported by a little tubercle. At the side of this lamina, at the upper corner of the basis, arises a five-articulated, palpiform appendage, the endopodite, which is longer than the rest of the limb. The first joint or ischium is broad and short; the second, meros, more than twice as long, broad and flat, finely ciliated at the inner margin; the third, carpus, is shorter and narrower, with a furrow at its inner margin for the reception of the following joints. The edges of this ridge are finely ciliated. Propus, the fourth joint, is as long as the second, but much narrower, provided with long hairs at the upper corner. The last joint, the dactylus, is shorter, richly covered with nairs at the top. From the basal joint of the maxilliped extends outwards a great triangular plate, the exopodite, (Pl. II, fig. 22); the inner margin is feebly arched, the outer concave, the lower is nearly straight. At the upper corner the exopodite carries some short, simple hairs.

The first pair of gnathopoda (Pl. III, fig. 26) is shorter than the following, and subcheliformed. They are attached to the under side of the flattened, lateral corners of the first segment. The *basis* is tolerably long, directed towards the median line of the body. The *Ischium* is shorter than the basis, but stout. The *meros* is short, anteriorly produced and armed with a short spine. The *carpus* is broad and long, at the inner margin armed with strong, short spines and denticulated. The *propus* is shorter, reaching fully to the middle of the carpus, against which it falls, forming a subcheliform hand. Its inner margin is finely denticulated. The *dactylus* is very short [a fourth of the preceding] with a few, simple hairs. At its top are fixed the two characteristic ungues; the outer stronger, movable (Pl. II, fig. 27). the inner shorter, half the length of the outer. There is nc trace of an exopodite.

The second pair of gnathopoda is fully equal to the following pereiopoda.

The pereiopoda. The three first pairs are directed forwards, the remainder backwards. They are all nearly equal in size. The coxæ are fixed on the flat under side of the segments. The second pair of gnathopoda and the first and second pairs of the pereiopoda are fixed between the cornua of the segments, in a small excavation at their base. The remainder are inserted at the posterior margin of every segment, on the under side of the little secondary spine (Pl. II, fig. 11, Pl. III, fig. 25 and 28).

The second joint or *basis* lies close to the underside of the segment, nearly reaching to the median carina (Pl. II fig. 11); it is long, cylindrical, with narrowed ends, without hairs or bristles; the following joint, the *ischium*, is tolerably long, but shorter than the basis, with slightly arched margins beset with some short, simple bristles; the *meros* is short, the lower margin is straight with shorter and longer bristles, the upper side is produced into a strong process, tipped with long, stout bristles. The *carpus* is long, nearly as long as the basis; the upper margin produced into an angle covered with hairs, the under margin is waved, beset with short hairs and bristles. The *propus* is long, (longest in the fourth pair of pereiopoda), but not so long as the carpus; the inner margin is straight, with short, fine bristles, the outer margin is slightly curved, with bundles of straight, simple hairs. The *dactylus* is very short, a sixth of the length of the propus, with a few, short bristles and the two ungues, of which the outer is much longer than the inner.

The pleopoda. Between the last segment of the pereion and the coalesced pleo-ural segment is no trace to be seen of any preceding segment, as is the case in the Asellus. From the under anterior limit of this coalesced segment, which, for shortness sake, we call pleon, extends the *male organ*, broadest at the base, elongated, reaching nearly to the posterior margin of the excavation, which contains the branchial feet. It is the first pair of pleopoda transformed. At its apex, it is slightly hollowed on the upper (inner) side, and finely ciliated (Pl. III fig. 28). At the middle of the inner side there is a reservoir for the sperma, forming a broad, rounded bulbus, with slightly curved ducts in both sides of the bipartite organ (Pl. II, fig. 24).

Then follows the *second pair of pleopoda.* The *coxal joint* of the protopodite is minute and very short; the *basal joint* is strongly developed, laminated, forming a good operculum for the tender branchial feet; it is rounded at the outer margin, corresponding with the form of the branchial excavation; at the posterior end it is finely ciliated; the inner margin is straight at its posterior part, and slightly concavated at the anterior. At the posterior end of this concavation the endopodite is attached; it consists of three joints, the first of which is oval, nearly concealed in a duplicature of the laminated basis (Pl. III, fig. 30). The following joint is shorter and narrower, nearly cylindrical; the last is longer than either of the preceding, trigonal, narrowed at the apex, and densely beset with stiff hairs, directed *forwards*, contrarily to the direction of the foot (Pl. III, fig. 31). From the basis arises a two-jointed appendage, probably representing an epipodite; the first joint is elongated and directed forwards; the second is short and flask-formed, with an oval aperture. The function of this appendage is possibly respiratory. The first pair of pleopoda seems to have no other relation to the respiration than by this minute appendage; the rest of the leg is partly a protecting covercle, partly it seems to be in the service of reproduction.

The third pair of pleopoda forms great rounded laminæ of »branchial» structure, the transformed bases of the legs, and two narrow, flat joints, forming a sort of feet, but of so loose a consistence that it seems to serve to no more than to put the respiratory water in circulation (Pl. III, fig. 32).

The fourth pair is more transformed for the branchial service; the rounded lamina is greater, the foot-like appendage still consists of two joints, but the last is great and tumid and serves apparently as an organ of respiration (Pl. III, fig. 33).

The fifth and last pair consists of two subæqual laminæ, so like each other that it is difficult to say, which of them corresponds with the lamina of the preceding pair (Pl. III. fig. 34).

The uropoda (Pl. III, fig. 35) consist of a cylindrical peduncle, elongated, and slightly curved at the anterior end, provided with some short bristles and stiff hairs, and two lanceolate rami, shorter than the peduncle. The inner is broader and longer than the outer, both carrying small bundles of hairs at the margins.

The only hitherto known specimen of the animal is, as mentioned above, the one in the collections of the Royal Swedish Zoological Museum, dredged in the Baffinsbay the 26 July 1871 at 67° 59′ NB, 56° 33 VL. from a stony bottom at a depth of 98 fathoms, by D:r JOSUA LINDAHL, the zoologist of the Swedish arctic expedition of that year.

Measures.

Length of the animal from the tip of the rostrum to the end of the urus	21,5	mm.
Cephalon, length	1,5	»
» breadth	4	»
Rostrum, length	2,3	»
» breadth at the base	0,9	»
Lateral horns, length	1,2	»
Breadth between the eyes	2	»
» between the cornua of the cephalon	6	»
» » » » of the 7:th segment	9	»
» » » » of the urus	3,2	»
Pereion, length	11	»
» , greatest breadth without the cornua	5	»
Length of the lateral cornua	1,5—2,5	»
Height of the dorsal spine at the pereion	1	»
Pleon and urus, length without the cornua	3,7	»
» » » breadth	5,5	»
Height of the dorsal spine at the pleon	1,4	»
Length of the cornua of the pleon	2	»
Peduncle of the inner antennæ	1,4	»
Flagellum » » » »	2,7	»
Peduncle of the outer antennæ	7,5	»
Flagellum » » » »	9,6	»
The first pair of gnathopoda, length	5	»
The fourth pair of pereiopoda, length	10	»
The bases of the pereiopoda, length	2,7—3	»
The propus of the second pair of pereiopoda	1,7	»
» » » » fourth pair of pereiopoda	2	»
The outer unguis » » » »	0,21	»
» inner » » » » »	0,11	»
The peduncle of the uropoda	2	»
Length of the inner ramus » » »	1,5	»
» » » outer » » » »	1,3	»

EXPLANATION OF THE PLATES.

PLATE I.

Fig. 1. The animal seen from above. $^{4}/_{1}$
» 2. Cephalon. $^{10}/_{1}$
» 3. Inner antenna. $^{20}/_{1}$
» 4. The first joints of the flagellum of the inner antenna. $^{160}/_{1}$
» 5. The last joints » » » » » » » $^{200}/_{1}$
» 6. An olfactory gland » » » » » » $^{260}/_{1}$
» 7. Peduncle of outer antenna. $^{15}/_{1}$
» 8. Some articles of the flagellum of the outer antenna $^{60}/_{1}$
» 9. Auditory bristle from the third joint of the peduncle of the inner antenna.
» 10. Labrum.

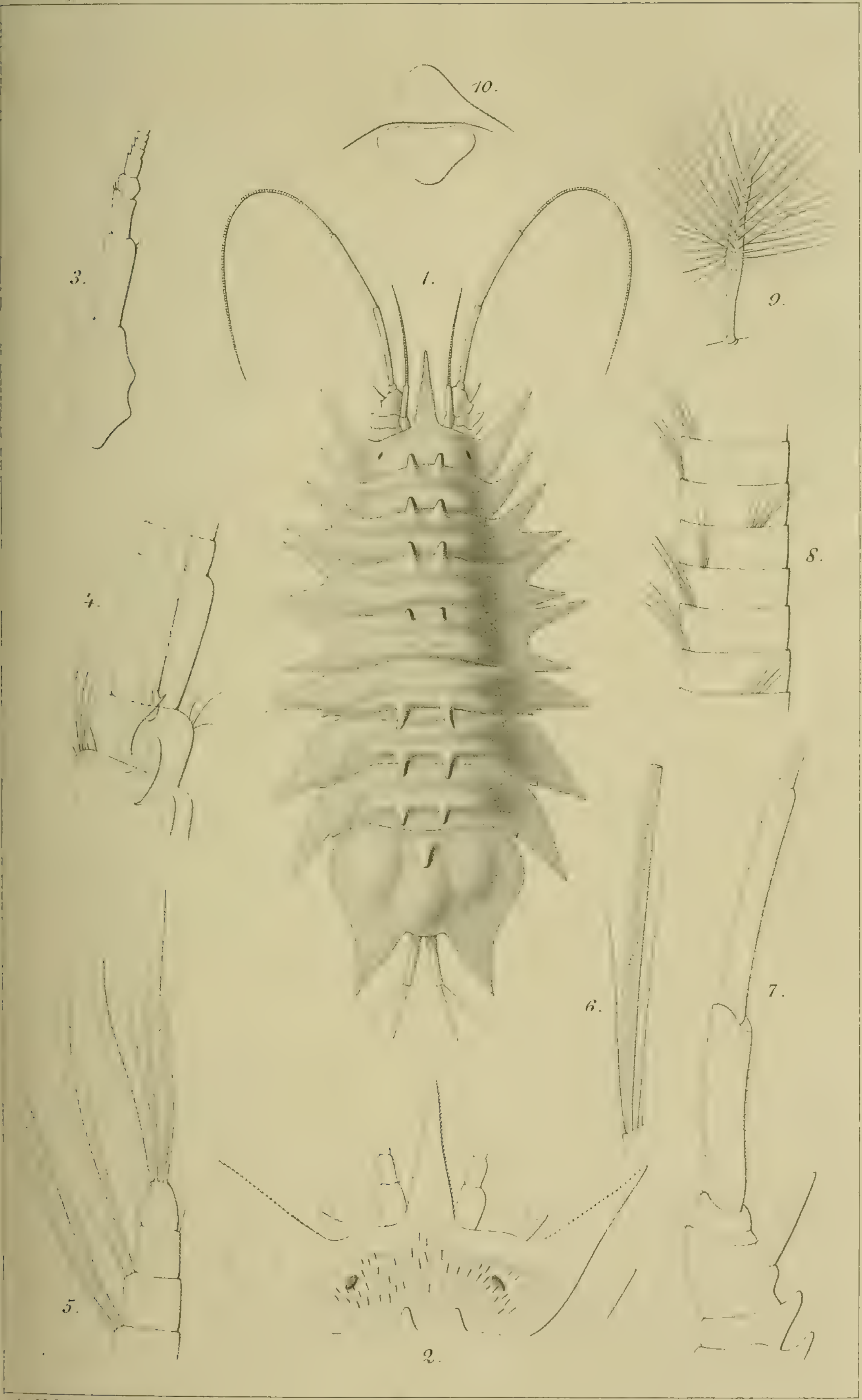
PLATE II.

» 11. The animal seen from the underside. $^{4}/_{1}$
» 12. The left mandible, with the palp.
» 13. The tip of the left mandible.
» 14. A denticulated bristle from the same.
» 15. The last joint of the mandibular palp.
» 16. The first maxill. $^{30}/_{1}$
» 17.
» 18. Serrated bristles from the outer lamina of the first maxill.
» 19. The second maxill. $^{40}/_{1}$
» 20. The tip of the outermost lamina of the second maxill. $^{260}/_{1}$
» 21. Serrated bristle » » » » » »
» 22. The left maxilliped. $^{25}/_{1}$
» 23. Bristles from the inner, upper lamina of the left maxilliped.
» 24. The male organ.
» 24 a. The posterior end of the male organ.

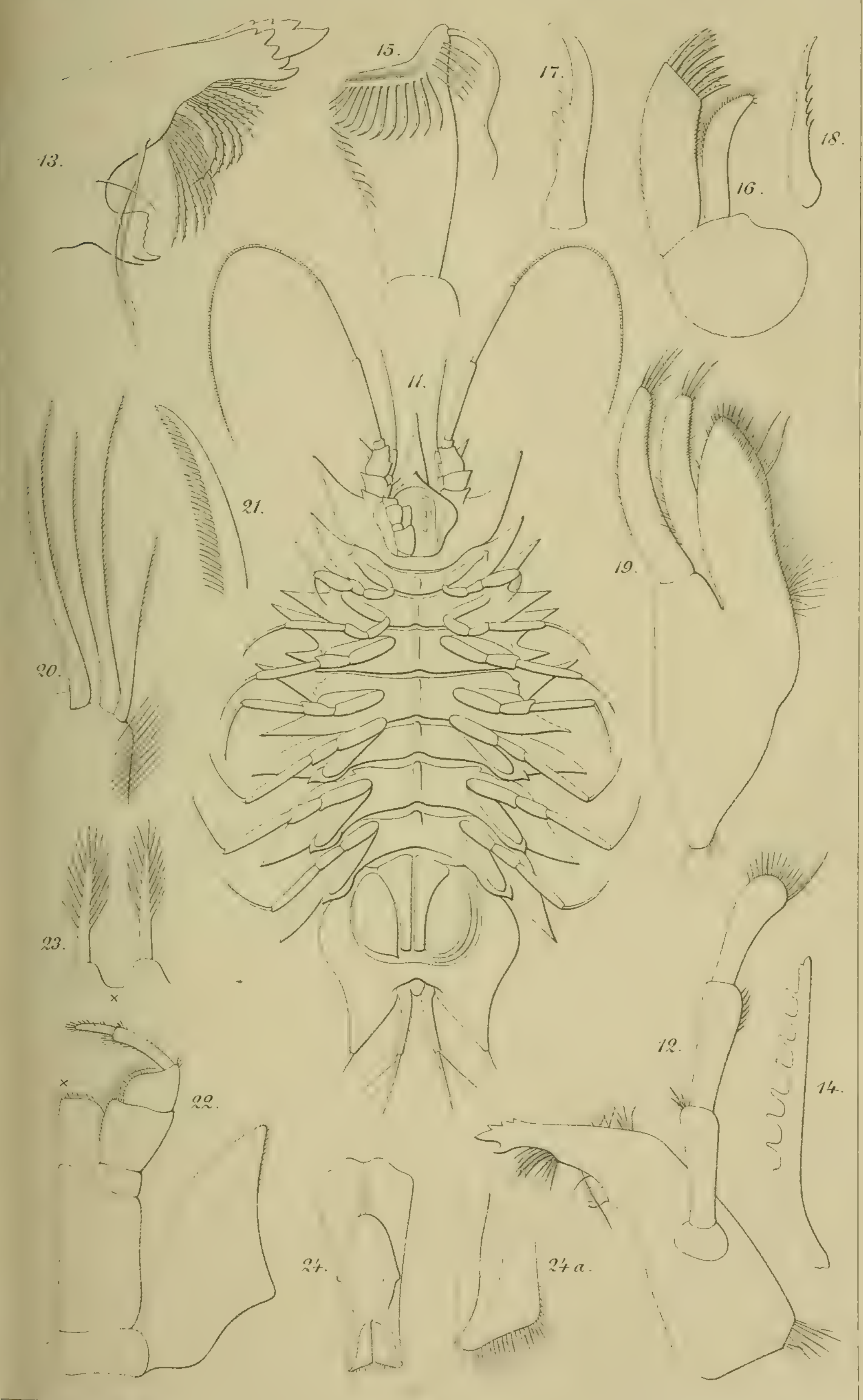
PLATE III.

» 25. The animal, seen from the side. $^{4}/_{1}$
» 26. The first pair of gnathopoda. $^{15}/_{1}$

» 27. The last joints of the first pair of gnathopoda.
» 28. The fourth pair of the pereiopoda. $^{15}/_{1}$
» 29. The pleo-ural segment, showing the male organ, the excavatio
for the branchial feet and the uropoda with their insertion.
» 30. The second pair of pleopoda. $^{15}/_{1}$
» 31. The last joint of the second pair of pleopoda.
» 32. The third pair of pleopoda. $^{15}/_{1}$
» 33. The fourth pair of pleopoda.
» 34. The fifth pair of pleopoda.
» 35. The ramus of uropoda.

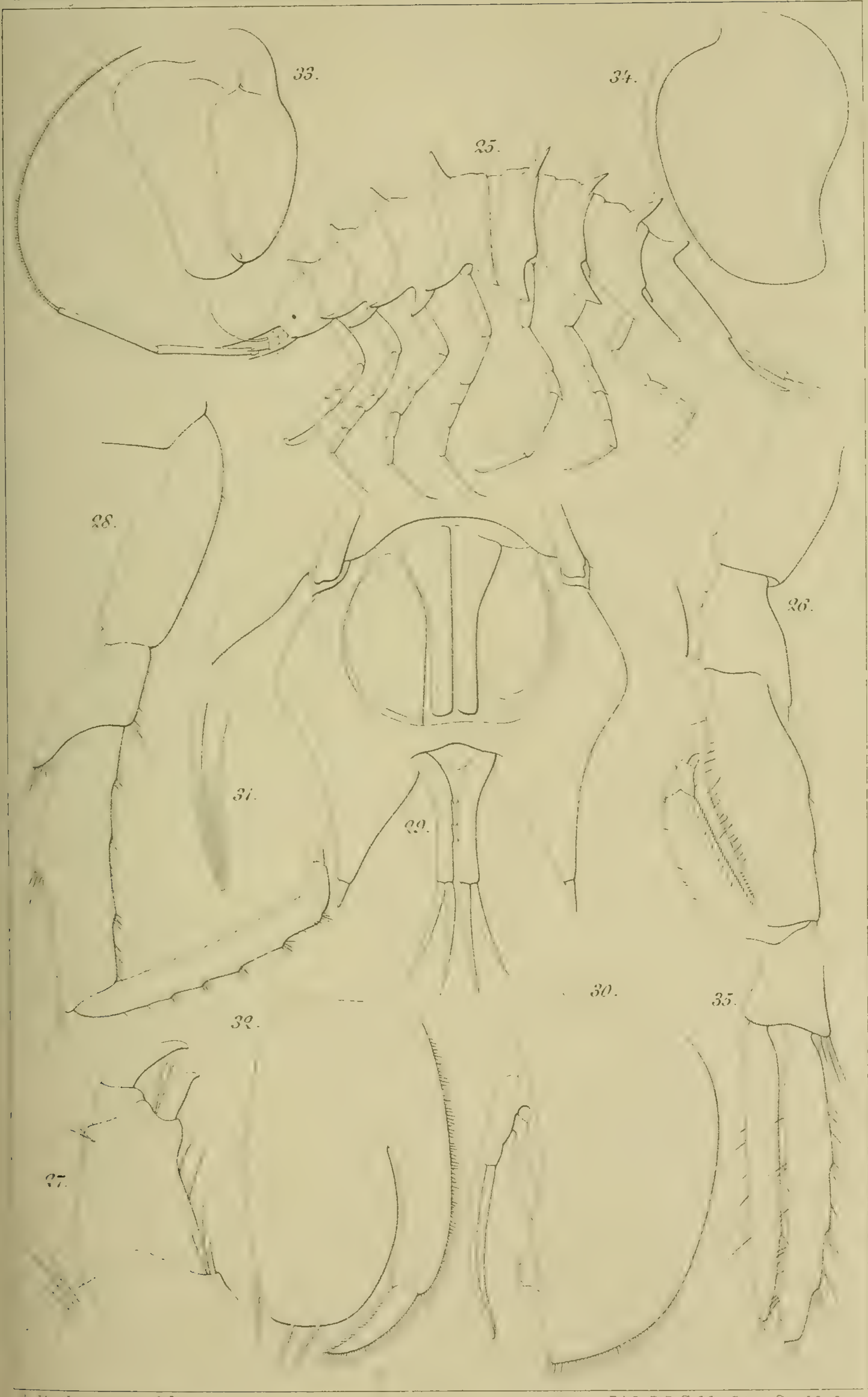

10.
3.
1.
9.
8.
4.
6.
7.
5.
2.

A. M. Westergren del. Lith. W. Schlachter, Stockholm.


13.
15.
17.
18.
16.
11.
21.
19.
20.
23.
×
×
22.
12.
14.
24.
24 a.

A. H. Wennergren del.

Lith. W. Schlachter, Stockholm.


33.
34.
25.
28.
26.
31.
29.
30.
35.
32.
27.

[illegible]

Lith. W. Schlachter, Stockholm.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 5.

SUR LA VARIATION DIURNE DE LA FORCE DU VENT

PAR

H.-E. HAMBERG.

2.

AVEC 2 PLANCHES.

Mémoire présenté à l'Académie Royale des Sciences de Suède
le 12 Janvier 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

L'année dernière, nous avons eu l'honneur de soumettre à l'Académie Royale un mémoire portant le même titre que celui-ci [1]); mais nous croyons devoir revenir sur la même matière aujourd'hui, à cause surtout d'un compte rendu qu'en a publié la «Zeitschrift für Meteorologie» du D^r J. HANN (livraison de novembre 1880), où la valeur d'un de nos résultats a été contestée et même formellement niée. Or, pendant nombre d'années, nous nous sommes presque tous les jours occupé d'observations anémométriques à Upsal, et notre mémoire est le fruit de plus de deux ans de travaux: aucune assertion n'y a été consignée sans fondement. En revanche, notre honorable critique ne cite pas un seul des «faits connus» qui seraient en contradiction avec nos recherches. Ces considérations, nous osons l'espérer, nous excuseront de présenter un nouveau mémoire sur le même sujet.

Le résultat en litige est exactement exposé dans les lignes suivantes du compte rendu qui nous occupe: «*Die tägliche Periode der Windstärke*» *(in Upsala während der Sommermonaten Mai—August)* «*nimmt im Mittel mit der Windstärke selbst zu. Es is nicht zur Zeit der Calmen und klaren Tagen zu welcher die tägliche Periode der Windstärke mit der grössten Evidenz hervortritt sondern im Gegentheil bei heftigen Winden und den Stürmen mit oder ohne Regenfall*», et jugé sommairement en ces termes: «*Fast alle von anderen Orten bekannten Thatsachen sprechen dagegen. Es sind wohl einige nachmittägige Gewitterstürme der Grund der so hervorgehobenen Erscheinung.*»

Quelque étrange que paraisse notre résultat à première vue — nous en avons été surpris plus que personne —, il n'en est pas moins parfaitement exact, comme nous espérons le démontrer dans ces pages. Mais ce qui nous étonne encore davantage peut-être, c'est d'être contredit comme on vient de le lire sans qu'un seul fait soit avancé à l'appui.

---

[1]) Inséré dans le Bihang till K. Svenska Vet. Akad. Handl. Band 5, N:o 24.

Quand nous disons qu'un phénomène périodique, comme la variation diurne de la température, de la pression atmosphérique, de la force du vent, s'accuse «avec une plus grande évidence», nous entendons par là

1° que les extrêmes dans les cas particuliers se groupent d'une manière bien déterminée autour de certaines heures et que par conséquent les heures tropiques sont aussi bien plus accusées;

2° que quelques jours seulement suffisent pour faire ressortir clairement la périodicité du phénomène,

et, en particulier, que 3° la différence entre les extrêmes — ou, comme nous l'avons nommée, l'amplitude — est plus grande tant en moyenne que dans les cas particuliers.

Cette explication écartera, nous l'espérons, tout malentendu.

Nous n'avons donc pas nié que la période diurne de la force du vent ne fût parfaitement distincte même par un temps calme et clair. Cela ressort au contraire très clairement de nos propres recherches. Mais celles-ci nous montrent aussi que la même période est encore plus accusée par un temps de grand vent, qu'il soit serein, couvert ou pluvieux. Nous avions espéré que les chiffres péniblement réunis de notre mémoire, en particulier ceux des tableaux III à VIII auraient parlé un langage suffisamment clair. S'ils n'ont pas atteint leur but, c'est, croyons-nous, que ces résultats étaient nouveaux, inattendus, qu'ils contredisaient l'idée communément admise, bien plus, qu'ils étaient diamétralement opposés à certains «résultats» admis dans l'un des ouvrages du savant Directeur de la Revue qui nous critique [1]). Nous sommes d'autant plus confirmé dans cette opinion que notre honorable contradicteur ne nous fournit pas un seul des «faits connus», pas un tableau, pas un calcul à l'appui de son assertion: c'eût été cependant fort aisé — s'il y en avait eu — puisque les éléments sur lesquels se basent le «résultat» en question et l'opinion contraire que nous soutenons, sont publiés en entier.

Dans cet état de choses, la manière la plus sûre à notre sens de trancher la question, est de communiquer quelques-uns des principaux faits tirés des matériaux que nous avons employés dans notre étude, puisqu'il sera facile pour nos lecteurs de juger si nous sommes fondé ou non à conclure comme nous l'avons fait.

---

[1]) Nous y reviendrons plus loin.

Examinons donc sans idées préconçues les tableaux qui suivent. Nous les avons extraits du Bulletin météorologique mensuel de l'Observatoire de l'Université d'Upsal, années 1874 à 1879. Le premier embrasse les jours de vent avec ou sans pluie, où le maximum de la force du vent pendant le jour a été de 9 mètres par seconde et au-dessus. Le second renferme les jours calmes et clairs; nous rangeons sous ce titre ceux qui ont eu une force moyenne de vent de seulement $2^{m},50$ par seconde et au-dessous, ainsi qu'une quantité de nuages évaluée à 0—3, le chiffre 10 marquant un ciel entièrement couvert. Nous n'avons omis, sauf peut-être par inadvertance, aucun des jours se rapportant à ces deux classes pendant les six années de la série. Le second tableau aurait peut-être gagné aux yeux de quelques-uns, au point de vue de l'uniformité, si, au lieu d'une force moyenne de vent nous avions choisi comme dans le premier tableau une force maximum; mais la norme que nous avons adoptée nous semble mieux répondre à l'idée de temps calme. D'ailleurs, chacun est naturellement libre d'en suivre une autre pour tirer parti des matériaux que nous avions à discuter; seulement, le nombre des jours doit être à peu près le même dans les deux groupes pour permettre la comparaison, parce qu'en calculant des moyennes, un plus grand nombre de jours entrant en ligne de compte produira naturellement une période relativement plus égale qu'un petit nombre.

L'astérisque * indique que le vent était si faible que l'anémomètre n'a pas sensiblement remué pendant la demi-heure qui précède ou qui suit. Les chiffres en gros caractères marquent la plus grande force du vent pendant tout le mois. Pour le reste, nous employons les mêmes signes que d'ordinaire. La force moyenne du vent pendant les jours du premier groupe est de $6^{m},46$ par seconde, ce qui est un chiffre élevé comparativement à la force moyenne du vent à Upsal pendant les mêmes années et les mêmes mois, savoir $3^{m},51$. Les mêmes jours, la quantité moyenne de nuages était de 6,2; pendant la moitié des jours, il avait plu.

Le second groupe a 1,99 pour la force moyenne du vent, 1,7 pour la quantité moyenne des nuages; pendant un nombre très restreint de jours, il est tombé de l'eau; de faibles valeurs dans la colonne réservée à l'eau tombée indiquent ordinairement la rosée.

Tableau I. *Jours de vent avec ou sans pluie à Upsal.*

Date.	Maxim. en mètres par seconde.	Heure.	Minim. en mètres par seconde.	Heure.	Moyenne diurne.	Nébulosité.	Eau tombée en millim.	Orage.
1874								
Mai 2	12.9	2 p	3.9	1 a	9.33	8	3.77	—
3	9.9	2, 3 p	2.1	minuit	7.12	10	4.31	—
10	11.1	3 p	*1.4	1 a	6.67	8	8.73	—
29	9.8	midi, 2, 4 p	4.2	10 p	7.45	4	—	—
Juin 1	9.7	2 p	4.5	3 a	6.85	5	—	—
5	9.3	midi	4.1	1 a	6.36	0	—	—
10	11.1	9 a	4.2	min.	7.12	6	1.04	—
20	10.8	2 p	*0.0	8 p	7.03	9	0.53	—
Juillet 3	9.8	4 p	3.0	3 a	6.36	7	—	—
30	12.3	3 p	0.9	min.	5.83	9	7.75	—
Août 3	9.9	3 p	2.5	10 p	7.15	5	—	—
1875								
Mai 15	11.0	4 p	*0.0	1—5 a	6.26	4	1.80	—
16	9.9	8 a	2.8	3 p	7.02	6	0.18	—
17	12.4	7 a	0.0	11, min.	7.26	7	—	—
19	9.1	2 p	2.6	1 a	5.90	6	4.55	—
20	9.8	midi	3.6	1 a	7.13	5	—	—
Juin 9	9.4	5 p	3.6	min.	6.13	8	0.60	—
Juillet 11	9.8	4 p	4.5	1 a	7.34	9	0.80	—
12	9.4	8 a	*1.5	11 p	2.65	5	0.70	—
Août 17	10.5	3, 4 p	*0.7	2, 3 a	6.05	6	1.20	—
1876								
Mai 6	9.7	3 p	*0.0	1 a	5.78	5	—	—
15	12.5	midi, 2 p	0.0	11, min.	7.55	5	—	—
18	10.7	10 a	0.0	10, min.	5.82	5	—	—
27	12.0	midi	0.0	11, min.	7.08	5	—	—
30	10.9	3 p	1.6	11 p	7.19	6	1.30	—
Juin 5	9.1	midi	4.7	3 a	7.05	5	—	—
10	11.1	2 p	1.7	4 a	5.93	4	2.60	—

Tableau I. (Suite.)

Date.	Maxim. en mètres par seconde.	Heure.	Minim. en mètres par seconde.	Heure.	Moyenne diurne.	Nébulosité.	Eau tombée en millim.	Orage.
Juillet 13	9.1	10 p	4.6	3 a	6.38	5	—	—
14	9.1	midi, 1 p	0.0	8, 10 p	5.64	4	—	—
28	9.0	9 a	0.7	8 p	5.23	7	1.30	—
Août 5	9.5	3 p	2.3	10 p	6.53	3	—	—
1877								
Mai 11	9.4	11 a	2.8	1 a	7.22	10	—	—
25	9.2	2 p	2.1	2 a	5.93	10	3.37	—
28	9.6	3 p	*1.7	2 a	6.33	10	0.61	—
29	10.1	3 p	4.1	min.	7.31	7	0.95	—
Juin 7	11.0	2 p	*1.2	5 a	5.57	5	—	—
8	9.8	1 p	3.8	min.	7.52	4	—	—
22	10.1	4 p	*0.0	3 a	6.60	7	0.09	—
24	10.3	8, 10 a	2.4	9 p	6.47	5	—	—
26	9.1	2 p	2.9	3, 4 a	6.70	7	3.90	—
Août 27	9.4	8 p	3.7	1 a	7.58	10	26.00	—
1878								
Mai 5	9.3	2 p	2.3	5 a	5.97	10	0.02	—
14	11.6	1 p	2.5	2 a	6.50	3	—	—
16	9.0	1 p	2.4	3, 5 a	5.37	9	1.83	—
17	10.3	10 p	6.5	1 a	7.97	9	4.39	—
19	9.4	4 p	*0.7	7 a	4.62	6	0.02	—
31	9.5	10 a	*0.7	2 a	6.30	6	0.09	faible orage, éloigné
Juin 1	9.8	7 a	2.3	8 p	6.55	7	5.68	—
Juillet 23	10.5	10 a	*1.0	8 p	5.90	4	2.63	—
24	9.2	midi	0.0	11 p	5.13	3	—	—
1879								
Mai 5	9.7	2 p	3.8	2 a	7.23	4	—	—
8	9.0	4 p	2.4	3 a	5.20	6	—	—
9	9.8	1 p	4.6	8 p	7.12	9	—	—
16	9.1	1 p	2.5	2 a	5.94	2	—	—
25	9.3	1 p	1.7	min.	6.08	2	—	—
Août 29	10.1	midi	1.9	7 a	5.60	8	0.58	—
Moyennes	10.1		2.2		6.46	6.2		

Tableau II. *Jours calmes et clairs à Upsal.*

Date.	Maxim. en mètres par seconde.	Heure.	Minim. en mètres par seconde.	Heure.	Moyenne diurne.	Nébulosité.	Eau tombée en millim.	Orage.
1874								
Mai 7	6.2	4 p	0.0	1—5 a	2.29	3	0.12	—
26	5.6	8 p	0.0	1—6 a	2.07	0	—	—
Juin 16	6.4	4 p	0.0	1—6 a, min.	1.72	2	—	—
Juillet 9	3.9	7 p	*0.7	1, 3 a	1.83	3	—	—
20	4.1	6, 7 p	0.0	1—6 a	1.76	1	—	—
25	4.7	4 p	0.0	10 p	1.93	2	—	—
28	5.4	5 p	0.0	1—6 a	2.44	2	—	—
Août 27	5.5	10 a	0.0	4, 5 a, 8—min.	1.40	3	10.00	—
1875								
Mai 1	3.6	6 p	0.0	1—5 a, 11 p	1.30	0	—	—
2	5.5	10 p	0.0	2—5 a	2.21	2	—	—
Juin 29	4.8	midi	0.0	11, min.	2.29	3	—	—
30	3.8	5 p	0.0	1—5 a	2.10	2	—	—
Juillet 1	4.2	11 a	0.0	2 a	1.83	3	—	—
5	3.6	11 p	0.0	1—5 a	1.71	0	—	—
17	2.8	6 p	0.0	1—5 a, min.	1.58	0	—	—
18	3.6	2 p	0.0	1—7 a, 10—min.	1.63	0	—	—
20	4.4	5 p	0.0	10—min.	2.28	2	—	—
26	5.7	4 p	0.0	1, 4—6 a	2.23	2	0.37	orage 2^{h}.30—6^{h} p
Août 9	4.4	8 a	0.0	1—7 a	1.63	0	—	—
20	4.5	5 p	0.0	1—5 a	1.78	3	—	—
21	4.6	7 p	0.0	1—6 a	2.36	3	0.64	—
1876								
Mai 9	4.7	6 p	0.0	1, 3, 4 a	1.80	3	—	—
11	3.9	1 p	0.0	1—4 a, 10; min.	2.31	1	—	—
12	5.1	5 p	0.0	1—7 a	2.14	0	—	—
Juillet 1	3.9	3 p	0.0	1—6 a	1.99	0	—	—
2	4.2	5 p	0.0	1—5 a	2.31	1	—	—
22	4.5	10 a, 10 p	0.0	1—5 a	2.45	2	—	—
Août 12	3.4	6 p	0.0	5 a, min.	1.78	1	—	—
16	4.8	2 p	0.0	3 5 a, 11 p	2.28	1	0.02	—
17	3.4	8 a	0.0	10 p	1.83	2	—	—
18	4.0	midi, 1 p	0.0	1, 5 a, 7, 11 min.	1.97	0	—	—
19	4.8	midi	0.0	7, 8, 11, min.	2.30	0	—	—

Tableau II. (Suite.)

Date.	Maxim. en mètres par seconde.	Heure.	Minim. en mètres par seconde.	Heure.	Moyenne diurne.	Nébulosité.	Eau tombée en millim.	Orage.
1877								
Mai 1	6.0	4 p	0.0	1—5 a	2.25	2	0.42	—
3	4.0	7 a	0.0	10—min.	1.84	2	0.02	—
19	3.9	5 p	0.0	1—6 a, 10, 11 p	1.80	3	0.02	—
Août 7	3.9	3 p	0.0	1—5 a, 9 min.	1.20	2	0.05	—
8	4.4	6 p	0.0	1—7 a	1.80	1	0.10	—
14	4.3	5 p	0.0	4—6 a	1.50	3	—	—
15	3.7	7 p	0.0	1—9 a, 11 min.	1.50	2	0.01	—
20	4.1	10 a, 2 p	*0.9	4, 5 a	2.34	0	—	—
1878								
Mai 10	5.0	7 a	0.0	1—6 a, 9—11 p	1.77	2	0.08	—
11	3.8	10 p	0.0	1—8 a	1.57	2	0.01	—
Juin 23	3.3	2 p	0.0	3 a	1.89	2	3.05	—
26	2.8	5 p	0.0	2, 5 a	1.60	1	—	—
Juillet 17	4.2	9, 11 a	0.0	1—3 a	2.46	3	—	—
25	3.2	11 a	0.0	1, 3 a	1.83	1	—	—
27	4.2	6 p	0.0	1, 4 a	1.79	1	—	—
28	3.9	5 p	0.0	2, 4, 5 a	2.16	2	—	—
29	4.4	5 p	0.0	2 a	2.32	1	—	—
31	5.2	4 p	0.0	1—6 a	2.01	3	—	—
Août 2	2.9	2, 3 p	0.0	2 a, 9—min.	1.60	1	—	—
3	5.3	6 p	0.0	1—7 a	2.01	2	—	—
5	3.9	8, 9 a	0.0	6 p	2.10	0	0.01	—
7	3.9	5, 7 p	0.0	4—6 a	2.43	0	—	—
22	3.5	7, 8 a	*0.8	4 a	2.43	3	0.01	—
23	5.1	9 a	0.0	4—6 a, 7 p	2.49	2	0.09	—
1879								
Mai 11	5.2	6 p	0.0	3—8 a, 10 min.	1.32	3	1.10	—
21	5.5	6 p	0.0	10, 11 p	2.40	1	0.10	—
Juin 9	3.9	6 p	0.7	3, 4 a	2.36	3	—	—
10	4.0	1, 2 a	0.0	11 p, min.	2.36	2	—	orage 3^{h}—$3^{h}.45$ p
Juillet 13	5.0	6 p	0.0	1—6 a, 11, min.	1.80	3	—	—
17	2.3	6 p	0.0	1—5 a, 11, min.	1.05	2	—	—
18	3.9	11 a, midi, 3, 4 p	0.0	1—5 a	2.06	0	0.02	—

Tableau II. (Suite.)

Date.	Maxim. en mètres par seconde.	Heure.	Minim. en mètres par seconde.	Heure.	Moyenne diurne.	Nébulosité.	Eau tombée en millim.	Orage.
Juillet 20	5.2	10 a	0.0	1—5 a, 10—min.	2.43	2	0.02	—
Août 6	4.3	4 p	*1.3	3 a	2.15	2	0.09	—
16	4.0	11 a	0.0	4 a, 11 p	2.09	3	0.05	—
27	2.6	1 a	0.0	4—6 a, 6 p 11 p	1.19	3	0.20	—
Moyennes	4.4		0.0		1.99	1.7		

Tout d'abord, nous remarquons que, parmi les 121 jours des deux groupes, il n'y en a que 2 qui aient été signalés par de l'orage, notamment un dans chaque groupe. La supposition que des «*nachmittägige Gewitterstürme der Grund sind der so hervorgehobenen Erscheinung*» ne s'est donc *pas confirmée.*

Pour faire mieux ressortir l'état de choses dont il s'agit, nous convertirons les chiffres précédents en tableaux statistiques, où l'on trouvera le nombre des cas de maximum et de minimum de force du vent se présentant aux différentes heures de la journée pendant les deux espèces de jours.

Le fait que le premier de ces tableaux embrasse un nombre plus considérable de cas que de jours, dépend évidemment de ce que les extrêmes, en particulier les minima par un temps calme et clair, se montrent à plusieurs heures. Pour rendre les valeurs parfaitement comparables entre elles, nous réduisons les chiffres à la proportion de 100 jours. Nous obtenons alors les nombres du tableau IV.

Tableau III. *Upsal.*

Heure.	A. Jours de vent avec ou sans pluie. Nombre: 56.		B. Jours calmes et clairs. Nombre: 66.	
	Maxima (63).	Minima (68).	Maxima (77).	Minima (304).
1 matin	—	11	1	38
2	—	8	1	38
3	—	10	—	40
4	—	3	—	46
5	—	4	—	43
6	—	—	—	23
7	2	2	3	7
8	3	—	4	2
9	2	—	3	1
10	4	—	3	—
11	1	—	5	—
midi	9	—	4	—
1 soir	7	—	2	—
2	13	—	5	—
3	10	—	4	—
4	8	—	8	—
5	1	—	12	—
6	—	—	12	2
7	—	—	5	3
8	1	6	1	2
9	—	1	—	4
10	2	5	3	14
11	—	7	1	22
minuit	—	11	—	19

Le tableau IV fait voir d'une manière péremptoire que *les extrêmes se groupent plus nettement autour de certaines heures pendant les jours de vent avec ou sans pluie que pendant ceux où le temps est calme et clair.* Les maxima se présentent dans la proportion de 23 p. 100 à une seule et même heure (à 2 heures du soir) pendant les jours de la première espèce, et au nombre seulement de 18 p. 100 dans ceux de la seconde (à 5 et à 6 heures du soir [1]).

---

[1] Nous avons spécialement fait observer dans notre mémoire (p. 15) ce fait singulier qu'à Upsal les maxima dans la force du vent par un

Tableau IV. *Upsal.*

Heure.	A. Jours de vent avec ou sans pluie. Nombre : 100.		B. Jours calmes et clairs. Nombre : 100.	
	Maxima %.	Minima %.	Maxima %.	Minima %.
1 matin	—	**20**	2	58
2	—	14	2	58
3	—	18	—	61
4	—	6	—	**70**
5	—	7	—	65
6	—	—	—	35
7	4	4	5	11
8	6	—	6	3
9	4	—	5	2
10	8	—	5	—
11	2	—	8	—
midi	16	—	6	—
1 soir	13	—	3	—
2	**23**	—	8	—
3	18	—	6	—
4	14	—	12	—
5	2	—	**18**	—
6	—	—	**18**	3
7	—	—	8	5
8	2	11	2	3
9	—	2	—	6
10	4	9	5	21
11	—	13	2	33
minuit	—	**20**	—	29

Pour ce qui est des minima, ils ne s'élèvent pas à moins de 70 p. 100 dans les jours sereins vers 4 heures du matin, tandis qu'il n'y en a que 20 p. 100 pendant les jours de vent et de tempête. Il faut se rappeler ici que ces minima-là ne sont pas autre chose que les calmes, puisque nous avons réuni les jours les plus calmes dans le tableau II et que — comme cela ressort aussi de notre mémoire (p. 17 et 18) et

---

temps calme et clair ont lieu *plus tard* dans l'après-midi que pendant les jours de vent et de tempête.

concorde d'ailleurs avec l'opinion admise par tout le monde — le calme apparaît alors principalement la nuit, surtout si les jours sont clairs. Quant aux jours de vent et de tempête la force du vent ne s'abaisse que rarement jusqu'à 0 pendant la nuit. Toutefois, le moment des minima avec leurs 20 p. 100, on le voit par le tableau IV, est aussi fortement accusé que pour les maxima, et les cas particuliers se groupent même d'une façon plus nette autour d'une certaine heure (minuit ou 1 heure du matin) que ce n'est le cas pendant les jours sereins.

Nous ne pouvons nous défendre de supposer que justement ces *nuits sereines* ont donné lieu à l'idée que c'est par un temps calme et clair que la période en question se présente avec le plus de netteté. En effet, un calme absolu est plus évident pour un observateur superficiel qu'une diminution de force dans un vent fort régnant. Or, nous venons de démontrer que — au moins pour ce qui concerne Upsal — l'opinion jusqu'ici en cours ne soutient nullement l'examen. Mais il nous reste encore un point à traiter, *l'amplitude.*

Si l'on calcule les moyennes de tous les maxima d'une part et de tous les minima de l'autre dans les tableaux I et II, ainsi que les différences, on obtient les chiffres suivants.

Jours de vent avec ou sans pluie.
Mètres par seconde.

Max.	Min.	Diff.
10.1	2.2	7.9

Jours calmes et clairs.
Mètres par seconde.

Max.	Min.	Diff.
4.4	0.0	4.4

Nous voyons par ces chiffres que la différence entre les moyennes des extrêmes, ou, comme nous l'appelons, *l'amplitude*, est incomparablement plus grande pendant les jours de vent que par un temps calme et clair. Notre honorable contradicteur remarque qu'on ne doit pas nommer *amplitude* la différence en question, mais le *quotient* $\frac{\text{max.}}{\text{min.}}$ et que, par conséquent, nous ne sommes pas autorisé à conclure que «*l'amplitude* augmente avec la moyenne de la force du vent». 1) Notre critique a en effet tiré de certains chiffres de notre mémoire quelques-uns de ces quotients et trouvé que, loin

---

1) Ou «que l'amplitude périodique croît avec l'augmentation de la force maximale du vent pendant le jour», ainsi que nous exprimions le résultat dans notre précédent mémoire, p. 16.

de croître avec la force du vent, ils diminuent au contraire[1]. Nous ne voulons pas entrer ici dans une discussion sur la vraie signification du mot *amplitude*, bien que nous ne soyons pas habitué à voir prendre ce terme dans le sens de *max.* : *min.* Si néanmoins nous appliquons cette dernière manière de calculer l'amplitude dans les cas en question, nous trouvons que, pendant les jours de vent avec ou sans pluie, elle est de 10.1 : 2.2 = 4.6 et, pendant les jours sereins, 4.4 : 0.0 = ∞. Pendant tous les jours où la force du vent s'abaisse une fois ou l'autre pendant la journée jusqu'à 0°, l'amplitude est toujours *infinie*, quelque valeur qu'aient les maxima. Il nous est impossible de voir que ce mode de calcul soit «*plus naturel*» que le nôtre, qui, du reste, est généralement admis, à ce que nous sachions. Ou bien faut-il que dans les cas où le minimum est = 0 calculer l'«amplitude» d'une autre manière? Toujours est-il que, dans le sens où nous entendons ce mot d'amplitude et pour ce qui concerne Upsal, nous maintenons dans toute sa rigueur l'assertion que nous avons émise précédemment, savoir que «*l'amplitude croît avec la moyenne de la force du vent*», et nous considérons ce résultat comme *un des plus importants* de nos travaux dans ce domaine. S'il reste encore à quelqu'un le moindre doute sur son exactitude, nous le renvoyons à notre mémoire et en dernier ressort aux observations imprimées

---

[1] Par un effet du hasard, ces «amplitudes» sont assez semblables ou accusent une faible diminution de la force du vent pour Upsal. Si nous calculons les quotients pour une autre localité, Saint-Pétersbourg par exemple (voyez plus loin), nous obtenons le tableau suivant.

Jours à vitesse maximale du vent en kilomètres par heure.	«Amplitude diurne» max. : min.		
	Jours clairs ou presque clairs.	Jours demi-couverts.	Jours couverts ou presque couverts.
40 et au-dessus	(2.1)	1.6	1.7
30—39	2.2	1.7	1.4
20—29	1.8	1.6	1.4
10—19	1.6	1.5	1.3

Ces «amplitudes» *croissent* sensiblement avec la force du vent. Un calcul semblable pour Noukouss et Halifax fournit le même résultat. Pour d'autres localités, c'est plus ou moins l'inverse qui a lieu. Elles peuvent donc, suivant les circonstances, *croître* ou *diminuer* avec la force du vent, prendre des valeurs *finies* ou *infinies*. Comme dans tous ces cas elles ne nous éclairent guère sur le caractère du phénomène, nous ne voyons pas qu'il y ait lieu d'en faire usage.

qui ont servi de base à nos calculs: accessibles à tous, elles permettent à tous de contrôler chacun de nos résultats.

Dans notre mémoire (tabl. III, p. 15; voyez aussi fig. 1 à la fin de celui-ci), nous avons montré comment la période diurne de la force du vent à différentes valeurs de la force moyenne ou maximum du vent s'accuse pendant le jour, lorsqu'on prend en considération la force du vent à *chacune* des vingt-quatre heures de la journée, et non comme ici les *extrêmes* seulement. Les chiffres doivent en ce cas pouvoir se passer de commentaire.

C'est sur les deux dernières colonnes de force maximum de vent 11—12 et 12—14 mètres par seconde (reproduites dans les deux courbes supérieures de la fig. 1), contenant les jours les plus tempêtueux qui se soient vus dans les mois d'été (mai à août) pendant 9 ans, que le jugement défavorable de notre honorable contradicteur semble surtout se porter. Pour notre part, ces colonnes sont au contraire *le plus beau témoignage* de la parfaite exactitude de notre résultat, car il doit être difficile de montrer, dans n'importe quel domaine analogue où la périodicité joue un rôle reconnu, une période plus égale dans la moyenne d'un nombre de jours aussi restreint que 15 ou même que 8. Si les points terminaux 3.5, 5.5 et 6.1, 3.1 ne concordent pas parfaitement, c'est un défaut commun à tous les calculs de phénomènes périodiques, même les plus marqués comme ceux de la température, lorsqu'on n'y fait entrer comme ici qu'un nombre restreint de jours. La variation de la force du vent pendant ces huit jours offre un intérêt tel que nous croyons devoir en communiquer dans le tableau V les chiffres *in extenso* [1]), ainsi qu'un aperçu caractéristique de l'état atmosphérique général des jours dont il s'agit. Les cinq colonnes de ce tableau sont aussi représentées graphiquement dans les fig. 3—7.

Le 22 Juillet 1866 avait une quantité moyenne de nuages: 5.5; pluie: 1^{mm},45. D'après le Bulletin international de l'Observatoire de Paris, Upsal se trouvait sur le revers d'un minimum barométrique dont le centre semblait se trouver dans le voisinage de Riga.

---

[1]) Les trois premiers jours sont tirés de la série «Observations météorologiques horaires etc. à l'Observatoire de l'Université d'Upsal du 30 Mai 1865 au 9 Août 1868, dir. et publ. par R. RUBENSON, Upsal 1877». Les cinq autres jours sont tirés du «Bulletin mensuel météorol., années 1874 - 1879, réd. par H. H. HILDEBRANDSSON.»

17 Juin 1867. — Quantité moyenne de nuages: 8.3; pluie: $0^{mm},15$. Minimum de pression dans la Baltique; vent du NE. assez fort à Haparanda, Hernösand et Stockholm.

30 Juillet 1867. — Quantité moyenne de nuages: 10.0; pluie: $6^{mm},77$. Minimum barométrique sur le golfe de Finlande; vent du N. assez fort à Hernösand et à Stockholm.

2 Mai 1874. — Quantité moyenne de nuages: 8; pluie: $3^{mm},77$. D'après les cartes synoptiques de l'Institut central de météorologie à Stockholm, un minimum barométrique en Russie, tempête du N. dans la Baltique.

30 Juillet 1874. — Quantité moyenne de nuages: 9; pluie: $7^{mm},75$. Un minimum barométrique passe par la Scandinavie septentrionale.

17 Mai 1875. — Quantité moyenne de nuages: 7; pas de pluie. Un minimum barométrique en Finlande; tempête du NO. dans toute la Scandinavie.

15 Mai 1876. — Quantité moyenne de nuages: 5; pas de pluie. Minimum barométrique dans le voisinage de Riga. Vent fort du N. dans la Suède méridionale.

27 Mai 1876. — Quantité moyenne de nuages: 5; pas de pluie. Minimum barométrique au S. de Saint-Pétersbourg; vent fort du N. sur les côtes suédoises de la Baltique.

Les données relatives aux minima de pression et aux vents ne se rapportent qu'à 8 h. du matin. Aucun orage n'eut lieu à Upsal ni ne fut entendu dans le lointain pendant les huit jours qui nous occupent. Ce sont donc des *jours typiques de bourrasques*, car, pendant chacun d'eux, Upsal se trouvait dans le domaine d'un minimum barométrique très marqué, et la tempête n'était pas locale: elle s'étendait sur une grande partie de la Suède ou des régions (mers ou terres) environnantes.

Tableau V. *Marche diurne de la force du vent dans les 8 jours maximum de vent à Upsal pendant les mois de mai à août 1866—1868, 1874—1879.*

Heures.	1 = 10 tours de l'anémomètre.			Mètres par seconde.					
	1866 le 22 juillet.	1867 le 17 juin.	1867 le 30 juillet.	1874 le 2 mai.	1874 le 30 juillet.	1875 le 17 mai.	1876 le 15 mai.	1876 le 27 mai.	Moyenne des 8 jours.
1 m.	134	194	208	3.9	3.1	7.0	6.3	5.5	6.1
2	186	217	236	4.2	3.1	8.5	6.4	5.2	6.7
3	219	218	226	5.0	2.9	8.1	6.8	5.5	6.9
4	175	242	206	5.5	2.9	9.0	6.3	6.2	6.9
5	200	271	202	6.8	3.3	10.2	7.0	6.2	7.7
6	225	269	231	7.3	3.4	10.1	7.9	6.6	8.2
7	246	259	266	7.6	4.9	**12.4**	8.8	8.2	9.2
8	272	276	294	7.8	5.9	12.0	9.4	9.1	9.8
9	279	287	324	9.1	6.3	10.5	10.5	9.3	10.2
10	300	305	328	10.4	6.3	11.1	9.3	10.6	10.8
11	**325**	310	**342**	10.7	8.6	12.0	10.3	11.7	11.6
midi	320	**332**	320	11.0	9.8	11.1	**12.5**	**12.0**	**12.0**
1 s.	303	303	303	12.3	11.2	9.7	12.4	11.9	11.8
2	301	245	283	**12.9**	11.3	9.4	**12.5**	11.6	11.4
3	280	200	264	11.3	**12.3**	9.4	12.2	10.8	10.8
4	211	161	238	12.2	11.4	7.9	11.4	9.9	9.8
5	165	129	231	12.0	7.4	5.7	10.2	8.4	8.0
6	174	91	223	11.7	3.3	4.3	7.3	6.8	6.8
7	167	25	206	12.8	3.8	3.1	5.7	5.7	6.1
8	149	0	215	10.9	3.9	0.8	3.5	4.3	4.9
9	147	0	188	9.2	5.2	1.0	2.7	2.8	4.5
10	124	0	185	10.3	5.1	0.9	1.8	1.6	4.2
11	149	33	169	10.4	3.7	0.0	0.0	0.0	3.7
minuit	153	7	168	9.0	0.9	0.0	0.0	0.0	3.1

Personne, à la vue de ces colonnes, ne pourra contester que pendant ces jours de tempête avec ou sans pluie à Upsal la période diurne de la force du vent n'apparaisse avec «la plus grande évidence».

Mais le compte rendu qui nous occupe en ces pages dit plus loin que *«fast alle von anderen Orten bekannten Thatsachen sprechen dagegen, dass die tägliche Periode der Wind-*

stärke bei stürmischen Wetter am regelmässigsten und ausgeprägtesten hervortritt.» Dans notre précédent mémoire, nous n'avons pas fait des recherches de détail de cette nature pour une autre localité qu'Upsal, par la raison d'abord que nous n'avons pas eu le temps nécessaire pour un travail si étendu, et surtout par ce que, selon nous, ce genre d'études s'exécute le mieux dans les institutions où se recueillent les observations et par les personnes possédant une connaissance spéciale du plus ou moins de valeur à leur accorder.

Les données et les calculs que nous allons citer pour d'autres localités qu'Upsal sont insérées ici pour ces raisons, sans prétendre aucunement à être complètes.

Saint-Pétersbourg. Les «Annalen des Physikalischen Central-Observatoriums» nous ont permis de faire pour les mois de mai—août 1874—77 un calcul analogue à celui que nous avons livré pour Upsal. Comme jours de vent, nous avons pris ceux qui accusaient un maximum de force du vent de 35 kilomètres par heure et au-delà, comme jours calmes et clairs ceux qui présentaient une force maximale de vent de 20 kilomètres à l'heure et au-dessous avec une quantité moyenne de nuages 0—3. Nous nous sommes ainsi écarté de la norme suivie pour la répartition des observations à Upsal, afin d'éviter le long et pénible calcul des moyennes diurnes, qui ne sont pas données dans la publication qui nous occupe. Il nous paraît de plus inutile de réduire les chiffres à la proportion %, le nombre de jours étant à peu près égal dans les deux groupes.

Il ressort clairement du tableau VI que les maxima se présentent mieux groupés et en plus grand nombre à une certaine heure, ici à 3 heures de l'après-midi, dans les jours de vent que ce n'est le cas pendant les jours calmes et clairs. Il en est de même pour les minima de la force du vent pendant la nuit. Nous verrons aussi plus loin que l'amplitude augmente avec la force du vent.

Nous *retrouvons* donc pour *Pétersbourg* comme précédemment pour Upsal *le fait contesté* dans le compte rendu, savoir que la période diurne de la force du vent apparaît avec plus de force et de netteté par un temps agité que dans des jours calmes et clairs.

Tableau VI. *Saint-Pétersbourg.*

Heures.	A. Jours de vent avec ou sans pluie. Nombre: 47.		B. Jours calmes et clairs. Nombre: 45.	
	Maxima (51).	Minima (55).	Maxima (51).	Minima (60).
1 m.	1	8	2	3
2	—	4	—	5
3	—	3	1	**6**
4	—	5	—	5
5	1	1	—	**6**
6	2	2	—	3
7	2	2	1	2
8	2	—	—	2
9	—	1	1	3
10	1	1	2	1
11	1	1	1	—
midi	1	—	3	1
1 s.	8	—	**6**	—
2	7	—	**6**	—
3	**12**	—	**6**	—
4	5	1	5	—
5	3	1	5	—
6	2	1	4	—
7	—	1	3	1
8	—	2	1	4
9	2	2	—	4
10	—	3	—	3
11	1	8	2	5
minuit	—	8	2	6

Noukouss. Les mêmes Annales de 1875 nous fournissent une année d'observations pour cette localité en Asie. Pour obtenir un plus grand nombre de jours, nous abaissons le maximum de la force du vent pendant les jours de vent à 20 kilomètres par heure et faisons entrer aussi en ligne de compte les jours des mois d'avril et de septembre. Cela n'est pas très avantageux pour notre démonstration, puisque le phénomène en question ne se présente d'une manière bien marquée — au moins à Upsal — que pendant les mois de mai à août. Les jours calmes et clairs sont pris suivan la même norme que pour S. Pétersbourg, c'est-à-dire avec une force maximale de vent de 20 kilomètres à l'heure et au-dessous.

Tableau VII. *Noukouss.*

Heures.	A. Jours de vent avec ou sans pluie. Nombre : 39.		B. Jours calmes et clairs. Nombre : 35.	
	Maxima (40).	Minima (46).	Maxima (50).	Minima (66).
1 m.	—	2	2	3
2	—	6	1	4
3	—	3	—	3
4	—	2	—	5
5	—	2	—	7
6	—	4	—	9
7	—	1	—	9
8	1	—	2	4
9	5	1	2	2
10	3	1	2	2
11	2	—	3	—
midi	4	—	4	—
1 s.	4	—	4	—
2	6	—	6	—
3	2	—	6	—
4	3	—	8	—
5	5	—	2	—
6	2	—	2	—
7	1	1	2	3
8	—	2	1	3
9	1	3	—	2
10	—	6	—	3
11	—	2	1	4
minnit	1	10	2	3

La période diurne de la force du vent s'accuse singulièrement bien tant pendant les jours de vent que par un temps calme et clair. Bien que ces chiffres ne nous permettent pas de décider pendant quelle espèce de jours la période est le plus fortement développée, cela ressort avec l'évidence la plus complète, si l'on considère la force du vent à chaque heure. Dans le tableau suivant (voir aussi fig. 8), nous donnons les moyennes des différentes heures pour chacun des deux groupes de jours. Nous insérons de plus dans la colonne *a* les moyennes de 5 des jours où il y a eu le plus de vent avec une force maximale de 40 kilomètres à l'heure et au-delà.

Tableau VIII. *Vitesse moyenne du vent en kilomètres par heure, à Noukouss.*

Heures.	Vitesse maximale du vent en kilomètres par heure:		
	a) 40 et au-dessus, j. avec ou sans pluie (5).	*b*) 30 et au-dessus, j. avec ou sans pluie (39).	*c*) 20 et au-dessous, jours clairs (35).
1 m.	16.0	14.9	8.3
2	21.2	15.4	8.5
3	21.4	14,8	7.5
4	22.6	15.3	7.8
5	27.0	14.9	7.0
6	27.2	15.8	6.6
7	32.8	18.9	7.3
8	37.6	23.6	9.5
9	38.8	26.0	11.2
10	42.0	26.2	11.6
11	42.6	27.4	11.4
midi	43.8	28.0	12.4
1 s.	43.8	28.8	12.6
2	45.2	28.8	13.1
3	46.0	28.4	13.3
4	47.0	28.6	12.9
5	45.0	28.1	11.5
6	36.6	26.1	9.8
7	30.2	21.8	8.1
8	23.4	17.9	9.0
9	22.4	16.5	9.5
10	22.8	15.4	8.5
11	21.2	15.6	8.5
minuit	23.0	14.8	8.0

Malgré le petit nombre de jours entrant dans la première colonne, la période qu'ils nous fournissent est à peine moins régulière que pour les autres groupes. Le fait que les extrêmes 16.0 et 23.0 ne correspondent pas, n'affaiblit en rien cette régularité. Si nous prenons comme minima des périodes les moyennes des minima avant et après minuit et que nous calculions l'amplitude selon notre mode habituel max.—min., nous aurons les résultats suivants:

a	*b*	*c*
28.4	14.0	6.0

Nous trouvons donc pour *Noukouss* la même loi que pour Upsal et S. Pétersbourg, d'après laquelle la période en question se montre avec la plus grande évidence pendant les jours de vent et de tempête avec ou sans pluie. Des «Nachmittägige Gewitterstürme» n'en sont nullement la cause, car les jours que nous avons traités ont vu très peu d'orage à S. Pétersbourg aussi bien qu'à Noukouss.

Hambourg, *Keitum*, *Neufahrwasser*, *Swinemünde*. Pour ces stations des côtes septentrionales de l'Allemagne, nous avons calculé des «Meteorologische Beobachtungen in Deutschland für 1878» (Hambourg 1880) le tableau suivant d'après les principes qui nous ont dirigé pour les localités précédentes, indiquant le nombre de cas où le maximum ou le minimum diurne de la force du vent se présente aux différentes heures. Comme nous n'avions à notre disposition qu'une seule année d'observations pour les quatre localités, nous les avons réunies en un seul tableau. Par jours de vent, nous entendons ici ceux où la force maximum de vent s'est élevée à 10 mètres par seconde et au-dessus; au-dessous de ce chiffre, nous rangeons les jours calmes et clairs avec une quantité moyenne de nuages couvrant moins d'un tiers du ciel. Pour l'appréciation de cette dernière valeur, nous n'avons eu pour base que les observations faites trois fois par jour et publiées dans le volume cité.

Tableau IX. *Hambourg, Keitum, Neufahrwasser, Swinemünde.*

Heures.	A. Jours de vent avec ou sans pluie. Nombre: 82.		B. Jours clairs et calmes. Nombre: 78.	
	Maxima (87).	Minima (96).	Maxima (85).	Minima (149).
1 m.	1	20	1	14
2	4	6	1	13
3	—	7	1	18
4	1	4	—	16
5	—	9	—	16
6	1	8	1	12
7	1	3	1	8
8	3	—	3	4
9	5	—	2	1
10	5	1	1	—
11	12	1	8	—
midi	8	1	3	2
1 s.	5	—	7	—
2	9	—	7	—
3	4	1	5	1
4	5	1	7	—
5	3	1	5	1
6	4	2	11	3
7	7	2	6	2
8	—	4	3	6
9	2	5	6	6
10	3	5	2	5
11	3	8	1	8
minuit	1	7	3	13

Ce tableau fait ressortir avec évidence que les extrêmes ne paraissent pas moins distinctement pendant les jours de vent avec ou sans pluie que pendant ceux où le temps est serein. Nous verrons plus loin que dans ces mêmes localités l'amplitude augmente également avec la force du vent. En un mot, la période diurne de la force du vent pendant la saison chaude est *également ici* le plus fortement et le mieux accentuée par un temps de vent et de tempête.

Bruxelles. La force du vent est indiquée ici toutes les heures paires au moyen de l'anémomètre d'Osler, qui donne en kilogrammes par pied carré anglais la plus forte pression du vent pendant une heure. Dans le tableau suivant (voir aussi fig. 9), nous avons calculé, d'après les Annales météorologiques de l'Observatoire royal de Bruxelles pour les mois de mai—août 1867—1872, la force moyenne du vent en quatre groupes de jours:

a) Jours de tempête avec ou sans pluie, où la force maximum du vent pendant la journée s'est élevée à 3 et au-dessus (nombre: 8); *b*) jours de vent et de tempête avec ou sans pluie, où la force maximum du vent a atteint 2 et au-dessus (nombre: 35); *c*) jours couverts avec même force de vent que dans le groupe *b* (nombre: 14); *d*) jours calmes et clairs avec une force maximum de vent s'élevant seulement à 2 et au-dessous (nombre: 49).

Tableau X. *Force moyenne du vent en kilogrammes par pied carré anglais, à Bruxelles.*

Heures.	Force maximale du vent moyenne en kilogrammes par pied carré			
	a) 3 et au-dessus, j. avec ou sans pluie (8).	*b*) 2 et au-dessus, j. avec ou sans pluie (35).	*c*) 2 et au-dessus, jours couverts avec ou sans pluie (14).	*d*) moins de 2, jours clairs (49).
0 m.	0.75	0.61	0.83	0.10
2	0.98	0.77	0.83	0.09
4	1.04	0.57	0.63	0.09
6	1.23	0.75	0.78	0.12
8	1.58	1.03	1.11	0.21
10	2.12	1.29	1.69	0.25
midi	2.45	1.73	1.84	0.33
2 s.	2.51	1.80	1.86	0.35
4	3.38	1.80	1.90	0.26
6	1.63	1.31	1.05	0.21
8	1.05	0.96	0.64	0.13
10	1.13	0.69	0.66	0.13

Un simple regard sur ce tableau nous convainc qu'aussi à *Bruxelles* la période diurne de la force du vent est plus caractérisée pendant les jours de vent avec ou sans pluie que par un temps calme et clair. La période est même le plus nettement marquée pendant les jours où règne le vent le plus fort. Quoique le nombre de ces derniers ne se monte qu'à 8, ils nous fournissent une période étonnamment régulière et accentuée, comme à Upsal. Les amplitudes max.—min. sont respectivement les suivantes

a	*b*	*c*	*d*
2.48	1.17	1.26	0.24

Le fait que c'est réellement une plus grande force de vent en général qui amène cette période si sensiblement accusée, et non quelques jours calmes et clairs qui se sont insinués parmi les jours de vent, est prouvé par la colonne *c* où nous n'enregistrons que des jours *couverts* avec le même degré de force maximum du vent que dans la colonne *b*. Nous trouvons donc pour Bruxelles le même résultat que pour Upsal (pag. 17 à 21 de notre mémoire précédent), c'est-à-dire que l'influence de la quantité de nuages sur la période diurne de la force du vent est relativement faible. Nous reviendrons plus loin sur ce sujet.

Makerstoun en Écosse. Il existe une série d'observations pour les années 1844—45 dans cette localité[1]. Les jours clairs sont rares et presque trop calmes, car la force maximum du vent s'est à peine élevée à une livre par pied carré. Leur période est donnée dans la colonne *f* du tableau suivant et, pour la comparaison, nous insérons en *e* la période correspondante pour des jours entièrement *couverts*. Dans les autres colonnes *d*, *c*, *b*, *a*, nous donnons la période diurne pendant des jours de force maximum de vent beaucoup plus considérable avec ou sans pluie et, comme nous l'avons dit plus haut, en majeure partie couverts (voir aussi fig. 10).

---

[1] J. A. BROWN, Observations in Magnetism and Meteorology made at Makerstoun in Scotland. Transactions of the royal Society of Edinburgh. Vol. XVIII et XIX, Edinb. 1848.

Tableau XI. *Force moyenne du vent en «pounds» par pied carré, à Makerstoun.*

Heures.	Force maximale du vent en «pounds» par pied carré:					
	a) 4 et au-dessus. (7).	*b*) 3–4. (7).	*c*) 2–3 (21).	*d*) 1–2. (55).	*e*) 0—1, jours couverts. (18).	*f*) 0—1, jours clairs. (13).
1 m	1.67	0.41	0.56	0.26	0.08	0.01
2	1.54	0.50	0.46	0.25	0.10	0.01
3	1.74	0.71	0.42	0.23	0.07	0.01
4	2.39	0.64	0.54	0.21	0.07	0.02
5	2.33	0.81	0.51	0.27	0.09	0.03
6	2.14	1.01	0.68	0.30	0.07	0.05
7	2.54	1.14	0.80	0.42	0.10	0.09
8	3.03	1.37	1.13	0.56	0.14	0.12
9	3.23	1.50	1.30	0.61	0.16	0.10
10	2.79	1.73	1.39	0.63	0.18	0.12
11	3.39	1.43	1.43	0.72	0.20	0.15
midi	2.89	1.67	1.46	0.74	0.19	0.16
1 s.	3.00	1.80	1.36	0.72	0.20	0.22
2	2.54	1.90	1.56	0.75	0.23	0.19
3	2.49	1.59	1.38	0.81	0.19	0.18
4	2.69	1.69	1.24	0.73	0.20	0.17
5	2.27	1.53	1.29	0.63	0.18	0.20
6	1.21	1.51	0.89	0.61	0.12	0.14
7	1.20	1.11	0.77	0.41	0.12	0.05
8	0.79	1.63	0.67	0.35	0.11	0.00
9	0.69	1.30	0.61	0.30	0.08	0.02
10	0.66	1.40	0.42	0.28	0.09	0.00
11	0.66	1.24	0.43	0.31	0.14	0.00
minuit	0.76	0.84	0.43	0.28	0.12	0.00

Comme dans les localités précédentes, la période diurne de la force du vent présente les caractères *les plus accentués* pendant les jours de vent, même si ces derniers sont couverts ou pluvieux. Cette période est si marquée pendant ces jours-là qu'il suffit, comme en *a* et en *b*, d'un petit nombre de jours pour qu'elle se montre avec la plus grande netteté exactement comme à Upsal et dans les autres endroits qui nous ont occupés. Les amplitudes (max.—min.) sont respectivement

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
2.29	1.27	1.14	0.56	0.15	0.21,

et, on le voit, vont en décroissant, lorsque les maxima de la force du vent diminuent. Les deux dernières colonnes *e* et *f* nous montrent le peu d'influence qu'exerce la quantité de nuages sur la période en question.

Il est inutile de faire remarquer que les moyennes insérées ici pour différentes localités n'ont nullement la prétention de fournir une image exacte du phénomène dans ses détails: le nombre de jours qu'elles embrassent est trop restreint. C'est pourquoi nous ne pouvons parler ici de certaines particularités d'ordre secondaire que nous avons fait voir pour Upsal. Nous avons dû nous attacher surtout à la question principale qui nous occupe en ces pages, savoir la période diurne de diverses forces du vent, spécialement pendant les jours de vent et de tempête avec ou sans pluie. Cela s'applique aussi à la station américaine dont nous allons faire mention.

Halifax N. S. Le thirteenth number of Meteological Papers, Anemometry at Halifax N. S., London 1865, a servi de base à notre calcul de la période diurne de la force du vent en lieues anglaises par heure pour les mois de mai—août 1859—1861; nous avons fait entrer en ligne de compte les jours accusant une force maximum de 0-10, 10—20, 20—30 etc. dans le tableau suivant (voir aussi fig. 11). Il nous a été impossible de distinguer les jours clairs, car les éléments à notre disposition ne fournissent aucune indication relative à la quantité de nuages.

Tableau XII. *Force moyenne du vent en lieues anglaises par heure à Halifax, N. S.*

Heures.	Force maximale du vent en lieues anglaises par heure:				
	a) 35 et au-dessus. (6).	*b*) 30 et au-dessus. (15).	*c*) 20—30. (63).	*d*) 10—20. (64).	*e*) 0—10. (6).
1 m.	13.8	15.5	11.4	6.6	7.7
2	14.3	15.7	10.7	6.1	5.7
3	16.5	16.3	10.7	6.4	5.7
4	17.3	13.7	10.4	6.4	5.5
5	19.7	13.3	9.6	6.4	5.0
6	19.3	13.3	9.7	6.3	4.5
7	19.7	14.0	10.6	6.2	4.8
8	19.0	16.1	11.0	6.3	4.8
9	20.3	16.2	11.6	6.6	4.7
10	21.3	19.9	12.0	7.2	4.8
11	24.8	21.1	14.1	9.1	4.8
midi	26.9	22.2	15.0	9.5	6.2
1 s.	26.3	23.8	16.0	10.1	5.3
2	26.5	23.7	16.5	10.8	6.5
3	27.0	23.3	17.2	11.1	7.5
4	29.2	23.6	17.8	10.9	6.7
5	26.7	22.9	17.3	10.0	5.3
6	23.2	19.7	16.3	9.3	5.3
7	18.2	16.7	14.0	7.7	4.2
8	16.3	16.0	13.4	7.6	3.2
9	14.5	14.9	12.7	6.7	3.5
10	14.3	13.9	11.9	6.3	2.7
11	13.8	14.7	12.0	6.7	3.8
minuit	14.8	14.1	11.7	6.8	4.3

Cette localité accuse également pendant les jours où règne le vent le plus fort une période bien accentuée de la force du vent. Il est intéressant de comparer par exemple la période diurne en *a*, les jours où il y a le plus de vent, avec *e*, les jours calmes. Dans les deux il n'est question que de six jours; mais quelle différence dans la régularité et l'énergique developpement de la période dans ces deux groupes!

Vienne en Autriche. C'est le *seul* endroit où nous rencontrions des résultats *différents* de ceux que nous avons trouvés pour toutes les autres localités. Nous reviendrons plus loin à ce cas remarquable et intéressant.

Ce qui précède fait voir, par conséquent, que le résultat auquel nous sommes arrivé dans notre mémoire pour *Upsal*, loin d'être démenti, n'a fait que recevoir une *plus entière confirmation*. Nous avons montré également que ce résultat s'applique non seulement à Upsal, mais — hormis un seul cas — à tous les *autres lieux* sur lesquels aient porté nos recherches et dont la situation ne soit pas d'une nature exceptionnelle. Aussi, lorsque notre honorable critique dit que «*presque tous les faits connus* des autres localités sont contraires à l'opinion que la période diurne de la force du vent se présente avec le plus de régularité et avec les caractères les plus marqués pendant les jours de tempête», ne savons-nous vraiment à quels «faits connus» il fait allusion. Pour notre part, nous serions tenté de retourner sa phrase pour dire que: *presque aucun fait connu* pour les autres localités ne dément le fait que etc.

Nous sommes parfaitement convaincu que les résultats contestés de notre mémoire sont absolument certains, et nous avons lieu de croire qu'ils ne s'appliquent pas seulement à Upsal mais sont d'une nature très générale. Toutefois, nous tenons compte à notre honorable contradicteur de ce qu'il n'a pas voulu les admettre sans examen ultérieur; lorsqu'ils lui ont semblé nouveaux il a émis naturellement ses doutes, il a protesté. Mais il eût été désirable qu'il fît preuve de la même prudence au sujet d'autres auteurs traitant la même matière. Avant qu'une question scientifique reçoive sa solution complète, elle reste entachée de certains préjugés qui trouvent leur source dans des recherches insuffisantes ou peu sûres, si tant est qu'il en existe. La question qui nous occupe nous paraît justement être dans cette phase.

Un point qui a été exposé par quelques auteurs, mais dont la portée a été probablement fort *exagérée*, c'est *l'influence de la quantité des nuages* sur le phénomène qui nous occupe ici. Pour ce qui concerne Upsal, nous avons trouvé, il est vrai, qu'un tel rapport a effectivement lieu, l'amplitude de la variation diurne de la force du vent étant en moyenne un peu plus grande, par un ciel clair que lorsqu'il est couvert. ¹)

---

¹) Voir notre mémoire, p. 17—20; ainsi que la fig. 2 à la fin de celui-ci.

Cependant cette même période est si fortement accusée par un temps couvert et surtout par un temps de vent et de tempête qu'on peut considérer l'influence de la quantité de nuages sur le phénomène comme relativement très *faible.* On a vu dans les pages qui précèdent que ce n'est pas là un cas qui s'applique uniquement à Upsal. Nous rappelons à cet égard ce qui a été dit ci-dessus à l'occasion de Bruxelles et de Makerstoun. Dans d'autres localités, il est vrai, cette influence semble être plus notable. C'est par exemple le cas pour les lieux qui vont suivre. Toutefois, l'influence en question y est aussi, comme nous allons le montrer, d'une nature secondaire.

Saint-Pétersbourg. Dans les tableaux suivants, nous avons réparti les jours de mai à août 1874—1877 en trois groupes: **a.** jours clairs ou presque clairs, **b.** jours à moitié clairs et **c.** jours couverts ou presque couverts. Dans chaque groupe, les jours sont divisés suivant les diverses forces du vent. Nous aurions préféré faire cette division comme à Upsal[1]) en employant les moyennes diurnes de la force du vent, mais comme celles-ci ne se trouvent pas dans les «Annalen» et qu'il serait trop long de les calculer, nous les avons remplacées par la force maximum du vent pendant les 24 heures, savoir 10 à 20 kilomètres par heure, 20—30 etc.

---

[1]) Voir le 1^{er} mémoire, tab. V *a*, *b*, p. 17 et 18.

Tableau XIII. *Vitesse moyenne du vent en kilomètres par heure, à S:t Pétersbourg.*

a. *Jours clairs ou presque clairs.*

Heures.	Vitesse maximale du vent en kilomètres par heure:			
	a) 40 et au-dessus. (1).	*b*) 30—40. (16).	*c*) 20—30. (43).	*d*) 10—20. (53).
1 m.	27	16.5	13.0	8.5
2	28	15.0	12.4	8.2
3	29	15.1	11.7	7.5
4	33	14.4	11.6	8.0
5	34	13.8	11.2	7.5
6	35	14.9	11.4	7.5
7	40	15.4	12.9	8.1
8	**45**	16.4	12.6	8.5
9	42	18.6	13.9	9.7
10	36	20.6	16.5	10.6
11	39	22.2	17.8	11.5
midi	36	26.3	19.4	12.4
1 s.	41	29.6	19.3	**12.8**
2	35	29.5	20.4	12.5
3	33	**30.8**	**20.7**	12.6
4	31	28.8	20.1	12.4
5	29	26.8	19.5	12.1
6	31	26.3	18.4	11.4
7	31	24.3	17.7	10.6
8	28	20.9	15.4	9.3
9	24	16.9	12.8	8.3
10	18	15.1	12.7	9.2
11	14	15.1	12.4	9.1
minuit	20	14.4	11.8	9.2

b. *Jours demi-couverts.*

Heures.	Vitesse maximale du vent en kilomètres par heure:			
	a) 40 et au-dessus. (7).	*b*) 30—40. (50).	*c*) 20—30. (80).	*d*) 10—20. (47).
1 m.	25.6	16.5	12.5	9.1
2	26.3	17.1	12.4	8.4
3	25.4	18.2	12.8	8.4
4	24.9	18.1	11.7	8.0
5	26.7	18.5	11.8	7.9
6	27.0	17.5	12.0	8.4
7	31.0	18.1	12.8	8.6
8	29.7	17.6	14.5	8.9
9	31.6	20.8	15.5	10.3
10	31.1	23.0	16.6	10.8
11	32.9	24.3	17.6	11.6
midi	34.4	26.1	17.5	11.5
1 s.	35.9	28.0	18.5	11.0
2	33.4	29.1	19.5	10.9
3	33.1	28.3	19.4	12.0
4	31.1	27.7	18.5	12.8
5	28.4	26.7	17.6	11.9
6	27.1	24.5	16.1	12.8
7	26.7	21.1	15.1	11.0
8	26.3	19.3	13.7	10.8
9	23.9	18.5	12.7	9.9
10	22.9	16.6	12.4	9.8
11	20.1	16.0	12.2	9.6
minuit	23.0	15.9	12.6	9.9

c. *Jours couverts ou presque couverts.*

Heure.	Vitesse maximale du vent en kilomètres par heure:			
	a) 40 et au-dessus. (8).	*b*) 30–40. (48).	*c*) 20—30. (85).	*d*) 10–20. (42).
1 m.	19.3	18.4	13.8	10.5
2	19.4	18.1	13.4	10.4
3	21.4	19.0	13.6	10.0
4	20.3	18.2	13.4	9.4
5	21.1	18.5	13.5	9.5
6	22.4	18.7	13.9	10.1
7	29.3	18.8	14.3	9.3
8	29.5	19.7	14.7	10.2
9	31.5	21.3	15.5	10.6
10	34.9	22.5	16.3	11.4
11	33.6	23.8	17.6	11.0
midi	35.0	23.6	18.4	11.1
1 s.	36.8	24.0	20.1	11.4
2	35.0	24.2	18.6	11.4
3	35.3	24.3	18.5	12.0
4	34.1	24.3	18.7	11.2
5	32.8	24.2	18.8	10.9
6	29.5	23.0	17.2	10.6
7	28.3	21.5	16.0	10.7
8	27.3	19.9	15.7	10.3
9	27.4	19.5	15.0	9.9
10	25.1	19.1	15.1	9.8
11	25.5	18.2	15.1	9.5
minuit	25.1	17.5	15.1	9.4

Un simple coup d'œil sur ces tableaux (voir aussi fig. 12, 13 et 14) confirme encore l'exactitude du résultat dont nous avons si souvent parlé plus haut, à savoir que ce sont justement les jours où il y a le plus de vent, qu'ils soient clairs, couverts ou pluvieux, qui ont la période la plus accusée de force du vent. Comme dans les cas précédents, cela ressort clairement malgré le petit nombre de jours. Mais l'influence de la quantité de nuages offre aussi quelque intérêt; on la verra dans le tableau suivant, extrait des précédents.

Tableau XIV.

Vitesse maximale du vent en kilomètres par heure.	Amplitude (max.—min.).			Amplitude divisée par max.		
	A. J. clairs ou presque clairs.	B. J. demi-couverts.	C. J. couverts ou presque couverts.	A.	B.	C.
40 et au-dessus	(24)	13.4	14.6	(0.53)	0.37	0.40
30—40	16.7	12.9	6.5	0.54	0.45	0.27
20—30	9.2	7.5	5.9	0.44	0.38	0.24
10—20	4.9	4.0	2.6	0.38	0.31	0.22

Les amplitudes (max.—min.) ont en général leur maximum pendant les jours clairs ou presque clairs et leur minimum pendant les jours couverts, et la différence est parfois très sensible, contrairement à ce qui avait lieu à Upsal. Cependant, ici également, l'influence de la quantité de nuages est d'une valeur *secondaire* comparativement à celle d'une plus grande force de vent en général. Prenons par exemple l'amplitude 2,6 qui correspond à une force maximale de 10—20, par un ciel couvert. En supposant que le ciel s'éclaircisse, nous avons d'après le tableau une amplitude de 4,9, tandis que dans la supposition d'un renforcement du vent sans éclaircissement du ciel, nous aurions une plus grande valeur de la même amplitude, à savoir 5,9 ou même 14,6. Dans le tableau qui précède, les quotients, — l'amplitude divisée par les maxima, — nous montrent comme le phénomène dépend des deux facteurs météorologiques.

Hambourg, *Keitum*, *Neufahrwasser*, *Swinemünde*. Ici comme pour S. Pétersbourg, nous avons réparti les observations pour les mois de mai—septembre 1878 en trois groupes d'après la quantité de nuages, et subdivisé ces derniers suivant les diverses forces maximum de vent pendant le jour, 0—5 mètres par seconde, 5—10 etc. Les tableaux qui suivent (ainsi que la fig. 15, 16 et 17) font voir la marche diurne de la force du vent dans tous ces cas. Les observations des 4 localités sont combinées pour les raisons données précédemment.

Tableau XV. *Vitesse moyenne du vent en mètres par seconde à Hambourg, Keitum, Neufahrwasser et Swinemünde.*

a. *Jours clairs ou presque clairs.*

Heure.	Vitesse maximale du vent en mètres par seconde:			
	a) 15—20. (2).	*b*) 10—15. (7).	*c*) 5—10. (52).	*d*) 0—5. (26).
1 m.	5.2	4.3	2.8	1.9
2	4.3	5.4	2.8	1.6
3	3.7	5.9	2.6	1.6
4	3.4	5.3	2.7	1.6
5	3.3	5.1	2.8	1.5
6	3.9	6.0	3.0	1.6
7	4.9	6.6	3.3	1.8
8	5.3	7.0	3.5	2.0
9	10.7	7.5	4.0	2.3
10	12.3	8.1	4.3	2.4
11	12.8	9.0	4.6	2.6
midi	14.3	9.4	4.7	2.7
1 s.	12.2	9.3	4.9	2.9
2	13.8	9.6	5.1	3.0
3	12.9	9.7	5.1	3.0
4	13.4	9.7	5.2	2.7
5	13.0	9.4	5.3	2.7
6	13.5	8.7	5.0	2.5
7	14.1	8.1	5.0	2.3
8	13.9	6.8	4.3	2.1
9	12.7	6.2	4.1	1.8
10	12.8	5.4	3.8	1.7
11	12.7	5.6	3.8	1.6
minuit	11.7	5.4	3.6	1.8

b. *Jours demi-couverts.*

Heure.	Vitesse maximale du vent en mètres par seconde:			
	a) 15—20. (2).	*b*) 10—15. (20).	*c*) 5—10. (108).	*d*) 0—5. (20).
1 m.	6.7	5.9	3.7	1.9
2	7.1	5.5	3.7	1.6
3	7.8	5.6	3.5	1.6
4	8.3	5.7	3.5	1.5
5	9.4	5.6	3.5	1.7
6	10.1	6.0	3.8	1.5
7	11.2	7.1	4.3	1.8
8	12.6	7.6	4.8	2.2
9	13.4	8.8	5.1	2.6
10	14.9	8.9	5.4	2.6
11	15.7	9.3	5.7	2.8
midi	13.2	9.1	5.9	2.9
1 s.	12.6	9.4	6.0	2.8
2	13.3	9.6	6.0	2.8
3	15.6	9.1	6.0	2.8
4	14.4	9.1	5.9	2.7
5	12.9	8.5	5.6	2.6
6	11.9	7.9	5.1	2.2
7	9.8	6.5	4.6	1.9
8	8.2	6.4	3.9	1.8
9	6.7	6.4	3.7	1.7
10	6.2	6.4	3.7	1.7
11	6.5	6.2	3.6	1.7
minuit	6.5	6.2	3.6	2.0

c. *Jours couverts ou presque couverts.*

Heure.	Vitesse maximale du vent en mètres par seconde:			
	a) 15—20. (9).	*b*) 10—15. (45).	*c*) 5—10. (154.)	*d*) 0—5. (28).
1 m.	7.3	5.5	4.2	1.9
2	7.5	5.5	4.1	1.5
3	7.9	5.5	4.2	1.7
4	8.4	5.9	4.3	1.6
5	9.3	5.9	4.3	1.4
6	9.9	6.0	4.3	1.5
7	10.8	6.8	4.6	1.7
8	11.6	7.5	4.9	2.0
9	12.0	8.0	5.1	2.0
10	12.5	8.3	5.3	2.1
11	12.1	8.6	5.5	2.0
midi	12.3	8.8	5.5	2.1
1 s.	11.4	8.6	5.6	2.0
2	12.1	8.8	5.6	2.3
3	11.1	8.5	5.5	2.5
4	10.0	8.4	5.4	2.3
5	8.7	8.0	5.0	2.1
6	8.6	7.6	4.7	1.8
7	7.7	7.5	4.4	1.5
8	7.4	6.9	4.0	1.3
9	6.7	6.7	3.8	1.5
10	6.5	6.5	3.8	1.5
11	6.1	6.3	3.8	1.4
minuit	6.6	5.9	3.8	1.6

Ces tableaux confirment tout d'abord le résultat si souvent répété, savoir que c'est pendant les jours où il y a le plus de vent que la période est le plus fortement marquée. On voit également qu'elle est un peu moins sensible par un ciel couvert que par un temps clair. Ces deux points ressortent avec clarté dans le tableau XVI que nous tirons des précédents.

Tableau XVI.

Vitesse maximale du vent en mètres par seconde.	Amplitude (max.—min.).			Amplitude divisée par max.		
	A. Jours clairs ou presque clairs.	B. Jours demi-couverts.	C. Jours couverts ou presque couverts.	A.	B.	C.
15—20	6.8	9.2	5.8	0.48	0.59	0.46
10—15	4.8	5.9	3.1	0.50	0.61	0.35
5—10	2.2	2.4	1.6	0.42	0.40	0.29
0—5	1.4	1.3	1.1	0.47	0.45	5.44

L'amplitude acquiert le plus souvent ici son maximum pendant les jours demi-clairs. Peut-être n'est-ce là qu'un fait fortuit sans portée. Mais comme à l'ordinaire, l'amplitude pendant les jours couverts ou presque couverts est notablement inférieure à celle des jours plus clairs. Dans tous les cas, elle croît d'une manière très sensible avec la force maximale du vent et atteint son maximum pendant les jours où il y a le plus de vent. Le D^r Sprung[1]) vient aussi de publier pour l'une de ces stations, Swinemünde, le résultat des calculs de l'influence de la quantité des nuages sur cette période. Il trouve cette influence beaucoup plus considérable que nous. Si Swinemünde ne se distingue pas des autres localités, la différence de nos appréciations doit peut-être venir de ce que nous avons divisé les jours en couverts et en clairs d'après une norme légèrement différente. En effet, le D^r Sprung considère comme clairs les jours où la quantité de nuages n'a dépassé 2 à aucune heure d'observation, et comme couverts ceux où elle n'a pas été inférieure à 8, tandis que nous avons envisagé comme clairs les jours où la quantité de nuages a été en moyenne de 3 et au-dessus et comme couverts ceux où cette moyenne a été de 7 et au-dessous. Comme cependant le calcul du D^r Sprung est fait sans égard à la force moyenne ou maximale du vent pendant les 24 heures, il est possible que la grande différence trouvée par lui dans la période diurne soit plus apparente que réelle. En effet, il suffit d'un petit nombre de jours de force moyenne ou maximale d'un degré supérieur dans un groupe de jours où cette force de vent est en général plutôt faible, pour modifier sensiblement la période calculée. Nous ne prétendons en aucune façon que ce soit réellement le cas pour le calcul du D^{r} SPRUNG, mais nous voulons simplement appeler l'attention sur le fait que ses calculs *ont pu* être altérés par la cause que nous indiquons. Toujours est-il que nos tableaux prouvent que, dans les stations de l'Allemagne du nord aussi bien qu'à Upsal, S. Pétersbourg et ailleurs, l'influence de la quantité des nuages est d'un ordre *secondaire*, si on la compare à celle d'une grande force de vent.

---

[1]) Studien über den Wind und seine Beziehungen zum Luftdruck. Aus dem Archiv der deutschen Seewarte. II Jahrg. 1879.

Malheureusement la bibliothèque de l'Institut central de météorologie de Stockholm ne possède pas un assez grand nombre de bonnes observations anémométriques, et nous craignons d'ailleurs qu'il y en ait peu qui conviennent aux recherches en question. Nous ne pouvons guère en effet faire entrer en ligne des localités situées sur les bords de la Méditerranée, dans des pays chauds, dans des régions montagneuses, en un mot celles où l'on voit se produire, par suite de l'échauffement différent de l'air dans les environs, des brises de terre ou de mer ou bien encore d'autres variations diurnes correspondantes dans la direction du vent; car alors notre phénomène, la variation diurne de la force du vent, se trouverait troublé par un autre, la variation diurne de la direction du vent. Nous accordons sans peine qu'il est difficile de déterminer d'avance quels sont ou quels ne sont pas les endroits *normaux* où se présente dans sa forme la plus régulière le phénomène que nous traitons ici. C'est ainsi, par exemple, que nous ne pouvions pas dès l'abord nous représenter que Vienne différât à cet égard des autres localités. C'est pourtant le cas; cette ville forme une *exception* à la règle que nous avons trouvée et qui s'est confirmée jusqu'à présent, à moins que par un étrange hasard nous n'ayons justement rencontré que les exceptions dans nos travaux — ce qui n'est guère probable — et qu'ainsi Vienne représente la règle. A ce que nous sachions, la marche diurne de la force du vent à Vienne n'est connue que par les études du professeur HANN; mais les travaux qu'a publiés à ce sujet le savant directeur de l'Institut météorologique de Vienne ne nous fournissent aucun renseignement sur ce qui est en question ici, c'est-à-dire sur la variation qui a lieu aux divers degrés de la force du vent en général ou de la quantité de nuages, car les moyennes données par le savant viennois comprennent toutes les espèces de jours — calmes, tempêtueux, clairs, couverts — et produisent l'effet que la période diurne de la force du vent à Vienne ne se distingue guère de la plupart

Tableau XVII. *Vitesse moyenne du vent en kilomètres par heure à Vienne.*

a. *Jours clairs ou presque clairs.*

Heure.	Vitesse moyenne diurne du vent en kilomètres par heure:			
	a) 30—40. (6).	*b*) 20—30. (18).	*c*) 10 20. (60).	*d*) 0—10. (65).
1 m.	37.3	29.6	13.0	7.0
2	34.7	**30**.9	12.0	5.8
3	35.2	28.6	11.4	5.0
4	38.0	27.2	11.5	3.8
5	45.2	30.7	11.4	3.6
6	43.7	30.2	9.9	2.1
7	**46**.5	30.5	10.3	2.2
8	40.5	29.5	13.3	3.6
9	43.0	28.7	14.1	4,3
10	37.7	**30**.9	16.8	5.8
11	35.3	27.6	18.4	7.3
midi	33.7	26.8	16.7	9.0
1 s.	33.2	27.2	17.9	10.2
2	35.5	26.3	17.7	10.4
3	37.7	24.6	18.5	**10**.7
4	31.0	24.2	18.3	10.2
5	28.5	21.1	17.5	9.4
6	27.7	19.1	15.7	9.8
7	30.7	16.2	13.6	7.5
8	26.3	16.4	11.9	6.2
9	30.2	15.3	10.8	5.5
10	28.0	15.9	10.1	5.9
11	28.8	17.8	10.7	5.5
minuit	27.7	16.8	11.5	5.6

des autres localités. C'est pourquoi nous ne croyons pas sans intérêt de communiquer le résultat de quelques calculs que nous avons faits suivant la même norme que pour les endroits cités précédemment. Ils sont basés sur les «Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus», 1876—1879. Une seule différence a eu lieu dans le mode de calcul: les jours sont répartis suivant les valeurs moyennes de la force du vent.

b. *Jours demi-couverts.*

Heure.	Vitesse moyenne diurne du vent en kilomètres par heure:				
	a) 40—50. (9).	*b*) 30—40. (28).	*c*) 20—30. (50).	*d*) 10—20. (76).	*e*) 0—10. (26).
1 m.	47.9	26.9	20.1	13.7	7.6
2	45.2	27.8	23.7	13.8	6.0
3	47.6	32.6	22.6	12.8	5.1
4	43.1	35.4	21.8	11.4	5.0
5	46.2	36.2	20.8	10.1	3.3
6	41.9	35.8	21.8	9.2	2.5
7	48.6	35.0	23.1	10.4	2.7
8	46.6	33.8	26.7	12.0	3.9
9	46.2	35.0	26.8	12.5	5.0
10	51.2	36.3	29.0	14.3	5.0
11	48.4	36.1	26.9	15.8	7.3
midi	51.2	37.4	28.5	16.6	9.2
1 s.	54.3	36.4	29.3	18.1	10.8
2	50.8	35.4	26.8	18.4	11.0
3	51.4	33.3	26.6	18.3	12.0
4	49.1	35.9	25.2	18.0	11.7
5	44.8	35.7	24.4	16.7	11.5
6	40.3	33.1	22.8	14.6	10.2
7	37.0	32.0	22.4	12.8	6.9
8	32.4	32.0	21.6	14.6	5.9
9	29.0	29.1	21.3	15.5	7.0
10	29.7	31.8	22.4	16.9	6.3
11	29.9	32.6	23.6	16.9	6.1
minuit	33.6	33.5	22.1	15.7	6.8

c. *Jours couverts ou presque couverts.*

Heure.	Vitesse moyenne diurne du vent en kilomètres par heure:					
	a) 50 et au-delà. (5).	*b*) 40—50. (7).	*c*) 30—40. (18).	*d*) 20—30. (51).	*e*) 10—20. (55).	*f*) 0—10. (11).
1 m.	53.4	46.7	32.9	21.4	12.6	6.4
2	52.8	53.9	33.2	21.8	13.5	6.5
3	47.8	55.3	32.7	21.3	13.6	5.5
4	55.4	56.3	31.3	23.2	12.8	3.4
5	62.2	58.4	30.2	24.5	11.9	3.4
6	62.0	56.9	34.2	23.2	12.6	2.6
7	66.0	57.4	31.9	22.7	12.7	2.7
8	63.4	55.6	33.1	22.3	13.3	2.4
9	66.4	54.6	33.5	22.6	13.1	3.8
10	68.6	52.0	32.9	24.5	13.1	4.7
11	63.0	49.6	28.6	22.4	14.0	6.4
midi	64.4	44.7	30.5	23.4	13.8	7.2
1 s.	65.8	45.1	31.5	24.3	13.9	10.0
2	67.6	43.1	30.1	25.6	15.1	9.2
3	66.6	40.4	37.1	23.9	16.3	7.7
4	60.0	36.4	39.9	24.3	17.9	10.8
5	62.2	37.7	38.4	27.7	16.3	12.0
6	55.4	35.6	38.7	25.9	17.0	13.0
7	53.0	34.6	39.5	26.1	15.6	8.8
8	48.4	31.6	36.6	26.3	17.1	5.7
9	58.2	30.1	37.7	28.9	18.0	4.6
10	55.6	32.7	37.1	29.2	19.4	6.5
11	55.4	32.4	38.0	28.2	18.2	10.0
minuit	56.6	33.0	35.0	28.3	19.6	9.8

Tout d'abord, on remarque selon ces tableaux (voir aussi fig. 18, 19 et 20) que la périodicité est plus évidente pendant les jours demi-clairs. Elle est aussi bien *nette* pendant les jours plus calmes et clairs, tandis qu'elle paraît bien *vague* pendant les jours de vent et de tempête ou les jours couverts de force inférieure de vent. Il y a du reste quelque chose de singulier dans le fait que pendant ces derniers jours les moyennes horaires ne forment pas une vraie période comme on avait lieu de s'y attendre, mais qu'ou bien elles croissent plus ou moins régulièrement vers minuit comme on le voit dans le tableau XVII **c** *d*), *e*) ou qu'elles décroissent comme dans **a** *a*), *b*) et **c** *b*). Il est difficile de dire si c'est là un fait fortuit ou une conséquence de notre manière de répartir les jours, ou bien encore si nous avons là un caractère propre au climat de Vienne. La première supposition est à peine admissible, car le nombre des jours est si grand, au moins dans le tableau **c** *d*), *e*) que les inégalités fortuites ont dû disparaître de la période. Mais même là où la périodicité est nettement accentuée, il se présente une particularité qui, à notre sens, n'a pas de pendant dans les autres localités étudiées par nous, et sur laquelle le professeur viennois a déjà attiré l'attention: nous voulons parler de *l'augmentation de la force du vent vers les minuit* et, par suite, le minimum bien accusé vers les 6 heures du matin. Ce dernier fait se voit avec le plus de netteté pendant les jours plus calmes. Cette particularité et celle que nous venons d'indiquer dans la marche diurne de la force du vent à Vienne s'écartent complètement de ce que nous avons trouvé jusqu'à présent de caractéristique dans cette période en d'autres localités. Nous avons certainement là de *nouvelles faces* de l'intéressant phénomène en question, faces dignes de la plus grande attention et d'un examen ultérieur des plus sérieux. Il eût été désirable d'avoir pour la comparaison des séries provenant d'autres endroits de l'intérieur du continent européen, afin de voir jusqu'où s'étendent ces particularités. Mais nous ne pouvons pas, à l'heure actuelle du moins, considérer ces écarts pour Vienne comme autre chose que des exceptions, fort intéressantes assurément, à la règle que nous avons trouvée et dépendant probablement de circonstances plus ou moins *locales*.

Après tout ce que nous venons d'exposer, comment s'expliquer — en ne tenant pas compte de l'écart pour Vienne — qu'on rencontre, dans des travaux publiés sur la même matière, des résultats comme le suivant (donné pour Upsal): *«plus la force moyenne du vent est faible, plus la variation diurne de cette force est grande en général».* ¹) Cela est diamétrale-

---

¹) D:r J. HANN, Die tägliche Periode der Geschwindigkeit und der Richtung des Windes (Aus dem LXXIX Bande der Sitzb. d. k. Akad. der Wissensch., II. Abth., Jänner-Heft., Jahrg. 1879, p. 15), citation empruntée à S. A. HJELTSTRÖM, Sur la variation diurne de la vitesse du vent (en suédois), Upsala 1877.

ment *opposé* à ce que nous avons démontré être la règle. Nous ne pouvons nous expliquer cette opinion et d'autres «résultats» du même genre que de la manière suivante. On prend les observations anémométriques de plusieurs années, on divise les jours en un très petit nombre de groupes, une fois suivant des quantités différentes de nuages, une autre selon des pressions différentes du baromètre, et ainsi de suite; on calcule les moyennes et on obtient un «résultat» — une période diurne — qui doit sa forme au *hasard*, car les groupes confondent des jours de caractères différents et même opposés. Lorsqu'il s'est agi d'étudier l'influence de la quantité de nuages, on a ainsi combiné des jours de forces les plus inégales de vent depuis les jours calmes jusqu'à la tempête; quand il a été question de voir le rapport du baromètre avec la période en question, on a combiné les jours calmes et ceux de tempête, les clairs et les couverts etc. Selon que l'une ou l'autre espèce d'éléments employés prédomine dans les groupes, on obtient naturellement des «résultats» différents, une fois se rapprochant de la vérité, une autre fois s'en éloignant complètement, toujours plus ou moins faux [1]).

Les points que nous avons exposés dans ce mémoire et dans le précédent nous paraissent être les faces principales de notre phénomène. Un fait extrêmement remarquable, sans contredit, c'est que *les tempêtes*, au moins dans les terres, *exécutent en général leur principale œuvre pendant le jour et* qu'ils *se livrent à une sorte de repos pendant la nuit.* Mais ce qu'il y a de plus singulier à cet égard, c'est que *le baromètre ne semble guère s'en ressentir*, car on n'observe pas une sensible variation diurne correspondante dans l'échelle barométrique. Lorsqu'il est question de se former une idée de la *cause générale* de la période diurne de la force du vent, il ne faut pas perdre de vue ces faits. Notre précédent mémoire a aussi essayé, sous ce point de vue, de donner une simple *explication* de notre phénomène, la variation diurne dans la force du vent. Cette explication, quoique d'accord en principe avec celle du D^r^ Köppen,[1]) en diffère pourtant sur un point. Nous n'en parlerions pas ici, si le compte rendu en question ne s'en était occupé. Il y est cité d'abord quelques lignes de notre mémoire qui, détachées de leur contexte, nous l'avouons, ne rendent pas exactement notre pensée. Nous n'abuserons pas de la patience du lecteur en fournissant ici une explication détaillée, et nous nous contenterons de renvoyer à notre mémoire. Nous n'attachons pas une valeur spéciale à notre essai de théorie et cédons volontiers le pas à une meilleure. Il reste assurément encore bien des faits à découvrir et à expliquer, avant que le phénomène soit mûr pour une vraie théorie. Toutefois le fait que le D^r^ Köppen et celui qui écrit ces lignes sont parvenus, bien que d'une manière indépendante l'un de l'autre[2]), à avoir des vues concordantes en principe, semble être un signe, peu sûr il est vrai, qu'il y a peut-être quelque chose de vrai dans notre explication. Ce principe peut se formuler de la manière suivante:

---

[1]) Nous craignons fort qu'en cette matière comme dans plus d'un domaine de la météorologie, on n'ait souvent cherché ces *grandes moyennes d'un grand nombre d'années*, calculées avec ou sans les formules de Bessel et formées par des masses de chiffres accumulés. Or, ces grandes moyennes voilent souvent plus qu'elles ne les éclairent les phénomènes à étudier. En revanche, on a moins porté son attention sur les *cas particuliers* et leur répartition dans des groupes de détail. C'est cependant là que se reflètent tout d'abord les phénomènes de la nature.

La plus grande vitesse des couches supérieures de l'atmosphère se communique plus facilement pendant le jour que pendant la nuit aux couches inférieures voisines du sol. Le courant atmosphérique supérieur s'abaisse pour ainsi dire le jour, s'élève la nuit, et cela par suite de l'échauffement et du refroidissement périodiques des couches inférieures pendant le cours de la journée.

D'après le D^r^ Köppen, cette communication entre les diverses couches atmosphériques a lieu par l'intermédiaire de *courants atmosphériques verticaux, ascendants et descendants, formés pendant la journée* et dont la formation en cumulus serait un signe. Lorsque le D^r^ Köppen donna cette explication, on ne connaisait pas encore, si nous ne nous trompons, qu'au moins dans un grand nombre de localités la période diurne de la force du vent s'accentue avec le plus de netteté et d'énergie pendant les jours de vent et de tempête, qu'ils soient clairs, couverts ou pluvieux.

---

[1]) Zeitschrift f. Meteorologie, B. XIV, 1879, p. 343.

[2]) Notre honorable critique fait erreur lorsqu'il suppose que nous nous appuyons sur le Dr Köppen, car déjà au printemps 1877 — par conséquent bien avant que le Dr Köppen ait écrit sur cette matière — nous avions émis les principes de notre explication mentionnés dans le texte.

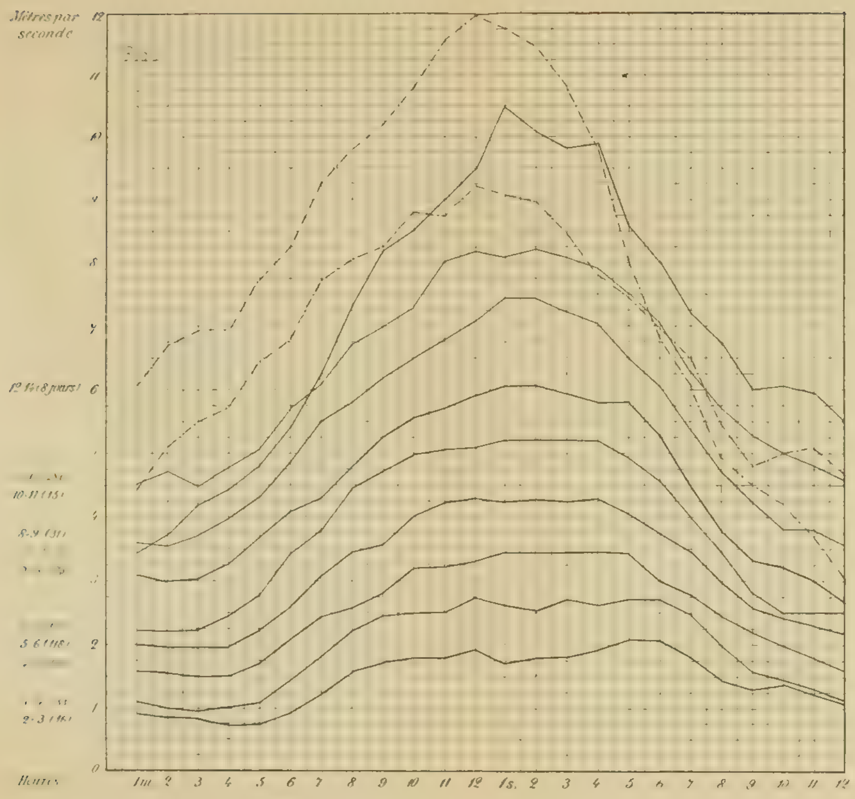
Notre objection à l'explication du Dr Köppen a été et est encore celle-ci. *Est-il possible que ces courants périodiques journaliers plus ou moins verticaux puissent se former sous un ciel couvert, par le vent le plus fort?* Lorsque notre critique de la Revue viennoise dit qu'il est «bien facile de réfuter» notre objection, nous croyons n'être pas le seul à désirer connaître ses raisons.

Le compte rendu auquel répondent ces pages renferme encore quelques points à réfuter, mais, d'une part, ils sont de peu d'importance et, d'autre part, nous n'avons pas l'intention de faire ici de la polémique. Nous aimons à croire que les résultats essentiels de nos deux mémoires seront trouvés plus plausibles à un examen sérieux qu'ils ne le paraissaient peut-être à première vue aux yeux de notre honorable contradicteur.

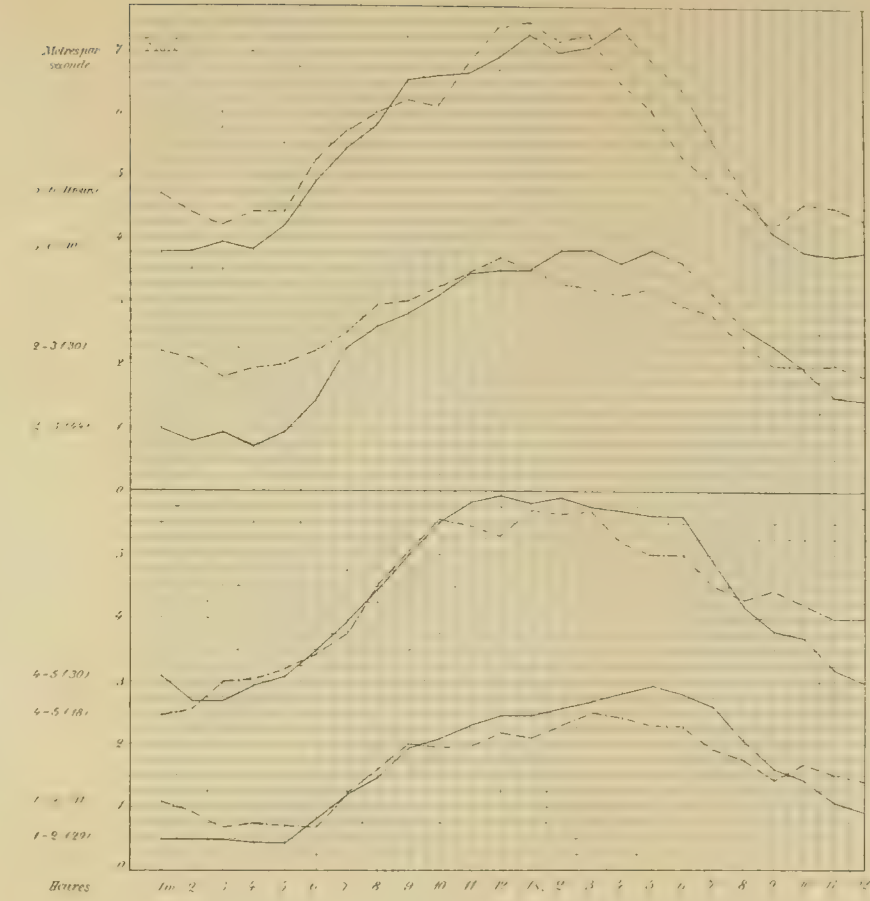
Dans le cours de nos études dans ce domaine, nous avons vivement ressenti *l'absence de bonnes séries d'observations anémométriques.* En plusieurs endroits on ne publie que les moyennes, en d'autres seulement les observations de quelques heures de la journée; d'autres encore nous fournissent des observations très complètes mais sans moyennes. Dans quelques séries, les degrés de force du vent sont indiqués d'une manière subjective, dans d'autres au moyen d'instruments probablement trop peu sensibles aux degrés inférieurs. Il n'est guère possible à une personne seule, dans l'état actuel des choses, — si elle ne peut se servir que des matériaux publiés —, de traiter le sujet qui nous occupe d'une manière un peu complète. Il serait donc certainement très désirable pour les raisons que nous avons indiquées, que dans les stations où l'on dispose de bonnes séries d'observations bien qu'elles ne soient pas imprimées, on veuille se consacrer plus que cela n'a été le cas jusqu'à présent à des *recherches de détail pour les localités particulières.* Les méthodes et les points de vue peuvent varier, et rien n'est plus naturel, mais il est incontestable que les études de détail sont actuellement le meilleur moyen d'arriver à la connaissance exacte de *faits* sans lesquels toutes les théories sont plus ou moins bâties sur le sable.

Pendant l'impression de ce mémoire nous avons commencé quelques calculs sur la marche diurne de la vitesse du vent dans les îles Britanniques, fondés sur les «Hourly readings from the self recording instruments at the seven observatories, in connection with the Meteorological office, issued by authority of the Meteorological council». A ce que nous avons vu jusqu'ici, ces calculs ont confirmé pleinement les principaux résultats que nous venons de trouver. Nous espérons d'ailleurs revenir bientôt à ces recherches, qui avec d'autres de même nature, feront l'objet d'un mémoire spécial.

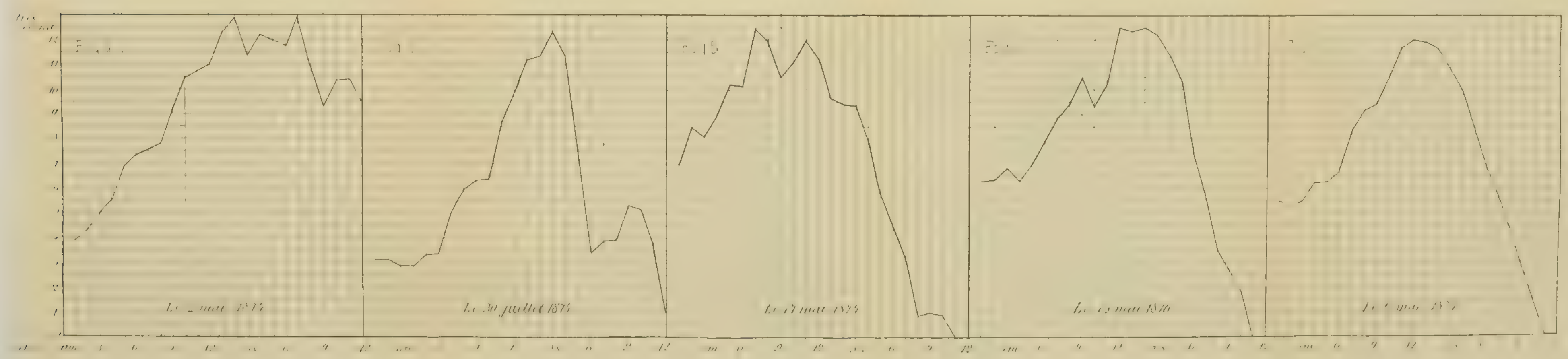
◆



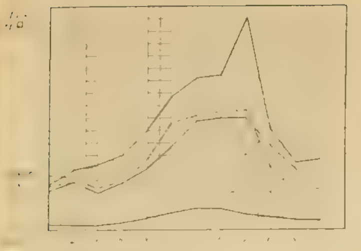
Upsal. Jours à vitesse maximum 2-3, 3-4, 4-5 etc mètres par seconde. (Mém. I, tab III)



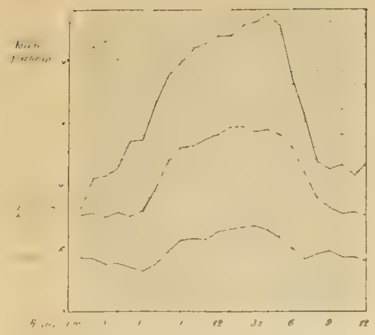
Upsal. Jours clairs et couverts à vitesse moyenne de 1-2, 2-3 etc mètres par seconde.
——— désigne les jours clairs, — — — les jours couverts. (Mém. I, tab. V a, b)



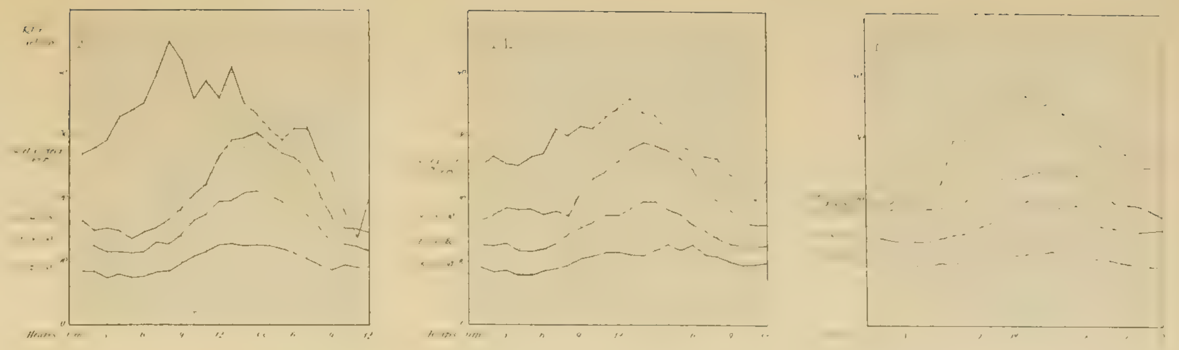
Upsal. Jours à vitesse maximum de 12-14 mètres par seconde. (Tab. V)



Bruxelles. Jours avec ou sans pluie. a à force max de 3 et au delà, b de 2 et au delà, c j couverts de 2 et au delà, Jours clairs d de 2 et au dessous (Tab IX)



Noukouss. Jours avec ou sans pluie a à vitesse max de 40 kilom par heure et au-dessus, b 30 et au-dessus. Jours clairs ou presque clairs c à vitesse max de 20 et au dessous (Tab VIII)

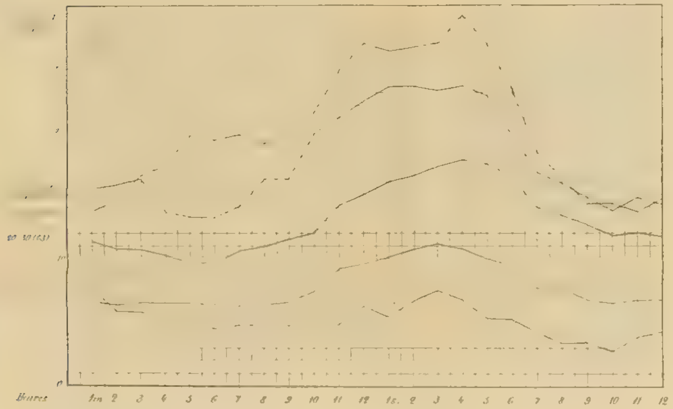


A Jours clairs ou presque clairs

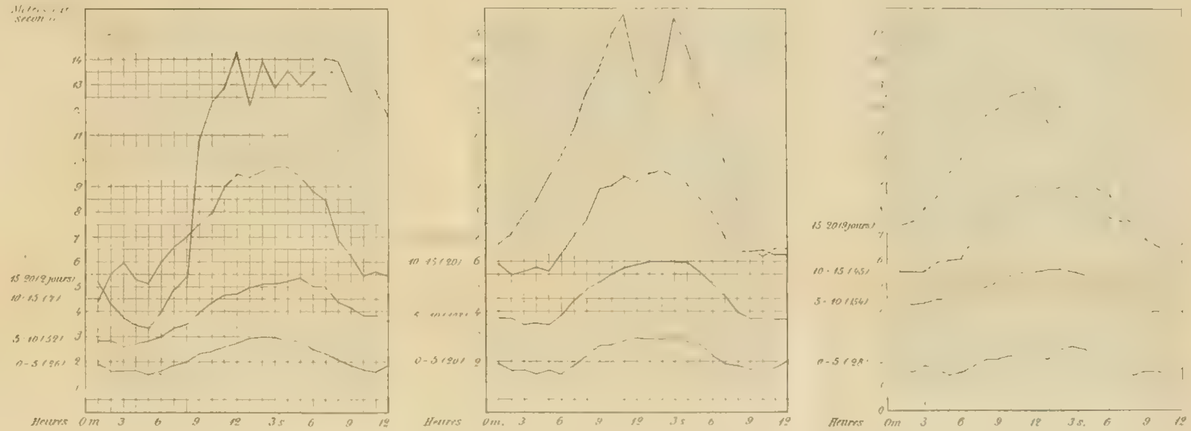
B Jours demi-couverts.

C Jours couverts ou presque couverts

St Pétersbourg. Jours à vitesse maximum de 10 20, 20-30 etc kilomètres par heure. (Tab XII A B C)



Halifax N.S. Jours à vitesse maximum de 0-10, 10-20 etc lieues anglaises (Tab XI)

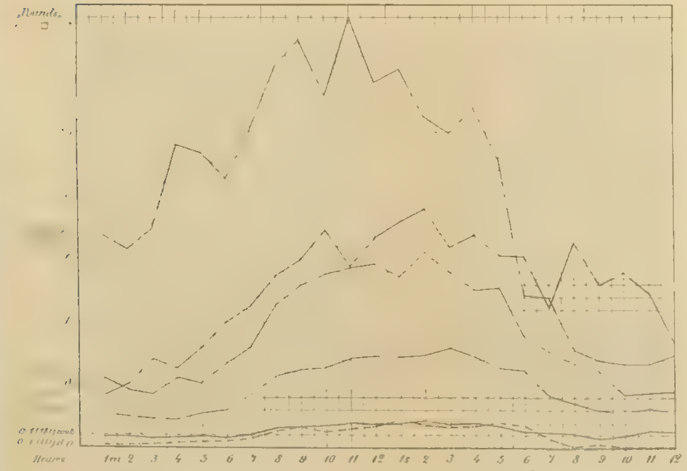


A Jours clairs ou presque clairs

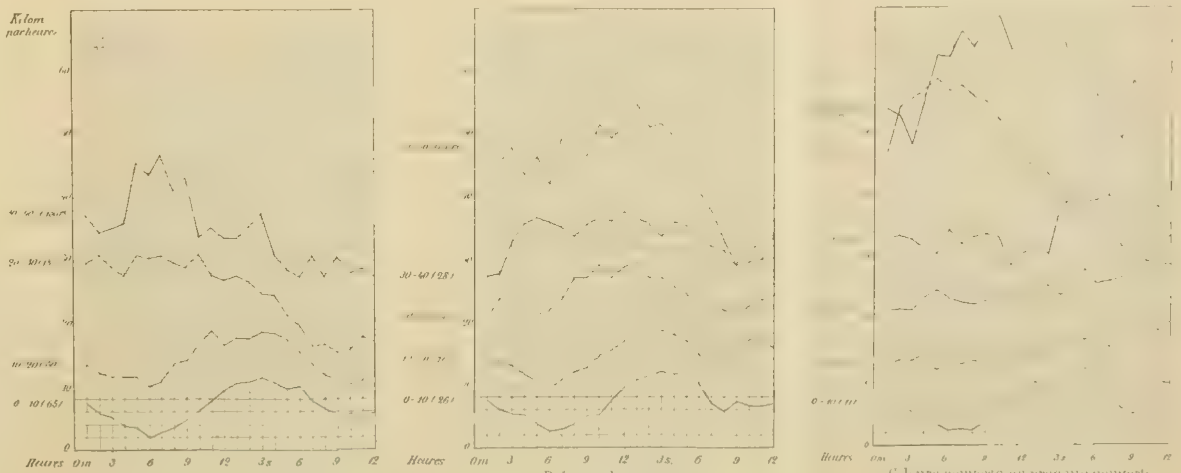
B Jours demi couverts.

C Jours couverts ou presque couverts

Hambourg, Keitum, Svinemünde, Neufahrwasser. Jours à vitesse maximum du vent de 0 5, 5 10 etc mètres par seconde. (Tab W A B, C)



Makerstoun. Jours à force max de 0-1, 1-2, 2-3 etc., pounds, par pied carré (Tab X)



A Jours clairs ou presque clairs

B Jours demi couverts.

C Jours couverts ou presque couverts

Vienne. Jours à vitesse moyenne du vent de 0 10, 10 20, 20 30 etc kilometres par heure (Tab XII A B C)

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 6.

VEGA-EXPEDITIONENS

GEOGRAFISKA ORTSBESTÄMNINGAR

BERÄKNADE

AF

ARVID LINDHAGEN.

MEDDELADT DEN 12 JANUARI 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET,
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

För erhållande af geografiska ortsbestämningar anstäldes under Vega-expeditionen följande olika slag af astronomiska iakttagelser:

1) Under färden utmed Asiens nordkust och i vinterqvarteret vid Pitlekaj hafva, så ofta tillfälle dertill erbjöd sig, tids- och polhöjds-bestämningar blifvit gjorda medelst dubbla solhöjders observerande i qvicksilfverhorisont.
2) Vid Pitlekaj uppmättes den 20 Oktober 1878 några måndistanser.
3) På samma ställe iakttogos den 28 Februari 1879 tidsmomenten för några fixstjernors bortskymning genom månen.
4) Härtill kommer, att expeditionen strax före sin afresa från Tromsö den 21 Juli 1878 på telegrafisk väg erhöll några tidssignaler från Stockholms observatorium.

Af dessa iakttagelser skall jag först i tidsföljd behandla alla dem, som blifvit gjorda vid Pitlekaj; och sedan ur dessa vinterqvarterets läge blifvit härledt, skola de öfriga ortsbestämningarna meddelas.

Af de kronometrar, som expeditionen medförde, har boxkronometern *Frodsham 3194* hela tiden tjenstgjort såsom normal-ur; till observations-ur har användts endera af fickkronometrarne *Frodsham 8872* och *Frodsham 8873*, hvilka alltid före eller efter en observation jemfördes med normaluret.[1])

Longituderna har jag, såsom af det följande framgår, öfverallt angifvit såsom *ostliga*, äfven då de öfverstiga 180°. Detta mot vedertagen sed stridande beteckningssätt har användts för att vid angifvelserna af datum åvägabringa öfverensstämmelse med den öfriga literaturen rörande Vega-expeditionen. Under sin färd från vester mot öster fortfor nämligen expeditionen hela tiden att räkna europeiskt datum, utan att häri göra någon ändring, då den passerade den meridian, som ligger 180° från Greenwich. Till undvikande af missförstånd har emellertid vid hvarje tidsangifvelse motsvarande datum i Greenwich inom parentes bifogats.

---

[1]) Vid ett enda tillfälle (N:o **14**) har ett vanligt fick-ur användts såsom observations-ur, och boxkronometern *G. W. Linderoth N:o 28* såsom normal-ur.

Dessutom bör anmärkas, att jag öfverallt räknat dygnet astronomiskt, d. v. s. låtit det börja med 0^h vid middag, och sedan räknat timmarna från 0 till 24.

Tids- och polhöjds-bestämningarna meddelas i den vanliga tabellariska formen. Under hvarje tabell har jag dessutom anfört de kronometer-jemförelser, som blifvit gjorda i sammanhang med observationen.

I det följande användas nedanstående beteckningar:

i = instrumentets indexfel.

t = luftens temperatur i grader Celsius.

b = barometerståndet (alltid afläst på qvicksilfver-barometer) uttryckt i millimeter och reduceradt till fryspunkten.

$\underline{\odot}\, 2H$ = nedre solrandens dubbla höjd.

$\overline{\odot}\, 2H$ = öfre solrandens dubbla höjd.

$\gamma \odot$ = observations-urets korrektion till sann soltid för observationsstället.

γ_m = observations-urets korrektion till observations-ortens medeltid.

Γ_m = normal-kronometerns (Frodsham 3194) korrektion till medeltid i Greenwich.

$æ$ = tidseqvationen.

λ = observations-ortens *ostliga* longitud från Greenwich.

φ = observations-ortens polhöjd.

A. **Observationer vid Vegas vinterqvarter.**

Der ej annorlunda är anmärkt, äro iakttagelserna verkstälda ombord på fartyget eller i detsammas omedelbara närhet.

Till grund för räkningarna har jag lagt koordinaterna

$$\varphi = 67^\circ\ 4'\ 50''$$
$$\lambda = 186^\circ\ 36'\ 0'' = 12^h\ 26^m\ 24^s.0,$$

hvilka, såsom af det följande framgår, för detta ändamål äro mer än tillräckligt noggranna.

1. 1878. Sept. 27.9 (= 27.4 Greenw.)

$i = +32''$; $t = -0^\circ.5$; $b = 750^{mm}.2$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8872	$\underline{\odot}\,2H$	$\gamma\,\odot$	*Kron. 8872*	$\overline{\odot}\,2H$	$\gamma\,\odot$
$16^h\,25^m\;9^s$	$36^\circ\;2'\,40''$	$+5^h\,41^m\,34^s.7$	$16^h\,28^m\,53^s$	$37^\circ\,30'\,45''$	$+5^h\,41^m\,65^s.4$
26 54	12 55	36.4	29 44	34 30	54.7
27 30	16 20	35.7	30 29	38 15	50.1
28 9	20 20	39.4	31 15	1) 43 0	54.9
			32 5	48 0	59.5
	Medium	$+5^h\,41^m\,36^s.6$		Medium	$+5^h\,41^m\,56^s.9$

$$\gamma\,\odot = +5^h\;41^m\;46^s.7$$
$$\text{æ} = -\quad 9\quad 9.6$$
$$\gamma_m = +5^h\;32^m\;37^s.1$$

Kron. 8872: $17^h\;13^m\;24^s.5$ = *Kron. 3194:* $10^h\;22^m\;0^s.0$

2. 1878. Sept. 28.0 (= 27.5 Greenw.)

i antaget $= +32''$; $t = -0^\circ.2$; $b = 749^{mm}.3$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8872	$\underline{\odot}\,2H$	φ	*Kron. 8872*	$\overline{\odot}\,2H$	φ
$18^h\,43^m\,20^s$	$41^\circ\,19'\,30''$	$67^\circ\,4'\,70''$	$18^h\,47^m\,59^s$	$42^\circ\,16'\,35''$	$67^\circ\,4'\,66''$
44 44	19 10	22	48 54	16 0	60
45 37	17 20	36	49 38	15 0	32
45 54	16 30	50	50 26	13 5	48
46 6	15 15	78	51 23	11 45	36
	Medium	$67^\circ\,4'\,51''$		Medium	$67^\circ\,4'\,48''$

$$\varphi = 67^\circ\;4'\;49''$$

Kron. 8872: $19^h\;19^m\;54^s.3$ = *Kron. 3194:* $12^h\;28^m\;30^s.0$

3. 1878. Okt. 9.9 (= 9.4 Greenw.)

i antaget $= +56''$; $t = -3^\circ.0$; $b = 759^{mm}.6$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8872	$\overline{\odot}\,2H$	$\gamma\,\odot$	*Kron. 8872*	$\underline{\odot}\,2H$	$\gamma\,\odot$
$19^h\,41^m\,52^s$	$25^\circ\,35'\,30''$	$+2^h\,0^m\,50^s.0$	$19^h\,46^m\,41^s$	$25^\circ\;4'\,50''$	$+2^h\,0^m\,65^s.9$
42 43	42 20	60.8	48 0	11 0	43.6
43 33	47 5	54.3	48 50	17 35	55.3
44 34	54 55	64.7	49 32	21 5	46.7
			50 10	24 30	40.5
	Medium	$+2^h\,0^m\,57^s.5$		Medium	$+2^h\,0^m\,50^s.5$

$$\gamma\,\odot = +2^h\;0^m\;54^s.0$$
$$\text{æ} = -\quad 12\quad 48.1$$
$$\gamma_m = +1^h\;48^m\;5^s.9$$

Kron. 8872: $19^h\;57^m\;10^s.0$ = *Kron. 3194:* $9^h\;21^m\;30^s.0$

---

1) Minuten ändrad från 41 till 43.

4. 1878. Okt. 20.9 (= 20.4 Greenw.)

$i = + 1' \; 20''$; $t = - 16^\circ.0$; $b = 754^{\mathrm{mm}}.5$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8873	$\underline{\odot}\,2H$	$\gamma\odot$	*Kron. 8873*	$\overline{\odot}\,2H$	$\gamma\odot$
$18^h\,36^m\,19^s.0$	$17^\circ\,54'\,50''$	$+3^h\,18^m\,30^s.6$	$18^h\,40^m\,50^s.0$	$19^\circ\,27'\,55''$	$+3^h\,18^m\,59^s.1$
37 20.5	18 0 20	24.4	41 43.5	33 0	57.7
38 9.5	6 0	33.4	42 37.0	38 20	59.9
38 49.0	9 40	30.3	43 27.0	41 50	47.4
39 49.0	16 10	37.7	44 29.0	48 0	50.3
	Medium	$+3^h\,18^m\,31^s.3$		Medium	$+3^h\,18^m\,54^s.9$

$$\gamma\odot = + 3^h \; 18^m \; 43^s.1$$
$$\alpha = - \quad 15 \;\; 15.6$$
$$\gamma_m = + 3^h \;\; 3^m \; 27^s.5$$

Kron. 8873: $19^h \; 6^m \; 17^s.0$ = *Kron. 3194:* $9^h \; 46^m \; 0^s.0$

5. 1878. Okt. 20.9 (= 20.4 Greenw.)

$i = + 1' \; 8''$; $t = - 14^\circ.5$; $b = 753^{\mathrm{mm}}.8$; Obs. PALANDER.

Följande distanser mellan solens och månens hvarandra närmaste ränder aflästes direkt på cirkeln:

	Kron. 8873	*Distans*
	$19^h\,29^m\,12^s.8$	$69^\circ\,1'\,30''$
	30 27.2	1 15
	31 49.2	0 55
	32 56.0	69 0 15
	34 16.0	68 59 35
Medium	$19^h\,31^m\,44^s.2$	Medium $69^\circ\,0'\,42''$

Kron. 8873: $19^h \; 39^m \; 0^s.0$ = *Kron. 3194:* $10^h \; 18^m \; 43^s.0$.

Solens azimut var ostlig, månens vestlig.

Räkningen har gjorts med de nyss angifna medeltalen, d. v. s. under antagande att distansen

vid $19^h \; 31^m \; 44^s.2$ kron.-tid var $69^\circ \; 0' \; 42''$,

och att kronometerns korrektion till ortens medeltid var

$$+ 3^h \; 3^m \; 27^s.5.$$

Under dessa förutsättningar erhålles

$$\lambda = 12^h \; 27^m \; 6^s.$$

6. *Magnetiska observatoriet*[1]). 1879. Febr. 9.9 (= 9.4 Greenw.)

Anm. Solen mycket svår att iakttaga till följd af moln.

$i = + 2''$; $t = - 13^\circ.5$; $b = 763^{\mathrm{mm}}.7$; Obs. NORDENSKIÖLD.

---

[1]) Ishuset, som användes såsom magnetiskt observatorium, låg på fastlandet nästan rätt söder om Vega. Afståndet mellan ishuset och fartyget var, enligt en mätning af kapten PALANDER, omkring 4,800 fot.

Kron. 8873	$\overline{\odot}\,2H$	$\gamma\odot$	*Kron. 8873*	$\underline{\odot}\,2H$	$\gamma\odot$
$2^h\ 49^m\ 36^s.8$	7° 30′ 30″	$-5^h\ 29^m\ 58^s.4$	$2^h\ 54^m\ 16^s.0$	6° 57′ 50″	$-5^h\ 30^m\ 22^s.0$
50 27 .2	35 10	69 .0	56 6 .8	7 11 30	11 .9
51 26 .8	42 10	67 .7	56 56 .6	16 20	18 .4
52 10 .2	46 30	73 .7	58 1 .4	24 10	12 .7
53 18 .4	54 30	71 .9			
	Medium	$-5^h\ 30^m\ 8^s.1$		Medium	$-5^h\ 30^m\ 16^s.3$

$$\gamma\odot = -5^h\ 30^m\ 12^s.2$$
$$\alpha\!e = +\ \ 14\ \ 27.3$$
$$\gamma_m = -5^h\ 15^m\ 44^s.9$$

Kron. 8873: $1^h\ 20^m\ 29^s.0$ = *Kron. 3194:* $7^h\ 42^m\ 0^s.0$

7. 1879. Febr. 28.4 (= 27.8 Greenw.)

Stjernbetäckningar. Följande tabell anger de af månens för tillfället mörka rand bortskymda stjernornas namn och de vid okkultationsögonblicken iakttagna kronometertiderna. För kontrollens skull äro de flesta okkultationerna observerade af två personer, nämligen Kapten PALANDER och Löjtnant HOVGAARD. Den förre använde kronometern 8873, den senare kronometern 8872.

	Kronometertider vid okkultationerna.	
	Kron. 8873. Obs. PALANDER.	*Kron. 8872.* Obs. HOVGAARD.
17 Tauri	$7^h\ 58^m\ 55^s.0$	$7^h\ 13^m\ 30^s.4$
16 Tauri	— — —	7 33 28 .8
23 Tauri	8 48 22 .5	8 2 49 .6
η Tauri	9 19 32 .0	8 34 6 .0
28 Tauri	10 11 49 .0	9 26 23 .2
27 Tauri	— — —	9 29 2 .4

Kronometer-jemförelser.

Kron. 8872: $6^h\ 47^m\ 33^s.2$ = *Kron. 3194:* $18^h\ 36^m\ 0^s.0$
» 7 43 33 .2 = » 19 32 0 .0
» 9 34 32 .8 = » 21 23 0 .0
Kron. 8873: 7 24 0 .0 = » 18 27 1 .5
» 8 26 0 .0 = » 19 29 1 .5
» 10 29 0 .0 = » 21 32 1 .5

Då någon sjelfständig bestämning af ishusets polhöjd ej föreligger, har jag, med ledning af den nyss nämnda afståndsbestämningen, lagt polhöjden

67° 4′ 0″

till grund vid beräkningen af ofvanstående tidsbestämning.

Med ledning af tidsbestämningarna N:ris **8** och **9**, jemförelserna mellan fick-kronometrarne och kronometern 3194, samt den senares dragning, har jag antagit följande kronometerkorrektioner till observationsortens medeltid:

Kron. 8873 .... $\gamma_m = -34^m\ 5^s.5$
Kron. 8872 .... $\gamma_m = +11\ \ 20.0.$

Anbringas dessa, så erhålles:

	Medel-ortstider vid okkultationerna.					
	Obs. PALANDER.			Obs. HOVGAARD.		
17 Tauri	7^h	24^m	$49^s.5$	7^h	24^m	$50^s.4$
16 Tauri	—	—	—	7	44	48 .8
23 Tauri	8	14	17 .0	8	14	9 .6
η Tauri	8	45	26 .5	8	45	26 .0
28 Tauri	9	37	43 .5	9	37	43 .2
27 Tauri	—	—	—	9	40	22 .4

Då Kapten PALANDERS och Löjtnant HOVGAARDS observationer visa en god inbördes öfverensstämmelse, och det torde få anses omöjligt att ur de få föreliggande data med någon som helst säkerhet sluta till en konstant skilnad mellan de båda observatörerna, har jag lagt medeltalen mellan de af båda iakttagna tiderna till grund för räkningarna, och således antagit:

	Medel-ortstider vid okkultationerna.		
17 Tauri	7^h	24^m	$50^s.0$
16 Tauri	7	44	48 .8
23 Tauri	8	14	13 .3
η Tauri	8	45	26 .2
28 Tauri	9	37	43 .3
27 Tauri	9	40	22 .4.

Ur de olika stjernbetäckningarna erhållas då följande värden för longituden:

17 Tauri	12^h	26^m	59^s
16 Tauri			17
23 Tauri			8
η Tauri			17
28 Tauri			18
27 Tauri			10

8. 1879. Febr. 28.9 (= 28.4 Greenw.)

$i = +\,1'\ 16''$; $t = -\,33^\circ.3$; $b = 771^{mm}.7$; Obs. PALANDER.

Kron. 8873	$\overline{\odot}\ 2H$	$\gamma\odot$	*Kron. 8873*	$\underline{\odot}\ 2H$	$\gamma\odot$
$22^h\ 20^m\ 14^s$	$21^\circ\ 54'\ 45''$	$-\,0^h\ 46^m\ 44^s.0$	$22^h\ 26^m\ 3^s.0$	$21^\circ\ 29'\ 30''$	$-\,0^h\ 46^m\ 52^s.1$
21 6	22 0 40	44.5	27 23.5	39 0	48.0
21 50	5 40	44.7	28 26.5	46 5	47.2
23 7	14 32	44.8	29 43.0	21 54 40	45.4
24 3	20 50	45.2	30 52.0	22 1 52	49.3
	Medium	$-\,0^h\ 46^m\ 44^s.6$		Medium	$-\,0^h\ 46^m\ 48^s.4$

$$\gamma\odot = -\,0^h\ 46^m\ 46^s.5$$
$$\ae = +\quad 12\quad 42.2$$
$$\gamma_m = -\,0^h\ 34^m\ 4^s.3$$

9. 1879. Febr. 28.9 (= 28.4 Greenw.)

$i = +\,1'\ 16''$; $t = -\,33^\circ.3$; $b = 771^{mm}.7$; Obs. PALANDER.

Kron. 8873	$\overline{\odot}\ 2H$	$\gamma\odot$	*Kron. 8873*	$\underline{\odot}\ 2H$	$\gamma\odot$
$22^h\ 46^m\ 26^s.0$	$24^\circ\ 43'\ 30''$	$-\,0^h\ 46^m\ 49^s.5$	$22^h\ 52^m\ 49^s.0$	$24^\circ\ 16'\ 10''$	$-\,0^h\ 46^m\ 48^s.6$
47 41.5	51 15	46.8	53 51.0	21 55	49.0
48 32.0	56 10	46.0	54 51.0	27 20	51.0
49 20.0	25 1 5	42.8	55 41.0	32 45	41.7
50 24.0	7 0	44.8	56 35.5	37 5	48.3
	Medium	$-\,0^h\ 46^m\ 46^s.0$		Medium	$-\,0^h\ 46^m\ 47^s.7$

$$\gamma\odot = -\,0^h\ 46^m\ 46^s.8$$
$$\ae = +\quad 12\quad 42.0$$
$$\gamma_m = -\,0^h\ 34^m\ 4^s.8$$

Kron. 8873: $23^h\ 12^m\ 0^s.0$ = *Kron. 3194:* $10^h\ 15^m\ 2^s.5$

10. 1879. Mars 1.0 (= Febr. 28.5 Greenw.)

$i = +\,1'\ 16''$; $t = -\,31^\circ.7$; $b = 771^{mm}.5$; Obs. PALANDER.

Kron. 8873	$\underline{\odot}\ 2H$	φ	*Kron. 8873*	$\overline{\odot}\ 2H$	φ
$0^h\ 45^m\ 47^s$	$29^\circ\ 48'\ 30''$	$67^\circ\ 4'\ 59''$	$0^h\ 53^m\ 18^s$	$30^\circ\ 52'\ 0''$	$67^\circ\ 4'\ 51''$
47 40	12	67	54 18	51 50	45
49 38	10	63	55 40	35	37
50 55	10	57	56 53	15	27
52 18	47 55	53	57 47	50 40	29
	Medium	$67^\circ\ 5'\ 0''$		Medium	$67^\circ\ 4'\ 38''$

$$\varphi = 67^\circ\ 4'\ 49''$$

Hvad först vinterqvarterets polhöjd angår, föreligga för densamma två bestämningar (N:ris **2** och **10**), hvilka båda gifva samma resultat, nämligen

$$\varphi = 67^\circ\ 4'\ 49''.$$

Beträffande åter vinterqvarterets longitud, så har denna blifvit bestämd dels genom en måndistans (N:o 5), dels genom några stjernbetäckningar (N:o 7), hvilka senare alla blifvit observerade på en och samma dag. Jag sammanställer här de erhållna resultaten.

Måndistansen	ger $\lambda = 12^h\ 26^m$	66^s
Okkultationen af 17 Tauri		59
» 16 Tauri		17
» 23 Tauri		8
» η Tauri		17
» 28 Tauri		18
» 27 Tauri		10.

Då det gäller att ur dessa olika bestämningar härleda det sannolikaste värdet för longituden, måste naturligtvis godtycket erhålla ett ganska vidsträckt spelrum; emellertid skola följande betraktelser, som jag hoppas, tillräckligt motivera mitt förfaringssätt.

Å ena sidan är det visserligen sant, att de ur månefemeridernas osäkerhet härflytande felen möjligen skulle blifva fullständigare eliminerade, om man först bildade mediet af de genom stjernbetäckningarna erhållna värdena, och sedan antoge medeltalet af detta medium och det genom måndistansen erhållna värdet såsom definitivt resultat. Men om man å andra sidan tager i betraktande, dels den större noggranhet, med hvilken en stjernbetäckning låter observera sig i jemförelse med en distans mellan solen och månen, dels det stora inflytande, som ett litet fel i den uppmätta distansen utöfvar på den ur densamma härledda longituden (ett fel af 10 bågsekunder i måndistansen alstrar ett fel af omkring 20 tidssekunder i longituden), dels ock den omständigheten, att tidsbestämningen den 28 Februari grundar sig på dubbelt fler uppmätta solhöjder än tidsbestämningen den 20 Oktober, och att vid förstnämnda tillfälle resultaten ur de olika solränderna stämma vida bättre öfverens än vid det sistnämnda, så torde man medgifva, att man knappast kan göra annat än helt enkelt taga ett medium af alla de olika bestämningarna, d. v. s. antaga

$$\lambda = 12^h\ 26^m\ 27^s.9.$$

Läget af Vegas vinterqvarter angifves således genom koordinaterna

$$\begin{aligned} \varphi &= 67^\circ\ 4'\ 49'' \\ \lambda &= 12^{\mathrm{h}}\ 26^{\mathrm{m}}\ 27^{\mathrm{s}}.9 = 186^\circ\ 36'\ 58''. \end{aligned}$$

B. **Öfriga under expeditionen gjorda ortsbestämningar.**

Enligt en telegrafisk signal från Stockholms observatorium var kronometerns 3194 stånd till medeltid i Greenwich

(1) 1878. Juli. 21.0...... $\Gamma_m = -0^{\mathrm{m}}\ 54^{\mathrm{s}}.2.$

Ur tidsbestämningen vid Pitlekaj den 27 September s. å. och jemförelsen mellan kronometern 3194 och observationsuret fås:

$$\begin{array}{rrrrr} \text{Kron. 8872} = & & 17^{\mathrm{h}} & 13^{\mathrm{m}} & 24^{\mathrm{s}}.5 \\ \gamma_m = & + & 5 & 32 & 37\,.1 \\ \cline{2-5} \text{medeltid vid Pitlekaj} = & & 22 & 46 & 1\,.6 \\ \lambda = & & 12 & 26 & 27\,.9 \\ \cline{2-5} \text{medeltid i Greenwich} = & & 10 & 19 & 33\,.7 \\ \text{Kron. 3194} = & & 10 & 22 & 0\,.0 \\ \cline{2-5} \end{array}$$

(2) 1878. Sept. 27.4 $\Gamma_m = \qquad -2^{\mathrm{m}}\ 26^{\mathrm{s}}.3.$

Ur (1) och (2) erhålles

(3) $\Gamma_m = -0^{\mathrm{m}}\ 54^{\mathrm{s}}.2 - 1^{\mathrm{s}}.347\ (t - \text{Juli } 21.0),$

der t betecknar medeltiden i Greenwich, uttryckt i dagar. Koefficienten för den senare termen i detta uttryck vinner ytterligare bekräftelse genom jemförelse med tidsbestämningen den 9 Oktober. Denna ger:

$$\begin{array}{rrrrr} \text{Kron. 8872} = & & 19^{\mathrm{h}} & 57^{\mathrm{m}} & 10^{\mathrm{s}}.0 \\ \gamma_m = & + & 1 & 48 & 5\,.9 \\ \cline{2-5} \text{medeltid vid Pitlekaj} = & & 21 & 45 & 15\,.9 \\ \lambda = & & 12 & 26 & 27\,.9 \\ \cline{2-5} \text{medeltid i Greenwich} = & & 9 & 18 & 48\,.0 \\ \text{Kron. 3194} = & & 9 & 21 & 30\,.0 \\ \cline{2-5} \end{array}$$

(4) 1878. Okt. 9.4.. $\Gamma_m = \qquad -2^{\mathrm{m}}\ 42^{\mathrm{s}}.0.$

Af (2) och (4) härledes den dagliga dragningen under mellantiden $= -1^{\mathrm{s}}.31$. Jag har derför vid beräkningen af de i denna afdelning meddelade longitudsbestämningarna användt formeln (3).

För beräkning af den enstaka iakttagelse-serien **14** fordras kännedom om kronometerns *Linderoth N:o 28* korrektion till medeltid i Greenwich vid observationstillfället. Denna erhålles ur följande kronometerjemförelser:

	Kron. 3194	Kron. 28	Kron. 3194 — Kron. 28	Relativ daglig dragning
1878. Aug. 9.9	$22^h\ 15^m\ 46^s.0 =$	$22^h\ 15^m\ 16^s.0$	$+\ 30^s.0$	$-\ 0^s.504$
1878. Okt. 9.4	$9\ \ 21\ \ 30.0 =$	$9\ \ 21\ \ 30.5$	$-\ \ 0.5$	

Som kronometerns 3194 absoluta dragning var $-1^s.347$, blir kronometerns 28 absoluta dragning $= -1^s.851$. — Kronometerns 28 stånd Aug. 9.9 beräknas som följer:

$$\begin{array}{rrrrcrrrr}
\textit{Kron. 3194:} & 22^h & 15^m & 46^s.0 & = & \textit{Kron. 28:} & 22^h & 15^m & 16^s.0 \\
\Gamma_m = & & -1 & 21.0 & & & 22 & 14 & 25.0 \\
\hline
& 22 & 14 & 25.0 & & \Gamma_m = & & & -51^s.0
\end{array}$$

För kronometern 28 gäller således följande formel:

$$\Gamma_m = -51^s.0 - 1^s.851\,(t - \text{Aug. } 9.9),$$

ur hvilken för Aug. 13.0 erhålles: $\Gamma_m = -56^s.7$.

11. Kyrkan i Samojedbyn Chabarowa vid Jugor Schar.

1878. Juli 30.4 (= 30.2 Greenw.)

φ antagen $= 69°\ 38'\ 50''$. 1)

$i = +30''$; $t = +7°.0$; $b = 766.8$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8873	$\overline{\odot}\ 2H$	$\gamma\ \odot$	Kron. 8873	$\underline{\odot}\ 2H$	$\gamma\ \odot$
$11^h\ 21^m\ 21^s.5$	$6°\ 12'\ 20''$	$-\ 2^h\ 2^m\ 62^s.4$	$11^h\ 25^m\ 44^s.5$	$4°\ 46'\ 20''$	$-\ 2^h\ 2^m\ 59^s.4$
22 24.0	5 40	59.1	26 34.2	2) 39 55	43.1
23 8.0	5 59 55	45.6	27 27.2	33 50	33.7
23 55.5	56 5	54.4			
24 47.2	51 55	65.0			
	Medium	$-\ 2^h\ 2^m\ 57^s.3$		Medium	$-\ 2^h\ 2^m\ 45^s.4$

$$\begin{array}{rrrr}
\gamma\ \odot = & -2^h & 2^m & 51^s.3 \\
\text{æ} = & + & 6 & 10.8 \\
\hline
\gamma_m = & -1^h & 56^m & 40^s.5
\end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrcrrrr}
\textit{Kron. 8873:} & 10^h & 22^m & 52^s.0 & = & \textit{Kron. 3194:} & 4^h & 26^m & 0^s.0 \\
\gamma_m = - & 1 & 56 & 40.5 & & \Gamma_m = & -1 & & 6.6 \\
\hline
& 8 & 26 & 11.5 & & & 4 & 24 & 53.4
\end{array}$$

$$\lambda = 4^h\ 1^m\ 18^s.1.$$

På grund af solens ringa höjd vid observationen, måste dels solbilden hafva varit mindre tillfredsställande, dels den beräknade refraktionen lida af någon osäkerhet. Af dessa orsaker kan ofvanstående värde för longituden visserligen ej göra anspråk på någon särdeles hög grad af noggranhet. Icke desto mindre lemnar öfverensstämmelsen mellan detsamma och det under 1875 års expedition 3) bestämda,

$$\lambda = 4^h\ 1^m\ 19^s.3,$$

---

1) I enlighet med den år 1875 af Professor NORDENSKIÖLD utförda bestämningen.

2) Minuten ändrad från 36 till 39.

3) E. JÄDERIN, Öfvers. af K. Vet.-Akad:s Förhandl. 1876. N:o 2.

ett nytt bevis för den utmärkta beskaffenheten af kronometern *Frodsham 3194,* på hvilken båda bestämningarna grunda sig. Så mycket mera måste detta anses vara förhållandet, då man tager den omständigheten i betraktande, att 1878 års longitudsbestämning ligger blott 9 dygn från en absolut tidsbestämning, medan 1875 års longitudsbestämning ligger 56 dygn eller nära 2 månader från en absolut tidsbestämning.

I nyss nämnda uppsats uttalas den farhågan, att kronometern möjligen under sommarens förra del skulle hafva gått fortare än under dess senare del, och härigenom förorsakat ett på sin höjd till 25^s uppgående fel i longituderna. Maximifelet borde naturligtvis infalla ungefär vid midten af den tid, under hvilken kronometer-korrektionerna blifvit interpolerade. Då emellertid bestämningen vid Chabarowa infaller i närheten af just denna tidpunkt, och det oaktadt öfverensstämmer med 1878 års resultat, torde man ej böra tillmäta den nyss omtalade farhågan någon större betydelse.

12. Waigatsch-öns södra strand: gudahögen. 1878. Juli 31.0 (= 30.9 Greenw.)

$i = -12''$; $t = +7^\circ.4$; $b = 764^{mm}.7$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8873	$\underline{\odot}\,2H$	φ	*Kron. 8873*	$\overline{\odot}\,2H$	φ
$2^h\,53^m\,28^s.0$	$75^\circ\,37'\,10''$	$69^\circ\,39'\,45''$	$2^h\,57^m\,30^s.0$	2) $76^\circ\,28'\,45''$	$69^\circ\,39'\,48''$
54 26.8	1) 34 10	52	58 12.8	27 10	32
56 9.2	29 45	42	59 3.2	24 35	35
			59 43.6	22 30	35
	Medium	$69^\circ\,39'\,46''$		Medium	$69^\circ\,39'\,38''$

$\varphi = 69^\circ\ 39'\ 42''$

13. Samma ställe som föreg. 1878. Juli 31.2 (= 31.0 Greenw.)

$i = +20''$; $t = +7^\circ.0$; $b = 764^{mm}.0$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8873	$\underline{\odot}\,2H$	$\gamma\odot$	*Kron. 8873*	$\overline{\odot}\,2H$	$\gamma\odot$
$6^h\,28^m\,54^s.0$	$49^\circ\,56'\,50''$	$-2^h\,3^m\,21^s.5$	$6^h\,33^m\,17^s.2$	$50^\circ\,16'\,5''$	$-2^h\,3^m\,22^s.7$
29 38.4	50 30	27.7	34 4.8	8 30	25.2
30 28.0	40 55	20.3	34 54.4	0 15	25.3
31 33.4	28 30	11.4	35 59.6	49 48 40	21.6
32 27.4	22 30	29.1	36 53.2	40 10	25.1
	Medium	$-2^h\,3^m\,22^s.0$		Medium	$-2^h\,3^m\,24^s.0$

$$\begin{aligned} \gamma\odot &= -2^h\ \ 3^m\ 23^s.0 \\ \ae &= +\qquad 6\ \ \ 8.7 \\ \hline \gamma_m &= -1^h\ 57^m\ 14^s.3 \end{aligned}$$

---

1) Minuten ändrad från 32 till 34.

2) Minuten ändrad från 30 till 28

Kron. 8873: $10^h\ 59^m\ 20^s.8$ = *Kron. 3194:* $5^h\ 2^m\ 30^s.0$

$\gamma_m = -\ 1\ \ 57\ \ 14.3$ $\qquad \Gamma_m = \ -1\ \ \ 7.7$

$9\ \ 2\ \ 6.5 \qquad 5\ \ 1\ \ 22.3$

$\lambda = 4^h\ 0^m\ 44^s.2$

14. Ankarplatsen på aftonen. 1878. Aug. 13.2 (= 13.0 Greenw.)

i antaget = + 30″; t = + 3°.2; b = 754^{mm}.4; Obs. Palander.

Obs.-ur	$\overline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\odot$	*Obs.-ur*	$\underline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\odot$
$5^h\ 52^m\ 56^s.0$	30° 23′ 40″	$-3^m\ 54^s.3$	$5^h\ 55^m\ 0^s.0$	29° 8′ 0″	$-4^m\ 9^s.9$
53 32.0	20 20	61.3	55 42.0	2 50	8.4
54 4.5	16 30	61.0	56 32.5	28 57 10	10.2
	Medium	$-3^m\ 58^s.9$		Medium	$-4^m\ 9^s.5$

$\gamma\odot = -4^m\ 4^s.2$

$æ = +4\ \ 40.1$

$\gamma_m = +\ \ 35^s.9$

Obs.-ur: $6^h\ 2^m\ 54^s.0$ = *Kron. 28:* $23^h\ 44^m\ 30^s.0$

$\gamma_m = \ +35.9 \qquad \Gamma_m = \ -56.7$

$6\ \ 3\ \ 29.9 \qquad 23\ \ 43\ \ 33.3$

$\lambda = 6^h\ 19^m\ 56^s.6$

Denna longitud är beräknad under antagande att $\varphi = 76°\ 25'$. Men emedan detta värde för polhöjden ej är synnerligen säkert, så har jag äfven beräknat λ för de båda hypoteserna $\varphi = 76°\ 10'$ och $\varphi = 76°\ 40'$. Med tillhjelp af följande lilla tabell kan man genom interpolation lätt finna, hvilken longitud svarar emot hvarje mellan nyss nämnda gränser belägna värde för polhöjden. I sista kolumnen angifves den förändring i λ, som svarar mot en ändring i φ af 1′.

φ	λ	*Diff.*	*Diff. på 1′*
76° 10′	$6^h\ 19^m\ 50^s.9$		
		$5^s.7$	$0^s.38$
76 25	6 19 56.6		
		5.2	0.35
76 40	6 20 1.8		

15. Taimyr-ön: Aktinia-hamnen. 1878. Aug. 14.3 (= 14.1 Greenw.)

i = + 27″; t = + 1°.5; b = 753^{mm}.7; Obs. Nordenskiöld.

Kron. 8872	$\overline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\odot$	*Kron. 8872*	$\underline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\odot$
$6^h\ 59^m\ 40^s$	15° 5′ 5″	$+1^h\ 0^m\ 42^s.7$	$7^h\ 2^m\ 41^s$	13° 43′ 30″	$+1^h\ 0^m\ 57^s.1$
7 0 34	0 35	35.0	3 40	37 0	65.1
1 30	14 55 10	33.7	6 11	22 10	66.8
	Medium	$+1^h\ 0^m\ 37^s.1$		Medium	$+1^h\ 1^m\ 3^s.0$

$\gamma\odot = +1^h\ 0^m\ 50^s.0$

$æ = +\ \ 4\ \ 28.2$

$\gamma_m = +1^h\ 5^m\ 18^s.2$

$$\textit{Kron. 8872}:\ 8^h\ 27^m\ \ 9^s.5 = \textit{Kron. 3194}:\ 3^h\ 12^m\ \ 0^s.0$$
$$\gamma_m = \underline{+1\ \ 5\ \ 18.2} \qquad \Gamma_m = \underline{-1\ \ 26.7}$$
$$9\ \ 32\ \ 27.7 \qquad 3\ \ 10\ \ 33.3$$
$$\lambda = 6^h\ 21^m\ 54^s.4$$

Denna longitud är beräknad under antagande att $\varphi = 76°\ 15'$. Men emedan detta värde för polhöjden ej är synnerligen säkert, så har jag äfven beräknat λ för de båda hypoteserna $\varphi = 76°\ 0'$ och $\varphi = 76°\ 30'$. Med tillhjelp af följande lilla tabell kan man genom interpolation lätt finna, hvilken longitud svarar emot hvarje mellan nyss nämnda gränser belägna värde för polhöjden. I sista kolumnen angifves den förändring i λ, som svarar mot en ändring i φ af 1'.

φ	λ	*Diff.*	*Diff. på 1'*
76° 0'	$6^h\ 19^m\ 13^s.8$		
		$2^m\ 40^s.6$	$10^s.71$
76 15	6 21 54.4		
		2 47.3	11.15
76 30	6 24 41.7		

16. Kap Tscheljuskin, vestra udden, vid den af Vega-expeditionen uppresta vården. 1878. Aug. 19.3 (= 19.0 Greenw.) i antaget $= +59''$; $t = -0°.6$; $b = 759^{mm}.3$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8872	$\underline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\ \odot$	*Kron. 8872*	$\overline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\ \odot$
$5^h\ 10^m\ 16^s$	19° 54' 55"	$+\ 1^h\ 33^m\ 18^s.9$	$5^h\ 12^m\ 27^s$	20° 45' 15"	$+\ 1^h\ 33^m\ 9^s.7$
10 54	52 20	6.9	13 13	39 50	16.1
11 30	48 35	6.4	15 17	27 40	10.5
			16 20	21 50	3.9
	Medium	$+\ 1^h\ 33^m\ 10^s.7$		Medium	$+\ 1^h\ 33^m\ 10^s.1$

$$\gamma\ \odot = +\ 1^h\ 33^m\ 10^s.4$$
$$\alpha\!\!e = \underline{+\ \ \ \ 3\ \ 26.7}$$
$$\gamma_m = +\ 1^h\ 36^m\ 37^s.1$$

17. Samma ställe som föreg. 1878. Aug. 19.9 (= 19.6 Greenw.) i antaget $= +59''$; $t = +2°.0$; $b = 756^{mm}.8$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8872	$\underline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\ \odot$	*Kron. 8872*	$\overline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\ \odot$
$20^h\ 2^m\ 26^s.0$	44° 24' 0"	$+\ 1^h\ 33^m\ 36^s.0$	$20^h\ 6^m\ 38^s.0$	45° 42' 50"	$+\ 1^h\ 33^m\ 21^s.7$
3 14.0	26 20	23.8	7 29.0	46 20	24.6
3 58.5	29 10	21.0	8 17.0	49 50	29.7
4 39.5	33 5	41.0	9 11.5	52 40	19.2
5 33.0	36 0	30.5	10 1.0	56 10	25.7
	Medium	$+\ 1^h\ 33^m\ 30^s.5$		Medium	$+\ 1^h\ 33^m\ 24^s.2$

$$\gamma\ \odot = +\ 1^h\ 33^m\ 27^s.3$$
$$\alpha\!\!e = \underline{+\ \ \ \ 3\ \ 18.1}$$
$$\gamma_m = +\ 1^h\ 36^m\ 45^s.4$$

	Kron. 8872:		*Kron. 3194:*
	$19^h\ 11^m\ 53^s.5$ =		$13^h\ 57^m\ 0^s.0$
(Medium af **16** och **17**) $\gamma_m = +$	$1\ \ 36\ \ 41.2$	$\Gamma_m =$	$-1\ \ 34.1$
	$20\ \ 48\ \ 34.7$		$13\ \ 55\ \ 25.9$

$$\lambda = 6^h\ 53^m\ 8^s.8$$

18. Samma ställe som föreg. 1878. Aug. 20.0 (= 19.7 Greenw.) $i = +59''$; $t = +2°.5$; $b = 754^{mm}.8$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8872	$\overline{\odot}$ 2*H*	φ	*Kron. 8872*	$\underline{\odot}$ 2*H*	φ
$22^h\ 17^m\ 30^s.0$	50° 22′ 40″	77° 36′ 30″	$22^h\ 25^m\ 8^s.0$	49° 20′ 5″	77° 36′ 36″
19 12.0	22 10	57	26 4.5	20 10	33
20 2.0	22 0	67	26 45.0	20 40	18
			27 47.0	19 25	56
			28 34.0	19 25	53
			30 12.0	18 25	78
			31 26.0	19 30	41
			32 27.0	18 40	62
	Medium	77° 36′ 51″		Medium	77° 36′ 47″

$$\varphi = 77°\ 36'\ 49''$$

19. Stranden af Sibiriens nordkust: instängnings-stället öster om Kap Jakan. 1878. Sept. 8.9 (= 8.4 Greenw.) i antaget = $+26''$; $t = 0°.0$; $b = 762^{mm}.7$; Obs. NORDENSKIÖLD.

Kron. 8873	$\overline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\odot$	*Kron. 8873*	$\underline{\odot}$ 2*H*	$\gamma\odot$
$19^h\ 33^m\ 2^s$	46° 59′ 40″	$+\ 2^h\ 29^m\ 42^s.5$	$19^h\ 40^m\ 21^s$	46° 36′ 0″	$+\ 2^h\ 29^m\ 45^s.0$
33 56	47 4 30	40.3	41 26	41 35	43.6
35 2	10 40	41.7	42 3	44 40	43.7
1) 38 39	29 50	37.3	42 59	50 0	49.5
2) 39 33	35 30	47.3	44 11	56 10	49.0
	Medium	$+\ 2^h\ 29^m\ 41^s.8$		Medium	$+\ 2^h\ 29^m\ 46^s.2$

$$\gamma\odot = +\ 2^h\ 29^m\ 44^s.0$$
$$\alpha = -\ \ 2\ \ 33.3$$
$$\gamma_m = +\ 2^h\ 27^m\ 10^s.7$$

Kron. 8873:		*Kron. 3194:*
$19^h\ 28^m\ 30^s.0$ =		$10^h\ 6^m\ 0^s.0$
$\gamma_m = +\ 2\ \ 27\ \ 10.7$	$\Gamma_m =$	$-2\ \ 0.7$
$21\ \ 55\ \ 40.7$		$10\ \ 3\ \ 59.3$

$$\lambda = 11^h\ 51^m\ 41^s.4$$

20. Samma ställe som föreg. 1878. Sept. 9.1 (= 8.6 Greenw.) $i = +26''$; $t = +1°.0$; $b = 763^{mm}.1$; Obs. NORDENSKIÖLD.

---

1) Minuten ändrad från 37 till 38.
2) Minuten ändrad från 38 till 39.

Kron. 8873	$\underline{\odot}$ 2*H*	φ	*Kron. 8873*	$\overline{\odot}$ 2*H*	φ
22ʰ 11ᵐ 48ˢ	50° 43′ 25″	69° 28′ 53″	22ʰ 16ᵐ 37ˢ	51° 37′ 50″	69° 28′ 10″
13 17	40 10	58	17 40	34 20	40
14 5	38 45	46	19 14	31 40	5
14 38	37 40	43	20 10	29 10	13
15 17	36 25	38	20 52	27 15	16
	Medium	69° 28′ 48″		Medium	69° 28′ 17″

$\varphi = 69° 28' 32''$

21. Irkajpij (Nordkap): Vega förtöjd vid isen mellan de båda berguddar, af hvilka Nordkap består. 1878. Sept. 12.9 (= 12.4 Greenw.)

Kron. 8872: $3^h\ 56^m\ 16^s.5$ = *Kron. 3194:* $10^h\ 40^m\ 30^s.0$

$\Gamma_m = -\quad 2\quad 6.1$

$10\quad 38\quad 23.9$

$\lambda = 12\quad 0\quad 0.0$

$22\quad 38\quad 23.9$

$\gamma_m = -5^h\ 17^m\ 52^s.6$

$i = +1' 10''$; $t = -0°.4$: $b = 754^{mm}.8$; Obs. PALANDER.

Kron. 8872	$\odot$ 2*H*	φ	*Kron. 8872*	$\underline{\odot}$ 2*H*	φ
3ʰ 37ᵐ 26ˢ.0	46° 56′ 15″	68° 49′ 0″	3ʰ 40ᵐ 23ˢ.5	46° 5′ 50″	68° 49′ 23″
38 4 .0	59 20	0	40 51 .5	8 10	20
38 32 .0	47 1 20	5	41 15 .0	9 45	27
39 16 .0	4 5	27	41 45 .0	12 25	17
39 43 .5	7 5	2	42 9 .0	14 10	17
	Medium	68° 49′ 7″		Medium	68° 49′ 21″

$\varphi = 68° 49' 14''$.

Denna polhöjd är beräknad under antagande att $\lambda = 180° 0'$. Men emedan detta värde för longituden ej är synnerligen säkert, så har jag äfven beräknat φ för de båda hypoteserna $\lambda = 179° 45'$ och $\lambda = 180° 15'$. Med tillhjelp af följande lilla tabell kan man genom interpolation lätt finna, hvilken polhöjd svarar emot hvarje mellan nyss nämnda gränser belägna värde för longituden. I sista kolumnen angifves den förändring i φ, som svarar mot en ändring i λ af 1′.

λ	φ	*Diff.*	*Diff. på 1′*
179° 45′	68° 46′ 37″		
		2′ 37″	10″.5
180 0	68 49 14		
		2′ 34″	10″.3
180 15	68 51 48		

C. Sammanstälning af alla ortsbestämningar utförda under de svenska ishafsfärderna 1875 och 1878—1879.

Observationsorterna äro ordnade efter den från vester mot öster växande longituden. De orter, hvilkas namn äro kursiverade, äro bestämda under Vega-expeditionen, de öfriga under 1875 års expedition. De sistnämnda bestämningarna äro beräknade af E. Jäderin och publicerade i Öfvers. af K. Vet.-Akad:s Förhandl. 1876. N:o 2. I sista kolumnen angifvas observatörernas namn, dervid följande förkortningar blifvit använda:

N = Nordenskiöld.
P = Palander.
H = Hovgaard.

	Orternas namn.	Ostl. long. fr. Greenw.		Polhöjd.	Obs.
		i tid.	i båge.		
1	Norra Gåskap	$3^h\,27^m\,17^s.2$	51° 49′ 18″	72° 8′ 42″	N
2	Södra Gåskap	3 28 42.9	52 10 43	71 27 52	N
3	Halfö öster om Rogatschew bay	3 31 12.9	52 48 13	71 23 39	N
4	Besimannaja bay, udden söder om inloppet	3 31 35.4	52 53 51	72 53 50	N
5	Besimannaja bay, norra stranden	3 32 50.4	53 12 36	72 54 7	N
6	Tältplats vid norra stranden af Besimannaja bays elfbotten	3 33 31.8	53 22 57	72 52 58	N
7	Södra stranden af Matotschkin, bugten vester om Tschirakina	3 36 50.4	54 12 36	73 15 19	N
8	Matotschkin schar, norra stranden	3 37 39.9	54 24 58	73 19 24	N
9	Matotschkin schar, vestra stranden af Schumilicha	3 38 21.8	54 35 27	73 22 9	N
10	Waigatsch-ön: Kap Grebeni, midt emot ankarplatsen	3 59 26.5	59 51 37	69 39 20	N
11	Waigatsch-ön: Kap Grebeni, ytterspetsen	3 59 34.6	59 53 39	69 38 48	N
12	*Waigatsch-öns södra strand: gudahögen*	4 0 44.2	60 11 3	69 39 42	N
13	*Kyrkan i Samojedbyn Chabarowa vid Jugor Schar*	4 1 18.1	60 19 31	——	N
14	Samojedstaden vid Jugor Schar, vester om elfmynningen	4 1 19.3	60 19 49	69 38 50	N
15	Jugor Schar, norra stranden	4 1 33.2	60 23 18	69 42 17	N
16	Vestkusten af Jalmal (= Samojedhalfön)	4 34 47.1	68 41 47	72 17 55	N
17	Krestowskoj, östra stranden af Jenissej	5 23 9.7	80 47 26	72 25 7	N

	Orternas namn.	Ostl. long. fr. Greenw.		Polhöjd.	Obs.
		i tid.	i båge.		
18	Kap Schaitanskoj, östra stranden af Jenissej ……… ¹)	5ʰ 28ᵐ 41ˢ.8	82° 10′ 27″	——	N
19	Sopotschnaja korga, yttersta udden	5 30 20.0	82 35 0	71° 51′ 39″	N
20	Sopotschnaja korga, ett stycke från ytterudden ………	5 30 22.4	82 35 36	71 51 55	N
21	Briochowskijöarne ……… ²)	5 31 54.6	82 58 39	70 39 47	N
22	Kap Gostinoj, vid elfmynningen …	5 32 9.1	83 2 16	71 13 55	N
23	Elfmynningen vid Jakowiewa………	5 32 36.9	83 9 14	71 3 27	N
24	Mynningen af Mesenkin ………	5 33 16.2	83 19 3	71 27 31	N
25	Norra stranden af Dudinka vid utflödet till Jenissej ………	5 44 16.9	86 4 13	69 23 24	N
26	*Ankarplatsen på aftonen. 1878. Aug. 13* ……… ³)	6 19 53.9	94 58 28	(76 18 0)	P
27	*Taimyr-ön: Aktinia-hamnen.* ……… ³)	6 21 57.7	95 29 25	(76 15 18)	N, P
28	*Kap Tscheljuskin, vestra udden, vid den af Vega-expeditionen uppresta vården* ………	6 53 8.8	103 17 12	77 36 49	N
29	*(Utanför Tschuktscher-halfön, ungefär 4′ från land, 1878. Aug. 24. midd.)* ……… ⁴)	(7 34 12.0)	(113 33 0)	(75 0 0)	P
30	*(Utanför Tschuktscher-halfön, ungefär 4′ från land, 1878. Aug. 25. midd.)* ……… ⁴)	(7 35 32.0)	(113 53 0)	(73 45 0)	P
31	*Stranden af Sibiriens nordkust: instängningsstället öster om Kap Jakan* ………	11 51 41.4	177 55 21	69 28 32	N
32	*Irkajpij (Nordkap): Vega förtöjd vid isen mellan de båda berguddar, af hvilka Nordkap består*……… ⁵)	(12 0 0.0)	(180 0 0)	68 49 14	P
33	*Vegas läge vid Pitlekaj under vintern* ………	12 26 27.9	186 36 58	67 4 49	N, P, H
34	*(Det magnetiska observatoriet vid vinterstationen)* ……… ⁶)	(12 26 27.9)	(186 36 58)	(67 4 0)	P

---

¹) Längden är beräknad med antagande af, att polh. = 72° 5′. Antages denna i stället = 72° 10′, så blir längden = 5ʰ 25ᵐ 23ˢ.7 = 81° 20′ 56″.

²) Längden osäkert bestämd.

³) Polhöjden ej direkt observerad, utan antagen i enlighet med den ombord förda loggboken.

⁴) Jag anför här denna från fartyget gjorda bestämning med anledning af dess vigt för kännedomen om den närliggande kustens läge.

⁵) Longituden ej direkt observerad, utan antagen i enlighet med den ombord förda loggboken.

⁶) Se noten på sidd. 6 och 7 af denna uppsats.

◆

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 7.

SUR

LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DES GAZ

PAR

E. EDLUND.
PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE SUÈDE.

MÉMOIRE PRÉSENTÉ A L'ACAD. ROYALE DES SCIENCES LE 11 MAI 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Sur la résistance électrique des gaz.

§ 1.

La résistance que les gaz opposent à la propagation de l'électricité, s'est montrée, à plusieurs égards, différente de celle produite par des conducteurs solides ou liquides. Nous allons prendre ici ces différences en considération, et essayer de montrer comment elles doivent être expliquées.

1:o. Pour que le courant d'un électromoteur puisse traverser un conducteur solide ou liquide, il n'est pas besoin d'une certaine force électromotrice. Quelque minime que soit cette force, le courant ne le traversera pas moins, quoique le courant devienne naturellement plus petit à mesure que la force est diminuée ou la résistance augmentée. Le courant ne deviendra égal à zéro que quand la force sera égale à zéro. Chez les gaz, au contraire, les circonstances changent. Pour que le courant puisse traverser un gaz, il faut que la source d'électricité ait une certaine force électromotrice ou qu'elle soit à même de produire une certaine tension électrique, dont la grandeur dépend, en outre, de la nature chimique, de la densité et de la température du gaz, mais ne descend jamais au-dessous d'une certaine limite dans des circonstances données. Pour la force électromotrice qui se trouve au-dessous de cette limite, le gaz est un parfait isolateur.

2:o. La quantité de chaleur que produit le courant électrique dans son passage par un conducteur solide ou liquide, est, comme on le sait, proportionnelle au carré de l'intensité du courant. Chez les gaz, au contraire, la quantité de chaleur est proportionnelle à la première puissance de l'intensité du courant, et nullement au carré de l'intensité. Cette propriété remarquable des gaz fut pour la première fois observée par

G. WIEDEMANN [1]), et, plus tard, il fut complètement démontré par NACCARI et BELLATI que la quantité de chaleur développée est effectivement proportionnelle à la quantité d'électricité qui a passé. [2])

3:o. Pour les conducteurs solides et liquides, la quantité de chaleur développée, dans des conditions au reste égales, par un courant donné, est inversement proportionnelle à la section du conducteur. La quantité de chaleur, au contraire, qui se développe dans une colonne de gaz, est indépendante de la section de cette dernière. Cette thèse a de même été démontrée expérimentalement par G. WIEDEMANN, ainsi que par NACCARI et BELLATI.

4:o. Dans un conducteur, solide ou liquide, la résistance est inversement proportionnelle à la section du conducteur. G. WIEDEMANN a prouvé, par la voie expérimentale, [3]) que la tension nécessaire sur les électrodes pour forcer l'électricité d'une machine de Holtz à traverser un tube cylindrique rempli de gaz raréfié, est indépendante du rayon du tube; ce qui veut dire, en d'autres termes, que la résistance électrique du gaz est indépendante de la section du tube. A deux expériences, l'une avec un tube de 16 mm. et l'autre avec un tube de 0,5 mm. de diamètre, SCHULZ [4]) ne trouva déjà qu'une différence insignifiante dans la tension électrique nécessaire pour forcer l'électricité d'une machine de Holtz à passer par le tube.

5:o. Avec des conducteurs solides et liquides, la différence entre les tensions électroscopiques sur deux points situés à une certaine distance l'un de l'autre, est proportionnelle au produit de la résistance entre ces points multiplié par l'intensité du courant. WARREN DE LA RUE et HUGO MÜLLER [5]) ont, par contre, prouvé expérimentalement que la différence entre les tensions électroscopiques à deux points situés à distance l'un de l'autre dans une colonne de gaz est totalement indépendante de l'intensité du courant. Ces physiciens firent varier le courant d'une pile composée d'un grand nombre d'éléments entre des limites très étendues, sans qu'il fût possible de remarquer une variation dans la différence de la tension précitée. A l'aide d'une pile galvanique d'une grande force électromotrice, HITTORF a aussi prouvé, quoique par une autre voie que les savants qui viennent d'être nommés, que la différence entre les tensions électriques des électrodes conduisant à la colonne de gaz sont indépendantes de l'intensité du courant.[1]) Quand on remplaçait entre les électrodes la colonne de gaz par un conducteur liquide, la différence devenait, comme l'on devait s'y attendre, proportionnelle à l'intensité du courant. HITTORF en tire la conclusion un peu prématurée que la résistance de la colonne de gaz doit être en proportion inverse de l'intensité du courant, circonstance à laquelle il attribue une importance fondamentale pour la conductibilité des gaz.

---

[1]) *Pogg. Ann.*, T. 145, p. 237.

[2]) *Beiblätter zu den Ann. der Ph. und Ch.*, T. 2, p. 720 (1878).

[3]) *Pogg. Ann.*, T. 158, p. 53 (1876).

[4]) *Pogg. Ann.*, T. 135, p. 254 (1868).

[5]) *Comptes-rendus*, T. 86, p. 1072 (1878).

6. Il y a plusieurs années qu'EDM. BECQUEREL[2]) prouvait, par des expériences, que les gaz commencent à être conducteurs quand on les chauffe à la température du rouge, après quoi leur conductibilité augmente à mesure que la température s'élève au-dessus de ce point. Si la température est suffisamment élevée, ils laissent même passer le faible courant d'un seul élément. La conductibilité augmente du reste à mesure que la densité du gaz diminue. Le fait que les gaz chauffés à rouge deviennent conducteurs, fut d'abord révoqué en doute, quoique à tort, par BEETZ[3]) et G. WIEDEMANN,[4]) mais il a été confirmé plus tard de la façon la plus complète par HITTORF.[5])

Mais l'expérience de BECQUEREL a fourni un autre résultat sur lequel nous appellerons une attention toute spéciale. Quand, tout en conservant la même pile, l'intensité du courant était modifiée par l'introduction d'une résistance rhéostatique plus ou moins grande, la résistance du gaz se montrait dépendante de l'intensité du courant. Soit, p. ex., i et i_1 désignant les intensités de courant, E la force électromotrice, r et r_1 les résistances des conducteurs solides et liquides, z et z_1 les résistances du gaz correspondant à i et à i_1, on obtient, d'après la formule de Ohm, $i = \frac{E}{r+z}$ et $i_1 = \frac{E}{r_1 + z_1}$. Quand le courant ne passe pas par le gaz, et que

---

[1]) *Wied. Ann.*, T. 7, p. 573 (1879).
[2]) *Annales de Ch. et de Ph.* (3), T. 39, 377 (1853).
[3]) *Fortschritte der Physik*, T. 9, p. 479 (1853).
[4]) *Die Lehre vom Galvanismus*, 2:me Éd., T. 1, p. 339.
[5]) *Pogg. Ann.*, Jubelband, p. 234 (1874).

M et M_1 désignent les résistances nécessaires pour que les intensités de courant deviennent les mêmes qu'auparavant, on aura $i = \frac{E}{M}$ et $i_1 = \frac{E}{M_1}$, d'où l'on obtient $M - r = z$ et $M_1 - r_1 = z_1$. En posant le calcul de cette façon, il se montra que la résistance du gaz était à peu près inversement proportionnelle à l'intensité du courant qui avait passé.

Les chiffres d'observation obtenus paraissent aussi indiquer que la résistance du gaz augmente avec le nombre des éléments de la pile employée, quoique l'intensité du courant soit maintenue invariable par l'introduction convenable d'une résistance rhéostatique. Nous ne nous arrêterons pas maintenant à ce résultat presque incompréhensible, comme BECQUEREL le fait observer lui-même, vu que, dans les derniers temps, W. DE LA RUE et H.-W. MÜLLER, 1) ont trouvé dans leurs recherches, exécutées toutefois par d'autres procédés que ceux de BECQUEREL, que la résistance des gaz à une même intensité de courant est indépendante du nombre des éléments.

Les différences mentionnées ci-dessus entre les conducteurs solides et liquides d'un côté, ainsi que les gaz de l'autre, s'expliquent sans peine, si l'on prend pour point de départ la théorie unitaire exposée par moi sur la nature de l'électricité. 2) Pour fournir la preuve de ce que j'avance, il est cependant nécessaire de citer d'abord quelques thèses de cette théorie.

§ 2.

a) Suivant la théorie unitaire, le courant galvanique dans un circuit fermé consiste en ce que l'éther libre qui se trouve dans ce circuit est mis en mouvement translatoire. L'intensité du courant est déterminée par la quantité d'éther traversant, dans l'unité de temps, une section quelconque du conducteur, et la vitesse de l'éther est, pour une intensité égale de courant, inversement proportionnelle à la grandeur de la section. Le courant galvanique peut donc être comparé au courant d'un gaz ordinaire qui se trouve dans un

---

1) *Philos. Transactions*, T. 169, 1:re partie, p. 236 (1878).

2) *Théorie des phénomènes électriques:* Mémoires (*Handlingar*) de l'Acad. roy. des sciences de Suède, T. 12, N:o 8 (1874). — Stockholm, P.-A. Norstedt & Söner. — Leipzig, F.-A. Brockhaus' Sortiment. Prix: 3 Reichsmarks.

système de tubes, et les propriétés appartenant à un courant de cette dernière espèce doivent donc être, *mutatis mutandis*, rencontrées chez le courant d'éther. Ainsi, nous supposons un tuyau dont l'une des moitiés a la section 1, et dont l'autre présente une section n fois plus grande; nous supposons, en second lieu, ce tuyau rempli d'un fluide (liquide ou gaz) ayant un mouvement translatoire imprimé par des forces agissant à l'un des bouts du tuyau. Si, maintenant, on veut empêcher ou diminuer en un point quelconque le mouvement du fluide par une contre-pression (p. ex. au moyen d'un piston ou d'autre manière), il faudra, pour parvenir *au même effet*, faire agir, dans la partie la plus large du tuyau, une pression n fois plus grande que dans la plus étroite. La diminution de la vitesse du mouvement par le moyen de la contre-pression, ne dépend pas de la valeur absolue de cette dernière, mais de sa valeur par rapport à l'unité de section. Si la contre-pression sur l'unité de section est aussi forte dans la partie la plus large du tuyau que dans la plus étroite, la diminution de l'intensité du courant est égale dans les deux cas. Il en sera toujours de même, quelle que soit la résistance, pourvu que le fluide employé soit doué d'une fluidité suffisante pour provoquer une pression égale dans toutes les directions.

Ce qui vient d'être dit trouve son application directe dans le courant galvanique. Quelque opinion que l'on puisse avoir sur la nature de l'électricité, tout le monde est d'accord que c'est un fluide auquel ses particules mobiles à l'extrême permettent de communiquer la pression dans toutes les directions. La résistance galvanique porte obstacle au mouvement de l'électricité. Elle agit donc comme une pression en sens contraire, uniformément répartie sur tous les points de la section du conducteur. Si, maintenant, deux résistances, par exemple deux fils, chacun d'un métal différent et avec des sections différentes, produisent une diminution égale dans l'intensité d'un courant donné, on dit que leur résistance est égale. On sait également, en conformité de ce qui précède, que la contre-pression opposée, par chacun d'eux, sur l'unité de section, à la propagation du courant est de même égale. C'est donc exclusivement la contre-pression sur l'unité de section qui peut servir à la détermination de la résistance galvanique. C'est une conséquence des lois hydrodynamiques, et il est impossible de donner une autre interprétation à ce fait, si l'on veut continuer à admettre que la matière électrique est un fluide.

Supposons, maintenant, un seul fil conducteur ou une colonne liquide f, avec la section 1, et en outre un nombre n d'autres conducteurs f_0, f_1, f_2, etc., d'une matière, d'une section et d'une longueur égales à celles du précédent, placés les uns à côté des autres. Posons ensuite qu'un courant i passe par le conducteur f, puis simultanément par les conducteurs f_0, f_1, f_2, etc., placés les uns à côté des autres. Chacun de ces derniers conducteurs devra donc être parcouru par un courant $= \frac{1}{n} i$. Or, nous savons par l'expérience que la résistance à vaincre par le courant pour traverser simultanément les n conducteurs f_0, f_1, f_2, etc., constitue $\frac{1}{n}$ de la résistance à vaincre quand le courant traverse f. D'après l'exposé ci-dessus, la contre-pression, sur l'unité de section des n conducteurs sera de même $\frac{1}{n}$ de la contre-pression dans le conducteur unique f, la résistance étant exclusivement déterminée par la grandeur de la contre-pression sur l'unité de section. Il suit donc de là, que, dans chacun des conducteurs f_0, f_1, f_2, etc., la résistance sera, dans le cas actuel, $\frac{1}{n}$ de ce qu'elle est en f. Nous nous trouvons donc devant le résultat inattendu *que la résistance galvanique est proportionnelle à l'intensité du courant.* Il faut observer, cependant, que cette démonstration ne concerne que les corps solides et liquides, mais nullement les gazeux, auxquels l'expérience citée n'est pas applicable.

Le résultat mentionné ci-dessus est en opposition directe avec l'opinion généralement admise jusqu'ici, d'après laquelle la résistance est indépendante de l'intensité du courant. Mais, si l'on veut continuer à soutenir cette opinion, il faudra de même, par suite de ce qui précède, admettre que le fluide que nous nommons électricité est soumis à de tout autres lois de mouvement que les autres fluides à nous connus. Il a du reste été démontré, dans le mémoire cité, que, quoique la thèse formulée soit en contradiction avec l'opinion commune, elle ne l'est nullement avec les résultats expérimentaux sur lesquels on a cru pouvoir baser cette opinion.

Par suite des résultats de l'expérience, comme aussi de la considération théorique donnée ci-dessus, nous avons donc, comme expression de la résistance r_0 dans un conducteur de la longueur 1 et de la section a, parcouru par le courant i:

$$r_0 = \frac{ki}{a} = ri,$$

où k est une constante dépendant de la nature chimique et physique du conducteur, ainsi que de la température. La constante k est évidemment la résistance dans un conducteur de la section 1 et de la longueur 1, parcouru par le courant 1; $\frac{i}{a}$ est l'intensité du courant sur l'unité de section; r, ou, en d'autres termes, ce que l'on a nommé jusqu'ici la résistance galvanique, n'est rien autre que la résistance par unité de l'intensité du courant. Afin de distinguer cette résistance des autres, nous la nommons dans la suite résistance principale.

b) La force électromotrice se mesure, comme toutes les autres forces motrices, par l'accélération qu'elle est à même de donner, dans l'unité de temps, à l'unité de masse. En posant cette admission, à laquelle on est autorisé dans toutes les circonstances, la loi de Ohm se déduit sans peine des principes mécaniques ordinaires. Nous allons toutefois montrer préalablement que la force électromotrice est indépendante de l'intensité du courant.

La force électromotrice agit avec une égale intensité sur chaque point de la surface de contact électromotrice. La valeur totale de cette force croît par conséquent proportionnellement à l'étendue de la surface précitée. En outre, il est évident que la force agit non-seulement sur les molécules d'éther qui se trouvent à la surface même de contact, mais qu'elle s'étend aussi à celles placées à une distance très petite de cette même surface. Désignons maintenant par E la quantité de mouvement que, sur chaque unité de surface, la force électromotrice est à même de communiquer à la masse d'éther dans l'unité de temps. Représentons-nous, en premier lieu, un courant assez fort pour que l'unité de masse passe, dans l'unité de temps, par chaque unité de la surface de contact. Chaque unité de masse aura donc reçu l'accélération E. Si l'on nomme n l'étendue de la surface de contact, nE constituera par suite en ce cas la valeur totale de la force électromotrice. Supposons, en second lieu, la surface de contact traversée, dans l'unité de temps, par une masse d'éther p fois plus grande que précédemment, et pouvant dès lors être exprimée par pn. L'éther ayant la même densité dans un courant faible que dans un courant intense, la vitesse sera p fois plus grande en ce cas. Chaque particule de la masse d'éther subit donc l'action de la force électromotrice pendant un espace de temps qui constitue $\frac{1}{p}$ du temps d'action du premier cas. L'accélération acquise ne comporte que $\frac{E}{p}$. En multipliant avec la masse pn, on aura la totalité de la force électromotrice égale à nE. Ainsi, la force électromotrice peut s'exprimer par nE, que le courant soit fort ou qu'il soit faible.

Si r signifie la totalité de la résistance principale, et que i désigne l'intensité du courant, la résistance totale sera ri. Cela ne signifie en ce cas rien autre que la contre-pression opposée, sur l'unité de section, par la résistance à la propagation du courant. On aura donc nri pour la valeur totale de la contre-pression sur la surface de contact grande de n unités. En désignant par L la longueur totale du circuit, on obtient de la sorte l'équation de mouvement:

$L \frac{di}{dt} = nE - nri$; 1) d'où:

$$i = \frac{E}{r}\left(1 - e\ \frac{nrt}{L}\right).$$

Dès que le courant est devenu constant, on a:

$$i = \frac{E}{r}.$$

Il suit donc de là, que la force électromotrice représentée dans la formule de Ohm, est indépendante de l'étendue de surface de l'électromoteur, ce qui, on le sait, est conforme à l'expérience.

c) Figurons-nous un conducteur galvanique fermé, dont la longueur est l et la section partout égale à a, se composant

---

1) La longueur totale, L, du circuit étant égale à la somme de toutes ses parties l_1, l_2, l_3, l_4, etc., et celles-ci ayant les sections respectives a_1, a_2, a_3, a_4, etc., le volume total du conducteur sera $a_1\, l_1, + a_2\, l_2 + a_3\, l_3 +$ etc. En multipliant cette somme par la masse d'éther δ dans l'unité de volume, on obtiendra la masse entière de l'éther en mouvement. Si, maintenant, l'augmentation de la vitesse pendant le temps dt est respectivement dh_1, dh_2, dh_3, le total de la masse d'éther recevra, pendant le temps en question, une augmentation de la quantité de mouvement, qui s'exprimera par $(a_1\, l_1\, dh_1 + a_2\, l_2\, dh_2 + a_3\, l_3\, dh_3 + \ldots)\, \delta$. Or, $\delta a_1\, \delta h_1 = \delta a_2\, dh_2 = \delta a_3\, dh_3 = di$; d'où, par conséquent, l'augmentation totale de la quantité de mouvement de l'éther sera Ldi.

de la même matière dans toute sa longueur, et traversé par un courant constant, de l'intensité i. Si δ est la masse d'éther en mouvement par unité de volume, et h la vitesse de ce mouvement, on aura $i = a\delta h$. Pour calculer le travail mécanique que le courant opère pendant l'unité de temps, nous considérerons d'abord un élément du courant, compris entre deux plans situés à la distance 1 l'un de l'autre. La résistance sur l'unité de section étant r_0 et la grandeur de la section a, la résistance sur la section entière sera donc $r_0 a = ki$. Dans l'unité de temps, cet élément est repoussé de la longueur de chemin h, d'où le travail opéré sera kih. Or, $h = \frac{i}{\delta a}$, expression dans laquelle δ est une constante, comme on l'a vu plus haut. Le travail mécanique de cet élément sera donc $\frac{ki^2}{\delta a}$. Si l'on multiplie cette dernière quantité par l, le travail du courant entier sera égal à $\frac{kli^2}{\delta a}$. Si, en dernier lieu, on multiplie cette expression par A, l'équivalent calorifique de l'unité de travail, et que l'on fasse entrer la constante δ dans k, la quantité de chaleur produite par le courant pendant l'unité de temps, sera égale à $\frac{Akli^2}{a}$, ce qui, on le sait, est conforme à l'expérience.

Le calcul peut s'opérer avec une égale facilité sur les mêmes bases, dans le cas où la section et la nature du conducteur varient d'un endroit à l'autre.

d) Pour ce qui concerne la production et la répartition de l'éther libre à la surface d'un conducteur galvanique, ces deux circonstances pourront le mieux s'expliquer de la manière suivante:

Figurons-nous un tube dans lequel une masse de gaz est mise en mouvement par une force agissant à l'une des extrémités du tube, le gaz pouvant sortir librement par l'autre extrémité. Admettons, en outre, que la résistance du tube au mouvement du gaz soit, comme c'est en réalité le cas, proportionnelle à la longueur du tube. Si l'on nomme x la distance entre un certain plan de section et l'extrémité ouverte du tube, la résistance que le mouvement subit dans ce plan peut être posée proportionnelle à x. Nous négligeons totalement l'influence que peut exercer sur la résistance la différence de densité et de vitesse du gaz. Désignons par D^1 la densité du gaz au plan précité, et par D

sa densité à l'extrémité ouverte du tube. Personne n'ignore que, du moment où le mouvement est devenu constant dans le tube, l'excès $D' - D$ est proportionnel à x. La densité du gaz va donc en augmentant depuis l'extrémité ouverte du tube vers celle où la force agit. Supposons maintenant les deux extrémités du tube réunies de manière à complètement renfermer la masse de gaz en mouvement. Le gaz sera évidemment dilaté, dans l'une des parties du tube, de la quantité dont sa densité augmentera dans l'autre, et il aura, au point de transition entre ces deux parties, la même densité que s'il était au repos. Si le tube est partout égal, ce plan de transition (plan d'indifférence) divisera le tube en deux parties égales. A égale distance de ce plan, la condensation de l'un des côtés sera égale à la dilatation de l'autre. Si la résistance est plus grande dans l'une des parties du tube que dans l'autre, le plan d'indifférence se déplacera, vers la partie qui présente la plus grande résistance, de la quantité nécessaire pour que la résistance de toute cette partie (depuis le plan précité jusqu'à l'endroit où agit la force) devienne égale à la résistance de l'autre partie. Si D est la densité du gaz au plan d'indifférence, D' la densité dans un plan situé du côté où le gaz est condensé, $D' - D$ sera égal à am', où a est une constante et m' la résistance depuis le plan d'indifférence jusqu'au plan en question. Si D'' représente la densité du gaz dans un plan situé de l'autre côté du plan d'indifférence, $D - D''$ sera de la même manière égal à am'', si m'' est la résistance entre ces deux derniers plans.

Ces thèses si connues ont une application directe à l'éther circulant. Il possède les propriétés des gaz ordinaires, en ce que ses molécules sont d'une mobilité considérable qui lui permet dès lors d'exercer une pression égale dans toutes les directions. Le fait qu'un corps électrisé est doué des mêmes propriétés optiques qu'à l'état normal, indique, comme nous l'avons signalé dans le mémoire cité, que l'élasticité de l'éther libre est proportionnelle à sa densité. Ce qui a donc été dit dans cette question par rapport aux gaz ordinaires, doit aussi s'appliquer à l'éther. La seule différence sera que l'éther, tant comprimé que dilaté, se placera à la surface du conducteur galvanique, vu que les molécules d'éther se repoussent mutuellement.

Supposons un circuit galvanique dans lequel une force électromotrice E provoque le mouvement de l'éther vers l'un des côtés. L'éther deviendra donc plus dense du côté de la force électromotrice vers lequel se porte le courant, et il sera raréfié de l'autre côté. Le plan d'indifférence aura une position telle, que la résistance galvanique, depuis ce plan jusqu'au siége de la force électromotrice, présentera une grandeur égale des deux côtés. Désignons maintenant: par i l'intensité du courant; par D la densité de l'éther au plan d'indifférence, ou, ce qui revient au même, la densité de l'éther quand il est au repos; par D', D'' sa densité à deux plans quelconques du côté de la condensation; par D'_0, D''_0 la densité du côté de la dilatation, et, en dernier lieu, par m', m'', m'_0, m''_0 les résistances principales respectives depuis le plan d'indifférence jusqu'aux plans précités. Comme la résistance est proportionnelle à l'intensité du courant, on aura évidemment:

$D' - D = m'i$; $D'' - D = m''i$; $-(D'_0 - D) = m'_0 i$; $-(D''_0 - D) = m''_0 i$. Or, $D' - D$, $D'' - D$, $D'_0 - D$ et $D''_0 - D$, ne sont rien autre que les différences entre les tensions électroscopiques dans les plans respectifs, les deux premières étant positives et les deux dernières négatives.

On obtient donc que *la différence entre les tensions électroscopiques de deux plans est proportionnelle à l'intensité du courant multipliée par la résistance principale entre ces plans.*

Ces déductions de la loi de Ohm, du développement de la chaleur, ainsi que de la répartition de la tension électroscopique à la surface du conducteur, ne sont applicables qu'au cas où il se trouve des corps solides et liquides dans le circuit, vu qu'il n'est prouvé que pour ces corps que la résistance totale est proportionnelle à l'intensité du courant.

§ 3.

Le fait que la force électromotrice ou la tension électrique n'a pas besoin de dépasser une certaine limite pour que le courant soit à même de traverser un conducteur solide ou liquide, dépend donc, suivant la théorie unitaire, de ce que la résistance effective opposée par un conducteur de l'espèce précitée est proportionnelle à l'intensité du courant. Si la force électromotrice est petite, l'intensité du courant le sera aussi, et par suite la résistance deviendra si faible, que la force électromotrice pourra la surmonter. L'expérience nous apprend qu'il en est tout autrement des gaz. Pour forcer le courant à traverser une colonne de gaz, il faut une tension électrique déterminée sur les électrodes entre lesquels est située cette colonne; si la tension est au-dessous de la limite précitée, le courant ne passera pas. Ce n'est pas, il est vrai, à la seule résistance effective du gaz qu'il faut attribuer la propriété isolante qu'il trahit; en effet, l'expérience a conduit à l'admission de la naissance, aux électrodes, de forces électromotrices qui portent aussi obstacle à la propagation de l'électricité par le gaz. Si, cependant, le gaz offre une assez grande densité, l'expérience a fait voir que la tension nécessaire pour provoquer une décharge est proportionnelle à la distance entre les électrodes. Les forces électromotrices qui ont leur siége sur les électrodes n'ayant rien à voir dans la distance qui sépare ces derniers, il en suit que, quand le gaz a une assez grande densité, c'est principalement sa résistance qui constitue la cause véritable de ce que la décharge n'a pas lieu si la tension électrique reste au-dessous d'une certaine limite.[1]) On arrive donc au résultat que la résistance opposée par un gaz à la propagation de l'électricité ne peut être proportionnelle à l'intensité du courant, comme c'est le cas des conducteurs solides et liquides. Il est tout aussi impossible d'admettre, avec Hittorf, que la résistance des gaz est en proportion inverse de l'intensité du courant; car, en ce cas, la résistance dans une colonne de gaz par laquelle passe un courant infiniment petit, serait infiniment grande. Or, à la décharge partant d'un condensateur, ou à la fermeture d'une pile galvanique, le courant est d'abord excessivement petit. Si l'admission de Hittorf était juste, la résistance du gaz serait donc d'abord excessivement grande, et le courant ne pourrait pas commencer à circuler. Conséquemment, la résistance d'un gaz ne peut, en aucun cas, être inversement proportionnelle à l'intensité du courant. Il est dans la nature des choses, que la résistance effective d'une colonne de gaz devra être proportionnelle à la longueur de cette dernière. Si l désigne la longueur de la colonne et r la résistance dans l'unité de longueur, la résistance sera donc proportionnelle à

---

[1]) La résistance du gaz diminue quand on le raréfie fortement, tandis que l'on voit augmenter les forces électromotrices naissant sur les électrodes; mais il n'est pas nécessaire de prendre ici cette circonstance en considération.

rl, et, d'après ce qui vient d'être dit, *r* n'est ni directement ni inversement proportionnel à l'intensité du courant ou à la tension des électrodes. Tout au contraire, les expériences font voir que la tension nécessaire pour la décharge est proportionnelle à *l*, d'ou il suit que *r* est indépendant de la tension.

Si nous admettons, conformément à ce qui a été dit plus haut, que la résistance des gaz est indépendante de l'intensité du courant, toutes les différences énoncées ci-dessus entre les gaz, d'un côté, et les corps tant solides que liquides de l'autre, pourront s'expliquer par la théorie unitaire.

Si l'on nomme *k* la résistance ou la contre-pression opposée à la propagation du courant par une colonne de gaz de la longueur 1 et de la section 1, la totalité de la contre-pression dans une colonne pareille ayant la section a, devra être égale à ka, non à ki, comme c'est le cas chez les conducteurs tant solides que liquides. En multipliant cette expression par la vitesse h de l'électricité, le produit sera proportionnel au travail mécanique qui s'effectue dans cette colonne pendant l'unité de temps. Or, $i = \delta ah$, expression dans laquelle, comme il a été dit plus haut, δ est une constante. On obtient donc, pour le travail opéré dans une colonne de la longueur 1 et de la section a, l'expression $\frac{ki}{\delta}$, à laquelle la quantité de chaleur développée dans la même colonne doit être proportionnelle. La quantité de chaleur développée dans une colonne de gaz sera donc proportionnelle à l'intensité du courant, mais indépendante de la section de cette colonne.

La résistance étant déterminée par la contre-pression qu'oppose, sur l'unité de section, le conducteur à la propagation de l'électricité, et cette contre-pression étant, chez les gaz, indépendante de l'intensité du courant, il se comprend de soi-même que la résistance d'une colonne de gaz doit être indépendante de la section de cette dernière.

La différence de tension électroscopique entre deux points du conducteur situés à une certaine distance l'un de l'autre, est, suivant ce qui précède, proportionnelle à la résistance entre les mêmes points. Chez les conducteurs solides et liquides, la différence de tension sera donc proportionnelle à ri, si r désigne la résistance principale entre les mêmes points et i l'intensité du courant. Pour les gaz, au contraire, la même différence sera proportionnelle à kl, où k a la signification qui vient d'être mentionnée, et où l désigne la distance entre ces points. La différence de tension électroscopique entre deux points d'une colonne de gaz, doit donc, comme l'expérience l'a déjà prouvé, être indépendante de l'intensité du courant, et l'on peut prédire qu'elle sera aussi indépendante de la section de la colonne, ce qui, cependant, n'a pas encore été confirmé par l'expérience.

Si r désigne la résistance principale dans la partie d'un circuit fermé, composé de conducteurs solides et liquides, R la résistance d'une colonne de gaz introduite dans le circuit, E la force électromotrice, i l'intensité du courant, et L la longueur totale du conducteur, l'équation différentielle de mouvement de l'éther sera:

$$L\,\frac{di}{dt} = nE - nR - nri.$$

On obtient, de cette équation, pour le cas où le courant a eu le temps de devenir constant,

$$i = \frac{E-R}{r}.$$

La résistance R du gaz a donc en réalité sa place dans le numérateur, quoiqu'elle dût se trouver dans le dénominateur d'après la formule ordinaire de *Ohm.* Pour qu'un courant soit possible, il faut naturellement que E soit plus grand que R.

Si, quand le gaz est introduit dans le circuit, i et i_1 désignent deux intensités différentes de courant, répondant aux résistances r et r_1 des conducteurs solides et liquides introduits dans le circuit, et si M et M_1 sont les résistances nécessaires pour produire les mêmes intensités de courant quand le gaz est exclu du circuit, on obtient:

$$i = \frac{E-R}{r} = \frac{E}{M} \text{ et } i_1 = \frac{E-R}{r_1} = \frac{E}{M_1}; \text{ d'où}$$

$$\frac{i_1}{i} = \frac{r}{r_1} = \frac{M}{M_1} = \frac{M-r}{M_1-r_1}.$$

Si, comme cela a eu lieu dans le calcul des expériences de Becquerel, on faisait signifier à $M-r$ et à M_1-r_1 la résistance du gaz aux deux intensités différentes de courant, on trouverait la résistance du gaz inversement proportionnelle à l'intensité du courant, quoique la résistance en question soit en réalité indépendante de cette intensité.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 8.

UNDERSÖKNINGAR
AF
THEORIEN FÖR HIMLAKROPPARNAS RÖRELSER

I.

AF

HUGO GYLDÉN.

MEDDELADT DEN 11 MAJ 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Newtons upptäckt af den allmänna attraktionskraften medförde den mathematiska vissheten om de Keplerska lagarnas stränga giltighet för ett mekaniskt system, der endast tvenne kroppar förekomma, och der det kunde förutsättas, att dessa kroppar inverka på hvarandra såsom materiela punkter, samt att deras relativa hastigheter i ett gifvet ögonblick motsvara en sluten, i sig sjelf återlöpande bana. I ett sådant system är den ena kroppens relativa bana omkring den andra en ellips, i hvars ena brännpunkt den större massan vanligen tänkes koncentrerad. — Men läran om den allmänna attraktionen ledde äfven till insigten derom att, då systemet ökades med en tredje kropp, de Keplerska lagarnes giltighet nödvändigt måste upphöra. Försöken att äfven åskådliggöra rörelserna i ett sådant, af trenne på hvarandra inverkande materiela punkter bestående system, gaf anledning till det inom mathematikens och astronomiens historia så berömda »tre kroppars problemet».

Alla försök att lösa detta problem i dess största allmänhet hafva emellertid hittills visat sig fullkomligt fruktlösa; och det må erkännas att utsigterna till en sådan lösning ej heller äro stora: ja till och med, om man tror att genom detta problems lösning kunna finna värden för de tre kropparnas koordinater, uttryckta under sluten form medelst redan undersökta funktioner, så hängifver man sig säkerligen åt en illusion. Allt antyder tvertom, att ifrågavarande problems lösning skall fortskrida parallelt med uppsökandet och undersökningar af nya funktionsformer; men om den slutliga lösningen skall blifva angifven medelst en enda funktionsform af mycket komplicerad beskaffenhet, eller om det skall synas fördelaktigare att angifva densamma medelst ett aggregat af olikartade, men enklare funktioner, derom kan man naturligtvis ej nu bilda sig något omdöme, och är denna fråga på det hela taget temligen betydelselös. Deremot torde man kunna förutse, att de funktionsformer, under hvilka problemets lösning skall te sig för oss på det mathematiska teckenspråket, ej under alla omständigheter skola förblifva desamma, eller att det ej skall synas fördelaktigt, att i hvarje särskildt fall representera lösningen medelst enahanda funktionsformer. Från theorien för »två kroppars problemet» är det bekant, huru man använder dels trigonometriska, dels hyperboliska funktioner för att uttrycka den i rörelse stadda kroppens koordinater, allt efter som banan är en ellips eller en hyperbel; och först i sednaste tider har det lyckats att angifva dessa koordinater medelst en enda funktionsform, som förblifver densamma i båda fallen och dertill i ett tredje, nämligen i det der kraften repellerar i omvändt förhållande till afståndets qvadrat.*) Men fördelarna af denna nya form för två kroppars problemets lösning äro långt ifrån att vara evidenta, ehuru det visserligen torde gifvas fall, då densamma kommer att göra väsentliga tjenster.

I tre kroppars problemet förefinnes många flere anledningar att för olika fall använda olika funktionsformer. Hit höra förnämligast olikheten i de värden, förhållandet emellan den andra (störda) och den tredje (störande) kroppens afstånd från den första (centralkroppen) kan antaga, samt den omständighet att förhållandet emellan den andra och den tredje kroppens medelrörelser kan vara inkommensurabelt eller strängt kommensurabelt, eller slutligen så nära kommensurabelt, att alla utvecklingar efter potenserna af förhållandet emellan den tredje och den första kroppens attraherande inverkan på den andra ej erhålla någon, för praktiska behof tillräcklig konvergens.

Af det sagda torde vara klart, att utsigterna till framgång ej äro stora, om man vid försöken att närma sig tre kroppars problemets lösning ej redan från början vill särskilja de olika fall, som bero på ofvan antydda omständigheter; men att utsigterna att lyckas rent af försvinna, om man eftersträfvar att angifva den fullständiga lösningen under en form, den vi på grund af våra nuvarande analytiska hjelpmedel skulle kunna anse såsom enkel. Deremot, om man eftersträfvar en lösning af ifrågavarande problem, hvilken, tillämpad på vårt solsystem, skulle innebära en förbättring af nu uppstälda planettheorier, ungefär likartad med den, hvilken ernåddes medelst den elliptiska hypothesens substitution i stället för den epicykliska, så torde sådant ej vara omöjligt.

---

*) Jmf. Öfversigt af K. Vetenskapsakademiens förhandlingar 1875, N:o 2; Comptes rendus de l'académie des sciences 1879 Mai 12; Ueber die Bahn eines materiellen Punktes, se K. Vetenskapsakademiens handlingar 1879, N:o 1.

Den egendomliga beskaffenheten af vårt solsystem, der de större planeternas excentriciteter och lutningarna af deras banor mot hvarandra äro mycket små, och der framför allt planeternas ömsesidiga attraktioner äro obetydliga i jemförelse med solens, har föranledt en behandlingsmethod för den approximativa lösningen af tre kroppars problemet, som, med hänseende till den riktning, i hvilken de mathematiska kunskaperna blifvit utvecklade, måste kallas jemförelsevis enkel. Man har nämligen, med några få undantag, i den första tillnärmelsen förutsatt banan vara en ellips, i hvilken rörelsen försiggår i enlighet med KEPLERS lagar; men, för att sedermera erhålla den rörliga kroppens koordinater med större noggrannhet än medelst den elliptiska hypothesen kunde ernås, beräknade man inflytandet af den tredje kroppens attraktion under förutsättning att denna beräkning kunde ordnas efter de stigande potenserna af ifrågavarande attraktion i förhållande till solens. De i sjelfva verket relativt små planetmassorna syntes ställa det berättigande af denna förutsättning utom allt tvifvel, och gaf man åt dessa inflytanden formen af korrektioner till de elliptiska elementen, så visade sig dessa, åtminstone för de större planeterna temligen små. Det berättigade uti detta förfaringssätt syntes äfven hafva blifvit bekräftadt och fortfarande bekräftas af erfarenheten, ty de förutberäkningar af himlakropparnas lägen, som i enlighet med de antydda principerna blifvit utförda, öfverensstämma vanligen ganska nära med resultaten af iakttagelserna. Det lider ej heller något tvifvel derom, att man ju alltid kan, medelst ett system af osculerande elliptiska element, strängt återgifva en himlakropps läge och hastighet i ett gifvet ögonblick; men häraf följer alldeles icke, att ändringarne af dessa element från en oskulationspunkt till en annan skola kunna beräknas medelst uttryck, som bestå af serier, fortgående efter de stigande potenserna af den tredje kroppens attraktion i förhållande till den första kroppens eller solens. Beräknar man dessa ändringar eller de s. k. störingarne utan afseende på om den antydda följden af approximationer är konvergent eller endast halfkonvergent, så kan det dock äfven i den sednare händelsen inträffa, att förutberäkningen af den störda kroppens ort och hastighet kan bringas i öfverensstämmelse med iakttagelserna, vanligen dock medelst en passande ändring af värdet för den störande kroppens massa. Det torde knappast kunna betviflas, att några af de redan utförda bestämningarne af Jupiters massa äro afficierade genom inflytanden af den antydda beskaffenheten.

Att utvecklingarne efter de stigande potenserna af den störande kraften, äfven om denna är relativt liten, ej under alla omständigheter är konvergent, är ej svårt att bevisa. Antaga vi för detta ändamål excentriciteterna vara så små, att serieutvecklingarna kunna ordnas efter multiplerna af medelanomalierna, hvilka må betecknas med ζ och ζ', så hafva vi enligt méc. céleste:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} = -n^2 \sum A_{s,s'} \operatorname{Sin} (s\zeta - s'\zeta' + B_{s,s'}),$$

der $A_{s,s'}$ och $B_{s,s'}$ beteckna numeriskt gifna koefficienter, s och s' indices, således hela tal, och slutligen n den störda kroppens medelrörelse. Beteckna vi dessutom den störande kroppens medelrörelse med n', störingsvärdena med $\delta\zeta$ och $\delta\zeta'$ samt tvenne konstanter med c och c', så kunna vi sätta

$$\zeta = nt + c + \delta\zeta$$

$$\zeta' = n't + c' + \delta\zeta$$

Häraf framgår

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} = \frac{d^2\delta\zeta}{dt^2};$$

således äfven, om vi beteckna

$$2V = snt - s'n't + s\delta\zeta + sc - s'c' + B_{s,s'},$$

der vi för korthetens skull bortlemnat $\delta\zeta'$:

$$2\frac{d^2V}{dt^2} = s\frac{d^2\zeta}{dt^2}$$

Vi tänka oss nu ζ eller $\delta\zeta$ sönderdelad i ett aggregat termer, så att man har

$$\zeta = \sum \zeta_{s\,s'},$$

och

$$\frac{d^2\zeta_{s.s'}}{dt^2} = -n^2 A_{s.s'} \text{ Sin } 2V + X$$

eller

$$\frac{d^2 V}{dt^2} = -n^2\alpha^2 \text{ Sin } V \text{ Cos } V + \tfrac{1}{2} sX,$$

der vi för korthetens skull betecknat produkten $sA_{s,s'}$ med α^2, samt med X en serie af termer, hvilkas koefficienter äro åtminstone af andra ordningen, och der slutligen V tänkes innehålla $\delta\zeta_{s,s'}$ i st. för $\delta\zeta$.

Genom att integrera den sist funna likheten, under förutsättning att $X = o$, befinnes, i det g och c_1 beteckna tvenne integrationskonstanter,

$$V = \text{am } (gt + c_1), \text{ mod. } k = \frac{n\alpha}{g}$$

Utvecklingen af detta uttryck gifver oss

$$2V = 2\frac{\pi}{2\text{K}}(gt + c_1) + \frac{4q}{1 + q^2} \text{ Sin } \frac{\pi}{\text{K}}(gt + c_1) + \ldots,$$

och jemföres denna med ofvan angifna värde för $2V$, så befinnes

$$2\frac{\pi}{2\text{K}} g = sn - s'n',$$

hvaraf:

$$g = \frac{sn - s'n'}{2} \frac{2\text{K}}{\pi}$$

och

$$k\frac{2\text{K}}{\pi} = 2\frac{n}{sn - s'n'}\alpha$$

För $\delta\zeta_{s,s'}$ hafva vi derjemte uttrycket:

$$s\delta\zeta_{s,s'} = \frac{4q}{1 + q^2} \text{ Sin } \left((sn - s'n')t + \frac{\pi}{\text{K}} c_1\right)$$
$$+ \frac{4q^2}{2(1 + q^4)} \text{ Sin } 2((sn - s'n')t + \frac{\pi}{\text{K}} c_1) + \ldots$$

Ofvananförda bestämning af konstanten g är dock giltig endast under den förutsättning att densamma är större än produkten $n\alpha$; inträffar denna förutsättning emellertid icke, så har man att sätta

$$V = arc\ \mathrm{Sin}\ (k\,\mathrm{sn}(n\alpha t + c_1)),\ \mathrm{mod.}\ k = \frac{g}{n\alpha}$$

I detta sednare fall måste medelrörelserna vara strängt kommensurabla, enär uttrycket för V, om detsamma utvecklas, ej innehåller någon mot tiden proportionel term. Man inser derjemte att, emedan koefficienten α^2 innehåller värdet af den störande kroppens massa såsom faktor, ifrågavarande utveckling fortgår efter de fallande potenserna af den störande kraften, men att densamma icke desto mindre kan vara ytterst konvergent. En ständigt konvergerande utveckling efter de stigande potenserna af denna kraft är deremot tydligen omöjlig.

Koefficienterna i utvecklingen af V, gällande för det första fallet, innehålla visserligen stigande potenser af den störande kraften såsom faktorer, men det är ej denna omständighet allena, som gör ifrågavarande utveckling konvergent. Ty, såsom af ofvanstående formler lätt märkes, innehålla dessa koefficienter äfven stigande potenser af $\frac{\pi}{2K}$ såsom faktorer, hvilka blifva desto mindre ju större den störande kraften är i förhållande till divisorn $sn - s'n'$; och detta på så sätt att k alltid blifver mindre än 1, endast $sn - s'n'$ har ett ändligt värde.

Det anförda leder oss omedelbart till tvenne ganska vigtiga slutsatser. Den första lär oss, att förekomsten af ett mycket litet värde för $sn - s'n'$ i förhållande till $n\alpha$ ännu ej gifver någon anledning att antaga medelrörelserna vara strängt kommensurabla, likasom å andra sidan ett märkligt värde för ifrågavarande differens, beräknadt med osculerande värden för n och n', ej utesluter möjligheten af en fullständig kommensurabilitet.

För det andra inse vi, att V under en viss, mer eller mindre lång tidrymd kan utvecklas efter potenserna af tiden, men skulle vi söka denna utveckling direkt ur den ursprungliga differentialeqvationen medelst successiva, efter den störande kraftens stigande potenser fortgående approximationer, så kunde vi finna koefficienter, hvilkas betydelse vore en annan än de verkliga utvecklingskoefficienternas, samt hvilkas numeriska värden endast derigenom komme i någon öfverensstämmelse med de sednares, att man tilldelar åt den störande massan ett värde, som i någon mån afviker från det verkliga.

Under sådana förhållanden blifver tydligen en uppskattning af den störande kraftens belopp ofullständig, och man torde derför ej misstaga sig, om man i denna omständighet ser en förklaringsgrund till de divergerande värden för planetmassorna, hvilka framgått ur olika undersökningar. Från theoretisk ståndpunkt betraktadt synes derför de hittills följda principerna, hvilka legat till grund för theorien för himlakropparnas rörelser, ej längre motsvara det vetenskapliga behofvet, men de göra det ej heller i allmänhet i praktiskt hänseende.

Det torde ej vara någon astronom obekant, att Prof. NEWCOMB, oaktadt den stora utbildning mântheorien i sednaste tider vunnit, lyckades konstatera tillvaron af en dittills okänd term med kort period i månrörelsen, hvars upprinnelse likväl ännu ej blifvit förklarad. Likaledes visade en diskussion af differenserna emellan LE VERRIERS Saturnustabeller och observationsresultaten att en periodisk term förefanns, hvilken, enligt Herr GAILLOT'S omnämnande af detta förhållande i Pariserakademien, säkerligen icke uppstått genom något förbiseende vid de numeriska räkningarna. Vidare kunna vi i sammanhang härmed ihogkomma den ännu ingalunda afgjorda frågan om sekularändringen af månens medelrörelse, samt de egendomligheter, man kunnat konstatera i den ENCKESKA kometens rörelse. Och slutligen framställer sig för oss det ingalunda tillfredsställande förhållandet i all sin nakna verklighet, att man endast undantagsvis lyckats återgifva resultaten af längre iakttagelseserier medelst rent theoretiska beräkningar, så att öfverensstämmelsen emellan räkning och observation fullt motsvarat den noggrannhet, man varit berättigad att tillskrifva den sednare.

Dessa hänvisningar till ofullständigheten i den theoretiska beräkningen af himlakropparnas rörelser har man understundom medelst mer eller mindre antagliga hypotheser sökt att förklara, vid andra tillfällen deremot icke. Något väsentligt har man härmed visserligen icke vunnit, ty det har ännu ej i ett enda fall lyckats att bringa inflytandet på himlakropparnas rörelser af andra krafter än den NEWTONSKA attraktionen till full evidens: och hvad tillit kan man i sjelfva verket hysa till dylika hypothesers realitet, då nödvändigheten af deras uppställande beror på en förutsättning, som ej befinnes vara realiserad, den nämligen, att tillförlitligheten hos beräkningarna af de störande krafternas inflytande är höjd öfver alla tvifvel? Det vore derföre hvarken någon ringa, eller till sina följder betydelselös sak, om man lyckades vinna en utgångspunkt för den theoretiska undersökningen af himlakropparnas rörelser, hvilken så till vida bättre motsvarade det föreliggande problemets natur, än förutsättningen af Keplerska oskulerande ellipser, att man från densamma kunde företaga de successiva approximationerna med större utsigt att ernå ett exakt resultat, än utvecklingen efter de störande krafternas stigande potenser erbjuder.

Sedan flere år har jag egnat åtskillig tid och eftertanke åt uppnåendet af en sådan utgångspunkt, och, såsom jag hoppas, ej alldeles fruktlöst. Det är hufvudresultaten af dessa bemödanden, i efterföljande undersökningar komma att meddelas. Sakens vigt synes nämligen rättfärdiga ett provisoriskt meddelande, redan innan undersökningarna vunnit den omfattning, att numeriska resultat på grund af desamma omedelbart skulle kunna erhållas. Ty om äfven erfarenheten komme att visa, det väsentliga ändringar af den, i det följande antydda vägen blifva nödvändiga för att leda till praktiska resultat, så torde å andra sidan dock mina förhoppningar ej deri komma att svikas, att svårigheter på densamma kunna öfvervinnas, som hittills ansetts oöfverstigliga.

Ehuru det visserligen är oegentligt att i »tre kroppars problemet» tala om en störd och om en störande kropp, skall denna terminologi dock här bibehållas, alldenstund densamma ej kan gifva anledning till något missförstånd. Den kropp, hvars rörelse undersökes, skall således i det följande betecknas såsom »den störda.» Af de båda, på denna kropps rörelse inverkande kropparna, skall den, hvars attraktion är störst, benämnas »centralkropp», den andra åter »den störande». Härmed är nu genast det fall uteslutet, då de båda inverkande kropparna vexelvis kunna anses såsom centralkroppar, i det den störda under sin rörelse vid en tidpunkt kommer mycket nära den ena, vid en annan mycket nära den andra. Men vi skola fastställa äfven andra inskränkningar.

Då det nu, till en början, endast är fråga om en framställning af det väsentliga i den nya theorien för himlakropparnas rörelser, så har det synts lämpligt att begynna med bestämningen af rörelsen i den störda kroppens banplan. Man har dervid gjort den förutsättningen, att den störda och den störande kroppens banor ej bilda större vinkel med hvarandra, än att den af Hansen genomförda transformationen af de rätvinkliga koordinaterna till den förra kroppens banplan kan ske utan olägenhet. Denna transformation är visserligen alltid tillämplig, men det gifves dock fall, der ett annat tillvägagående medför större fördelar. — Derjemte har man äfven antagit, att den störda kroppens afstånd från centralkroppen antingen är ständigt mindre eller ständigt större än den störandes, hvarigenom den s. k. störingsfunktionen alltid kan utvecklas i en konvergent serie, fortgående efter de stigande eller efter de fallande potenserna af förhållandet emellan dessa afstånd. Det fall, då ifrågavarande förhållande kan blifva vexelvis mindre och större än enheten erfordrar en alldeles speciel behandling, men kan ofta, då detta förhållande närmar sig enheten, återföras till den händelse då centralkroppen och den störande kroppen byta roler.

Framställningen af de egentliga undersökningarna skall jag emellertid låta föregås af en schematisk sammanställning af de operationer, hvarigenom den störda kroppens ort i banan härledes. Denna sammanställning skall äfven gifva oss tillfälle att fastställa en terminologi, som i väsentlig mån kommer att underlätta framställningarne i det följande.

Summan af centralkroppens och den störda kroppens massor skall betecknas med μ_1; man kan dervid antaga den förra massan såsom enhet, men man måste tänka sig μ_1 innehålla en faktor, beroende på de enheter, i hvilka tiden och afstånden uttryckas. Samma faktor tänkes äfven ingå i en annan koefficient μ_2, hvilken dessutom såsom faktorer innehålla dels den störande kroppens massa, dels ett konstant förhållande, hvars numeriska värde bestämmes i enlighet med vissa, problemets behandling underlättande vilkor.

En i de definitiva uttrycken, som innehålla problemets lösning, förekommande oberoende föränderlig skall betecknas med τ och benämnas »reducerad tid». Med detta argument beräknas nu först och främst de numeriska värdena för trenne qvantiteter ε_0, v_0 och r_0, hvilka skola kallas: »intermediär anomali», »intermediär längd» och »intermediär radius-vektor».

I det vi antaga, att r_0 icke öfverskrider vissa bestämda gränser, beteckna vi det största och det minsta värdet af r_0 med r_2 och r_1; vidare införa vi beteckningarna:

$$r_2 + r_1 = 2a$$

$$r_2 - r_1 = 2ae$$

$$\varrho_2 = r_2\sqrt{\mu_2}$$

$$\varrho_1 = r_1\sqrt{\mu_2}$$

$$\mu = \tfrac{1}{2}(\varrho_2 + \varrho_1) = a\sqrt{\mu_2}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{\mu_1}{a} + \mu_2 a^2 e^2}\ ;$$

slutligen beteckna vi med σ och ω tvenne, af ϱ_2, ϱ_1, μ och ν beroende konstanter, hvilka äro så beskaffade att, för försvinnande värden på μ_2, exponentialen $e^{2\sigma}$ blifver oändligt stor på samma sätt som $\frac{1}{\sqrt{\mu_2}}$, och Cos 2ω försvinner på samma sätt som $\sqrt{\mu_2}$. — Modylen till de, i nedanstående formler förekommande elliptiska transcendenter är bestämd genom uttrycket:

$$k^2 = \frac{2(\varrho_2 - \varrho_1)\nu}{(\nu + \mu + \varrho_2)(\nu - \mu - \varrho_1)}\ ;$$

qvadraten af modylen, och dermed äfven den deraf beroende qvantiteten q, är således af samma storleksordning som $e\sqrt{\mu_2}$, hvaraf vidare följer, att produkten $qe^{2\sigma}$ är af samma storleksordning som e.

Uttrycken för ε_0, v_0 och r_0 äro nu de följande:

$$\mathrm{N}(\tau - \tau_0) = \varepsilon_0 + \frac{\mathrm{N}}{\sqrt{\mu_2}} \log.\ \frac{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 - \omega\right)}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 + \omega\right)}$$

$$v_0 - v_0^0 = (1 + \varsigma)\varepsilon_0 + i\log.\ \frac{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 - i\sigma\right)}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 + i\sigma\right)}$$

$$\frac{r_0}{r_1} = \left[\frac{\Theta\ (\omega)}{\Theta\ (i\sigma)}\right]^2 \frac{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 + i\sigma\right)\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 - i\sigma\right)}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 + \omega\right)\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon_0 - \omega\right)},$$

der τ_0 och v_0^0 beteckna tvenne integrationskonstanter, i den imaginära enheten, samt N och ς konstanta medelrörelser, för hvilka uttryck längre fram skola meddelas.

Vinklarna ε_0 och $\varsigma\varepsilon_0$ eller v_0 ingå såsom argument i ett uttryck, bestående af en följd periodiska termer, hvilkas summa skall betecknas med ϱ. Sedan denna funktion blifvit bestämd — för hvars härledning æqvationen

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \varrho[1 + \beta + \Psi_1] = \Psi_0 + \varrho^2\,\Psi_2 + \varrho^3\,\Psi_3 + \ldots,$$

der β betecknar en konstant och Ψ_0, $\Psi_1, \ldots$ aggregat af periodiska termer, måste integreras — finner man den sanna radius-vektor ur formeln

$$r = \frac{r_0}{1 - r_0\varrho};$$

eller, om man sätter

$$r_0\varrho = \frac{\nu}{1 + \nu},$$

ur uttrycket

$$r = r_0(1 + \nu)$$

Produkten $r_0\nu$ skall i det följande benämnas: »Evektion».

Skilnaden emellan den verkliga och den reducerade tiden erhålles ur differentialförhållandet

$$\frac{dt}{d\tau} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^2;$$

betecknas differensen $t - \tau$ med T, så har man

$$T = \int(2\nu + \nu^2)d\tau$$

eller

$$T = \int\frac{(2r_0\varrho - r_0{}^2\varrho^2)d\tau}{(1 - r_0\varrho)^2}$$

Slutligen har man att beräkna en funktion χ, hvilken är angifven genom en följd af termer $\chi_{s,s'}$ som bestämmes medelst integration af likheter af formen

$$\frac{d^2V}{dv_0^2} + \alpha^2 \operatorname{Sin} V \operatorname{Cos} V = X;$$

denna funktion χ skall i det följande benämnas »Variation», och utgör skilnaden emellan den sanna och den intermediära längden. Betecknas den förra med v, så har man

$$v = v_0 + \chi;$$

och härmed är kroppens ort i banan fullständigt angifven.

Ofvan anförda uttryck för ε_0, v_0 och r_0 gälla emellertid endast för den händelse att den störande kroppen befinner sig längre bort från centralkroppen än den störda; i det motsatta fallet, nämligen då den störda alltid befinner sig ytter om den störande, träda deremot uttryck i kraft, hvilka äro analoga med dem, som gälla då en kropp attraheras af en sferoid. Alldenstund då ifrågakommande uttryck nyligen blifvit af mig härledda,*) så torde de i denna mer skizzartade än uttömmande afhandling kunna förbigås.

§ 1. Härledning af differentialeqvationer af andra ordningen för Evektionen och Variationen.

1.

Alldenstund vi för det första endast betrakta den störda kroppens rörelse i sin bana, så taga vi det plan, som bestämmes af radius-vektor och banans tangent i ett gifvet ögonblick till fundamentalplan, och förlägga i detsamma ett rätvinkligt koordinatsystem. Den störda kroppens koordinater beteckna vi med x, y, samt den störandes med x', y', z' och sätta

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2;$$

vidare beteckna vi den störande kroppens massa, uttryckt i samma enhet, som antagits för de öfriga massorna, samt multiplicerad med samma faktor, som tänkes ingå i μ_1, med μ'; och slutligen beteckna vi den s. k. störingsfunktionen med (Ω), så att, om vi sätta

---

*) Öfversigt af K. Vetenskapsakademiens förhandlingar 1880. N:o 10.

$$(\Omega) = \mu' \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2}} - \frac{xx' + yy'}{r'^3} \right\},$$

följande differentialeqvationer af andra ordningen, nämligen

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu_1 x}{r^3} = \frac{\partial(\Omega)}{\partial x}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\mu_1 y}{r^3} = \frac{\partial(\Omega)}{\partial y}$$

bilda utgångspunkten för de följande undersökningarna.

Det principiela i den väg, som kommer att följas, består förnämligast i att särskilja från störingsfunktionen, dels sådana termer, som förenade med uttrycken till venster om likhetstecknen, tillåta en fullständig integration. dels sådana, som gifva anledning till stora termer i uttrycken för evektionen och variationen. Om man härvid tillvägagår med tillbörlig omsorg, så kan inflytandet af det stora antalet mindre betydande termer anses såsom egentliga störingar, hvaraf man endast behöfver taga i betraktande den första potensen.

I enlighet med dessa principer kan man först och främst från störingsfunktionen bortskilja en term $f(r)$, som antages vara en funktion af endast r, och hvars analytiska form sedermera skall bestämmas. Vi sätta då

$$\Omega = (\Omega) + f(r),$$

hvarefter ofvanstående differentialeqvationer öfvergå i följande:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left[\frac{\mu_1}{r^2} + f'(r)\right]\frac{x}{r} = \frac{\partial\Omega}{\partial x}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left[\frac{\mu_1}{r^2} + f'(r)\right]\frac{y}{r} = \frac{\partial\Omega}{\partial y},$$

eller, om vi beteckna:

$$f'(r) = \frac{\mu_1}{r^2} F,$$

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu_1}{r^2}(1+F)\frac{x}{r} &= \frac{\partial\Omega}{\partial x} \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\mu_1}{r^2}(1+F)\frac{y}{r} &= \frac{\partial\Omega}{\partial y} \end{aligned} \right.$$

2.

Vinkeln emellan radius vektor och den i fundamentalplanet fasta x-axeln, eller den sanna längden hafva vi betecknat med v; det är således:

$$x = r \operatorname{Cos} v$$

$$y = r \operatorname{Sin} v,$$

och härmed erhålles ur systemet (1) det följande:

$$\frac{d\left(r^2\frac{dv}{dt}\right)}{dt} = x\frac{\partial\Omega}{\partial x} - y\frac{\partial\Omega}{\partial y}$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \mu_1\frac{1+F}{r^2} = \frac{x}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial x} + \frac{y}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial y}$$

Nu är emellertid:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial x} = -\frac{1}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial v} \operatorname{Sin} v + \frac{\partial\Omega}{\partial r} \operatorname{Cos} v$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial y} = \frac{1}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial v} \operatorname{Cos} v + \frac{\partial\Omega}{\partial r} \operatorname{Sin} v;$$

vi hafva således äfven, i stället för systemet (1),

$$(2) \qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{d\left(r^2\frac{dv}{dt}\right)}{dt} = \frac{\partial\Omega}{\partial v} \\ &\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{\mu_1}{r^2}(1+F) = \frac{\partial\Omega}{\partial r} \end{aligned}\right.$$

Genom att införa en ny föränderlig c medelst likheten

$$\frac{d\sqrt{c}}{dt} = \frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

erhålla vi

$$r^2\frac{dv}{dt} = \sqrt{c}\ ;$$

och härmed finna vi ur likheterna (1), om man bildar deras summa efter att hafva multiplicerat den sednare med i,

$$(3)\qquad \frac{d^2re^{iv}}{dt^2} + \frac{\mu_2}{\sqrt{c}}\frac{dv}{dt}e^{iv} + \frac{\mu_2 F}{r^2}e^{iv} = \frac{\partial\Omega}{\partial x} + i\,\frac{\partial\Omega}{\partial y}$$

$$= \frac{\partial\Omega}{\partial v}e^{iv} + i\,\frac{1}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial v}e^{iv}$$

3.

Den sednast anförda likheten egnar sig särdeles väl för den transformation, hvarigenom »variationen» afskiljes från den sanna längdens totalbelopp. Sätta vi för detta ändamål i densamma

$$v = v_0 + \chi\,,$$

så erhålla vi omedelbart:

$$\frac{d^2re^{iv_0}}{dt^2} + ie^{-i\chi}\frac{d\left(re^{iv_0+i\chi}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} + \left(i\frac{dre^{iv_0}}{dt} + \frac{\mu_1}{\sqrt{c}}e^{iv_0}\right)\frac{d\chi}{dt} + \frac{\mu_1}{\sqrt{c}}e^{iv_0}\frac{dv_0}{dt}$$

$$+ \frac{\mu_1 F}{r^2}e^{iv_0} = \left(\frac{\partial\Omega}{\partial r} + i\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial\Omega}{\partial v}\right)e^{iv_0};$$

och om vi nu beteckna

$$\xi = \frac{dre^{iv_0}}{dt} - i\,\frac{\mu_1}{\sqrt{c}}e^{iv_0}\,,$$

så befinnes:

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{d^2re^{iv_0}}{dt^2} + \frac{\mu_1}{\sqrt{c}}e^{iv_0}\frac{dv_0}{dt} + i\,\frac{\mu_1}{c}e^{iv_0}\frac{d\sqrt{c}}{dt}$$

Med hänseende till detta värde finner man ur den föregående relationen den följande:

$$(4)\qquad \frac{d\xi}{dt} + i\,\xi\,\frac{d\chi}{dt} = -\,i\,e^{i\chi}\frac{d\left(re^{iv_0+i\chi}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} - \frac{\mu_1 F}{r^2}e^{iv_0}$$

$$+ \left\{\frac{\partial\Omega}{\partial r} + i\left[\frac{1}{r} + \frac{\mu_1}{c}\right]\frac{\partial\Omega}{\partial v}\right\}e^{iv_0}$$

Alldeles på samma sätt finner man äfven:

$$(4, a) \qquad \frac{d\eta}{dt} - i\,\eta\,\frac{d\chi}{dt} = i\,e^{i\chi}\,\frac{d\left(re^{-iv_0 - i\chi\frac{d\chi}{dt}}\right)}{dt} - \frac{\mu_1 F}{r^2}\,e^{-iv_0}$$

$$+ \left\{\frac{\partial\Omega}{\partial r} - i\left[\frac{1}{r} + \frac{\mu_1}{c}\right]\frac{\partial\Omega}{\partial v}\right\} e^{-iv_0},$$

om man betecknat:

$$\eta = \frac{dre^{-iv_0}}{dt} + i\,\frac{\mu_1}{\sqrt{c}}\,c^{-iv_0}$$

Om nu χ antages vara bekant, finner man ξ och η genom integration af likheterna (4) och (4, *a*), hvarefter r omedelbart, d. v. s. utan någon vidare integration erhålles.

4.

För att fullfölja isoleringen af χ, införa vi i stället för ξ och η tvenne nya funktioner Ξ och H, hvilka med de förra äro förbundna genom likheterna:

$$(5) \qquad \begin{cases} \xi = (\Xi + i\,H)\,e^{iv_0} \\ \eta = (\Xi - i\,H)\,e^{-iv_0} \end{cases}$$

Härefter erhålles medelst differentiation:

$$\frac{d\xi}{dt} = \left(\frac{d\Xi}{dt} + i\,\frac{dH}{dt}\right) e^{iv_0} + i\,(\Xi + i\,H)\,e^{iv_0}\frac{dv_0}{dt}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \left(\frac{d\Xi}{dt} - i\,\frac{dH}{dt}\right) e^{-iv_0} - i\,(\Xi - i\,H)\,e^{-iv_0}\frac{dv_0}{dt};$$

och insättas dessa värden i likheterna (4) och (4, *a*), så erhålles:

$$\frac{d\Xi}{dt} + i\,\frac{dH}{dt} + i\,(\Xi + i\,H)\left(\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt}\right)$$

$$= -\,i\,e^{-iv_0 - i\chi}\,\frac{d\left(re^{iv_0 + i\chi\frac{d\chi}{dt}}\right)}{dt} - \frac{\mu_1 F}{r^2}$$

$$+ \frac{\partial\Omega}{\partial r} + i\left(\frac{1}{r} + \frac{\mu_1}{c}\right)\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

$$\frac{d\Xi}{dt} - i\frac{dH}{dt} - i(\Xi - iH)\left(\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt}\right)$$

$$= i\, e^{iv_0 + i\chi}\, \frac{d\left(re^{-iv_0 - i\chi}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} - \frac{\mu_1 F}{r^2}$$

$$+ \frac{\partial\Omega}{\partial r} - i\left(\frac{1}{r} + \frac{\mu_1}{c}\right)\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

Genom addition och subtraktion af dessa likheter uppstå omedelbart de tvenne följande:

$$\frac{d\Xi}{dt} - H\left(\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt}\right) = \tfrac{1}{2} i \left\{ e^{iv}\frac{d\left(re^{-iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} - e^{-iv}\frac{d\left(re^{iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} \right\}$$

$$- \frac{\mu_1 F}{r^2} + \frac{\partial\Omega}{\partial r}$$

$$\frac{dH}{dt} + \Xi\left(\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt}\right) = -\tfrac{1}{2}\left\{ e^{iv}\frac{d\left(re^{-iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} + e^{-iv}\frac{d\left(re^{iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} \right\}$$

$$+ \left(\frac{1}{r} + \frac{\mu_1}{c}\right)\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

Man finner emellertid lätt att de första termerna till höger om likhetstecknen väsentligen kunna sammandragas. Det är nämligen:

$$\tfrac{1}{2} i \left\{ e^{iv}\frac{d\left(re^{-iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} - e^{-iv}\frac{d\left(re^{iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} \right\} = \frac{\sqrt{c}}{r}\frac{d\chi}{dt}$$

$$\tfrac{1}{2}\left\{ e^{iv}\frac{d\left(re^{-iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} + e^{-iv_0}\frac{d\left(re^{iv}\frac{d\chi}{dt}\right)}{dt} \right\} = \frac{dr}{dt}\frac{d\chi}{dt} + r\frac{d^2\chi}{dt^2},$$

med hänseende till hvilka värden de föregående likheterna antaga följande form:

$$\frac{d\Xi}{dt} - H\left(\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt}\right) = \frac{\sqrt{c}}{r}\frac{d\chi}{dt} - \frac{\mu_1 F}{r^2} + \frac{\partial\Omega}{\partial r}$$

$$\frac{dH}{dt} + \Xi\left(\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt}\right) = -r\frac{d^2\chi}{dt^2} - \frac{dr}{dt}\frac{d\chi}{dt} + \left(\frac{1}{r} + \frac{\mu_1}{c}\right)\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

Funktionerna Ξ och H äro emellertid på ett ganska enkelt sätt sammansatta af r, $\frac{dr}{dt}$, $\frac{dv_0}{dt}$ och $\sqrt{c}$; man finner hithörande relationer omedelbart genom att jemföra uttrycken (5) med de i art. 3 angifna värdena för ξ och η. Sålunda befinnes:

$$\Xi = \frac{dr}{dt}$$

$$H = r\frac{dv_0}{dt} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c}}$$

Med stöd af dessa uttryck kan man ur sist anförda likheter erhålla de följande:

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{d\Xi}{dt} - \dfrac{dv_0}{dt}H = \left[r\dfrac{dv_0}{dt} + \dfrac{\sqrt{c}}{r} - \dfrac{\mu_1}{c}\right]\dfrac{d\chi}{dt} - \dfrac{\mu_1 F}{r^2} + \dfrac{\partial\Omega}{\partial r} \\[2ex] \dfrac{dH}{dt} + \dfrac{dv_0}{dt}\Xi = -r\dfrac{d^2\chi}{dt^2} - 2\dfrac{dr}{dt}\dfrac{d\chi}{dt} + \left(\dfrac{1}{r} + \dfrac{\mu_1}{c}\right)\dfrac{\partial\Omega}{\partial v} \end{cases}$$

Medelst föregående operationer har v_0 blifvit införd såsom oberoende föränderlig i st. för t.

5.

Med c_0 betecknar jag en konstant, liggande emellan de gränser, som innesluta de olika värdena af c, samt med r_0 och F_0 de värden, r och F skulle antaga om Ω vore lika med noll. Vidare låter jag τ betyda en funktion af t, som sammanfaller med den sednare, då Ω försvinner, och slutligen bestämmer jag tvenne funktioner Ξ_0 och H_0 ur likheterna

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{d\Xi_0}{d\tau} - \dfrac{dv_0}{d\tau}H_0 = -\dfrac{\mu_1 F_0}{{r_0}^2} \\[2ex] \dfrac{dH_0}{d\tau} + \dfrac{dv_0}{d\tau}\Xi_0 = 0\,, \end{cases}$$

dervid Ξ_0 och H_0 hafva följande betydelse

$$\Xi_0 = \frac{dr_0}{d\tau}$$

$$H_0 = r_0 \frac{dv_0}{d\tau} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c_0}}$$

Om man nu definierar τ medelst likheten

$$\frac{dv_0}{d\tau} = \frac{\sqrt{c_0}}{r_0^2},$$

så gifver oss den första af likheterna (7):

$$\frac{d^2 r_0}{d\tau^2} - \frac{c_0}{r_0^3} + \frac{\mu_1}{r_0^2} + \frac{\mu_1 F_0}{r_0^2} = 0 \tag{8}$$

Alldenstund F, såsom vi förutsatt, är en funktion af endast r, så är F_0 en funktion af endast r_0; likheten (8) kan derföre strängt integreras, hvarigenom vi erhålla r_0 såsom en funktion af τ, eller än enklare af den intermediära anomalien. Medelst samma föränderliga uttryckes äfven v_0 och τ. I likheten (8) hafva vi således att införa denna anomali, och, såsom det i nästa § kommer att visas, sker detta medelst substitutionen

$$d\tau = \beta_0 r_0 du_0$$

då den störande kroppens bana ligger ytter om den stördas, och medelst substitutionen

$$d\tau = \gamma_0 r_0^2 du_0$$

då den störande kroppen rör sig inom den stördas bana. I förra fallet har man:

$$\frac{dv_0}{du_0} = \frac{\beta_0 \sqrt{c_0}}{r_0}$$

och i det andra:

$$\frac{dv_0}{du_0} = \gamma_0 \sqrt{c_0}$$

I dessa uttryck beteckna β_0 och γ_0 konstanter, hvaraf följer att i det sednare fallet den intermediära längden växer proportionelt mot u_0. — Det kommer att visa sig det den intermediära anomalien, hvilken vi betecknat med ε_0, är lika med u_0 multiplicerad med en konstant faktor.

Integrationen af likheten (8) utgör föremålet för undersökningarne i nästföljande paragraf.

6.

Sedan likheterna (7) blifvit multiplicerade med $\frac{d\tau}{dt}$ subtrahera vi dem från likheterna (6) och erhålla då:

$$(9)\quad\left\{\begin{aligned}
&\frac{d(\Xi-\Xi_0)}{dt}-\frac{dv_0}{dt}(H-H_0)=-\mu_1\left(\frac{F}{r^2}-\frac{F_0}{r_0^{\,2}}\frac{d\tau}{dt}\right)\\
&\qquad\qquad+\left[r\frac{dv_0}{dt}+\frac{\sqrt{c}}{r}-\frac{\mu_1}{\sqrt{c}}\right]\frac{d\chi}{dt}+\frac{\partial\Omega}{\partial r}\\
&\frac{d(H-H_0)}{dt}+\frac{dv_0}{dt}(\Xi-\Xi_0)=-r\frac{d^2\chi}{dt^2}-2\frac{dr}{dt}\frac{d\chi}{dt}\\
&\qquad\qquad+\left(\frac{1}{r}+\frac{\mu_1}{c}\right)\frac{\partial\Omega}{\partial v};
\end{aligned}\right.$$

och derjemte hafva vi:

$$\Xi-\Xi_0=\frac{dr}{dt}-\frac{dr_0}{d\tau}$$

$$H-H_0=r\frac{dv_0}{dt}-r_0\frac{dv_0}{d\tau}-\mu_1\left(\frac{1}{\sqrt{c}}-\frac{1}{\sqrt{c_0}}\right)$$

Det är nu ganska lätt att med stöd af de anförda uttrycken återfinna HANSENS fundamentalformler. För detta ändamål behöfver man endast sätta $\chi=o$, hvarefter följande bestämningar befinnas äga rum:

$$\frac{dv_0}{dt}=\frac{dv}{dt}=\frac{\sqrt{c}}{r^2};$$

och då man hade

$$\frac{dv_0}{d\tau}=\frac{\sqrt{c_0}}{r_0^{\,2}},$$

så finner man

$$(\alpha)\qquad d\tau=\sqrt{\frac{c}{c_0}}\,\frac{r_0^{\,2}}{r^2}\,dt$$

Sättes härpå:

$$r=r_0\,(1+\nu),$$

så erhåller man ur de anförda uttryckena för $\Xi-\Xi_0$ och $H-H_0$ de följande:

$$\Xi - \Xi_0 = r_0 \frac{d\nu}{dt} + \frac{dr_0}{d\tau}\left(\sqrt{\frac{c}{c_0}}\,\frac{1}{1+\nu} - 1\right)$$

$$H - H_0 = \frac{\sqrt{c_0}}{r_0}\left(\sqrt{\frac{c}{c_0}}\,\frac{1}{1+\nu} - 1\right) - \mu_1\left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c_0}}\right)$$

Genom att multiplicera det sednare af dessa uttryck med $\frac{r_0}{\sqrt{c_0}}\frac{dr_0}{d\tau}$, samt derefter subtrahera produkten från det förra erhålles

$$(\beta)\quad r_0\frac{d\nu}{dt} = \Xi - \Xi_0 - \frac{r_0}{\sqrt{c_0}}\frac{dr_0}{d\tau}(H - H_0) + \frac{\mu_1}{\sqrt{c_0}}\frac{dr_0}{d\tau}\left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c_0}}\right),$$

ur hvilken likhet Hansens fundamentalformel för ν lätt härledes, sedan man integrerat likheterna (9).

Om frågan nu endast gäller en utveckling efter den störande kraftens stigande potenser, så leder antagandet $\chi = 0$ till den enklaste behandlingsmethoden af föreliggande problem, alldenstund man derigenom inbesparar den operation, hvarigenom χ utvecklas, utan att derföre väsentligen komplicera härledningen af τ. Men den dubbelqvadratur, hvarigenom τ erhålles, gifver, om man ej på ett lämpligt sätt frånskiljer χ, upphof till termer, som kunna vara behäftade med mycket små divisorer och derigenom föranleda en svag konvergens af de successiva approximationerna. För att undvika den utveckling efter de stigande potenserna af den tredje kroppens massa, som medför dylika olägenheter, bör χ bestämmas på ett annat sätt.

7.

Man inser omedelbart, på grund af likheten

$$\frac{d\nu_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt} = \frac{d\nu}{dt} = \frac{\sqrt{c}}{r^2},$$

att, om man sätter

$$\frac{d\nu_0}{dt} = \frac{\sqrt{c_0}}{r^2},$$

så blifver χ bestämd genom uttrycket

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\sqrt{c_0}}{r^2}\left(\sqrt{\frac{c}{c_0}} - 1\right)$$

eller

$$\frac{d\chi}{dv_0} = \sqrt{\frac{c}{c_0}} - 1$$

Det är denna definition jag i det följande skall låta gälla, och på grund af hvilken de föregående uttrycken antaga en särdeles enkel gestalt.

För den reducerade tiden finner man nu först och främst uttrycket

$$(10) \qquad \frac{d\tau}{dt} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2;$$

vidare

$$\Xi - \Xi_0 = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \frac{dr}{d\tau} - \frac{dr_0}{d\tau}$$

eller

$$\frac{1}{r_0^2} (\Xi - \Xi_0) = - \frac{d\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}{d\tau}$$

Slutligen har man

$$H - H_0 = \sqrt{c_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) - \mu_1\left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c_0}}\right)$$

Genom differentiation af det sistfunna uttrycket erhåller man

$$\frac{d(H - H_0)}{dt} = \sqrt{c_0}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \frac{d\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}{d\tau} + \mu_1 \frac{d\sqrt{c}}{c dt}$$

eller

$$\frac{d(H - H_0)}{dt} = \sqrt{c_0}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \frac{d\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}{d\tau} + \frac{\mu_1}{c} \frac{\partial \Omega}{\partial v};$$

och härmed finner man slutligen

$$\frac{d(H - H_0)}{dt} + \frac{dv_0}{dt} (\Xi - \Xi_0) = \frac{\mu_1}{c} \frac{\partial \Omega}{\partial v},$$

hvarefter de återstående termerna i den andra af likheterna (9) gifva oss:

$$(11) \qquad r \frac{d^2\chi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\chi}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial v}$$

Detta uttryck skulle nu visserligen i och för sig direkt hafva kunnat härledas ur den första af likheterna (2), men för den härmed sammanhängande bestämningen af förhållandena $\frac{r}{r_0}$ och $\frac{d\tau}{dt}$ har den föregående analysen varit nödvändig.

Den differentialeqvation, hvarigenom evektionen bestämmes, härledes på följande sätt. Vi beteckna:

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = - \varrho ,$$

hvarefter erhålles

$$\frac{d\varrho}{dv_0} = \frac{1}{\sqrt{c_0}} (\Xi - \Xi_0)$$

samt

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0} = \frac{1}{\sqrt{c_0}} \frac{d(\Xi - \Xi_0)}{dv_0}$$

$$= \frac{r^2}{c_0} \frac{d(\Xi - \Xi_0)}{dt}$$

Med detta uttryck samt med värdet

$$H - H_0 = - \sqrt{c_0}\, \varrho - \mu_1 \left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c_0}} \right)$$

erhålles nu ur den första af likheterna (9):

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \varrho = - \frac{\mu_1}{\sqrt{c_0}} \left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c_0}} \right) - \frac{\mu_1}{c_0} (F - F_0)$$
$$+ \frac{r^2}{c_0} \left[r \frac{dv_0}{dt} + \frac{\sqrt{c}}{r} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c}} \right] \frac{d\chi}{dt} + \frac{r^2}{c_0} \frac{\partial \Omega}{\partial r} ,$$

eller, med fästadt afseende på relationen emellan c och $d\chi$,

$$(12) \quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \varrho = - \frac{\mu_1}{c_0} (F - F_0) + \frac{1}{r} \left[2 \frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0} \right)^2 \right] + \frac{r^2}{c_0} \frac{\partial \Omega}{\partial r}$$

Efter det ϱ, medelst integration af denna likhet blifvit bestämd, finner man τ ur formeln

$$(13) \qquad \frac{d\tau}{dt} = 1 - 2\, r_0 \varrho + r_0^2 \varrho^2 ;$$

och slutligen, om man inför v_0 såsom oberoende föränderlig äfven i den differentialeqvation, genom hvars integration variationen blifver bestämd, finner man:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^{\,2}} = \frac{r^2}{c_0}\frac{\partial\Omega}{\partial v} \tag{14}$$

8.

Om man integrerar likheterna (9), efter att i desamma hafva insatt värdena för $\frac{d\chi}{dt}$ och $\frac{d^2\chi}{dt^2}$, uttryckta medelst den störande kraften, så finner man ganska lätt en differentialeqvation, hvarigenom ν kan bestämmas, samt äfven ett algebraiskt uttryck för denna funktion. Dessa relationer skola vi nu härleda.

På grund af bestämningarne:

$$r = r_0(1 + \nu)$$

$$\Xi - \Xi_0 = \frac{dr}{dt} - \frac{dr_0}{d\tau}$$

erhålles omedelbart

$$\Xi - \Xi_0 = r_0\frac{d\nu}{dt} - \frac{dr_0}{d\tau}\frac{\nu}{1 + \nu} \tag{15}$$

Härtill kommer likheten

$$\boldsymbol{H} - \boldsymbol{H}_0 = -\frac{\sqrt{c_0}}{r_0}\frac{\nu}{1 + \nu} - \mu_1\left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{c_0}}\right) \tag{15, b}$$

Genom att ur dessa likheter eliminera $\frac{\nu}{1 + \nu}$ erhålles den första af de omtalade relationerna; den andra är omedelbart gifven genom likheten (15, *b*).

Vi skola ännu härleda en differentialeqvation af andra ordningen för ν, motsvarande den, hvilken HANSEN begagnar vid beräkningen af relativa störingar. Genom att differentiera likheten (15) finna vi

$$\frac{d(\Xi - \Xi_0)}{dt} = r_0\frac{d^2\nu}{dt^2} - \frac{\nu}{(1 + \nu)^3}\frac{d^2r_0}{d\tau^2} = \frac{c_0}{r^2}\frac{d^2\varrho}{dv_0^{\,2}}$$

Nu finner man emellertid lätt, att

$$r_0 \varrho = \frac{\nu}{1 + \nu} ;$$

således blifver

$$\frac{c_0}{r^2} \varrho = \frac{c_0}{r_0{}^3} \frac{\nu}{(1 + \nu)^3} ;$$

och insättas dessa värden i likh. (12), så befinnes

$$(16) \quad r_0 \frac{d^2\nu}{dt^2} - \frac{\nu}{(1 + \nu)^3} \left(\frac{d^2 r_0}{d\tau^2} - \frac{c_0}{r_0{}^3} \right) = - \frac{\mu_1}{r^2} (F - F_0) + \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{c_0}{r^3} \left(2 \frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 \right)$$

9.

Då den störda kroppens radius-vektor är mindre än den störandes, är formeln (14) icke den lämpligaste, som kan tagas till utgångspunkt för beräkningen af variationen. Olägenheterna af densamma äro derjemte desto större ju större differensen emellan de extrema värdena af den störda kroppens radius-vektor äro i förhållande till deras summa. För dessa fall bör således en annan utgångsformel sökas, och denna vinnes på följande sätt.

Vi definierade i art. 5 en variabel u_0 medelst följande relation

$$\frac{dv_0}{du_0} = \frac{\beta_0 \sqrt{c_0}}{r_0} ;$$

vi skola nu införa en annan, u, genom att sätta

$$\frac{dv}{du} = \frac{\beta_0 \sqrt{c_0}}{r_0} ;$$

d. v. s.

$$\frac{dv}{du} = \frac{dv_0}{du_0}$$

Då man således har

$$dv = \frac{(1 + \nu) \beta_0 \sqrt{c_0}}{r} du$$

och

$$dt = (1 + \nu)\, \beta_0\, r\, du_0 \, ,$$

så blifver

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \sqrt{c_0}\, \frac{du}{du_0}$$

Detta värde, insatt i den första af likheterna (2), gifver oss

$$\sqrt{c_0}\, \frac{d^2u}{du_0{}^2} = (1 + \nu)^2 \beta_0\, r_0 \frac{\partial \Omega}{\partial v} \, ;$$

och, om man sätter

$$u = u_0 + \vartheta \, ,$$

så erhålles

$$\sqrt{c_0}\, \frac{d^2\vartheta}{du_0{}^2} = (1 + \nu)^2 \beta_0\, r_0 \frac{\partial \Omega}{\partial v} \, , \tag{17}$$

hvilken är den sökta utgångsformeln.

§ II. Bestämning af den intermediära banan.

10.

Vid härledningen af de i föregående paragraf framstälda fundamentalformlerna har ifrån den ursprungliga störingsfunktionen (Ω) blifvit afskild en term, hvilken antogs vara en funktion af endast r. Vi gå nu att närmare bestämma denna funktion, och fasthålla dervid, att ändamålet med dess införande är upptagandet af apsidernas rörelse redan i den intermediära banan, d. v. s. i uttrycket för v_0 såsom funktion af ε_0. Derjemte bör denna funktion väljas af sådan beskaffenhet att sammanhanget emellan r_0, v_0, ε_0 och τ blifver uttryckt medelst formler, hvilkas användning, på grund af de i desamma förekommande funktionernas kända egenskaper, ej blifver alltför invecklad. Det åsyftade ändamålet vinnes på samma gång man tillgodoser det dervid fästade vilkoret, om man för den ifrågavarande funktionen väljer den form, som erbjuder sig på grund af första, i störingsfunktionens utveckling förekommande termernas beskaffenhet.

Under förutsättning att förhållandet emellan den störda och den störande kroppens radius-vektor, hvilken sednare betecknas med r', ständigt är mindre än enheten, har man följande konvergenta utveckling

$$\frac{1}{\mu'}(\Omega) = \frac{1}{r'} + \frac{r^2}{r'^3}(\tfrac{3}{2}\,\mathrm{Cos}\,H^2 - \tfrac{1}{2}) + \ldots,$$

der H betecknar vinkeln emellan r och r'.

Är åter r' städse mindre än r, så gäller utvecklingen

$$\frac{1}{\mu'}(\Omega) = \frac{1}{r} + \left(\frac{r'}{r^2} - \frac{r}{r'^2}\right)\mathrm{Cos}\,H + \frac{r'^2}{r^3}(\tfrac{3}{2}\,\mathrm{Cos}\,H^2 - \tfrac{1}{2})\ldots$$

I stället för dessa utvecklingar hafva vi äfven de båda följande

$$\frac{1}{\mu'}(\Omega) = \frac{1}{r'} + \tfrac{1}{4}\frac{r^2}{r'^3} + \tfrac{3}{4}\frac{r^2}{r'^3}\,\mathrm{Cos}\,2\,H + \ldots$$

och

$$\frac{1}{\mu'}(\Omega) = \frac{1}{r} + \left(\frac{r'}{r^2} - \frac{r^2}{r'^2}\right)\mathrm{Cos}\,H + \tfrac{1}{4}\frac{r'^2}{r^3} + \tfrac{3}{4}\frac{r'^2}{r^3}\,\mathrm{Cos}\,2H + \ldots$$

På grund af den första af dessa utvecklingar inser man omedelbart, att funktionen $f(r)$ bör antagas proportionel mot r^2 i alla de fall, då förhållandet $\frac{r}{r'}$ alltid är mindre än 1. Tages hänseende endast till denna första term, hvars beskaffenhet föranledde den antagna formen för $f(r)$, så har man att sätta:

$$f(r) = -\frac{\mu'}{4}\frac{r^2}{b'^3},$$

der $\frac{1}{b'^3}$ betecknar den konstanta termen i utvecklingen af $\frac{1}{r'^3}$.

Beteckna vi således:

$$2\mu_2 = \frac{\mu'}{b'^3},$$

så hafva vi, i enlighet med bestämningarne i art. 1:

$$\mu_1 F = -\mu_2 r^3$$

Då emellertid denna bestämning af μ_2 ännu är högst ofullständig, så anse vi ifrågavarande koefficient tillsvidare fullkomligt obestämd och hafva med ofvanstående uppgift endast velat antyda dess ungefärliga storleksordning. — I stället för likheten (8) hafva vi nu den följande:

$$\frac{d^2 r_0}{d\tau^2} - \frac{c_0}{r_0^3} + \frac{\mu_1}{r_0^2} - \mu_2 r_0 = 0 \tag{18}$$

Inträffar åter den andra händelsen, d. v. s. är förhållandet $\frac{r}{r'}$ större än 1, så har man att erinra sig det de tvenne första termerna i utvecklingen af $\frac{\mu_1}{\mu'}(\Omega)$ kunna bortskaffas medelst reduktion af koordinanternas begynnelsepunkt till centralmassans och den störande massans gemensamma tyngdpunkt. Det inses då att $f(r)$ bör antagas proportionel mot $\frac{1}{r^3}$, hvaraf följer att vi kunna sätta:

$$\mu_1 F = \frac{3\mu_2}{r^3};$$

och vi erhålla då, i stället för likheten (8):

$$\frac{d^2 r_0}{d\tau^2} - \frac{c_0}{r_0^3} + \frac{\mu_1}{r_0^2} + \frac{3\mu_2}{r_0^4} = 0 \tag{19}$$

Likheterna (18) och (19) har jag redan vid föregående tillfällen fullständigt integrerat, den förra i afhandlingen »über die Bahn eines materiellen Punktes, der sich unter dem Einflusse einer Centralkraft von der form $\frac{\mu_1}{r^2} + \mu_2 r$ bewegt»*), och den andra i afhandlingen »om banan af en punkt, som rör sig i en sferoids eqvatorsplan».**) De i den sist anförda afhandlingen meddelade formlerna kunna nu användas oförändrade, hvarföre jag ej vidare skall uppehålla mig vid desamma. För att erhålla lämpliga uttryck för integrationsresultatet af likheten (18) måste deremot de i den först citerade afhandlingen anförda formler underkastas en transformation, beroende derpå att den sista termen i ifrågavarande likhet nu erhållit negativt tecken, då densamma vid den föregående behandlingen föregicks af positivt tecken. Då emellertid den direkta härledningen af ifrågavarande formler ej saknar sitt intresse

---

*) K. svenska Vet.-Akad. Handlingar. Bd 17.
**) Öfversigt af K. sv. Vet.-Akad. Förhandlingar. Dec. 1880.

och dessutom ej upptager stort mer utrymme än den deremot svarande transformationen, så anlitar jag här hellre den förstnämnda utvägen.

11.

För korthetens skull skrifva vi i eqvationen (18) r i st. för r_0 och c i st. för c_0, och erhålla då, efter integration samt om derjemte sättes:

$$d\tau = \beta r du\,,$$

eller med utsatta indices:

$$d\tau = \beta_0 r_0 du_0\,,$$

nedanstående likhet

$$\frac{1}{\beta^2}\left(\frac{dr}{du}\right)^2 = -c + 2\mu_1 r - hr^2 + \mu_2 r^4,$$

der vi med h betecknat en integrationskonstant.

Likheten

$$-c + 2\mu_1 r - hr^2 + \mu_2 r^4 = 0$$

har fyra reella rötter; tvenne af dem äro positiva, och dessa skola vi beteckna med r_1 och r_2; vi kunna då sätta:

$$-c + 2\mu_1 r - hr^2 + \mu_2 r^4 = (r - r_1)(r_2 - r)(\gamma_0 - \gamma_1 r - \gamma_2 r^2)$$

och hafva dervid att iakttaga följande relationer:

$$\begin{aligned} c &= \gamma_0 r_1 r_2 \\ h &= \gamma_0 + (r_1 + r_2)\gamma_1 - r_1 r_2 \gamma_2 \\ 2\mu_1 &= (r_1 + r_2)\gamma_0 + r_1 r_2 \gamma_1 \\ \mu_2 &= \gamma_2 \\ 0 &= -\gamma_1 + (r_1 + r_2)\gamma_2 \end{aligned}$$

Vidare sätta vi:

$$\varrho = r\sqrt{\mu_2}\,;\ \varrho_2 = r_1\sqrt{\mu_2}\,;\ \varrho_2 = r_2\sqrt{\mu_2}\ \text{*)}$$

och finna då rötterna till eqvationen

$$\begin{aligned} 0 &= \gamma_0 - \gamma_1 r - \gamma_2 r^2 \\ &= \gamma_0 - (\varrho_2 + \varrho_1)\varrho - \varrho^2 \end{aligned}$$

---

*) I den föregående likasom i efterföljande §§ har ϱ en annan betydelse.

ur formeln

$$\varrho = -\frac{\varrho_2 + \varrho_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varrho_2 + \varrho_1}{2}\right)^2 + \gamma_0}\,;$$

eller, emedan

$$2\mu_1 = (r_2 + r_1)\gamma_0 + \varrho_2\varrho_1(r_2 + r_1),$$

således äfven

$$\gamma_0 = \frac{2\mu_1}{r_2 + r_1} - \varrho_2\varrho_1\,,$$

ur formeln:

$$\varrho = -\frac{\varrho_2 + \varrho_1}{2} \pm \sqrt{\frac{2\mu_1}{r_2 + r_1} + \left(\frac{\varrho_2 - \varrho_1}{2}\right)^2}$$

I det vi nu beteckna:

$$\mu = \frac{\varrho_2 + \varrho_1}{2}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{2\mu_1}{r_2 + r_1} + \left(\frac{\varrho_2 - \varrho_1}{2}\right)^2}\,,$$

erhålles

$$\gamma_0 - \gamma_1 r - \gamma_2 r^2 = (\nu + \mu + \varrho)(\nu - \mu - \varrho),$$

och således blifver

$$(a) \qquad \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{dr}{du}\right)^2 = -(r - r_1)(r - r_2)(\nu - \mu - \varrho)(\nu + \mu + \varrho)$$

I stället för de ursprungliga integrationskonstanterna c och h hafva vi infört tvenne andra, nämligen r_1 och r_2; dessa skola vi slutligen ersätta medelst tvenne nya konstanter a och e, i det vi uppställa följande uttryck

$$\frac{r_2 + r_1}{2} = a$$

$$\frac{r_2 - r_1}{2} = ae$$

Härmed erhålles efterhand nedanstående värden för γ_1, γ_0, och de ursprungliga konstanterna:

$$\gamma_1 = 2\mu_2 a$$

$$\gamma_0 = \frac{\mu_1}{a} - \mu_2 a^2(1 - e^2)$$

$$h = \frac{\mu_1}{a} + 2\mu_2 a^2(1 + e^2)$$

$$c = \mu_1 a(1 - e^2) - \mu_2 a^4(1 - e^2)^2\,;$$

och slutligen befinnas:

$$\mu = a\sqrt{\mu_2}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{\mu_1}{a} + \mu_2 a^2 e^2}$$

12.

I ändamål att reducera uttrycket (a) till normalformen för de elliptiska integralen, införa vi, i stället för r en ny föränderlig y, hvilken vi definiera medelst likheten

$$(b) \qquad r = \frac{r_1 + my}{1 + ny},$$

i hvilken m och n ännu äro obestämda.

Ifrågavarande substitution gifver oss

$$dr = \frac{m - nr_1}{(1 + ny)^2} dy$$

$$r - r_1 = \frac{m - nr_1}{1 + ny} y$$

$$r - r_2 = -\frac{r_2 - r_1 - (m - nr_2)y}{1 + ny}$$

$$\nu - \mu - \varrho = \frac{\nu - \mu - \varrho_1 + \left[n(\nu - \mu) - m\sqrt{\mu_2}\right] y}{1 + ny}$$

$$\nu + \mu + \varrho = \frac{\nu + \mu + \varrho_1 + \left[n(\nu + \mu) + m\sqrt{\mu_2}\right] y}{1 + ny}$$

Bestämma vi nu koefficienterna m och n på så sätt att

$$r_2 - r_1 = m - nr_2$$

$$o = n(\nu + \mu) + m\sqrt{\mu_2},$$

så befinnas:

$$m = \frac{(r_2 - r_1)(\nu + \mu)}{\nu + \mu + \varrho_2}$$

$$n = -\frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\nu + \mu + \varrho_2};$$

och härpå erhålla vi, efter att hafva betecknat:

$$k^2 = -\frac{n(\nu - \mu) - m\sqrt{\mu_2}}{\nu - \mu - \varrho_1} = \frac{2(\varrho_2 - \varrho_1)\nu}{(\nu + \mu + \varrho_2)(\nu - \mu - \varrho_1)}$$

samt bestämt β ur likheten

$$1 = \frac{4\,(m - nr_1)^2}{\beta^2\,(m - nr_1)\,(m - nr_2)\,(\nu - \mu - \varrho_1)\,(\nu + \mu + \varrho_1)}$$

$$= \frac{4}{\beta^2\,(\nu - \mu - \varrho_1)\,(\nu + \mu + \varrho_2)}\,,$$

följande uttryck

$$2du = \frac{dy}{\sqrt{y\,(1 - y)\,(1 - k^2y)}}\,,$$

hvaraf omedelbart följer

$$y = sn\,(u - u^0)^2\,,$$

der u^0 betecknar en integrationskonstant, hvilken vi i det nästföljande, för korthetens skull, bortlemna.

13.

Qvantiteterna m och n ersätter jag medelst tvenne andra, hvarigenom v_0 och τ omedelbart erhålles under den af JACOBI införda formen för elliptiska integral af tredje slaget. För detta ändamål sättes:

$$n = -\,k^2\mathrm{sn}\omega^2\,;\quad \frac{m}{r_1} = -\,k^2\mathrm{sn}i\sigma^2\,,$$

hvarefter följande uttryck lätt kunna härledas:

$$(\alpha)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathrm{sn}\omega &= \sqrt{\frac{\nu - \mu - \varrho_1}{2\nu}} \\ \mathrm{cn}\omega &= \sqrt{\frac{\nu + \mu + \varrho_1}{2\nu}} \\ \mathrm{dn}\omega &= \sqrt{\frac{\nu + \mu + \varrho_1}{\nu + \mu + \varrho_2}} \end{aligned}\right.$$

$$(\beta)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathrm{sn}i\sigma &= i\sqrt{\frac{(\nu + \mu)\,(\nu - \mu - \varrho_1)}{2\nu\varrho_1}} \\ \mathrm{cn}i\sigma &= \sqrt{\frac{(\nu - \mu)\,(\nu + \mu + \varrho_1)}{2\nu\varrho_1}} \\ \mathrm{dn}i\sigma &= \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\,\frac{\nu + \mu + \varrho_1}{\nu + \mu + \varrho_2}} \end{aligned}\right.$$

De sednare, eller likheterna (β) skola vi äfven reducera till reelt argument och den komplementära modylen

$$k' = \sqrt{\frac{(\nu + \mu + \varrho_1)(\nu - \mu - \varrho_2)}{(\nu - \mu - \varrho_1)(\nu + \mu + \varrho_2)}}$$

och erhålla då, med stöd af kända transformationsformler

$$(\gamma) \quad \begin{cases} \operatorname{sn}(\sigma,k') = \sqrt{\dfrac{(\nu + \mu)(\nu - \mu - \varrho_1)}{(\nu - \mu)(\nu + \mu + \varrho_1)}} \\ \operatorname{cn}(\sigma,k') = \sqrt{\dfrac{2\nu\varrho_1}{(\nu - \mu)(\nu + \mu + \varrho_1)}} \\ \operatorname{dn}(\sigma,k') = \sqrt{\dfrac{2\nu\varrho_2}{(\nu - \mu)(\nu + \mu + \varrho_2)}} \end{cases}$$

och af dessa likheter härleda vi slutligen de följande

$$(\delta) \quad \begin{cases} \operatorname{sn}(\mathrm{K}' - \sigma,k') = \sqrt{\dfrac{\varrho_1}{\varrho_2} \, \dfrac{\nu + \mu + \varrho_2}{\nu + \mu + \varrho_1}} \\ \operatorname{cn}(\mathrm{K}' - \sigma,k') = \sqrt{\dfrac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2} \, \dfrac{\nu + \mu}{\nu + \mu + \varrho_1}} \\ \operatorname{dn}(\mathrm{K}' - \sigma,k') = \sqrt{\dfrac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2} \, \dfrac{\nu - \mu}{\nu - \mu - \varrho_1}} \end{cases}$$

Då μ_2 försvinner, så antager k värdet o, k' värdet 1 samt K' och ϱ blifva oändligt stora. Deremot har differensen $\mathrm{K}' - \sigma$ ett ändligt värde, hvilket lätt igenfinnes med stöd af formelsystemet (δ).

14.

Emellan de elliptiska funktionerna af argumenten ω och σ förefinnas ett stort antal relationer, af hvilka här emellertid endast de skola anföras, hvilka för den föreliggande undersökningen hafva ett omedelbart intresse. — Ur de lätt funna likheterna

$$(\varepsilon) \quad \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sn} i\sigma^2}{\operatorname{sn}\omega^2} = -\dfrac{\nu + \mu}{\varrho_1} \\ \dfrac{\operatorname{cn} i\sigma^2}{\operatorname{sn}\omega^2} = \dfrac{\nu - \mu}{\varrho_1} \\ \dfrac{\operatorname{dn} i\sigma}{\operatorname{dn}\omega} = \dfrac{\varrho_2}{\varrho_1} \end{cases}$$

finner man omedelbart:

$$\frac{\mathrm{cn}i\sigma^2}{\mathrm{cn}\omega^2} - \frac{\mathrm{sn}i\sigma^2}{\mathrm{sn}\omega^2} = \frac{2\nu}{\varrho_1}$$

$$\frac{\mathrm{cn}i\sigma^2}{\mathrm{cn}\omega^2} + \frac{\mathrm{sn}i\sigma^2}{\mathrm{sn}\omega^2} = -\frac{2\mu}{\varrho_1}$$

$$\frac{\mathrm{dn}\omega^2}{\mathrm{dn}i\sigma^2}\left[\frac{\mathrm{cn}i\sigma^2}{\mathrm{cn}\omega^2} - \frac{\mathrm{sn}i\sigma^2}{\mathrm{sn}\omega^2}\right] = -\frac{2\nu}{\varrho_2}$$

$$\frac{\mathrm{dn}\omega^2}{\mathrm{dn}i\sigma^2}\left[\frac{\mathrm{cn}i\sigma^2}{\mathrm{cn}\omega^2} + \frac{\mathrm{sn}i\sigma^2}{\mathrm{cn}\omega^2}\right] = -\frac{2\mu}{\varrho_2};$$

och härmed erhålles vidare:

$$(\zeta) \qquad \frac{\mathrm{dn}i\sigma^2}{\mathrm{dn}\omega_2}\,\frac{\mathrm{sn}\omega^4\mathrm{cn}\omega^4}{[\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}i\sigma^2 - \mathrm{cn}\omega^2\mathrm{sn}i\sigma^2]^2}$$

$$= \frac{\mathrm{dn}i\sigma^2}{\mathrm{dn}\omega^2}\,\frac{\mathrm{sn}\omega^4\mathrm{cn}\omega^4}{[\mathrm{sn}\omega^2 - \mathrm{sn}i\sigma^2]^2} = \frac{\varrho_1}{2\nu}\,\frac{\varrho_2}{2\nu},$$

en relation, hvilken vi längre fram komma att använda.

Likheterna (α) och (β) gifva oss omedelbart

$$\mathrm{sn}i\sigma^2 - \mathrm{sn}\omega^2 = \frac{(\nu - \mu - \varrho_1)(\nu + \mu + \varrho_1)}{2\nu\varrho_1};$$

således har man äfven

$$(\eta) \qquad \frac{\mathrm{sn}i\sigma^2 - \mathrm{sn}\omega^2}{\mathrm{dn}\omega^2} = \frac{(\nu - \mu - \varrho_1)(\nu + \mu + \varrho_2)}{2\nu\varrho_1}$$

15.

De elliptiska funktionerna af summan och skilnaden af argumenten $i\sigma$ och ω skola vi härleda på en omväg. i det vi först söka dessa funktioner af summan och skilnaden af argumenten $i\sigma - i\mathrm{K}'$ och ω. Härtill använda vi framför allt relationen

$$-k^2\mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}')^2\mathrm{sn}\omega^2 = \frac{\varrho_1}{\nu + \mu}$$

eller

$$\frac{1}{1 - k^2\mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}')^2\mathrm{sn}\omega^2} = \frac{\nu + \mu}{\nu + \mu + \varrho_1},$$

hvilken, med stöd af kända transformationsformler, härledes ur den första af likheterna (ε). Derjemte behöfva vi följande uttryck, hvilka på grund af samma transformationsformler erhållas ur likheterna (β),

$$\mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}') = -i\sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu + \mu + \varrho_2}{\nu + \mu}}$$

$$\mathrm{cn}(i\sigma - i\mathrm{K}') = \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu + \mu + \varrho_1}{\nu + \mu}}$$

$$\mathrm{dn}(i\sigma - i\mathrm{K}') = \sqrt{\frac{\nu - \mu}{\nu + \mu}\,\frac{\nu + \mu + \varrho_1}{\nu - \mu - \varrho_1}}$$

Härmed erhålles, medelst användning af de elliptiska funktionernas additionstheorem:

$$(\vartheta)\left\{\begin{aligned}
&\mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}' + \omega) + \mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}' - \omega) = -2i\sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu + \mu}{2\nu}}\\
&\mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}' + \omega) - \mathrm{sn}(i\sigma - i\mathrm{K}' - \omega) = 2\sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu - \mu}{2\nu}}\\
&\mathrm{cn}(i\sigma - i\mathrm{K}' + \omega) + \mathrm{cn}(i\sigma - i\mathrm{K}' - \omega) = 2\sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu + \mu}{2\nu}}\\
&\mathrm{cn}(i\sigma - i\mathrm{K}' + \omega) - \mathrm{cn}(i\sigma - i\mathrm{K}' - \omega) = 2i\sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu - \mu}{2\nu}}\\
&\mathrm{dn}(i\sigma - i\mathrm{K}' + \omega) + \mathrm{dn}(i\sigma - i\mathrm{K}' - \omega) = 2\sqrt{\frac{\nu + \mu}{\nu + \mu + \varrho_2}\,\frac{\nu - \mu}{\nu - \mu - \varrho_1}}\\
&\mathrm{dn}(i\sigma - i\mathrm{K}' + \omega) - \mathrm{dn}(i\sigma - i\mathrm{K}' - \omega) = 2i\sqrt{\frac{\varrho_1\,\varrho_2}{(\nu + \mu + \varrho_2)\,(\nu - \mu - \varrho_1)}};
\end{aligned}\right.$$

och af dessa relationer följa omedelbart de nedanstående:

$$(\iota)\left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{\mathrm{sn}(i\sigma + \omega)} + \frac{1}{\mathrm{sn}(i\sigma - \omega)} = -2ik\sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu + \mu}{2\nu}}\\
&\frac{1}{\mathrm{sn}(i\sigma + \omega)} - \frac{1}{\mathrm{sn}(i\sigma - \omega)} = 2k\sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu - \mu}{2\nu}}\\
&\frac{\mathrm{dn}(i\sigma + \omega)}{\mathrm{cn}(i\sigma + \omega)} + \frac{\mathrm{dn}(i\sigma - \omega)}{\mathrm{cn}(i\sigma - \omega)} = -2ik\sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu + \mu}{2\nu}}\\
&\frac{\mathrm{dn}(i\sigma + \omega)}{\mathrm{cn}(i\sigma + \omega)} - \frac{\mathrm{dn}(i\sigma - \omega)}{\mathrm{cn}(i\sigma - \omega)} = 2k\sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1}\,\frac{\nu - \mu}{2\nu}}
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\mathrm{cn}(i\sigma+\omega)}{\mathrm{sn}(i\sigma+\omega)}+\frac{\mathrm{cn}(i\sigma-\omega)}{\mathrm{sn}(i\sigma-\omega)}=-2i\sqrt{\frac{\nu-\mu}{\nu-\mu-\varrho_1}\,\frac{\nu+\mu}{\nu+\mu+\varrho_2}}\\ &\frac{\mathrm{cn}(i\sigma+\omega)}{\mathrm{sn}(i\sigma+\omega)}-\frac{\mathrm{cn}(i\sigma-\omega)}{\mathrm{sn}(i\sigma-\omega)}=\ 2\sqrt{\frac{\varrho_1\varrho_2}{(\nu-\mu-\varrho_1)(\nu+\mu+\varrho_2)}}\ .\end{aligned}\right.$$

Härmed skulle åter en följd af relationer kunna härledas, hvilka jag dock nu förbigår, alldenstund de redan anförda äro mer än tillräckliga för det ändamål, i denna afhandling åsyftas.

16.

Med stöd af de i föregående artiklar anförda relationerna gå vi nu att uppsöka de lämpligaste uttrycken för r, dv och $d\tau$, dervid vi fortfarande skrifva r, v, och c i stället för r_0, v_0 och c_0. Det första uttryck, som erbjuder sig för r, erhålles ur likheten (b) art. 12, och är det följande:

$$r=r_1\,\frac{1-k^2\mathrm{sn}i\sigma^2\mathrm{sn}u^2}{1-k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}\,,$$

hvilket uttryck antager nedanstående form, om man utbyter de i detsamma förekommande elliptiska funktionerna mot thetafunktioner,

$$(d)\qquad r=r_1\left[\frac{\Theta\,(\omega)}{\Theta\,(i\sigma)}\right]^2\frac{\Theta\,(i\sigma+u)\,\Theta\,(i\sigma-u)}{\Theta\,(\omega+u)\,\Theta\,(\omega-u)}\,;$$

och denna form är i synnerhet då användbar, när det gäller att utveckla produkter, som innehålla potenser af r multiplicerade med Siner och Cosiner för v.

För att uttrycka r oberoende af σ, erinra vi oss att:

$$r=r_1+\frac{(m-nr_1)\,\mathrm{sn}u^2}{1-k^2\mathrm{sn}^2\omega^2\mathrm{sn}u^2}$$

Nu har man emellertid:

$$m-nr_2=r_2-r_1\,;$$

adderar man härtill, på hvardera sidan om likhetstecknet qvantiten $n(r_2-r_1)$, så finner man:

$$\begin{aligned} m-nr_1&=(r_2-r_1)\,(1+n)\\ &=(r_2-r_1)\,\mathrm{dn}\omega^2\end{aligned}$$

Vi erhålla på grund af detta värde följande uttryck för r:

$$r = r_1 + (r_2 - r_1)\frac{\mathrm{dn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}{1 - k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}$$

Detsamma ger anledning till ett approximativt värde af r, hvilket må anföras på grund af öfverskådligheten hos detsamma. Utvecklar man nämligen föregående uttryck efter potenserna af k^2, och bibehåller man dervid endast de termer, som bero af denna qvantitets första potens, så befinnes:

$$r = r_1 + (r_2 - r_1)(\mathrm{sn}u^2 - k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2\mathrm{cn}u^2),$$

eller

$$\begin{aligned} r = r_1 &+ \tfrac{1}{2}(r_2 - r_1) - \tfrac{1}{8}(r_2 - r_1)k^2\mathrm{sn}\omega^2 \\ &- \tfrac{1}{2}(r_2 - r_1)\,\mathrm{Cos}\,2\,\mathrm{am}\,u \\ &+ \tfrac{1}{8}(r_2 - r_1)k^2\mathrm{sn}\omega^2\,\mathrm{Cos}\,4\,\mathrm{am}\,u \\ = a &- ae\,\mathrm{Cos}\,2\,\mathrm{am}\,u \\ &- \frac{ae}{4}k^2\mathrm{sn}\omega^2(1 - \mathrm{Cos}\,4\,\mathrm{am}\,u) \end{aligned}$$

Bortlemnas k^2 helt och hållet, så återstå de bekanta termerna af uttrycket för radiusvektor i den KEPLERSKA ellipsen.

För att fullfölja det här åsyftade ändamålet skola vi uttrycka differensen $r_2 - r_1$ medelst k. Alldenstund vi hafva

$$\frac{\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega}{\mathrm{dn}\omega} = \frac{\sqrt{(\nu - \mu - \varrho_1)(\nu + \mu + \varrho_2)}}{2\nu},$$

så befinnes äfven

$$r_2 - r_1 = \frac{2\nu}{\sqrt{\mu_2}}k^2\frac{\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{cn}\omega^2}{\mathrm{dn}\omega^2}$$

och härmed erhålles:

$$(f) \qquad r = r_1 + \frac{2\nu}{\sqrt{\mu_2}}\frac{k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{cn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}{1 - k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}$$

Ur den relation emellan r och r_1, som anfördes i början af denna artikel, erhålles den följande:

$$(g) \qquad \frac{r_1}{r} = 1 + \frac{k^2(\mathrm{sn}i\sigma^2 - \mathrm{sn}\omega^2)\mathrm{sn}u^2}{1 - k^2\mathrm{sn}i\sigma^2\mathrm{sn}u^2},$$

hvilket uttryck kommer till användning vid bildandet af värdet för dv.

17.

Uppställandet af detta värde, äfvensom af värdet af $d\tau$ erfordrar emellertid ännu att vi angifva β och $\sqrt{c}$ medelst σ och ω. På grund af uttrycket

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{(\nu - \mu - \varrho_1)(\nu + \mu + \varrho_2)}}$$

finna vi då först och främst:

$$\beta = \frac{\mathrm{dn}\omega}{\nu \mathrm{sn}\omega \mathrm{cn}\omega}$$

Vidare gifver oss värdet:

$$c = \gamma_0 r_1 r_2 = (\nu + \mu)(\nu - \mu) r_1 r_2$$

följande uttryck:

$$\frac{\sqrt{c}}{r_1} = \sqrt{\frac{\nu + \mu}{\varrho_1} \frac{\nu - \mu}{\varrho_1} \varrho_1 \varrho_2}\,,$$

hvaraf, med stöd af likheterna (ε), erhålles:

$$\frac{\sqrt{c}}{r_1} = -i \frac{\mathrm{sn}i\sigma \mathrm{cn}i\sigma}{\mathrm{sn}\omega \mathrm{cn}\omega} \sqrt{\varrho_1 \varrho_2}\,;$$

och härefter inse vi omedelbart riktigheten af uttrycket

$$\frac{\beta\sqrt{c}}{r_1} = -2i \frac{\mathrm{sn}i\sigma \mathrm{cn}i\sigma \mathrm{dn}\omega}{\mathrm{sn}\omega^2 \mathrm{cn}\omega^2} \sqrt{\frac{\varrho_1}{2\nu} \frac{\varrho_2}{2\nu}}\,,$$

hvilket, om det i art. 14 angifna värdet för $\frac{\varrho_1}{2\nu} \frac{\varrho_2}{2\nu}$ införes, slutligen leder till formeln

$$\frac{\beta\sqrt{c}}{r_1} = -2i \frac{\mathrm{sn}i\sigma \mathrm{cn}i\sigma \mathrm{dn}i\sigma}{\mathrm{sn}\omega^2 - \mathrm{sn}i\sigma^2}$$

Genom att härpå multiplicera likheten (g) i föregående art. med detta värde, erhålles

$$(h) \quad \frac{dv}{du} = \frac{\beta\sqrt{c}}{r} = -2i \frac{\mathrm{sn}i\sigma \mathrm{cn}i\sigma \mathrm{dn}i\sigma}{\mathrm{sn}\omega^2 - \mathrm{sn}i\sigma^2} + 2i \frac{k^2 \mathrm{sn}i\sigma \mathrm{cn}i\sigma \mathrm{dn}i\sigma \mathrm{sn}u^2}{1 - k^2 \mathrm{sn}i\sigma^2 \mathrm{sn}u^2}\,;$$

och likaledes erhålles af likheten (f), efter multiplikation med det ofvan anförda värdet för β,

$$\frac{d\tau}{du} = \beta r = \frac{2}{\sqrt{\mu_2}}\left\{\frac{\varrho_1}{2\nu}\,\frac{\mathrm{dn}\omega}{\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega} + \frac{k^2\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega\mathrm{dn}\omega\mathrm{sn}u^2}{1-k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}\right\};$$

eller, om värdet för $\frac{\varrho_1}{2\nu}$ från art. 14 införes,

$$(i)\qquad \frac{d\tau}{du} = \frac{2}{\sqrt{\mu_2}}\left\{\frac{\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega\mathrm{dn}\omega}{\mathrm{sn}\omega^2-\mathrm{sn}i\sigma^2} + \frac{k^2\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega\mathrm{dn}\omega\mathrm{dn}\omega\mathrm{sn}u^2}{1-k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2}\right\}.$$

18.

För att öfvergå till integrationen af uttrycken (h) och (i) sätta vi först och främst de första termerna till höger om likhetstecknen under följande form:

$$\frac{\mathrm{sn}i\sigma\mathrm{cn}i\sigma\mathrm{dn}i\sigma}{\mathrm{sn}\omega^2-\mathrm{sn}i\sigma^2} = \frac{k^2\mathrm{sn}i\sigma\mathrm{cn}i\sigma\mathrm{dn}i\sigma\mathrm{sn}(\omega-i\mathrm{K}')^2}{1-k^2\mathrm{sn}i\sigma^2\mathrm{sn}(\omega-i\mathrm{K}')^2}$$

$$= \frac{\Theta'(i\sigma)}{\Theta(i\sigma)} + \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(\omega-i\sigma-i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega-i\sigma-i\mathrm{K}')} - \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(\omega+i\sigma-i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega+i\sigma-i\mathrm{K}')}$$

och

$$\frac{\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega\mathrm{dn}\omega}{\mathrm{sn}\omega^2-\mathrm{sn}i\sigma^2} = -\frac{k^2\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega\mathrm{dn}\omega\mathrm{sn}(i\sigma-i\mathrm{K}')^2}{1-k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}(i\sigma-i\mathrm{K}')^2}$$

$$= -\frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} - \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(i\sigma-i\mathrm{K}'-\omega)}{\Theta(i\sigma-i\mathrm{K}'-\omega)} + \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(i\sigma-i\mathrm{K}'+\omega)}{\Theta(i\sigma-i\mathrm{K}'+\omega)}$$

Vidare hafva vi:

$$\frac{k^2\mathrm{sn}i\sigma\mathrm{cn}i\sigma\mathrm{dn}i\sigma\mathrm{sn}u^2}{1-k^2\mathrm{sn}i\sigma^2\mathrm{sn}u^2} = \frac{\Theta'(i\sigma)}{\Theta(i\sigma)} + \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(u-i\sigma)}{\Theta(u-i\sigma)} - \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(u+i\sigma)}{\Theta(u+i\sigma)}$$

$$\frac{k^2\mathrm{sn}\omega\mathrm{cn}\omega\mathrm{dn}\omega\mathrm{sn}u^2}{1-k^2\mathrm{sn}\omega^2\mathrm{sn}u^2} = \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)} + \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(u-\omega)}{\Theta(u-\omega)} - \tfrac{1}{2}\frac{\Theta'(u+\omega)}{\Theta(u+\omega)}$$

Införas dessa värden i uttrycken (h) och (i), så erhålles, i det med v^0 och τ^0 tvenne integrationskonstanter betecknas,

$$v-v^0 = -i\left[\frac{\Theta'(\omega-i\sigma-i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega-i\sigma-i\mathrm{K}')} - \frac{\Theta'(\omega+i\sigma-i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega+i\sigma-i\mathrm{K}')}\right]u + i\log\frac{\Theta(u-i\sigma)}{\Theta(u+i\sigma)}$$

$$\sqrt{\mu_2}(\tau-\tau^0) = \left[\frac{\Theta'(i\sigma-i\mathrm{K}'+\omega)}{\Theta(i\sigma-i\mathrm{K}'+\omega)} - \frac{\Theta'(i\sigma-i\mathrm{K}'-\omega)}{\Theta(i\sigma-i\mathrm{K}'-\omega)}\right]u + \log\frac{\Theta(u-\omega)}{\Theta(u+\omega)}$$

I dessa formler inför jag ännu följande beteckningar:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{\mathrm{K}} u$$

$$1 + \varsigma = -i \frac{\mathrm{K}}{\pi} \left[\frac{\Theta'(\omega - i\sigma - i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega - i\sigma - i\mathrm{K}')} - \frac{\Theta'(\omega + i\sigma - i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega + i\sigma - i\mathrm{K}')} \right]$$

$$\frac{\sqrt{\mu_2}}{\mathrm{N}} = \frac{\mathrm{K}}{\pi} \left[\frac{\Theta'(\omega + i\sigma - i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega + i\sigma - i\mathrm{K}')} + \frac{\Theta'(\omega - i\sigma + i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega - i\sigma + i\mathrm{K}')} \right],$$

hvarefter följande uttryck framgå:

$$(20) \qquad v - v^0 = (1 + \varsigma)\,\varepsilon + i \log \frac{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - i\sigma\right)}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + i\sigma\right)}$$

$$(21) \qquad \mathrm{N}(\tau - \tau^0) = \varepsilon + \frac{\mathrm{N}}{\sqrt{\mu_2}} \log \frac{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - \omega\right)}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + \omega\right)};$$

och härtill kommer

$$\frac{r}{r_1} = \left[\frac{\Theta(\omega)}{\Theta(i\sigma)}\right]^2 \frac{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + i\sigma\right)\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - i\sigma\right)}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + \omega\right)\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - \omega\right)}$$

Sedan dessa uttryck blifvit funna, är det äfven lätt att angifva de rätvinkliga koordinaterna:

$$x = r \operatorname{Cos}(v - v^0)$$

$$y = r \operatorname{Sin}(v - v^0)$$

såsom funktioner af ε. Man finner omedelbart:

$$(22) \qquad \begin{cases} x + iy = r_1 \left[\dfrac{\Theta(\omega)}{\Theta(i\sigma)}\right]^2 e^{i(1+\varsigma)\varepsilon} \dfrac{\left(\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + i\sigma\right)\right)^2}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + \omega\right)\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - \omega\right)} \\[2ex] x - iy = r_1 \left[\dfrac{\Theta(\omega)}{\Theta(i\sigma)}\right]^2 e^{-i(1+\varsigma)\varepsilon} \dfrac{\left(\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - i\sigma\right)\right)^2}{\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon + \omega\right)\Theta\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\varepsilon - \omega\right)} \end{cases}$$

hvaraf slutligen följer:

$$(23)\begin{cases} x = \frac{1}{2}r_1\left[\frac{\Theta(\omega)}{\Theta(i\sigma)}\right]^2 \dfrac{\left(\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon + i\sigma\right)\right)^2 e^{i(1+\varsigma)\varepsilon} + \left(\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon - i\sigma\right)\right)^2 e^{-i(1+\varsigma)\varepsilon}}{\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon + \omega\right)\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon - \omega\right)} \\ y = -\frac{i}{2}r_1\left[\frac{\Theta(\omega)}{\Theta(i\sigma)}\right]^2 \dfrac{\left(\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon + i\sigma\right)\right)^2 e^{i(1+\varsigma)\varepsilon} - \left(\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon - i\sigma\right)\right)^2 e^{-i(1+\varsigma)\varepsilon}}{\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon + \omega\right)\Theta\left(\frac{K}{\pi}\varepsilon - \omega\right)} \end{cases}$$

19.

Det återstår oss ännu att närmare undersöka värdena för ς och N. Af de många förfaringssätt, som härtill äro användbara, välja vi det följande.

Man har i allmänhet

$$\Theta(z) = \text{konst.}\left(1 - qe^{i\frac{\pi}{K}z}\right)\left(1 - qe^{-i\frac{\pi}{K}z}\right)\left(1 - q^3e^{i\frac{\pi}{K}z}\right)\dots$$

Häraf erhålles

$$\frac{\Theta'(z)}{\Theta(z)} = -i\frac{\pi}{K}\left\{\frac{qe^{i\frac{\pi}{K}z}}{1 - qe^{i\frac{\pi}{K}z}} - \frac{qe^{-i\frac{\pi}{K}z}}{1 - qe^{-i\frac{\pi}{K}z}} + \frac{q^3e^{i\frac{\pi}{K}z}}{1 - q^3e^{i\frac{\pi}{K}z}} - \dots\right\}$$

Insättes i detta uttryck först $\omega - i\sigma - iK'$ i st. för z, och observeras att

$$q = e^{-\pi\frac{K'}{K}},$$

så befinnes:

$$\frac{\Theta'(\omega - i\sigma - iK')}{\Theta(\omega - i\sigma - iK')} = i\frac{\pi}{K}\left\{\frac{1}{1 - e^{-\frac{\pi}{K}\sigma - i\frac{\pi}{K}\omega}} + \frac{q^2e^{-\frac{\pi}{K}\sigma - i\frac{\pi}{K}\omega}}{1 - q^2e^{-\frac{\pi}{K}\sigma - i\frac{\pi}{K}\omega}}\right.$$

$$\left. - \frac{q^2e^{\frac{\pi}{K}\sigma + i\frac{\pi}{K}\omega}}{1 - q^2e^{\frac{\pi}{K}\sigma + i\frac{\pi}{K}\omega}} + \dots\right\};$$

och på samma sätt erhålles:

$$\frac{\Theta'(\omega + i\sigma - i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega + i\sigma - i\mathrm{K}')} = -i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\left\{\frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma + i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1 - e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma + i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} - \frac{q^2 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma - i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1 - q^2 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma - i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} \right.$$

$$\left. + \frac{q^2 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma + i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1 - q^2 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma + i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} - \ldots\right\}$$

Genom att subtrahera dessa uttryck, det sednare från det förra, finner man, under iakttagande af det, i föregående art. angifna värdet för $1 + \varsigma$,

$$(24) \quad \varsigma = \frac{2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\left(\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega - e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\right)}{1 - 2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + e^{-2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}$$

$$-2q^2\left\{\frac{e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\left(\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega - q^2 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\right)}{1 - 2q^2 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + q^4 e^{2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}\right.$$

$$\left. - \frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\left(\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega - q^2 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\right)}{1 - 2q^2 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + q^4 e^{-2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}\right\}$$

$$-2q^4\left\{\frac{e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\left(\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega - q^4 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\right)}{1 - 2q^4 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + q^8 e^{2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}\right.$$

$$\left. - \frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\left(\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega - q^4 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\right)}{1 - 2q^4 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + q^8 e^{-2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}\right\},$$

$$- \ldots,$$

hvilket värde angifver apsidernas sekularrörelse.

På samma väg erhåller man vidare:

$$\frac{\Theta'(\omega+i\sigma-i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega+i\sigma-i\mathrm{K}')} = -i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\left\{\frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma+i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1-e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma+i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} - \frac{q^2e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma-i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1-q^2e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma-i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} + \frac{q^2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma+i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1-q^2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma+i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} - \dots\right\}$$

$$\frac{\Theta'(\omega-i\sigma+i\mathrm{K}')}{\Theta(\omega-i\sigma+i\mathrm{K}')} = i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\left\{\frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma-i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1-e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma-i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} - \frac{q^2e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma+i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1-q^2e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma+i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} + \frac{q^2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma-i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}}{1-q^2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma-i\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}} - \dots\right\},$$

hvarmed man finnar nedanstående uttryck för den intermediära anomaliens medelrörelse:

$$(25)\qquad \frac{\sqrt{\mu_2}}{\mathrm{N}} = \frac{2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Sin}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega}{1-2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega+e^{-2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}$$

$$+\,2q^2\,\mathrm{Sin}\,\frac{\mathrm{K}}{\pi}\,\omega\left\{\frac{e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}{1-2q^2e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega+q^4e^{2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}} + \frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}{1-2q^2e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega+q^4e^{-2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}\right\}$$

$$+\, 2q^4 \operatorname{Sin} \frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega \left\{ \frac{e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}{1 - 2q^4 e^{\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma} \operatorname{Cos} \frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + q^8 e^{2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}} \right.$$

$$\left. +\, \frac{e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}}{1 - 2q^4 e^{-\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma} \operatorname{Cos} \frac{\pi}{\mathrm{K}}\omega + q^8 e^{-2\frac{\pi}{\mathrm{K}}\sigma}} \right\}$$

$$+ \ldots$$

§ III. Undersökning af en klass differentialeqvationer, hvilkas integration förmedlar bestämningen af evektionen.

20.

Våra undersökningar återgå nu till den närmare bestämningen af ν eller af den emot ν svarande qvantiteten ϱ, för hvilken sednare man har en enklare differentialeqvation än för den förra. Vi återtaga således likheten (12) och skola först behandla densamma ur några allmänna synpunkter. Tänka vi oss termerna till höger i nämnda likhet utvecklade efter potenserna af ϱ, så finna vi lätt ett resultat af denna form

$$(25) \quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + [1 + \beta_0^{(1)} + \Psi_1]\varrho = \Psi_0 + \Psi_2\varrho^2 + \Psi_3\varrho^3 + \ldots$$

Vi tänka oss härvid $\beta_0^{(1)}$ vara en konstant och bestämd sålunda att Ψ_1 ej innehåller någon konstant term, hvaremot sådana kunna förekomma i Ψ_0, $\Psi_2 \ldots$ Funktionerna Ψ_0, $\Psi_1 \ldots$ äro för öfrigt sammansatta af periodiska termer, hvilkas argument kunna vara mycket olikartade.

Alldenstund ofvanstående likhet ej är direkt integrabel, gäller det först och främst att fastställa en norm, enligt hvilken integrationen medelst successiva tillnärmelser bör företagas. Vi erinra oss härtill först och främst, att ϱ är att anses såsom en qvantitet, hvars numeriska värde ständigt är mindre än 1, — en motsatt händelse skulle erfordra ett behandlingssätt, hvilket vi här måste utesluta. Vi antaga på grund häraf termerna till höger, med undantag af den första, vara så små, att de i den första tillnärmelsen kunna bortlemnas. I sjelfva verket äro äfven dessa termer multiplicerade med den tredje potensen af den störande massan, således i de fall, som förekommit i astronomien, mycket små och ofta alldeles omärkbara. Vi betrakta således till en början likheten

$$(25, a) \qquad \frac{d^2\varrho}{dv_0{}^2} + (1 + \beta_0^{(1)} + \Psi_1)\varrho = \Psi_0;$$

men äfven denna kan i allmänhet ej omedelbart integreras, hvarföre vi sönderdela densamma i en följd af andra likheter af andra ordningen, hvilkas integral äro lättare åtkomliga.

21.

För att underlätta den ifrågasatta sönderdelningen, är det nödvändigt att först och främst beakta den analytiska formen af funktionen Ψ_1, och det är äfven fördelaktigt, ehuru ingalunda nödvändigt, att på samma gång fördela de olika termerna i funktionen Ψ_0 på de olika partialeqvationerna. Dessa båda funktioner kunna vi antaga hafva alldeles samma form, och vi förutsätta till en början denna af den enklaste beskaffenhet med hänseende till den postulerade integrationens utförande, nämligen en funktion af endast v_0. Vi antaga med andra ord, att man utan någon väsentlig uppoffring af konvergens kunnat framställa de ifrågavarande funktionerna medelst uttrycken:*)

$$\Psi_1 = \beta_1{}^{(1)} \operatorname{Cos} (\lambda_1 v + b_1{}^{(1)}) + \beta_2{}^{(1)} \operatorname{Cos} (\lambda_2 v + b_2{}^{(1)}) + \ldots$$
$$+ \beta_s{}^{(1)} \operatorname{Cos} (\lambda_s v + b_s{}^{(1)}) + \ldots$$

$$\Psi_0 = \beta_0{}^{(0)} + \beta_1{}^{(0)} \operatorname{Cos} (\lambda'_1 v + b_1{}^{(0)}) + \ldots$$
$$+ \beta_s{}^{(0)} \operatorname{Cos} (\lambda'_s v + b_s{}^{(0)}) + \ldots,$$

der icke allenast koefficienterna β utan äfven qvantiteterna b samt faktorerna λ äro konstanter, af hvilka sednare några kunna tänkas hafva mycket små värden, motsvarande mycket långa perioder.

Uttrycket för Ψ_0 innehåller visserligen, om man i detsamma fullständigt vill upptaga alla termer af andra ordningen, en funktion af ϱ, nämligen qvantiteten T; vid den här nedan företagna sönderdelningen af ϱ kan emellertid densamma behandlas på samma sätt. Den formella beskaffenheten af de härigenom uppkommande likheterna undergår derigenom icke någon förändring utan erhålla dessa endast en term ytterligare till höger om likhetstecknen.

---

*) För korthetens skull skrifva vi i denna § v i st. för v_0.

Antalet termer i ofvananförda uttryck är nu i allmänhet visserligen oändligt, men endast ett fåtal af dessa utöfva ett sådant inflytande på resultet att de högre potenserna af desamma blifva märkliga. Det är dessa få inflytelserika termer, hvilkas särskiljande afses med nedan utförda sönderdelning. Vi antaga nu att antalet af inflytelserika termer i funktionen Ψ_1 är s, samt tänka oss ϱ sönderdelad i $s + 2$ termer, hvilka vi beteckna, såsom synes af nedanstående uttryck:

$$\varrho = R_0 + R_1 + R_2 + \ldots + R_s + R_{s+1} \tag{26}$$

De $s + 1$ första af dessa R-funktioner tänka vi oss vidare bestämda på så sätt att följande differentialeqvationer blifva satisfierade

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{d^2R_0}{dv^2} + (1 + \beta_0^{(1)})\, R_0 = \beta_0^{(0)} \\
&\frac{d^2R_1}{dv^2} + [1 + \beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_1 v + b_1^{(1)})]\, R_1 \\
&\qquad = \beta_1^{(0)} \operatorname{Cos}\, (\lambda'_1 v + b_1^{(0)}) - \beta_1^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_1 v + b_1^{(1)})\, R_0 \\
&\frac{d^2R_2}{dv^2} + [1 + \beta_0^{(1)} + \beta_2^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_2 v + b_2^{(1)})]\, R_2 \\
&\qquad = \beta_2^{(0)} \operatorname{Cos}\, (\lambda'_2 v + b_2^{(0)}) - \beta_2^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_2 + b_2^{(1)})(R_0 + R_1) \\
&\frac{d^2R_3}{dv^2} + [1 + \beta_0^{(1)} + \beta_3^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_3 v + b_3^{(1)})]\, R_3 \\
&\qquad = \beta_3^{(0)} \operatorname{Cos}\, (\lambda'_3 v + b_3^{(0)}) - \beta_3^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_3 v + b_3^{(1)})\, (R_0 \\
&\qquad\qquad + R_1 + R_2) \\
&\qquad - \beta_1^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_1 v + b_1^{(1)})\, R_2 \\
&\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\
&\frac{d^2R_s}{dv^2} + [1 + \beta_0^{(1)} + \beta_s^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_s v + b_s^{(1)})]\, R_s \\
&\qquad = \beta_s^{(0)} \operatorname{Cos}\, (\lambda'_s v + b_s^{(0)}) - \beta_s^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_s v + b_s^{(1)})\, (R_0 + R_1 \\
&\qquad\qquad + \ldots R_{s-1}) \\
&\qquad - [\beta_{s-2}^{(1)} (\lambda_{s-2} v + b_{s-2}^{(1)}) + \beta_{s-3}^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_{s-3} v + b_{s-3}^{(1)}) \\
&\qquad\qquad + \beta_1^{(1)} \operatorname{Cos}\, (\lambda_1 v + b_1^{(1)})]\, R_{s-1}
\end{aligned}\right. \tag{27}$$

För att slutligen erhålla den återstående likheten, hvilken bestämmer R_{s+1}, under en möjligast öfverskådlig form, beteckna vi summan af de termer i Ψ_1 och Ψ_0, som icke blifvit utskrifna, med Ψ_{1s} och Ψ_{0s}, och finna då, med hänseende till uttrycket (26):

$$
\begin{aligned}
-\frac{d^2R_{s+1}}{dv^2}+\frac{d^2\varrho}{dv^2} &+ [1+\beta_0^{(1)}+\Psi_1-\Psi_{1s}]\,R_0\\
&+ [1+\beta_0^{(1)}+\Psi_1-\Psi_{1s}]\,R_1\\
&+ \ldots\\
&+ [1+\beta_0^{(1)}+\Psi_1-\Psi_{1s}]\,R_s\\
&- [\beta_1^{(1)}\operatorname{Cos}(\lambda_1 v+b_1^{(1)})+\beta_2^{(1)}\operatorname{Cos}(\lambda_2 v+b_2^{(1)})\\
&\quad +\ldots+\beta_{s-1}^{(1)}\operatorname{Cos}(\lambda_{s-1}v+b_{s-1}^{(1)})]\,R_s\\
= \Psi_0-\Psi_{0s};
\end{aligned}
$$

och häraf erhålles omedelbart, med hänseende till likheten (25,a),

$$
\begin{aligned}
(28)\qquad \frac{d^2R_{s+1}}{dv^2} &+ [1+\beta_0^{(1)}+\Psi_1]\,R_{s+1}\\
&= \Psi_{0s}-\Psi_{1s}(R_0+R_1+\ldots+R_s)\\
&- [\beta_1^{(1)}\operatorname{Cos}(\lambda_1 v+b_1^{(1)})+\ldots\\
&+ \beta_{s-1}^{(1)}\operatorname{Cos}(\lambda_{s-1}v+b_{s-1}^{(1)})]\,R_s
\end{aligned}
$$

Enligt vår förutsättning äro nu såväl Ψ_{1s} som Ψ_{0s} funktioner, hvilka endast innehålla dels små, dels sådana termer, som icke genom integrationsprocessen blifva förstorade; detsamma kunna vi äfven antaga om den sista termen i likheten (28) alldenstund koefficienterna i densamma minst äro af andra ordningen, samt derjemte argumenten förflyttade. Funktionen R_{s+1} kunna vi derföre förutsätta vara af andra ordningen, och således produkten $\Psi_1\ R_{s+1}$ af den tredje. Under sådana förhållanden kunna vi på likheten (28) använda ett annat integrationsförfarande än det som icke skulle hafva visat sig fördelaktigt vid integrationen af likheterna (27). Vi sätta nämligen nu:

$$(28,\ a)\qquad R_{s+1}=\mathfrak{R}_0+\mathfrak{R}_1+\mathfrak{R}_2+\ldots$$

och integrera efterhand likheterna:

$$(28,\ b)\left\{\begin{aligned}
&\frac{d^2\mathfrak{R}_0}{dv^2} + (1 + \beta_0^{(1)})\,\mathfrak{R}_0 = \Psi_{0s} - \Psi_{1s}\,(R_0 + R_1 + \ldots + R_s) \\
&\qquad - [\beta_1^{(1)} \operatorname{Cos}\,(\lambda_1 v + b_1^{(1)}) + \ldots \\
&\qquad + \beta_{s-1}^{(1)} \operatorname{Cos}\,(\lambda_{s-1} v + b_{s-1}^{(1)})]\,R_s \\
&\frac{d^2\mathfrak{R}_1}{dv^2} + (1 + \beta_0^{(1)})\,\mathfrak{R}_1 = -\,\Psi_1\,\mathfrak{R}_0 \\
&\frac{d^2\mathfrak{R}_1}{dv^2} + (1 + \beta_0^{(1)})\,\mathfrak{R}_2 = -\,\Psi_1\,\mathfrak{R}_1 \\
&\ldots\ldots,
\end{aligned}\right.$$

dervid funktionerna $\mathfrak{R}_0$, $\mathfrak{R}_1, \ldots$ i enlighet med de gjorda förutsättningarne, mycket hastigt aftaga i storlek och ganska snart blifva omärkliga.

22.

Likheterna (27) äro, med undantag af den första, alla af denna form:

$$\frac{d^2R}{dv^2} + (1 + \beta_0 + \beta \operatorname{Cos}(\lambda v + b))\,R = U;$$

vi skola försöka att integrera denna likhet medelst lämpliga och hastigt konvergerande tillnärmelser, och lemna dervid till en början den af R oberoende termen U åsido. Denna likhet är nämligen, ehuru vid första påseendet teende sig ganska enkel, ingalunda lätt att behandla, och någon direkt integrationsmethod för densamma saknar man helt och hållet. Men äfven de indirekta methoderna, som hittills blifvit försökta, motsvara antingen alldeles icke eller ock högst ofullständigt de fordringar, hvilka här måste ställas på en sådan method. Jag har derföre varit nödsakad att söka en lämpligare sådan och går nu att meddela det i afseende härå funna resultatet.

23.

Med K betecknar jag den fullständiga elliptiska integralen af första slaget, motsvarande en modyl k, hvilken för ett ögonblick lemnas obestämd, men om hvilken vi genast kunna förutsätta, att densamma är ganska liten; vidare inför jag i stället för v en ny föränderlig x, i det jag sätter:

$$\tfrac{1}{2}\lambda v + \tfrac{1}{2}b = \frac{\pi}{2\mathrm{K}}x\,,$$

hvarefter ofvanstående likhet öfvergår i följande

$$(A)\qquad \frac{d^2R}{dx^2} + \left[4\frac{1+\beta_0}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 + \frac{4\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 \operatorname{Cos} 2\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x\right]R$$

$$= \frac{4}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 U$$

Såsom jag i min afhandling »Studien auf dem Gebiete der Störungstheorie»*) har visat, kan emellertid nedanstående utveckling uppställas

$$\operatorname{Cos} 2\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x = \gamma_0^{(2)} + 2\gamma_2^{(2)}\operatorname{Cos} 2\,\mathrm{am}\,x + 2\,\gamma_4^{(2)}\operatorname{Cos} 4\,\mathrm{am}\,x + \ldots\,,$$

hvilken konvergerar ganska hastigt redan vid måttliga värden af k, men om denna modyl har ett litet värde, d. v. s. ett värde väsentligen mindre än $\frac{1}{2}$, så är konvergensen hos ofvanstående utveckling ytterst hastig, hvarjemte koefficienterna $\gamma_0^{(2)}$ och $\gamma_4^{(2)}$ blifva vida mindre än koeffiicienten $\gamma_2^{(2)}$, så att de förra kunna anses vara åtminstone en storleksordning mindre än den sednare. — I det vi nu med n beteckna ett positivt helt tal, hvilket i öfrigt kan väljas huru som helst, bestämma vi modylen k ur den transcendenta likheten

$$16\gamma_2^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 = n(n+1)k^2\,,$$

hvarjemte vi sätta

$$-h = 4\frac{1+\beta_0}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 + 8\gamma_2^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 + 4\gamma_0^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2$$

$$= 4\frac{1+\beta_0}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 + \frac{n(n+1)}{2}k^2 + 4\gamma_0^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2$$

Vi kunna genast erinra oss att

$$\gamma_2^{(2)} = \frac{1}{k^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2\frac{8q}{1+q^2}\ {}^{**)}\,;$$

---

*) Mémoires de l'académie de S:t Petersburg 1871.

**) Jmf. Studien, p. 9 och 109.

dertill hafva vi

$$k\left(\frac{2\mathrm{K}}{\pi}\right)^2 = 4\sqrt{q}\,(1 + 4q + 6q^2 + 8q^3 + 13q^4 + 12q^5 + 14q^6 + \ldots);^{*)}$$

således blifver

$$\gamma_2^{(2)} = \tfrac{1}{2}\,\frac{\left(\frac{2\mathrm{K}}{\pi}\right)^2}{(1 + 4q + 6q^2 + 8q^3 + \ldots)^2}\,\frac{1}{1 + q^2}$$

Vi finna med stöd af detta värde följande uttryck för k^2:

$$k^2 = \frac{8}{n\,(n + 1)}\,\frac{\beta}{\lambda^2}\,\frac{1}{1 + q^2}\,\frac{1}{(1 + 4q + 6q^2 + \ldots)^2},$$

derur k^2, under förutsättning att denna qvantitet är temligen liten, ganska lätt kan beräknas, då man dertill erinrar sig formeln

$$q = \tfrac{1}{16}k^2 + \tfrac{1}{32}k^4 + \tfrac{21}{1024}k^6 + \tfrac{31}{2040}k^8 + \ldots$$

Sedan k^2 och h sålunda blifvit bestämda erhålla vi i stället för den ofvan anförda differentialeqvationen för R den följande

$$(29) \quad \frac{d^2R}{dx^2} - [n(n + 1)k^2\mathrm{sn}x^2 + h]R = \frac{4}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 U$$

$$- 8\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2\mathrm{K}}\right)^2 [\gamma_4^{(2)}\,\mathrm{Cos}\,4\,\mathrm{am}\,x + \ldots]R$$

Enär koefficienten till R på högra sidan om likhetstecknet kan göras så liten man vill, genom att antaga ett tillräckligt stort värde för det hela talet n, så kan likheten (29) tydligen integreras medelst fortsatta approximationer, hvilka ganska snart leda till målet. I främsta rummet hafva vi nu att betrakta den berömda LAMÉSKA eqvationen.

$$(29, \mathrm{a}) \qquad \frac{d^2R}{dx^2} = [n(n + 1)k^2\mathrm{sn}x^2 + h]\,R$$

24.

Den LAMÉSKA eqvationen integrerades ursprungligen för vissa speciela värden för h af den beskaffenhet att integralerna blefvo hela kombinationer af enkla elliptiska funktioner. Sedermera har Herr HERMITE i en märklig afhandling*) visat, huruledes ifrågavarande eqvation medelst s. k. dubbelperiodiska funktioner af andra slaget kan integreras för hvilket h-värde som helst. Det af HERMITE angifna resultatet är det följande.

---

*) Jacobi, Fundamenta p. 105.

Låt $\Phi(x)$ beteckna funktionen

$$\frac{\mathrm{H}(x+\omega)}{\Theta(x)} e^{\left[\lambda - \frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}\right]x},$$

der λ^2 — som nu har en annan betydelse än i föregående artiklar, — likasom $\mathrm{sn}\,\omega^2$ äro rationela funktioner af modylen och af h; låt vidare ett antal konstanta koefficienter vara bestämda medelst likheterna:

$$A_1 = \frac{(n-1)(n-2)}{2(2n-1)}\left[h + \frac{n(n+1)(1+k^2)}{3}\right]$$

$$A_2 = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{8(2n-1)(2n-3)}$$

$$\times\left[h^2 + \frac{2n(n+1)(1+k^2)}{3}h + \frac{n^2(n+1)^2}{9}(1+k^2)^2 - \frac{2n(n+1)(2n-1)}{15}(1-k^2+k^4)\right]$$

o. s. v.;

då är, om man betecknar

$$F(x) = \frac{d^{n-1}\Phi(x)}{dx^{n-1}} - A_1\frac{d^{n-3}\Phi(x)}{dx^{n-3}} + A_2\frac{d^{n-5}\Phi(x)}{dx^{n-5}} - \dots,$$

$$R = C_1F(x) + C_2F(-x),$$

der C_1 och C_2 betyda tvenne arbiträra konstanter.

Funktionen $F(x)$ är en s. k. dubbelperiodisk funktion af andra slaget, d. v. s. man har alltid

$$F(x+2\mathrm{K}) = \mu F(x)$$

$$F(x+2i\mathrm{K}') = \mu' F(x),$$

om de konstanta koefficienterna μ och μ' äro bestämda ur följande formler

---

*) Sur quelques applications des fonctions elliptiques. Comptes rendus, 1877 2:e semestre.

$$\mu = e^{2\lambda K}$$

$$\mu' = e^{-\frac{i\pi\omega}{K} + 2i\lambda K'}$$

25.

I det följande skola vi emellertid endast taga i betraktande det enkla fall af den Lamé'ska eqvationen, der n har värdet 1. Inom solsystemet torde endast ett fåtal banor förekomma, vid hvilkas undersökning man för närvarande har anledning att antaga ett större värde af n, hvarföre ifrågavarande inskränkning, enär densamma medför en väsentlig förenkling af de analytiska utvecklingarne, synes rättfärdigad. Under förutsättning att $n = 1$ bestämmer Hermite qvantiteten ω medelst likheten

$$h = -1 - k^2 + k^2 \mathrm{sn}\omega^2 ,$$

hvaraf, med hänseende till det ofvan anförda h-värdet, följande bestämning för ω erhålles:

$$k^2 \mathrm{sn}\omega^2 = 1 - \frac{4(1+\beta_0)}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2 - 4\gamma_0^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2 ;$$

och, emedan den qvantitet, Hermite betecknat med λ, nu försvinner, har man

$$F(x) = \frac{H'(o)\,H(x+\omega)}{\Theta(\omega)\,\Theta(x)} e^{-\frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}(x - iK') + i\frac{\pi\omega}{2K}}$$

samt

$$R = C_1 F(x) + C_2 F(-x)$$

Man kan i allmänhet antaga, att den koefficient här blifvit betecknad med λ är mindre än enheten; ty i motsatt händelse kunna likheterna (27) vanligen sönderdelas på samma sätt som likheten (28,a) blifvit sönderdelad i likheterna (28,b); På grund häraf hafva vi hufvudsakligen att betrakta det fall, då ω är imaginär; vi sätta derföre i ofvanstående formler $i\omega$ i stället för ω och erhålla då först och främst uttrycket

$$k^2 \,\mathrm{tang\,am}\,(\omega,k')^2 = \frac{4(1+\beta_0)}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2 - 1 + 4\gamma_0^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2 ,$$

medelst hvilket ω kan beräknas. Vi skola nu framför allt undersöka koefficienten $\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)}$.

Såsom utgångspunkt för denna undersökning har man formeln

$$\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)} = i\frac{\pi}{K}\left(e^{\frac{\pi}{K}\omega} - e^{-\frac{\pi}{K}\omega}\right)\sum_{1}^{\infty}\frac{q^{2m-1}}{1-q^{2m-1}\left(e^{\frac{\pi}{K}\omega}+e^{-\frac{\pi}{K}\omega}\right)+q^{2(2m-1)}};$$

vidare finner man med stöd af uttrycket

$$\mathrm{dn} i\omega^2 = \frac{4}{\lambda^2}(1+\beta_0)\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2 + 4\gamma_0^{(2)}\frac{\beta}{\lambda^2}\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2$$

det följande:

$$\frac{2}{\lambda}\frac{\pi}{2K}\sqrt{1+\beta_0+\beta\gamma_0^{(2)}} = 1 - \frac{\pi}{K}\left(e^{\frac{\pi}{2K}\omega} - e^{-\frac{\pi}{2K}\omega}\right)^2$$

$$\times\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^m\, q^{2m-1}\frac{1+q^{2m-1}}{1-q^{2m-1}}}{1-q^{2m-1}\left(e^{\frac{\pi}{K}\omega}+e^{-\frac{\pi}{K}\omega}\right)+q^{2(2m-1)}}$$

Man inser nu lätt, på grund af de anförda uttrycken, att koefficienten $\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)}$ assymptotiskt närmar sig gränsen

$$i\left(\frac{2}{\lambda}\sqrt{1+\beta_0}-1\right)$$

på samma gång k närmar sig gränsen noll och ω oändligheten. Beteckna vi derföre med $2\frac{\varkappa}{\lambda}$ en qvantitet, som försvinner med k, och hvars värde med stöd af föregående utvecklingar och definitionen

$$\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)} = i\left[\frac{2}{\lambda}\left(\sqrt{1+\beta_0}+\varkappa'\right)-1\right]$$

ganska lätt erhålles, så hafva vi

$$R = C_1 \frac{\mathrm{H}\,(x + i\omega)}{\Theta(x)} e^{-i\left[\frac{2}{\lambda}(\sqrt{1+\beta_0} + \varkappa) - 1\right]\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x}$$

$$+ C_2 \frac{\mathrm{H}\,(x - i\omega)}{\Theta(x)} e^{i\left[\frac{2}{\lambda}(\sqrt{1+\beta_0} + \varkappa) - 1\right]\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x}$$

dervid alla af x oberoende faktorer tänkas innefattade i konstanterna C_1 och C_2. — Insätta vi slutligen i de termer, som äro multiplicerade med $\frac{1}{\lambda}$, v i stället för x, så blifver:

$$R = C_1 \frac{\mathrm{H}(x + i\omega)e^{i\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x}}{\Theta(x)} e^{-i(\sqrt{1+\beta_0} + \varkappa)v}$$

$$+ C_2 \frac{\mathrm{H}(x + i\omega)e^{-i\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x}}{\Theta(x)} e^{i(\sqrt{1+\beta_0} + \varkappa)v}$$

De qvantiteter, som här blifvit betecknade med β_0 och $\varkappa$, äro för theorien för himlakropparnas rörelser af största intresse; utan att tillbörligt fästa afseende vid desamma erhåller man integrationsdivisorerna ej fullständiga, hvarigenom, om dessa äro små, betydande oriktigheter kunna uppstå. Dessa oriktigheter, hvilka äro svåra att upptäcka om man bibehåller det äldre betraktelsesättet, kunna under vissa förutsättningar korrigeras genom att upptaga termer af högre ordningar; men dessa antaga då vanligen formen af sekulära termer eller ock af periodiska ojemnheter med långa perioder. Olämpligheten af dylika termer är ej svår att inse. LAPLACE har, vid behandlingen af theorien för rörelserna inom Jupiterssystemet, fästat afseende vid en qvantitet, motsvarande den, som här blifvit betecknad med β_0; deremot finnes hos honom någon term, som skulle kompensera effekten af $\varkappa$. Då nu β_0 och $\varkappa$ kunna anses vara af samma storleksordning, och då β_0 utöfvar ett ganska väsentligt inflytande på bestämningen af en viss koefficient, så finner man lätt att denna koefficient måste vara behäftad med ett väsentligt fel, beroende derpå att $\varkappa$ blifvit bortlemnad. Det är för öfrigt ej osannolikt att de termer, man i sednare tider på empirisk väg funnit dels i måntheorien, dels i theorien för Saturnus, hafva sitt ursprung i dylika uraktlåtenheter.

26.

Vi återgå nu till likheten (29), der vi beteckna summan af termerna till höger om likhetstecknet med W. Äro nu y_1 och y_2 tvenne partikulära integral till likheten $(29, a)$, så har integralen till likheten (29) följande form:

$$R = y_1 \left\{ C_1 + \int \frac{y_2 W}{y_2 y'_1 - y_1 y'_2} dx \right\}$$
$$+ y_2 \left\{ C_2 - \int \frac{y_1 W}{y_2 y'_1 - y_1 y'_2} dx \right\}$$

Då vi nu hafva

$$y_1 = \frac{\mathrm{H}(x + i\omega)}{\Theta(x)} e^{-\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)} x} ; \; y_2 = \frac{\mathrm{H}(x - i\omega)}{\Theta(x)} e^{\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)} x} ,$$

så finna vi för den gemensamma nämnaren i ofvanstående värde för R följande uttryck:

$$y_2 y'_1 - y_1 y'_2 = \frac{\mathrm{H}(x + i\omega)\, \mathrm{H}(x - i\omega)}{\Theta(x)^2} \left\{ d \log \frac{\mathrm{H}(x + i\omega)}{\mathrm{H}(x - i\omega)} - 2 \frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)} \right\}$$

Nu är emellertid

$$\frac{\mathrm{H}(x + i\omega)\, \mathrm{H}(x - i\omega)}{\Theta(x)^2} = k \frac{\Theta(i\omega)^2}{\Theta(0)} (\mathrm{sn} x^2 - \mathrm{sn} i\omega^2)$$

och

$$d \log \frac{\mathrm{H}(x + i\omega)}{\mathrm{H}(x - i\omega)} - 2 \frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)} = - 2 \frac{\mathrm{sn} i\omega \mathrm{cn} i\omega \mathrm{dn} i\omega}{\mathrm{sn} x^2 - \mathrm{sn} i\omega^2} ;$$

man finner således för den ifrågavarande nämnaren följande värde:

$$y_2 y'_1 - y_1 y'_2 = - 2k' \frac{\mathrm{H}(i\omega)\, \mathrm{H}_1(i\omega)\, \Theta_1(i\omega)}{\Theta(0)^2\, \Theta(i\omega)}$$

Med stöd af de i denna samt i föregående artikel funna uttryck kunna vi nu uppställa följande formel:

$$(30)\quad R = C_1\frac{\mathrm{H}(x+i\omega)}{\Theta(x)}e^{-\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)}x} + C_2\frac{\mathrm{H}(x-i\omega)}{\Theta(x)}e^{\frac{\Theta'(i\omega)}{\Theta(i\omega)}x}$$

$$+ A\frac{\mathrm{H}(x+i\omega)e^{i\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x}}{\Theta(x)}e^{-i(\sqrt{1+\beta_0}+\varkappa)v}$$

$$\times\int\frac{\mathrm{H}(x-i\omega)e^{-i\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x}}{\Theta(x)}e^{i(\sqrt{1+\beta_0}+\varkappa)v}\,Wdv$$

$$- A\frac{\mathrm{H}(x-i\omega)e^{-\frac{i\pi}{2\mathrm{K}}x}}{\Theta(x)}e^{(\sqrt{1+\beta_0}+\varkappa)v}$$

$$\times\int\frac{\mathrm{H}(x+i\omega)e^{\frac{i\pi}{2\mathrm{K}}x}}{\Theta(x)}e^{-i(\sqrt{1+\beta_0}+\varkappa)v}\,Wdv\,,$$

der koefficienten A har följande betydelse:

$$A = -\tfrac{1}{4}\lambda\frac{2\mathrm{K}}{\pi}\;\frac{\Theta(0)^2\,\Theta(i\omega)}{k'\mathrm{H}(i\omega)\,\mathrm{H}_1(i\omega)\,\Theta_1(i\omega)}$$

Genom uppställandet af föregående uttryck för R hafva vi i sjelfva verket öfvervunnit hufvudsvårigheten vid evektionens bestämning.

Sedan alla hithörande operationer blifvit utförda (dervid detaljerna lämpligast måste rättas efter det föreliggande fallets speciela beskaffenhet) skall man utan möda finna utvägar att bestämma den qvantitet, vi i det föregående betecknat med μ_2 och af hvilken apsidernas medelrörelse är beroende. Denna qvantitet bör nämligen bestämmas sålunda, att de termer försvinna, hvilkas tillvaro skulle kunna anses vara föranledd af ett fel i ifrågavarande medelrörelse.

§ IV. Integration af den differentialeqvation, som bestämmer variationen.

27.

Variationen, eller den funktion vi betecknat med χ, erhålles genom integration af likheten (14), nämligen:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} = \frac{r^2}{c_0}\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

Då man ordnar de på hvarandra följande approximationerna efter de störande krafternas stigande potenser, har man i den första approximationen att bortlemna χ öfverallt, der denna funktion i den anförda likheten förekommer till höger om likhetstecknet. Vi hafva då ögonblickligen

$$\chi = \iint \frac{r^2}{c_0}\frac{\partial\Omega}{\partial v}dv_0^2$$

Om man deremot, såsom här afses, redan i den första tillnärmelsen vill upptaga termer af andra ordningen, måste ett annat integrationsförfarande uppsökas. Den method, som här skall följas, har redan i inledningen blifvit antydd, och vi gå nu att närmare utveckla densamma.

Den högra sidan af ifrågavarande likhet tänka vi oss härtill utvecklad på följande sätt:

$$(31) \qquad \frac{d^2\chi}{dv_0^2} = -\sum \alpha_{s,s'} \operatorname{Sin}(\lambda_{s,s'}v_0 + s\chi + a_{s,s'}) + \Pi ,$$

der $\alpha_{s,s'}$, $\lambda_{s,s'}$ och $a_{s,s'}$ beteckna konstanter, samt Π en funktion af ϱ, T, m. m., hvilken emellertid ej innehåller någon term af första ordningen och der vi antaga alla termer af andra ordningen vara bekanta.

Sedan dessa förutsättningar blifvit faststälda, sönderdela vi funktionen χ i det vi sätta:

$$(32) \qquad \chi = \sum \chi_{s,s}$$

och bestämma funktionerna $\chi_{s,s'}$ medelst likheterna

$$(33) \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2\chi_{0,0}}{dv_0^2} = -\alpha_{0,0} \operatorname{Sin}(\lambda_{0,0}v_0 + a_{0,0}) + \Pi \\[2ex] \dfrac{d^2\chi_{s,s'}}{dv_0^2} = -\alpha_{s,s'} \operatorname{Sin}(\lambda_{s,s'}v_0 + s\chi + a_{s,s'}) \end{cases}$$

Den första af dessa eqvationer kunna vi omedelbart integrera för så vidt funktionen Π får anses vara bekant; för att gifva åt den andra likheten en för integration medelst fortsatta approximationer lämplig form, införa vi beteckningen

$$(\chi)_{s,s'} = \chi - \chi_{s,s'},$$

hvarefter vi erhålla

$$\begin{aligned}\frac{d^2\chi_{s,s'}}{dv_0^2} &= -\alpha_{s,s'} \operatorname{Sin}(\lambda_{s,s'}v_0 + s\chi_{s,s'} + s(\chi)_{s,s'} + a_{s,s'}) \\ &= -\alpha_{s,s'} \operatorname{Sin}(\lambda_{s,s'}v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'}) - \Pi_{s,s'},\end{aligned}$$

då vi nämligen definierat funktionen $\Pi_{s,s'}$ medelst likheten

$$\begin{aligned}\Pi_{s,s,} = \alpha_{s,s'} &\operatorname{Cos}(\lambda_{s,s'}v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'}) \operatorname{Sin}(s(\chi)_{s,s'}) \\ &+ \alpha_{s,s'} \operatorname{Sin}(\lambda_{s,s'}v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'}) [\operatorname{Cos}(s(\chi)_{s,s'}) - 1]\end{aligned}$$

Funktionen $\Pi_{s,s'}$ innehåller således termer af andra ordningen, hvilka vi, såsom lätt inses, kunna anse vara bekanta, men dessutom termer af högre ordningar, dem vi i den första approximationen åtminstone delvis måste bortlemna. — Vi införa slutligen följande beteckningar:

$$(34) \qquad \left\{\begin{aligned} 2V_{s,s'} &= \lambda_{s,s'}v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'} \\ X_{s,s'} &= \tfrac{1}{2}s\Pi_{s,s'} \\ \alpha^2 &= s\alpha_{s,s'} \end{aligned}\right.$$

och erhålla då

$$(A) \qquad \frac{d^2V}{dv_0^2} + \alpha^2 \operatorname{Sin} V \operatorname{Cos} V = X,$$

der vi för korthetens skull bortlemnat de båda indices s och s'.

28.

Den sednast funna differentialeqvationen kan endast medelst fortsatta approximationer integreras. Följes emellertid den method, här nedan blifver utvecklad, så konvergera de på hvarandra följande tillnärmelserna i allmänhet mycket fort, hvarföre resultatet på denna väg både lätt och hastigt kan ernås.

Vi sönderdela först och främst funktionen V i tvenne andra, i det vi sätta

$$(B) \qquad V = V_0 + V_1;$$

och vi antaga V_0 vara en integral till likheten

$$\frac{d^2 V_0}{dv_0^2} + \alpha^2 \operatorname{Sin} V_0 \operatorname{Cos} V_0 = 0$$

Betecknar man således med γ och f_0 tvenne integrationskonstanter, så har man följande bestämning för V_0:

$$V_0 = \operatorname{am} \xi\,, \ \operatorname{mod.} k = \frac{\alpha}{\gamma}\,, \tag{35}$$

der man betecknat

$$\xi = \gamma v_0 + f_0 \tag{36}$$

För bestämningen af V_1 återstår oss nu likheten

$$\frac{d^2 V_1}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\alpha^2(\operatorname{Sin} 2(V_0 + V_1) - \operatorname{Sin} 2V_0) = X$$

eller

$$\frac{d^2 V_1}{dv_0^2} + \alpha^2 \operatorname{Sin} V_1 \operatorname{Cos} (2V_0 + V_1) = X$$

Då nu X är en storhet af andra ordningen, så måste äfven V_1 i allmänhet anses vara en sådan, samt följaktligen produkten $\alpha^2 V_1{}^2$ vara en storhet af femte ordningen. Bortlemna vi såväl denna produkt som termer af än högre ordning, så antager föregående likhet följande omedelbart integrabla form

$$\frac{d^2 V_2}{dv_0^2} - \alpha^2(2 \operatorname{Sin} V_0^2 - 1)V_1 = X$$

eller

$$\frac{d^2 V_1}{d\xi^2} - (2k^2 \operatorname{sn}\xi^2 - k^2)V_1 = \frac{1}{\gamma^2} X$$

Detta är den LAMÉSKA eqvationen i ett af de fall, då densamma kan integreras medelst dubbelperiodiska funktioner af första slaget. Den allmänna integralen till ifrågavarande eqvation är, under förutsättning att $X = 0$,

$$V_1 = C_1 \operatorname{dn}\xi + C_2 \operatorname{dn}\xi \left\{\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right\}$$

Den allmänna integralen till den fullständiga eqvationen finner man åter ur formeln

$$V_1 = y_1\left\{C_1 + \frac{1}{\gamma^2}\int\frac{Xd\xi}{y_2\left(\frac{y_1}{y_2}\right)'}\right\} + y_2\left\{C_2 + \frac{1}{\gamma^2}\int\frac{Xd\xi}{y_1\left(\frac{y_2}{y_1}\right)'}\right\},$$

der y_1 och y_2 beteckna de partikulära integralen till den reducerade eqvationen samt C_1 och C_2, såsom förut, integrationskonstanter.

Nu är:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)' = \frac{d^2\log\Theta_1(\xi)}{d\xi^2} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} = \frac{k'}{\mathrm{dn}\xi^2}$$

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)' = \frac{\frac{k'^2}{\mathrm{dn}\xi^2}}{\left(\frac{d\log\Theta_1(\xi)}{d\xi} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right)^2};$$

således blifver

$$(37)\qquad V_1 = \mathrm{dn}\xi\left\{C_1 - \frac{1}{\gamma^2k'^2}\int X\left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]\mathrm{dn}\xi\mathrm{d}\xi\right\}$$
$$+ \mathrm{dn}\xi\left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]\left\{C_2 + \frac{1}{\gamma^2k'^2}\int X\mathrm{dn}\xi d\xi\right\}$$

Ur denna formel kan man lätt härleda följande, hvilken i visst afseende är enklare. Medelst partiel integration erhåller man nämligen

$$\int X\left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]\mathrm{dn}\xi d\xi = \left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]\int X\mathrm{dn}\xi d\xi$$
$$- \int\frac{k'^2d\xi}{\mathrm{dn}\xi^2}\int X\mathrm{dn}\xi d\xi,$$

och med stöd af detta uttryck finner man ögonblickligen

$$(37, a)\qquad V_1 = C_1\mathrm{dn}\xi + C_2\mathrm{dn}\xi\left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]$$
$$+ \frac{\mathrm{dn}\xi}{\gamma^2k'^2}\int\frac{k'^2d\xi}{\mathrm{dn}\xi^2}\int X\mathrm{dn}\xi d\xi$$

Det nu anförda formelsystemet, d. v. s. likheterna (35), (36), (37) eller (37 a), är likväl endast så länge användbart, som förhållandet $\frac{\alpha}{\gamma}$ är mindre än enheten. Såsom jag emellertid visat i Comptes rendus för den 2 Mai detta år, kunna äfven formelsystem uppställas, som motsvara de fall, då ifrågavarande förhållande antingen är större än enheten eller närmar sig detta värde. Dessa nya formelsystem låta härleda sig ur det här anförda genom tillämpning af transformationsformler, som bevisas i läran om de elliptiska funktionerna. Men då det anförda formelsystemet förnämligast ifrågakommer vid undersökningarna af de mekaniska system, der rörelserna kunna blifva föremål för våra iakttagelser, skall jag här inskränka mig till att hafva anfört detsamma.

29.

Likheten (36) innehåller tvenne integrationskonstanter, och likaså uttrycket (37) eller (37, *a*); det är tydligt att af dessa fyra konstanter endast tvenne kunna vara arbiträra. Vi gå nu att visa, det konstanterna C_1 och C_2, utan att lösningens allmängiltighet derigenom förringas, kunna sättas lika med noll. För detta ändamål behöfva vi endast ådagalägga att små ändringar af konstanterna γ och f_0 medföra en ändring af V_0, hvars allmänna form är:

$$C_1 \operatorname{dn} \xi + C_2 \operatorname{dn} \xi \left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right],$$

och der C_1 och C_2 betyda funktioner af ändringarna $d\gamma$ och df_0. Härtill differentiera vi likheterna (36) och erinra oss dervid den HERMITESKA formeln

$$\frac{d \operatorname{am} \xi}{dk} = \frac{\operatorname{dn} \xi}{kk'^2}\left[\left(\frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{\mathrm{K}} - k^2\right)\xi - \frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)}\right];$$

Vi finna då:

$$dV_0 = \operatorname{dn}\xi\, df_0 + (\xi - f_0)\operatorname{dn}\xi\frac{d\gamma}{\gamma}$$
$$+ \frac{\operatorname{dn}\xi}{k'^2}\left[\left(\frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}}{\mathrm{K}} - k^2\right)\xi - \frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta_1(\xi)}\right]\frac{dk}{k}$$

Nu är emellertid

$$\frac{dk}{k} = -\frac{d\gamma}{\gamma};$$

således blifver

$$dV_0 = \operatorname{dn}\xi\left(df_0 - f_0\frac{d\gamma}{\gamma}\right) + \operatorname{dn}\xi\left[\frac{\Theta'_1(\xi)}{\Theta'_1(\xi)} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}}\xi\right]\frac{d\gamma}{k'^2\gamma},$$

ur hvilket uttryck framgår, att om man i summan af likheterna (35) och (37) eller (37, a) vidtager sådana ändringar af konstanterna γ och f_0, som framgå ur uttrycken

$$C_1 = df_0 - f_0 \frac{d\gamma}{\gamma}$$

$$C_2 = \frac{d\gamma}{k'^2\gamma} = \frac{\gamma d\gamma}{\gamma^2 - \alpha^2},$$

så kunna konstanterna C_1 och C_2 bortlemnas.

30.

Med stöd af de funna resultaten kunna vi nu omedelbart angifva ett uttryck för funktionen $\chi_{s,s'}$; på grund af den första af likheterna (34), likheten (13) samt likheterna (35) och (36) erhålla vi nämligen följande relationer

$$\lambda_{s,s'} v_0 + s\chi_{s,s'} + a_{s,s'} = 2V_1 + 2\,\mathrm{am}\,(\gamma v_0 + f_0)$$

Om nu γ identifieras med $\frac{\mathrm{K}}{\pi}\lambda_{s,s'}$ och f_0 med $\frac{\mathrm{K}}{\pi}a_{s,s'}$, så befinnes:

$$(38)\qquad s\chi_{s,s'} = 2V_1 + \frac{4q}{1+q^2}\,\mathrm{Sin}\,(\lambda_{s,s'}v_0 + a_{s,s'})$$
$$+ \tfrac{1}{2}\,\frac{4q^2}{1+q^4}\,\mathrm{Sin}\,2\,(\lambda_{s,s'}v_0 + a_{s,s'}) + \ldots,$$

der man har:

$$(39)\quad 2V_1 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{2\mathrm{K}}{\pi}\lambda_{s,s'}\right)^2 \frac{\mathrm{dn}\,\frac{\mathrm{K}}{\pi}(\lambda_{s,s'}v_0 + a_{s,s'})}{\left(\frac{\mathrm{K}}{\pi}\lambda_{s,s'}\right)^2 - \alpha^2}$$
$$\times \int \frac{k'^2 dv_0}{\left[\mathrm{dn}\,\frac{\mathrm{K}}{\pi}(\lambda_{s,s'}v_0 + a_{s,s'})\right]^2} \int X\mathrm{dn}\,\frac{\mathrm{K}}{\pi}(\lambda_{s,s'}v_0 + a_{s,s'})\,dv_0$$

Härmed är bestämningen af variationen fullständigt genomförd, ty alla termer af högre ordningar, hvilka bero af ϱ, T samt andra obekanta, kunna i mån desamma blifvit bestämda intagas i X, utan att formen för V_1 härigenom på något sätt förändras. Tänker man sig deremot X fullständigt känd, så innebär den anförda bestämningen af V_1 endast ett fel af femte ordningen, för så vidt ej $\frac{\mathrm{K}}{\pi}\lambda$ är af samma storleksordning som α, i hvilken händelse likheterna (38) och (39) måste ersättas med andra, motsvarande de fall af förhållandet emellan λ och α, som nu icke tagits i betraktande.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 9.

UEBER EINIGE TRILOBITEN

AUS DEM

PHYLLOGRAPTUSSCHIEFER DALEKARLIENS

VON

GERHARD HOLM.

MIT EINER TAFEL.

DER K. SCHWED. AKAD. DER WISS. MITGETHEILT DEN 11 MAI 1881.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET,
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

In einem Aufsatze, »Nyblottad geologisk profil med Phyllograptusskiffer i Dalarne»[1]), lenkt Törnquist die Aufmerksamkeit auf diejenigen Schichten der untersten silurischen Formation Dalekarliens, welche in der Nähe des Dorfes Skattungby im Kirchspiele Orsa blossgelegt sind, und zeigt ihre Verschiedenheit von den gleichzeitigen Ablagerungen, welche aus anderen Theilen des silurischen Gebietes nördlich vom See Siljan bekannt sind. Nach dem von Törnquist in seiner Abhandlung gelieferten Profil ist die Lagerfolge:

a. Rother Porphyr.

b. Grauer Kalk, konglomeratartig, mit zahlreichen eingeschlossenen, abgerundeten und kantigen Porphyrstücken.

c. Porphyrfreier, grüner Kalk mit eingelagertem grünem Schiefer. Die unterste Kalkschicht glauconithaltig mit Orthis parva Pand. und Asaphidfragmenten.

Ausser den oben erwähnten Versteinerungen enthält der zwischen den Kalkschichten liegende Schiefer Leptæna sericea Sil. Syst. nebst Graptolithen von den im Phyllograptusschiefer gewöhnlich vorkommenden Gattungen und Arten. In einer späteren Schrift liefert Törnquist[2]) ein Verzeichniss über die Graptolithen und beschreibt einige für die Wissenschaft neue Arten aus derselben Schicht.

d. Ziegelrother Mergelschiefer.

e. Die Lager *c* und *d* werden plötzlich durch eine Verwerfung abgeschnitten. Wie Törnquist meint, trifft man auf der anderen Seite derselben ein versteinerungsloses Konglomerat (das Lager *e*), von geringer Mächtigkeit und dem Aussehen nach »ein Mittelding zwischen dem Obolus- und dem Digerbergkonglomerate».

---

[1]) Geologiska föreningens i Stockholm förhandlingar Bd. III. S. 241.

[2]) Några iakttagelser öfver Dalarnes Graptolitskiffrar. Geol. fören. i Stockholm förhandl. Bd. IV. S. 446.

f. Darauf folgt derselbe rothe Porphyr wie bei *a*, welcher später wieder von grünem, konglomeratartigem Kalke nebst grünem Kalk mit Schiefer überlagert wird (= Lager *b*.—*c*.).

Während einiger Excursionen in Dalekarlien letzten Sommer habe ich Gelegenheit gehabt, diesen von Törnquist beschriebenen Schichten einige Aufmerksamkeit zu widmen, und es gelang mir, im Lager *c* einige Trilobiten zu finden. Diese waren grösstentheils ziemlich fragmentarisch, einige aber so vollständig beibehalten, dass sie bestimmt und beschrieben werden können.

Was Törnquists Bestimmung der Bergarten in der Schicht *c* betrifft, erlaube ich mir zu erwähnen, dass ich nicht ganz und gar mit derselben einverstanden bin. Auf die unterst liegende glauconithaltige Schicht von hellgrünem Kalke mit sehr zahlreichen Durchschnitten von Schalen, die an den Bruchflächen sichtbar sind, aber unmöglich losgebrochen werden können, folgt hellgrüner Mergelschiefer mit nur untergeordneten kleineren Schichten und Linsen von unreinem grünen Kalke. Gerade in diesen Kalklinsen, welche an Schalenresten reich waren, fand ich ziemlich wohl erhaltene Theile von Trilobiten, während ich in dem grünen Schiefer keine anderen Versteinerungen antraf, als die, welche Törnquist schon gefunden hatte.

Folgende Arten habe ich bestimmen können:

1. *Pliomera Törnquisti* nov. sp.
2. *Megalaspis dalecarlicus* nov. sp.
3. *Niobe læviceps* Dalm.
4. *Ampyx pater* nov. sp.
5. *Agnostus Törnquisti* nov. sp.
6. *Trilobites brevifrons* nov. sp.

Ausserdem fand ich Primitia sp., Lingula sp., Acrotreta sp., nebst Orthis und Leptæna.

Die Trilobitenfauna in der Schicht *c* besteht also zum grössten Theile aus unbeschriebenen Arten. Diese sind jedoch verwandt mit Arten des Ceratopygekalkes oder mit denjenigen des unteren Theiles des Orthocerenkalkes, wie dies auch nach den Lagerungsverhältnissen und TÖRNQUISTS Untersuchung der Graptolitenfauna zu erwarten war.

Was TÖRNQUISTS Schicht *e* betrifft, das Konglomerat, welches die Schiefer abschneidet, deren Lage nach TÖRNQUISTS Profil und Anschauungsweise ziemlich schwer zu deuten ist — er nimmt nämlich an, dass die fragliche Bergart, eine Zwischenstufe bildet, hier und da jedoch auskeilend zwischen dem Porphyr und dem groben Konglomerate — so ist diese Bergart nichts anderes, als eine Ausfüllungsmasse des zwischen dem Porphyr und den Schiefern sich hinziehenden Verwerfungsspaltes, also keine Schicht, sondern eine Gangbreccie. Diese breccienartige Bildung, welche hauptsächlich aus kleinen kantigen, durch ein lehmartiges Bindemittel verbundenen Körnern rothen Porphyrs besteht, schliesst zahlreiche, obgleich ziemlich kleine Fragmente grünen Schiefers, vollständig mit dem grünen Schiefer in der Schicht *c* übereinstimmend, und auch kleine Kalkfragmente in sich ein. Diese werden bei Uebergiessung mit Säure leicht wahrgenommen. Eine solche breccienartige Ausfüllung von Spalten wird manchmal angetroffen. So z. B. habe ich eine gleichartige Bildung bei Östbjörka im Kirchspiele Rättvik in Dalekarlien gesehen. Der Leptænakalk wird dort in einigen Steinbrüchen von einer Verwerfungsspalte von ein bis zwei Zoll Breite durchkreuzt. Diese ist mit einer Breccie von Thonschiefer und Kalkfragmenten ausgefüllt.

Pliomera Törnquisti nov. sp.[1]

Fig. 1 - 5.

Diagnose. Die Körperform langgestreckt, nach hinten sich verschmälernd.

Der Kopfschild transversal, breit, von einem schmalen Rande umgeben, die Wangen an den Seiten ziemlich stark abwärts gebogen, die Hinterecken des Kopfschildes nicht abgerundet. Die Glabella ziemlich abgeplattet, in der Mitte mit einem Kiele, nach vorn verjüngt, vorn abgerundet, und mit drei Paar etwas rückwärts gerichteten Seitenfurchen versehen, von welchen die vordere, die ganz und gar von der Seite der Glabella ausgeht, am schwächsten ist. Der Stirnlobus sehr gross. Die Augen liegen ungefähr in der Mitte zwischen der Glabella und den Hinterecken des Kopfschildes. Die Randschilder stark abwärts gebogen. Die Gesichtsnaht läuft in den Stirnsaum nahe der Mittellinie des Kopfschildes aus.

---

[1] PANDER hat 1830 die Gattung *Amphion* auf EICHWALD'S Art *Asaphus Fischeri* gegründet. ANGELIN hat den Namen *Amphion* später, da dieser Name schon vorher zwei Insektengattungen gegeben war, ganz richtig durch den Namen *Pliomera* ersetzt. Dieser Name hat jedoch bisher nicht Anklang gefunden.

Der Thorax besteht aus mindestens 12 Gliedern. Die Rhachis ziemlich schmal, aber hoch, cylindrisch, nach hinten zu sich unbedeutend verschmälernd. Die Pleuren ohne abgesetztes Knie abwärts und rückwärts gebogen, in der Nähe der Rhachis durch eine längsgehende Furche in eine vordere schmälere und eine hintere breitere Hälfte getheilt.

Beschreibung. Die Körperform langgedehnt, abgeplattet eiförmig, am breitesten an dem hinteren Rande des Kopfschildes und wird von dort an nach hinten zu schmäler.

Der Kopfschild transversal, breit, die Breite fast dreimal so gross wie die Länge, von einem schwachen Randsaume umgeben; die Hinterecken nicht abgerundet. Der Umriss des Kopfschildes bildet einen gleichmässigen Bogen, nur in der Mitte von der Glabella unterbrochen, wo er etwas ausserhalb derselben hervorschiesst. Die Glabella ist schmäler als die Seitentheile des Kopfes, vorn abgerundet, und von der Basis aus gleichmässig nach vorn hin an Breite abnehmend. Die Glabella ist abgeplattet, in der Mitte gekielt und an den Seiten von den ziemlich tiefen Dorsalfurchen begrenzt, welche vorn in eine grubenartige Vertiefung auslaufen. Die Glabella erreicht nicht den Stirnsaum, sondern wird vorn von dem Randsaum begrenzt. Sie ist mit drei Paar Seitenfurchen versehen, die etwas rückwärts gerichtet sind und nach innen kaum $^1/_3$ der Glabellenbreite erreichen. Die vorderste ist die schwächste. Die Loben sind alle gleich gross, und das hinterste Paar ist nicht durch die Vereinigung des ersten Furchenpaares mit der Nackenfurche vom mittleren Theile der Glabella getrennt. Der Stirnlobus sehr gross. Die Augen liegen ungefähr in der Mitte zwischen der Glabella und den Hinterecken des Kopfschildes. Die Wangen ziemlich stark convex, nach vorn und seitwärts stark abwärts gebogen, mit einer ziemlich breiten Furche längs ihres hinteren Randes. Vom hinteren Theile des Auges geht eine seichte Furche in einem Bogen zur Dorsalfurche, gerade vor der vordersten Seitenfurche der Glabella. Die Randschilder mit einer undeutlichen, groben Granulirung. Die Gesichtsnaht geht bogenförmig vom Auge nach aussen und nach hinten und endet am äusseren Rande etwas vor der Hinterecke. Vor dem Auge läuft sie in einem Bogen nach vorn und einwärts bis an den Randsaum des Kopfschildes, überkreuzt denselben, indem sie sich stärker nach innen biegt und läuft in den Stirnsaum des Kopfschildes, etwas seitwärts von der Mittellinie des Kopfschildes, aus. An der unteren Seite des genannten Stirnsaumes treffen die Gesichtsnähte von beiden Seiten zusammen und bilden gegen einander einen stumpfen Winkel.

Der Thorax besteht aus mindestens 12 Gliedern; die Anzahl jedoch unbekannt. Wahrscheinlich hat diese Art 14 Glieder, wie die ihr sehr nahe stehenden Arten *P. Mathesii* Ang. und *P. actinura* Dalm.¹)

Die Rhachis ziemlich schmal, hoch, gewölbt, nach hinten unbedeutend verjüngt, von den Seitenlappen durch ziemlich tiefe Dorsalfurchen getrennt. Die Seitenlappen gewölbt, mit Pleuren, ohne abgesetztes Knie, abwärts und rückwärts, bei den hinteren stärker als bei den vorderen, gebogen. Jedes Thoraxglied hat im inneren Abdrucke, zu jeder Seite der Rhachis einen mit derselben vereinigten konischen Höcker. Die Pleuren scheinen, nach einem Querschnitt der Schale zu urtheilen, — wenigstens nahe bei der Rhachis, — durch eine seichte Furche in einen vorderen niedrigeren und schmäleren, und in einen hinteren höheren und breiteren Theil getheilt zu sein. In dem Abdrucke zeigen die Pleuren eine breite, tiefe Furche, der feinen Furche der Schale entsprechend.

Das Hypostoma ist beinahe von gleichmässiger Breite, hinten abgerundet. Hinten und an den Seiten wird es von einem ganz schmalen Rande umgeben, der sich nach

---

¹) Der böhmische *Amphion (Pliomera) senilis* Barr. hat ebenfalls 14 Thoraxglieder.

hinten hin etwas erweitert. Die Flügel sind zum grössten Theile im Steine verborgen. Der centrale Theil des Hypostomas, welcher eine ziemlich grob granulirte Oberfläche zeigt, ist an beiden Seiten seines hinteren Theiles mit einer sehr schwachen Vertiefung versehen.

Verwandtschaft. Pliomera Törnquisti scheint der *P. Mathesii* Ang. und der *P. actinura*[1]) Dalm. sehr nahe verwandt zu sein. Diese beiden kommen auch ungefähr bei demselben Horizont in West- und Ostgothland vor. *Pliomera Törnquisti* wird indessen von diesen durch ihre etwas abgeplattete, gekielte Glabella, die hinten am breitesten ist, nach vorn aber gleichmässig sich verschmälert, durch ihren grossen Frontallobus wie auch dadurch unterschieden, dass das vordere Paar Seitenfurchen von den Seiten der Glabella, nicht vom Stirnsaume oder vom Uebergange zwischen ihnen ausgeht.

Von dieser Art habe ich nur ein einziges Exemplar gefunden, und dieses ist unvollständig, da die hintersten Thoraxglieder und das Pygidium fehlen. Von demselben besitze ich sowohl den inneren Abdruck, als auch den äusseren, aber mit festsitzender Schale, da dieselbe so fest mit ihrer äusseren Seite am Steine haftet, dass man sie nicht davon trennen kann.

Megalaspis dalecarlicus nov. sp.

Fig. 6—12.

Diagnose. Der Kopfschild wenig gewölbt, halbkreisförmig, die Hinterecken zu ziemlich langen, schmalen, spitzen Hörnern ausgezogen, und von einem schmalen, niedergedrückten Randsaume umgeben, welcher vorn am breitesten ist, nach hinten zu gleichmässig sich verschmälernd. Die Glabella niedrig, unbedeutend gewölbt, beinahe gleich breit, zwischen den Augen unmerklich eingeschnürt, nach hinten sich etwas erweiternd und dort mit einem erhöhten Punkte versehen. Nackenring und Nackenfurche fehlen. Die Gesichtsnaht von beiden Seiten trifft vorn am Stirnsaume selbst zusammen. Die Randschilder wenig gewölbt. Ihre äusseren Kanten bilden einen gleichmässigen Bogen bis an den Ausgangspunkt der Hörner.

---

[1]) Angelins Abbildungen derselben sind sehr wenig befriedigend. Hier mag vor Allem hervorgehoben werden, dass die Gesichtsnaht bei beiden, wie auch aus Angelins Diagnose der Gattung *Pliomera* hervorgeht, fehlerhaft gezeichnet ist, da sie nicht in den Hinterrand, sondern in den Aussenrand dicht an der Hinterecke ausläuft.

Thorax. Die Anzahl der Körperringe unbekannt, wahrscheinlich 8. Die Rhachis ziemlich niedrig, gleich breit, nach hinten sich nicht verschmälernd und nicht $^1/_3$ der ganzen Breite des Thorax ausmachend. Die Thoraxglieder ziemlich breit, flach, nur mit einer kurzen, in der Mitte scharfen, nach den Enden hin verschwindenden, diagonalen Furche auf der Grenze zwischen dem flachen inneren und abwärts gebogenen äusseren Theile der Glieder.

Das Pygidium mässig gewölbt, elliptisch, gegen den Rand hin ebenmässig abgerundet, und folglich nicht von einem niedergedrückten Randsaume umgeben. Die Rhachis gewöhnlich sehr schwach, konisch, nach hinten hin verschwindend, undeutlich gegliedert oder ungegliedert. Die Seitenlappen mit sehr schwachen Pleuren oder ganz ohne solche.

Beschreibung. *Der Kopfschild* wenig convex, halbkreisförmig, die Hinterecken zu ziemlich langen, spitzen Hörnern ausgezogen, von einem schmalen niedergedrückten Randsaume umgeben, der nach vorn breiter wird, so dass er vorderhalb der Glabella am breitesten ist. Die Glabella niedrig, abgeplattet, beinahe gleich breit, zwischen den Augen unmerklich eingeschnürt, aber hinten sich etwas erweiternd, ohne irgend welche Seitenfurchen oder ein Ornament, mit Ausnahme einer punktförmigen Erhöhung hinten. Die Augenloben ziemlich klein. Der hintere Rand des Kopfschildes gerade, ohne eine Spur eines Nackenringes der Glabella, und an dem äusseren Theile der Wangen nur mit einer sehr schwachen, fast unmerklichen Furche versehen. Die Gesichtsnaht geht vom hinteren Rande des Kopfschildes aus, ein wenig ausserhalb der Mitte der Wangen, läuft bogenförmig, erst stärker, dann schwächer nach vorn und nach innen, schliesslich wieder nach vorn bis ans Auge. Vor dem Auge geht sie, beinahe gerade, nach vorn und etwas nach innen, biegt sich an dem niedergedrückten Randsaume in einer scharfen Krümmung rechtwinklig nach innen und nach vorn, und vereinigt sich, indem sie sich aufs neue nach vorn biegt, am Stirnrande selbst mit der Gesichtsnaht auf der entgegengesetzten Seite. Der ausserhalb der Glabella vor den Augen liegende Theil von der Mittelpartie des Kopfschildes, ist daher an den Seiten sehr schmal, vorn dagegen breiter und läuft ganz vorn am Stirnsaume des Kopfschildes in eine kleine Spitze aus. Die Augen fehlen an allen Exemplaren. Die Randschilder sind unbedeutend convex. Ihr äusserer Rand bildet einen gleichmässigen Bogen bis zu dem Punkte, wo die Marginalfurche ausläuft, ganz vor dem Ausgangspunkte der Hörner, wo der Aussenrand einen sehr stumpfen Winkel bildet. Die Hörner lang, sehr schmal und spitz.

Der Thorax. Die Anzahl der Körperringe unbekannt, vermuthlich 8, aber an dem vollständigsten Exemplare sind nur 7 vorhanden. Rhachis gleichmässig breit, nicht nach hinten hin sich verschmälernd, niedrig, wenig gewölbt, etwas breiter als der flache Theil der Pleuren, nicht aber $^1/_3$ der Breite des Thorax. Die Glieder ziemlich breit, an der Rhachis flach mit einer wenn auch ganz schwachen Concavirung hinter dem Vorderrande. Ihr flacher Theil ungefähr eben so lang als der abwärts und etwas rückwärts kniegebogene Theil. An der Grenze zwischen beiden eine kurze, obgleich scharfe, diagonale Furche, nach aussen und nach hinten gerichtet. Die Articulationsfacette sehr gross.

Das Pygidium. Vom Pygidium habe ich zwei Formen gefunden, eine breitere und eine längere[1]), obgleich der Unterschied nur wenig bedeutend ist.

Das Pygidium mässig gewölbt, elliptisch, nicht von einem niedergedrückten Randsaume umgeben. Die Rhachis gewöhnlich ziemlich schwach, nach hinten allmählich sich verjüngend, hinten verschwindend, und also den Rand des Pygidiums nicht erreichend. Sie hat eine schwache Andeutung zur Gliederung. Die Glieder sind nur an den Seiten wahrzunehmen. Die Seitenlappen haben ebenfalls schwache, in der Nähe der Rhachis sichtbare Spuren von ungefähr 4 Pleuren, welche auf dem inneren Abdrucke etwas deutlicher sein und eine Andeutung zur Zweitheilung haben können. Oft fehlen jedoch Glieder, sowohl an der Rhachis, als auch an den Seitenlappen. Die Breite des Pygidiums verhält sich zur Länge ungefähr wie 3 zu 2.

---

[1]) BARRANDE hat von einigen Trilobiten, darunter aus der Gattung *Asaphus*, eine breitere und eine längere Form gefunden, welche im übrigen vollständig übereinstimmen. BARRANDE glaubt darin einen Geschlechtsunterschied gefunden zu haben. In Analogie mit jetzt lebenden Krustaceen sollte die breiteste Form Weibchen, die längere Männchen gewesen sein. BARRANDE, J. Système silurien du centre de la Bohême. Vol. 1. pag. 102.

Das Hypostoma langgestreckt, fast gleich breit, an der Spitze zweigespalten, sein centraler Theil langgedehnt oval, die Flügel stark abwärts gebogen. Die Seitentheile des Hypostomas gehen von dem centralen Theile in der Nähe des Vorderrandes aus, sind ziemlich schmal und mit einer seichten Ausbiegung an dem Aussenrande versehen. Von dem centralen Theile werden sie durch eine Furche getrennt, welche hinten tiefer wird und dort einen erhöhten Höcker umgiebt. Beide Seitenfurchen sind hinten mittelst einer quergehenden Furche vereint. Die nach hinten gehenden Spitzen sind breit, abgerundet, an der inneren Seite nahe der Spitze mit einer Ausbiegung und nach innen mit einem kleinen Grübchen versehen. Sie sind durch eine abgerundete Einbiegung von einander getrennt.

Grösse. Durch Berechnung von Bruchstücken hat der grösste Kopfschild, den ich gefunden habe, eine Breite von ungefähr 65 Mm. Die Breite des grössten Pygidiums 45 Mm., Länge 27 Mm.

Skulptur der Schale. Die Schale ist glatt, ohne eingedrückte Punkte und ohne Streifen »plis-sillons» BARR., mit Ausnahme der äusseren Kante der Randschilder und der Facette des Pygidiums, wo solche Streifen gewöhnlich vorkommen. An den Seitentheilen des Hypostomas kommen auch erhöhte, mit dem Aussenrande parallele Streifen vor.

Verwandtschaft. Diese Art gleicht sehr *Megalaspis planilimbata* ANG., welche auch ungefähr bei demselben Horizont innerhalb fast aller schwedischen untersilurischen Bezirke vorkommt. Sie unterscheidet sich jedoch von derselben dadurch, dass das Pygidium nicht von einem niedergedrückten Randsaume umgeben ist, und durch ihre oft undeutliche, gewöhnlich beinahe ungegliederte Rhachis und die gleichfalls sehr schwachen oder ganz und gar verkümmerten Pleuren an den Seitenlappen.

Diese Art ist die allgemeinste von den Trilobiten im Phyllograptusschiefer bei Skattungby. Ich habe von derselben alle Theile in mehreren Exemplaren gefunden, auch mit erhaltener Schale, obgleich ich kein vollständiges Exemplar angetroffen. Das vollständigste besteht aus Kopfschild mit 7 dazu gehörenden Thoraxgliedern.

Niobe læviceps Dalm.

Von *Niobe læviceps* Dalm. habe ich mehr oder weniger vollständige Pygidien gefunden und ein Fragment des Kopfschildes. In demselben Steine habe ich fragmentarische Exemplare eines Niobe-Hypostomas gefunden, welches ohne Zweifel dieser Art angehört, da diese die einzige Niobe ist, welche ich dort angetroffen habe. Das Hypostoma ist, wie ich glaube, nicht vorher beschrieben worden.

Das Hypostoma ist gleich breit und bildet dadurch, dass der hintere Rand ziemlich tief von einem spitzwinkeligen Einschnitte getheilt ist, hinten zwei abgerundete, nach hinten und etwas nach aussen gerichtete Auswüchse. Gleich vor diesem Einschnitte ist ein dreieckiges Grübchen, und zu jeder Seite vor demselben ein grösseres, näher dem Seitenrande des Hypostomas. Die Flügel strecken sich weit nach hinten und sind dort stark abwärts gebogen. Der centrale Theil des Hypostomas ist vorn am breitesten. Die Oberfläche des Hypostomas hat zahlreiche, transversal gehende, am vorderen Theile stärkere, am hinteren feinere Streifen, »plis-sillons» Barr., welche näher den Seitenkanten sich nach vorn biegen, so dass sie mit diesen parallel laufen.

Ampyx pater nov. sp.

Fig. 13—14.

Diagnose. Der Kopfschild bildet, abgesehen von der Glabella, ein Segment eines Kreises. Die Glabella hoch, gewölbt, nicht gekielt, aber hinten an den Seiten etwas zusammengedrückt, nach hinten hin gleichmässig sich verjüngend, mit ihrem freien Theile ungefähr $^1/_3$ der ganzen Länge der Glabella ausserhalb der Vorderkante des Kopfschildes hervorragend. Die Spitze der Glabella abgerundet, mit einem schmalen Rostrum versehen. Der Nackenring ziemlich schmal, sowie auch die erhöhte Linie, welche die hintere Kante der Wangen bildet.

Beschreibung. Der höchste Theil der Glabella liegt etwas hinter der Spitze. Das Rostrum ist an keinem meiner Exemplare erhalten, muss aber schmal gewesen sein, da der Ausgangspunkt ganz klein ist. Die Dorsalfurchen sind nicht niedergesenkt oder mit Grübchen versehen. Die Wangen sind fast flach, aber nicht vollständig beibehalten, weshalb nicht entschieden werden kann, ob die Hinterecken des Kopfschildes zu Hörnern ausgezogen gewesen sind.

Von *Ampyx pater* habe ich nur ein Paar fragmentarische Exemplare des Kopfschildes, ohne Schale, gefunden.

Agnostus Törnquisti nov. sp.

Fig. 15—17.

Diagnose. Der Kopfschild elliptisch, von einem ziemlich schmalen Randsaume umgeben. Die Glabella mit zwei Loben, nach vorn sich verschmälernd. Die Basalloben ziemlich klein, dreieckig, von einander getrennt. Die Seitentheile vor der Glabella zusammenfliessend, durch keine Furche getrennt.

Das Pygidium stärker gewölbt als der Kopfschild, auch elliptisch, etwas vor der Mitte am breitesten, darauf nach vorn an Breite abnehmend, umgeben von einem schmalen, nach vorn sich verschmälernden Randsaume. Die Rhachis kurz, fast vollkommen verkümmert, kann nur vorn und zwar mit Mühe wahrgenommen werden, zuweilen mit einem schwachen erhöhten Punkte versehen. Die Seitenlappen hinter der Rhachis sowohl mit dieser als auch mit einander zusammenfliessend.

Beschreibung. Der hintere Rand des Kopfschildes schwach bogenförmig. Der Randsaum, obgleich ziemlich schmal, ist auch am Hinterrande der Seitentheile des Kopfes vorhanden. Der hintere Lobus hinten am breitesten, aber auch vorn breiter als der vordere, welcher fast kreisförmig ist. Der hintere Lobus ohne Eindrückung am Rande und ohne einen erhöhten Punkt in der Mitte.

Das Pygidium bildet mehr als die Hälfte einer Ellipse, da dessen grösste Breite etwas vor der Mitte liegt. Die Rhachis an Exemplaren mit erhaltener Schale fast vollkommen verkümmert. An einem Exemplare ohne Schale erscheint die nach hinten hin verschwindende Rhachis von äusserst schwachen Eindrücken gegliedert. Die Grenzen des hintersten Lobus sowohl nach hinten hin, als nach den Seiten verkümmert. Der Mittellobus und der vordere Lobus in drei Theile durch sehr schwache longitudinale Einsenkungen, welche an dem vordersten am schwächsten sind, getheilt. Den mittleren Theil des Mittellobus nimmt eine niedrige punktförmige Erhöhung ein. Die Schale ist glatt.

Von dieser Art habe ich vom Kopfschilde nur ein einziges Exemplar angetroffen, während ich vom Pygidium mehrere gefunden habe.

Trilobites brevifrons nov. sp.

Fig. 18.

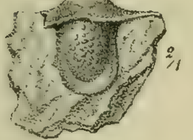
Beschreibung. Der Kopfschild unbedeutend convex, mit seinem vorderen Rande einen gleichmässigen, obgleich schwachen Bogen bildend, und von einem die Vorderkante sowohl als die Hinterkante einnehmenden, fadendünnen, erhöhten Rande umgeben, welcher an der Glabella einen sehr schmalen Nackenring bildet. Die Glabella, den Stirnsaum des Kopfschildes nicht erreichend, sich nach vorn hin schwach erweiternd und mit drei Paar Seitenfurchen versehen, von welchen die hinterste am stärksten ist, die vorderste am schwächsten, punktförmig, den Aussenrand der Glabella nicht erreichend. Die drei Paar Seitenlappen beinahe gleich gross, gleich breit, mit Ausnahme des zweiten Paares, welches nach aussen hin an Breite abnimmt. Der Stirnlobus gross, vorn abgerundet und mit einer, obgleich sehr schwachen Einbiegung versehen. Von der vordersten Seitenfurche der Glabella geht eine dünne, undeutliche, etwas erhöhte Linie bis zum Augenlobus. Die Augen liegen dicht bei der Glabella. Die Gesichtsnaht geht vom Auge nach hinten in einen Bogen und scheint ungefähr in die Hinterecken des Kopfschildes auszulaufen; vor dem Auge läuft sie beinahe gerade in den Stirnsaum aus.

Von dieser Art habe ich nur zwei, obgleich nicht ganz vollständige Exemplare vom Mittelschilde des Kopfes angetroffen. Obgleich ich dieselbe nicht zu irgend einer schon aufgestellten Gattung hinführen kann, sondern eine neue Gattung wahrscheinlich darauf zu gründen ist, glaube ich, zufolge des unvollständigen Materials gegenwärtig noch damit warten zu müssen.

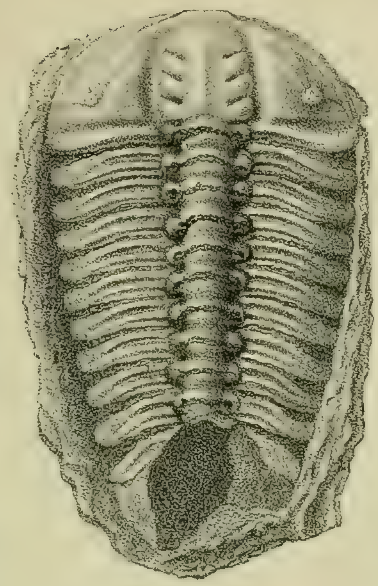
Erklärung der Tafel.

Fig. 1. *Pliomera Törnquisti* nov. sp. Innerer Abdruck, ganz und gar der Schale ermangelnd.
» 2. — — Ein Theil der unteren Seite des Kopfschildes mit dem Hypostoma.
» 3. — — Querschnitt der Pleuren.
» 4—5. — — Pleuren, Innenseite der Schale.
» 6. *Megalaspis Dalecarlicus* n. sp. Kopfschild mit sieben Thoraxgliedern.
» 7. — — Der rechte Randschild.
» 8. — — Das Hypostoma, theilweise mit erhaltener Schale.
» 9. — — Das Hypostoma, innerer Abdruck.
» 10. — — Thoraxglied.
» 11. — — Pygidium mit erhaltener Schale und einem Abdruck des übergebogenen Theiles.
» 12. — — Pygidium mit erhaltener Schale.
» 13. *Ampyx pater* nov. sp. Fragment des Kopfschildes.
» 14. — — Profil.
» 15. *Agnostus Törnquisti* nov. sp. Der Kopfschild.
» 16. — — Das Pygidium.
17. — — D:o, innerer Abdruck.
18. *Trilobites brevifrons* nov. sp. Der Mittelschild des Kopfes.

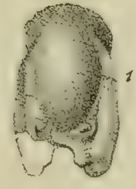
2.



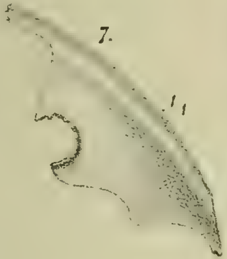
1.



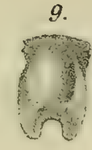
8.



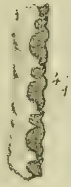
7.



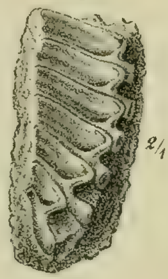
9.



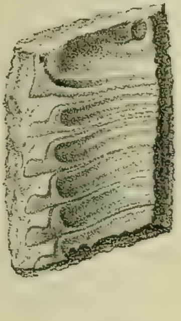
3.



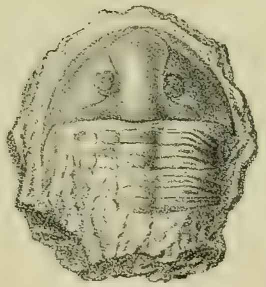
5.



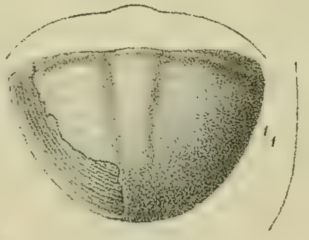
4.



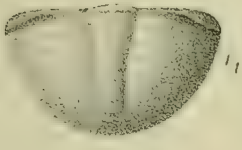
6.



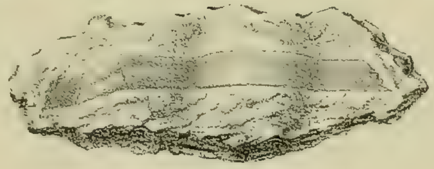
11.



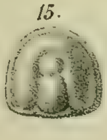
12.



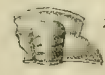
10.



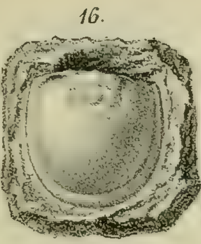
15.



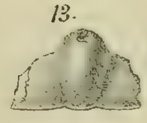
18.



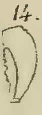
16.



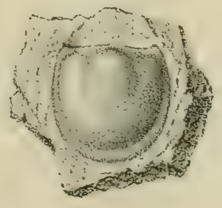
13.



14.



17.



Lith. W. Schlachter, Stockholm.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 10.

OM

SYDGRÖNLANDS DRIFVED

AF

V. TH. ÖRTENBLAD.

MED TRE TAFLOR.

MEDDELADT DEN 11 MAJ 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Sedan lång tid tillbaka har det varit kändt [1]), att hafsströmmarne till flera arktiska länders kuster såsom till Islands nord- och nordvestkuster, till Spetsbergen, Grönland o. s. v. ofta medföra större eller mindre trädstycken, hvilka hos oss erhållit benämningen drifved. Ehuru detta sålunda var ett väl bekant faktum, dröjde det dock länge, innan man på vetenskaplig väg sökte uppvisa, från hvilka trädslag drifveden härstammade, samt i sammanhang härmed från hvilket land den ledde sitt ursprung.

Den första undersökningen i detta syfte företogs af professor J. G. AGARDH [2]). Hans undersökningsmaterial, bestående af 18 prof, var hemtadt från Spetsbergen, derifrån hemfördt af de svenska spetsbergsexpeditionerna. AGARDH kommer till det resultat, att af de 18 drifvedsprofven »7—8 synas utgöras af lärkträd», hvarjemte »8 synas vara af gran eller åtminstone af ett trädslag, som svårligen torde kunna skiljas från vår vanliga gran». Af de båda återstående anses det ena vara »ett stycke af en stam, som kommer närmare fur (men såsom temligen murken svårligen bestämbar)» och det andra »sannolikt ett rotstycke af *en*». Ursprungliga hemlandet för den spetsbergska drifveden anses af AGARDH vara Sibirien.

En annan forskare, som arbetat på detta område, är professor GREGOR KRAUS [3]). Materialet för hans undersökningar utgjordes af 27 drifvedsprof, hvilka alla upptagits ur hafvet utanför Grönlands ostkust. Af dessa utgjordes 2 uteslutande af barkstycken, af hvilka det ena visade en med barken hos

---

[1]) Från Island är drifveden känd allt sedan ön befolkades; på öar i närheten af Novaja Semlja anträffade PET drifved under sin nordostfärd 1580 o. s. v.

[2]) Om den spetsbergska drifvedens ursprung. Af J. G. AGARDH. Öfversigt af Kongl. Vetenskapsakademiens förhandlingar, 1869, N:o 2, s. 97—119.

[3]) Treibhölzer. Bearbeitet von GREGOR KRAUS in Erlangen.

Larix öfverensstämmande bygnad, det andra en med den hos *Picea excelsa*. Af de öfriga, som hufvudsakligen utgjordes af ved, visade sig 22 tillhöra barrträdsgruppen och 3 löfträdsgruppen. Bland de 22 barrträdsstyckena härstammade 4, hvilka voro försedda med bark, med full visshet från lärkträdet. Till dessa slöto sig 11 andra, som saknade bark men i afseende på veden hade en med dem fullt öfverensstämmande bygnad, färg o. s. v. Med största sannolikhet härstammade derjemte tvänne rotstycken från lärkträdet. De fem återstående ansågos kunna tillhöra *Larix* eller *Picea*, snarast dock den senare. Bland löfträdsprofven tillhörde 2 slägtet *Alnus* (troligen *A. incana*) och det tredje *Populus* (möjligen *P. tremula*). Med afseende på hemlandet anser sig KRAUS hafva kommit till det resultat, att detta måste vara norra Asien.

De nu nämnda båda afhandlingarna äro de enda, angående detta ämne, som mig veterligt förefinnas inom den botaniska litteraturen.

Det är sålunda hittills endast Spetsbergen och Grönlands ostkust, som beträffande drifvedens art och ursprung blifvit underkastade vetenskapliga forskningar. På grund af dessa kunna ej några slutsatser dragas angående vestra Grönlands drifved. Antagandet, att denna drifved skulle härstamma från Amerika och således vara af annan art än den förut undersökta, synes ligga närmast till hands, hvarföre en undersökning rörande nämnde drifved icke torde sakna intresse. Till en sådan undersökning finnes å härvarande riksmuseum ett rikt material, hvilket intendenten för botaniska afdelningen, professor V. WITTROCK, upplåtit till mitt begagnande. Denna drifvedssamling utgöres af 122 prof, hvaraf 118 stycken bestå af ved så väl med som utan bark samt 4 stycken af endast bark. Samlingen, gjord af geologen D:r N. O. HOLST, som under sommaren 1880 hufvudsakligen i geologiskt syfte besökte Grönland, innehåller drifvedsprof från 15 skilda lokaler, alla belägna på den del af Grönlands vestkust, som benämnes Sydgrönland. Nordligaste lokalen, Sukkertoppen, ligger på 65° 25′ n. br. och den sydligaste, Arzuk, på 61° 10′ n. br., hvilka lokaler sålunda hafva en inbördes latitudskilnad af 4° 15′. Utom uppgift om lokal och datum är för många prof antecknadt deras grönländska namn samt dimensionerna af det stycke, hvaraf de tagits. Profven utgöras i allmänhet af tvärsektioner jemte bark, då sådan förefunnits. Insamligen är sålunda gjord med stor urskilning och noggrannhet, hvarigenom bearbetningen mycket underlättats.

Till jemförelse vid de anatomiska undersökningarna har jag så mycket som möjligt sökt erhålla material från lefvande träd. Derjemte hafva samlingarne af trädprof så väl å härvarande skogsinstitut som å riksmuseum blifvit rådfrågade.

Använd litteratur kommer att på vederbörande ställen citeras under redogörelsens gång.

För de råd och upplysningar intendenten för riksmusei botaniska afdelning, professor V. Wittrock, och direktören för kongl. skogsinstitutet, herr C. G. Holmerz, godhetsfullt meddelat mig vid utarbetandet af föreliggande afhandling, frambär jag härmed till dessa herrar min stora tacksamhet.

I. Beskrifning af drifvedsprofven.

Bland de 122 drifvedsprofven utgöras 20 af ved med bark antingen fastsittande vid profvet eller hemtad från ett qvisthål eller någon annan fördjupning på det stycke, hvaraf profvet tagits, 98 af endast ved samt 4 af endast bark.

De allra flesta styckena bära tydliga spår af att en längre tid hafva legat i vatten, hvilket oftast visar sig uti en blekt och urvattnad ytved. Tillika hafva de genom att länge varit i beröring med hafsvattnet blifvit så impregnerade med klornatrium, att, sedan ett prof en kortare tid legat i vatten, detta visar sig känsligt för klorens reagens. Genom tillsats af silfvernitrat erhålles nämligen en fällning af klorsilfver. Ett mindre stycke, betecknadt med n:o 52, gaf dock ej upphof till någon tydlig fällning, hvarföre man torde kunna antaga, att detta åtminstone ej någon längre tid legat i hafsvatten. Detta stycke är tillika det enda bland löfträdsprofven, som har barken qvarsittande, på samma gång som det visar en allt igenom frisk ved. Vid jemförelse med tvänne af Holst hemförda sektioner af sälg, som vuxit på Grönland, visade sig en påtaglig öfverensstämmelse. Nämnda prof har derföre icke blifvit betraktadt såsom tillhörande drifveden.

Ett annat förhållande, som ådagalägger, att profven under någon tid varit i beröring med hafsvattnet, är, att flera bland dem bära märken efter hafsdjur. Så äro 5 af trästyckena genomborrade af mer eller mindre slingrande hål, hvilkas väggar äro beklädda med en tunn kalkskorpa. Dessa hål äro gångar efter borrmusslan (*Teredo navalis*). Tvänne barkstycken bära på sin yta kalkartade bildningar med form af en stympad kon, upptill öppen. Dessa hafva visat sig vara skalen af kräftdjur, unga individer af slägtet *Balanus*.

I vattnet synes veden hafva varit utsatt för stötar och slitningar, hvarigenom icke blott barken i allmänhet bortfallit, utan äfven ytveden på de flesta stycken skadats. På somliga äro vedfibrerna endast upprifna på ytan, medan åter andra stycken på någon sida sakna en eller flera årsringar. Dessa starkare slitningar synas svårligen kunna förklaras endast såsom vattnets verkningar, utan äro de troligen förorsakade af stötar mot hårdare föremål.

Årsringarne hos drifvedsprofven äro mycket vexlande, både beträffande bredden och en starkare eller svagare utveckling åt skilda sidor, hvarigenom växtsättet blifvit excentriskt.

För att lära känna årsringarnes bredd har jag på omkring en fjerdedel af styckena, hvaribland likväl endast upptagits *barrträdsprof* beräknat åldern och uppmätt minsta och största afståndet från märgen till ytterkanten samt på grund häraf beräknat årsringarnes medelbredd i kortaste och längsta rigtningen; men emedan årsringarnes bredd är underkastad stora vexlingar allt efter trädets ålder, har jag äfven för hvart femtiotal af år beräknat en medelbredd hos årsringen. Resultaten häraf äro sammanförda i nedanstående tabell, der alla mått äro angifna i millimeter.

Profvets N:r.	Årsringarnes antal.	I kortaste radien.		I längsta radien.		Årsringarnes medelbredd under			
		Radiens längd.	Årsringarnes medelbredd.	Radiens längd.	Årsringarnes medelbredd.	1:sta—50:de året.	51:sta—100:de året.	101:sta—150:de året.	151:sta—200:de året.
2	149	41	0,28	59	0,40	0,34	0,38	0,36	—
3	77	52	0,68	57	0,74	0,72	—	—	—
4	64	54	0,48	58	0,91	1,02	—	—	—
5	59	27	0,46	30	0,51	0,42	—	—	—
10	60	19	0,32	49	0,82	0,68	—	—	—
19	40	22	0,55	106	2,65	—	—	—	—
26	247	23	0,16	29	0,20	0,20	0,13	0,06	0,05
29	75	22	0,30	27	0,36	0,44	—	—	—
34	62	6	0,10	32	0,52	0,32	—	—	—
36	65	36	0,55	52	0,80	0,82	—	—	—
39	85	30	0,35	44	0,52	0,50	—	—	—
57	48	44	0,92	65	1,35	—	—	—	—
62	242	35	0,14	45	0,19	0,33	0,25	0,13	0,10
64	94	6	0,06	108	1,15	—	—	—	—
68	103	97	0,94	125	1,21	1,80	0,46	—	—
74	250	43	0,17	49	0,19	0,26	0,24	0,15	0,13
76	66	12	0,18	110	1,60	0,95	—	—	—
79	40	78	1,95	97	2,42	—	—	—	—

Profvets N:r.	Årsringarnes antal.	I kortaste radien.		I längsta radien.		Årsringarnes medelbredd under			
		Radiens längd.	Årsringarnes medelbredd.	Radiens längd.	Årsringarnes medelbredd.	1:sta—50:de året.	51:sta—100:de året.	101:sta—150:de året.	151:sta—200:de året.
80	99	60	0,67	68	0,78	0,48	—	—	—
86	46	41	0,90	52	1,13	—	—	—	—
88	201	55	0,27	80	0,40	0,14	0,14	0,46	0,58
89	87	125	1,44	137	1,57	1,86	—	—	—
93	63	53	0,84	61	0,97	1,02	—	—	—
94	140	65	0,46	95	0,68	0,94	0,52	—	—
96	270	57	0,21	85	0,31	0,20	0,34	0,29	0,27
103	288	95	0,33	128	0,45	0,65	0,26	0,64	0,39
104	180	99	0,55	124	0,69	1,06	0,71	0,52	—
107	94	45	0,48	70	0,74	0,84	—	—	—
110	72	57	0,80	64	0,90	1,04	—	—	—
114	115	—	—	143	1,24	1,84	0,92	—	—
120	171	—	—	182	1,07	2,08	,06	0,32	—

Denna tabell visar, att årsringarnes medelbredd i allmänhet är ganska ringa, i det hon endast hos tvänne prof öfverstiger 2 mm., medan hon å andra sidan hos icke mindre än 4 understiger 0,2 mm. Gränsvärdena komma att ligga på ännu större afstånd från hvarandra, om man endast tager hänsyn till ett mindre antal årsringar. På profvet n:o 19 upptaga 20 årsringar en bredd af 72 mm., i följd hvaraf årsringens medelbredd blir 3,6 mm.; enskilda årsringar mäta öfver 5 mm. Deremot upptaga på profvet n:o 26 (se fig. 1) de 140 yttersta årsringarne endast en bredd af 7 mm., hvilket ger en medelbredd af 0,05 mm. Med blotta ögat kunna dessa årsringar ej urskiljas, och under mikroskopet visa de sig bestå af endast 2—5 cellrader (fig. 2). Bredden af dem, som bestå af endast 2 cellrader, är uppmätt till 0,027 mm. Jemföras dessa smala årsringar med de bredare hos profvet n:o 19, finner man, att de senare hafva nära 200 gånger större bredd än de förra [1]).

---

[1]) Skilnaden blir ännu större, om de smalare årsringarne hos profvet n:o 26 jemföras med de bredare hos ett på riksmuseum förvaradt stycke af en lärkträdstam — de ofvan jemförda profven visade sig nämligen vara af detta trädslag. Enskilda årsringar mäta hos sagde

Om än skilnaden mellan årsringarnes bredd hos profven i allmänhet är långt mindre än den nyss antydda, torde dock tillräckliga skäl finnas för att söka utreda de hufvudsakliga orsakerna till denna olikhet. I allmänhet gäller:

1:o) att årsringarnes bredd hos skilda trädslag är mycket olika[1]. Man jemföre t. ex. de smala årsringarne hos idegranen och enen med dem hos våra vanliga barrträd tallen och granen.

2:o) att årsringarnes bredd är olika i skilda delar af samma träd. Så äro stammens årsringar bredare än rötternas och dessas åter bredare än grenarnes[2].

3:o) att vid högre ålder tillväxten betydligt aftager[3]. Tiden, då denna minskning börjar, är mycket olika för skilda trädslag och växtplatser. Våra vanliga barrträd utveckla sällan årsringar af normal bredd, sedan de uppnått 100 års ålder.

4:o) att en på näringsämnen fattig jordmån ger upphof till smala årsringar. På mossor, jordfattiga berg o. s. v. anträffas derföre träd med dvergartadt yttre, ehuru de kunna hafva ganska hög ålder[4].

5:o) att tillväxten aftar med ljustillgången[5]. Träd, som äro af andra öfverskuggade, hafva derföre ofta mycket smala årsringar. För att förtydliga detta må omnämnas ett par af de undersökningar, jag i detta syfte företagit på Stockholms Djurgård. Af trenne undertryckta granar visade

n:o 1 en medelradie af 27 mm. och 47 årsringar; medelbredd 0,57 mm.
» 2 » » » 29 » » 62 » ; » 0,47 »
» 3 » » » 20 » » 56 » ; » 0,36 »

Hufvudbeståndet visade här en medelbredd hos årsringarne af öfver 2 mm.

---

stycke öfver 11 mm. och äro alltså nära 500 gånger bredare än de smalare hos profvet n:o 26. NÖRDLINGER uppgifver en 50 gånger större bredd hos årsringar af samma trädslag såsom något ovanligt; se NÖRDLINGER, Eigenschaften der Hölzer, Stuttgart 1860, s. 19.

[1] Detta har likväl icke — om man, såsom här ofvan blifvit gjordt, endast tager hänsyn till barrträdsprofven — med afseende på drifveden någon tillämpning, emedan, såsom längre fram skall visas, denna härstammar från trädslag, hvilka, då förhållandena i öfrigt äro lika, hafva en föga olika stark tillväxt.

[2] Jemför A. DE BARY, Vergleichende Anatomie der Vegetationsorganen der Phanerogamen und Farne 1877, s. 530.

[3] Se ofvanstående tabell.

[4] Jemför BERGGREN, Om förkrympta barrträd. Botaniska notiser 1873. S. 102.

[5] NÖRDLINGER, Eigenschaften der Hölzer, s. 19.

6:o) att årsringarnes bredd aftar vid ett närmande mot vegetationsgränsen. Sker detta under en lägre breddgrad i vertikal rigtning, är det hufvudsakligen kölden ensam, som nedsätter tillväxten. Sker närmandet mot vegetationsgränsen i horisontal rigtning d. v. s. genom ett närmande mot polerna, är det den tilltagande kölden och den kortare vegetationstiden, som hjelpas åt att nedsätta tillväxten.

Huru starkt årsringarnes bredd aftager i sammanhang med en högre geografisk breddgrad ådagalägga MARTIN och BRAVAIS [1]) genom att hos tallen för flere åldersperioder beräkna årsringarnes medelbredd under skilda latituder. Från dessa författare må några jemförande tal anföras, beträffande följande orter:

a) Kaafjord	under	69° 57′	n. br.
b) Pello	»	66° 47′	»
c) Gefle	»	60° 40′	»
d) Halle	»	51° 30′	»

Årsringarnes medelbredd var här under

	1:a—50:e året,	51:a—100:e året,	101:a—150:e året,	151:a—200:e året.
a)	1,0	0,8	0,68	0,5 mm.
b)	1,4	0,8	0,6	0,5 »
c)	2,0	1,5	1,0	0,8 »
d)	2,4	1,2 mm.		

Under antagande, att öfriga barrträd i detta afseende följa ungefär samma lagar som tallen, skulle våra drifvedsprof vara hemtade från träd, som uppvuxit under en breddgrad öfverstigande Kaafjords. Ofvan anförda tabell visar nämligen, att årsringarnes medelbredd under de första 50 åren understiger 1 mm., hvaremot den af MARTIN och BRAVAIS för Kaafjord beräknade uppgår till fullt 1 mm. Att på grund häraf antaga, att drifvedens hemland skulle ligga vid en polhöjd af 70° torde dock ej vara berättigadt; man skulle i sådant fall allt för mycket förbise öfriga orsaker till en hämmad tillväxt. Det är emellertid ej sannolikt, att alla drifvedsprofven äro hemtade från träd, som utom ett hårdt klimat äfven varit utsatta för andra ogynsamma förhållanden, hvarföre, om man utaf årsringens medelbredd under de första 50 åren hos de prof, som utvisa starkaste tillväxten, beräknar ett medeltal, detta ej torde blifva för litet. Det sålunda för de 10 med bredaste årsringarne försedda profven beräknade talet blir 1,46 mm., hvilket anger en breddgrad ungefär lika med Pellos. Med visshet torde man sålunda kunna antaga, att drifvedens hemland ej ligger sydligare än 66° n. br.

---

[1]) Voyages en Scandinavie, en Lapponie, etc. pendant les années 1838, 1839 et 1840. T. II, P. I. Jemför äfven Mém. Couronn. publ. p. l'Acad. de Bruxelles. T. XV, P. II. 1841.

Beträffande årsringarnes utveckling må äfven nämnas den omständigheten, att de på skilda sidor af samma prof ofta hafva mycket olika bredd, hvarigenom tillväxten blifvit excentrisk. Detta går hos profvet n:o 37 så långt, att märgen ligger i ena kanten, hvilket likväl äfven beror derpå, att delar af ytveden äro bortslitna. Deremot äro profven n:o 19 och 76 (fig. 3) nästan oskadade. På det förra är den längsta radien 5 gånger och på det senare 9 gånger större än den minsta. De flesta af profven visa något likartadt, ehuru i mindre grad. I sjelfva verket träffar man sällan träd med fullt koncentrisk växt, beroende detta oftast på en ojemn utveckling hos kronan eller rotsystemet. Är tillväxten mycket excentrisk, torde såsom förklaringsgrunder böra nämnas:

1:o) att lutande stammar vanligen hafva excentrisk växt[1];

2:o) att hos barrträden grenarnes undre sida normalt är starkare utbildad än den öfre[2];

3:o) att hos rötterna nära intill stammen den öfre sidan är starkast utvecklad, medan på något afstånd från stammen den undre sidan har de bredaste årsringarne[3];

4:o) att en tillfogad yttre skada på någon sida kan göra, att tillväxten der hämmas, eller, hvad som oftast är händelsen, helt och hållet uteblifver.

Färgen hos drifvedsprofven torde äfven med några ord böra omnämnas. Vi kunna med afseende på färgen dela dem i trenne grupper:

1) sådana, som hafva ljus, ofärgad ved. Hit höra omkring 70 st., hvaribland alla löfträdsprofven;

2) sådana, som hafva en allt igenom mörkare, brungul ved. Hit höra omkring 36 st., bland hvilka dock finnas öfvergångar till föregående grupp; samt

---

[1] NÖRDLINGER, Eigenschaften der Hölzer, 1860, s. 25.

[2] NÖRDLINGER, l. c., s. 25.

[3] Detta torde kunna förklaras derigenom, att safterna vid öfvergången från stammen till rötterna hufvudsakligen komma att följa den öfre sidan, medan på något afstånd från stammen tyngdkraften åter kan göra sig gällande.

3) sådana, som hafva ofärgad eller ljusgul splint och mörkare brungul kärnved. Hit höra 19 st.

Vid närmare undersökning har det visat sig, att vedens färg hos drifvedsprofven väsentligen beror på färgen hos innehållet i märgstrålcellerna[1]). Äro hos barrträdsprofven dessa celler hartsfylda, erhåller veden en brunaktig färg; men sakna de sådant innehåll, blir veden ljus. Genom att endast några cellrader i hvarje märgstråle eller t. o. m. endast några celler i vissa cellrader hafva färgadt innehåll, uppkomma talrika färgnyanser. Härtill bidrager äfven att hartsets färg kan vara mörkare eller ljusare.

Fastän öfvergångar förekomma, saknar likväl ej färgen betydelse vid artbestämningen, ty såsom bekant, hafva vissa trädslag, t. ex. granen, normalt ofärgad både kärna och splint, under det att andra, t. ex. lärkträdet och tallen, efter regeln hafva mörkare kärnved och ljusare splint. Dock finnas i drifvedssamlingen flera prof, som visat sig härstamma från lärkträdet, men likväl hafva en ganska ljus, allt igenom lika färgad ved. Kärnvedsbildningen inträder nämligen ej förr än vid en något framskriden ålder, hvilken dock är mycket olika för skilda trädslag och på skilda växtplatser. En på näringsämnen rik jordmån synes fördröja densamma, under det att hos träd, växande på berg och mossar, kärnvedsbildningen snart inträder. Likaså synes ljusbrist fördröja kärnvedsbildningen, medan ett varmt och soligt läge befordrar densamma[2]).

Att 14 prof visa sig uteslutande bestå af kärnved torde kunna förklaras derigenom, att splinten antingen bortmultnat eller, under en längre tid utsatt för hårda yttre slitningar, afnötts. Somliga forskare anse äfven, att kärnvedsbildningen icke nödvändigt upphör med trädets död.

Vedens tyngd och hårdhet, hvilka egenskaper stå i nära samband med hvarandra, kunna någon gång erbjuda ledning vid bestämmandet af arten. Den specifika vigten vexlar dock så betydligt för samma trädslag, beroende dels på växtplatsen, trädets ålder samt från hvilken del af trädet profvet tagits [1]), att några fullt konstanta och bestämmande karakterer ej kunnat erhållas. Våra drifvedsprof tillhöra alla de lätta trädslagen; isynnerhet utmärka sig löfträdsprofven för sin låga specifika vigt. Hos ett prof, som visade sig vara kärnved af lärkträdet, uppgår specifika vigten till 0,81, hvilket för detta trädslag är ovanligt högt. Veden är här tillika hård och fast. I allmänhet skilja sig barrträdsprofven med afseende på hårdheten märkbart från löfträdsprofven, hvilkas ved är mycket mjuk och porös.

---

[1]) Beträffande öfriga orsaker till vedens färg se A. DE BARY, Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farne. 1877. S. 523—526.

[2]) Sedan kärnbildningen en gång inträdt, försiggår dock omdaningen ganska jemnt, så att man har skäl till det antagande, att för hvarje nytt årslager, hvarmed stammens tjocklek ökas, ett inre öfvergår till kärnved. Emellanåt sker dock kärnvedsbildningen ojemnt, så att en eller flera årsringar på ena sidan öfvergått till kärnved, medan de på andra ännu äro att räkna till splinten. Hos *Juniperus* och *Taxus* m. fl. är ett sådant förhållande t. o. m. regel.

Efter föregående allmänna redogörelse angående drifveden må nu redogöras för de anstälda mikroskopiska undersökningarne rörande drifvedens inre bygnad. Härvid skall jag för att undvika onödig vidlyftighet uppställa vissa prof såsom typer och efter redogörelsen för dessa uppräkna de prof, som med dem äro väsentligen öfverensstämmande, på samma gång angifvande de smärre afvikelser, som kunna förefinnas.

1:sta typen: profvet n:o 64: ved med bark, tydlig färgskilnad mellan kärnved och splint, den förra gulbrun, den senare ljust gul.

Hartskanaler i vertikal rigtning talrika, uppträdande hufvudsakligen i årsringens höstzon. Deras storlek vexlande. Kärl förekomma ej utanför märgslidan.

Vedens hufvudmassa består af trakeider, hvilka på de radiala väggarna äro försedda med ringporer. Dessa uppträda talrikast mot cellernas ändar, der de ofta stå så tätt, den ena ofvanför den andra, att de yttre ringarne sammanstöta. Undantagsvis anträffas tvänne ringporer i bredd på cellväggen. Från vårzonens första cellrader aftaga porerna både i antal och storlek utåt höstzonen, der de slutligen blifva ganska sällsynta. Deremot uppträda på de tangentiala väggarna af höstzonens 3—5 yttre cellrader helt små ringporer, hvilka äro korsade, vanligen vinkelrätt, af tvänne mörka strimmor (fig. 4).

Märgstrålarne äro af tvänne slag, dels sådana, hvilkas bredd utgöras af endast en cell, enradiga, dels sådana, hvilkas bredd åtminstone på midten utgöres af 2—6 celler, flerradiga märgstrålar. De förra äro vanligare än de senare, hvilka alltid omsluta en hartskanal samt äro bredast på midten, derifrån de smalna mot ändarna, der hela bredden upptages af endast en cell (fig. 4). Beträffande märgstrålarnes höjd har jag träffat sådana, hvilka endast varit 2 celler höga, men derjemte andra, hvilkas höjd uppgått till 26 celler. Ett radialsnitt visar, att cellerna äro ordnade i horisontala rader, af hvilka de 1—3 öfre och nedre bestå af celler, som äro försedda med ringporer, hvaremot de mellersta raderna hafva enkla porer, vanligen 4 på den del af hvarje cell, som motsvarar bredden af en trakeid. Någon gång anträffas dock inuti märgstrålarne bälten af 1—3 cellrader, hvilka äro lika med de yttre raderna. Ehuru ringporerna äro helt små och lätt kunna förbises, skiljas dock ringporcellerna lätt från dem, som hafva enkla porer, emedan de förra konstant sakna innehåll, under det att de senare ofta äro hartsförande. Hartset är vanligen af brun färg, lätt urskiljbart från den oljegula cellväggen.

---

[1]) Bulletin de la Société Botanique de France. T. XXVI. 1879. S. 246. Se vidare NÖRDLINGER, Eigenschaften der Hölzer.

I barkens bastskikt uppträda parenkymceller af tvänne slag, nämligen sådana, som äro ordnade horisontalt och bilda floëmmärgstrålarne, och andra, som äro anordnade vertikalt. Längden hos de förra är omkring dubbelt så stor och hos de senare 2—5 gånger så stor som bredden. De förra hafva ofta ett gulbrunt innehåll. De senare hafva på väggarne talrika silskifvor eller äro någon gång kristallförande, vid hvilket förhållande de derjemte äro försedda med ett gulbrunt innehåll, i hvilket de nästan kubiska kristallerna ligga. — Prosenkymatiska celler, äfven innehållande ett gulbrunt ämne och likadana kristaller som de nyss nämnda, förefinnas ofta. Långt talrikare äro dock de vanliga bastprosenkymcellerna, hvilka tillika med parenkymcellerna bilda hufvudmassan af bastet. Slutligen anträffas äfven spridda sklerenkymatiska celler, hvilka äro tjockast på midten och afsmalna mot ändarne (fig. 5). De starkt förtjockade väggarne visa på tvärsnittet en tydlig lagring; lumina äro mycket små och innehålla ofta ett brunt ämne. Korkens hufvudmassa utgöres af tunnväggiga celler med gulbruna membraner. Dessutom förekomma i den del, som till det yttre synes vara kork, partier, som ursprungligen tillhört bastet, så att man der anträffar silrör, sklerenkymceller o. s. v.

Bland de stycken. som öfverensstämma med nu beskrifna prof, ega några bark samt ved med olika färgad kärna och splint, nämligen n:ris 19, 20, 29, 64, 70, 76 och 105.

Andra sakna bark, men hafva likasom de föregående kärnved och splint af olika färg, nämligen n:ris 2, 26, 27, 34, 57, 68, 79, 85, 94, 103 och 107.

Andra åter hafva bark, men någon färgskilnad mellan kärnved och splint kan ej iakttagas. Hit höra n:is 14, 18, 25, 28, 48, 55, 66, 69, 74 och 83. Bland dessa må särskildt omnämnas n:o 66, hvilket mellan springorna på barken gömde ganska många barr, som visserligen voro stadda i förmultning men likväl tilläto ett iakttagande af deras inre bygnad. Tvärsnittet visade, att epidermis utgjordes af ett lager små, något tjockväggiga celler, samt hypoderma likaledes af ett enkelt lager, der väggarne hos enstaka celler voro sklerenkymatiskt förtjockade. Här innanför uppträdde parenkymceller med oregelbunden tvärgenomskärning, hvilka omgåfvo andra i en oval grupp anordnade celler, inneslutande tvänne fibrovasalsträngar samt vanligen några sklerenkymceller.

Ytterligare finnas bland drifvedsprofven flera, som sakna bark och hafva en allt igenom lika färgad ved, men hos hvilka dennas inre byggnad är öfverensstämmande med den ofvan antydda. Hit höra dels sådana, som hafva mörkt färgad ved, hvartill kunna räknas n:is 1, 3, 5, 11, 16, 21, 37, 51, 56, 61, 67, 98, 101, 106, 113, 115, 116, 118, 120 och 121; dels andra, som hafva ljusare ved och derföre äfven visa öfverensstämmelse med följande typ, nämligen n:ris 112, 119 och 122.

Bland ofvan angifna prof äro hos n:ris 37, 57, 76 och 119 trakeiderna ej raka utan äro krökta och vridna på flera sätt. Höstzonens celler visa ej heller någon märkbart starkare förtjockning hos cellväggen än vårzonens celler, utan afvika från dessa endast genom den vanliga sammantryckningen.

Hos ganska många af profven såsom hos n:ris 2, 3, 5, 28, 69 m. fl. har jag iakttagit en spiralformig streckning på väggarne af trakeiderna, synnerligast i höstzonen.

2:dra typen: n:o 104: ved med bark och veden af ljus färg utan skilnad mellan kärnved och splint.

Hartskanaler i vertikal rigtning, vanligen bland höstzonens celler, finnas, ehuru ej så talrika som hos föregående typ. Kärl förekomma icke utanför märgslidan.

Trakeiderna nästan likadana som hos föregående. Dock torde böra omnämnas, dels att cellväggarne förete en mera ljust oljegul färg, dels ock att de tangentiala väggarnes porer, hvilka äfven här uppträda endast på höstvedzonens 3—5 yttre cellrader, vanligen visa en märkbar olikhet. De kunna nämligen antingen såsom hos föregående vara korsade, hvarvid dock korsets armar bilda sneda vinklar mot hvarandra samt tillika vanligen sträcka sig långt utanför porens yttre ring, eller ock endast vara delade af en genom poröppningen gående strimma (fig. 6).

Märgstrålarne äro här likasom hos föregående typ af tvänne slag, enradiga och flerradiga, men det senare slaget torde ej uppträda så ofta som hos föregående; dock innehålla äfven här de flerradiga märgstrålarne en hartskanal. Höjden af märgstrålarne synes vexla mellan 2 och närmare 30 celler; den vanligaste höjden är 6—10 celler. Med afseende på bygnaden öfverensstämma märgstrålcellerna här noggrant med de hos föregående typ. De med ringporer försedda märgstrålcellerna sakna alltid innehåll, hvaremot de med enkla porer under stundom äro hartsförande. Hartsinnehållet är dock här af en ljusare färg än hos föregående typ, hvarjemte harts sällan förekommer annat än i enstaka cellrader eller t. o. m. i enstaka celler.

Barken visar en bygnad, som i flere afseenden öfverensstämmer med den hos n:o 64 beskrifna. Parenkymet uppträder dock mindre ymnigt, och de ofvan beskrifna sklerenkymatiska cellerna saknas.

De prof, som med detta visa en öfverensstämmande bygnad, äro följande: n:ris 4, 17, 23, 30, 38, 43, 47, 50, 60, 62, 63, 72, 80, 81, 82, 84, 86, 87, 89, 90, 92, 93, 95, 97, 99, 100, 109, 111 och 117. Dessutom föras hit n:ris 13, 71 och 110, ehuru de ej med full visshet kunna skiljas från vissa prof tillhörande föregående typ. Spiralformig streckning har jag iakttagit på trakeiderna hos flere prof.

3:dje typen: n:o 36: ved utan bark.

Hartskanaler förekomma oftast bland höstvedzonens celler. Kärl utanför märgslidan saknas.

Trakeiderna öfverensstämma noggrant med de under 1:sta typen beskrifna.

Märgstrålarne äro af tvänne slag, enradiga och flerradiga, de senare omslutande en hartskanal. Höjden synes vexla mellan 2 och 20 celler; 6—10 celler är den vanligaste höjden. Märgstrålcellerna hafva antingen smärre ringporer eller ock stora, enkla, äggrunda porer. Radialsnittet visar, att de med ringporer försedda cellerna bilda märgstrålens 1—3 öfre och undre cellrader; dock förekomma äfven bälten af sådana celler inuti märgstrålarne, ehuru detta ej ofta är händelsen. Väggarne på de med ringporer försedda cellerna äro jemna. Märgstrålarnes mellersta parti utgöres vanligen af celler med äggporer. En sådan por förefinnes framför hvarje trakeid, så att, då en parenkymcells längd är lika med bredden af 1—3 trakeider, ända till 3 st. äggporer kunna förefinnas på väggen af en parenkymcell, ehuru en enda är vanligast. — Märgen är ovanligt stor, uppgår till nära 3 mm. i tvärmått, under det han hos föregående typer ej öfverstigit 1,5 mm.

Med n:o 36 visar endast profvet n:o 59 en öfverensstämmande bygnad.

4:de typen: n:o 114: ved utan bark.

Hartskanaler i vertikal riktning talrika, uppträdande hufvudsakligen i årsringens höstvedzon. Kärl förefinnas ej utanför märgslidan.

Trakeiderna öfverensstämma i allt väsentligt med de under 1:sta typen beskrifna.

Märgstrålarne afvika från de hos föregående typ deri, att väggarne hos de med ringporer försedda cellerna äro ojemnt förtjockade, så att större och mindre utskott sträcka sig inåt cellen. Dessa utskott äro vanligen enkla men någon gång greniga.

Märgen mindre än hos föregående typ, omkring 1 mm. i tvärmått.

Med 114 öfverensstämmer profvet n:o 39.

5:te typen: n:o 96: ved utan bark.

Hartskanaler i vertikal rigtning mycket sällsynta. Då de anträffas, händer det likväl ofta, att de ligga så tätt, att de beröra hvarandra och på sådant sätt bilda längre sammanhängande band på tvärsnittet. Hartskanalerna äro på tvärsnittet ofta afdelade genom skiljeväggar (fig. 7), hvilka ett längdsnitt visar tillhöra tunnväggiga parenkymceller, som uppfylla kanalens inre.

Trakeiderna likadana med de ofvan beskrifna, ehuru märkbart mindre.

Märgstrålarne enradiga, sällan flerradiga och då vanligen utan hartskanal. Deras höjd kan uppgå till öfver 20 celler; vanligen är den 6—10 celler. Märgstrålcellerna hafva oftast ett gulbrunt innehåll.

Parenkymceller med vertikal längdriktning förefinnas bland trakeiderna och äro oftast hartsförande.

Vedens färg afviker något från de ofvan beskrifna profvens genom en svagt rödaktig anstrykning. Gränserna mellan årsringarne äro ej heller så skarpt markerade.

Med n:o 96 öfverensstämma profven n:is 10 och 88.

6:te typen: n:o 73: ved utan bark, allt igenom af ljus färg, mycket lös och lätt. Märgen stor, omkring 3 mm. i tvärmått. Märgfläckar högst sällsynta.

Tvärsnittet utvisar talrika kärlöppningar, spridda öfver hela årsringen. Hartskanaler saknas. Gränsen mellan årsringarne är tydligt märkbar derpå, att höstzonens tvänne yttersta cellrader äro starkt sammantryckta; deremot är icke höstzonen fattigare på kärl, ej heller äro höstzonens celler tjockväggigare än vårzonens. Kärlen ligga oftast ensamma men kunna äfven vara anordnade bredvid hvarandra i radial rigtning, så att de bilda en sammanhängande rad af högst 4 st. Kärlens väggar äro fullsatta med ringporer, hvilkas yttre begränsning genom påverkning af grannporerna ofta bildar en 6-sidig figur, hvars största diagonal ligger i horisontal rigtning och föga understiger bredden af en vedcell. Poröppningen är oval med största utsträckningen i horisontal rigtning. Kärlbottnarne hafva stark lutning mellan tangentialväggarna, så att de ofta med dessa bilda en vinkel understigande 45°.

Vedparenkymcellerna hafva på de radiala väggarne helt små porer, hvilka hufvudsakligen uppträda mot cellernas ändar. Dessa porer äro genomskurna antingen af *en* längre strimma eller ock af två sådana, som skära hvarandra under sneda vinklar.

Vedparenkymet förekommer talrikast i vårzonen. Dessa cellers bredd så väl i radial som tangential rigtning är ungefär lika med bredden af två prosenkymceller, och längden är 2 à 3 gånger större än bredden. Parenkymcellerna hafva så väl större som mindre, alltid enkla porer, af hvilka de mindre äro vanligast.

Märgstrålarne äro alla enradiga. Deras höjd, som någon gång öfverstiger 20 celler, utgöres vanligen af omkring 10 celler. Märgstrålcellerna hafva dels stora dels små porer. Det förra slaget uppträder konstant, då märgstrålen gränsar intill ett kärl, det senare då angränsande celler äro vedparenkym eller vedprosenkym.

Med detta prof öfverensstämma n:ris 6, 7, 8, 12, 22, 24, 31, 32, 33, 35, 40, 41, 42, 44, 45, 46, 49, 53, 54, 58, 65, 75, 91, 102 och 108.

7:de typen: n:o 15: tvänne barkstycken. På ytan förefinnas de ofvan omnämnda kräftdjuren af slägtet *Balanus*. Basten, som är i behåll endast på ett par mindre fläckar, visar en bygnad, som noggrant öfverensstämmer med den hos n:o 64, 1:sta typen, beskrifna. Äfven korken förcter en med korken hos nämnda prof fullt analog sammansättning.

Med n:o 15 öfverensstämma barkstyckena n:o 76.

8:de typen: n:o 77: bark, hvars yta är vågig utan barkskållor; med all sannolikhet hemtad från en rot. Den inre bygnaden är öfverensstämmande med den hos barken till profvet n:o 104, 2:dra typen.

9:de typen: n:o 9: bark, hos hvilken bast saknas. Profvet visar en jemn yta, antingen bearbetad med ett skarpt verktyg eller ock jemnsliten af hafsvattnet. Korken är af fast konsistens och anordnad i lager, mellan hvilka gränserna framstå såsom ljusare linier. Dessa linier visa sig under mikroskopet utgöras af sklerenkymatiska celler med tydligt skiktade väggar af gulaktig färg. Sklerenkymcellerna bilda lager af 1—3 cellers tjocklek. De egentliga korkcellerna äro alla lika, hafva krusiga väggar af brunaktig färg och äro sträckta i tangentens rigtning.

II. Systematisk bestämning af drifvedsprofven.

Då barrträden i vedlagren utanför märgslidan sakna kärl, medan löfträden hafva sådana, komma alla under 1:sta, 2:dra, 3:dje, 4:de och 5:te typerna beskrifna prof att tillhöra de förra, dit äfven barkstyckena, beskrifna under 7:de, 8:de och 9:de typerna, måste hänföras, hvaremot de under 5:te typen upptagna profven, hvilka alla ega kärl öfver allt i veden, komma att tillhöra löfträden.

Barrträden kunna delas i tvänne hufvudgrupper, nämligen sådana, som sakna hartskanaler och hartsceller, samt sådana, som hafva hartskanaler eller hartsceller.

Den förra af dessa hufvudgrupper plägar åter delas i trenne grupper[1]), för hvilka slägtena *Abies*, *Araucaria* och *Taxus* uppställas såsom typer. Jag har dock bland de Abiesarter, jag varit i tillfälle att undersöka[2]), funnit hartskanaler hos *A. balsamea*, *A. pectinata*, *A. sibirica* och *A. Webbiana*, hvarföre dessa komma att tillfalla andra hufvudgruppen.

Denna andra hufvudgrupp kan delas i tvänne grupper med *Cupressus* såsom typ för den första, der hartskanaler saknas, men talrika hartsceller förefinnas, samt slägtet *Pinus* såsom typ för den andra, der hartskanaler förefinnas.

Då de i det föregående beskrifna barrträdsprofven visat sig ega hartskanaler, tillhöra de alltså Pinusgruppen. Denna grupp omfattar utom *Pinus* äfven slägtena *Larix* och *Picea* samt åtminstone några arter af *Abies* såsom *A. sibirica* m. fl.

Några konstanta karakterer för hvart och ett af dessa slägten torde ej kunna uppställas, och detta dels på grund af en mycket stor öfverensstämmelse i vedens bygnad, dels ock på grund deraf, att bland nämnde slägtens talrika arter endast en del ännu äro anatomiskt undersökta.

---

[1]) Jemför KRAUS, Treibhölzer, s. 117.

[2]) Undersökningsmaterialet har dels erhållits ur träsamlingen vid skogsinstitutet dels från lefvande träd; för kontroll hafva sedan NÖRDLINGERS Holzquerschnitte anlitats, der, trots NÖRDLINGERS i texten meddelade uppgifter, hartskanaler anträffats hos *Abies balsamea*, *A pectinata* och *A. Webbiana.*

Ofvan är emellertid visadt, att drifveden ej haft sitt hemland sydligare än 66° n. br., hvarföre i samlingen andra arter ej äro att söka än de, som förekomma norr om sagde gräns. Följande arter af slägtena *Larix*, *Picea*, *Pinus* och *Abies* anträffas ofvanför 66° n. br.:

i Europa: Larix sibirica LEDEB., *Picea excelsa* LINK. och *P. orientalis* (L.), hvilken senare dock af somliga författare [1]) endast anses såsom en varietet af den förra, samt *Pinus silvestris* L.;

i Asien: Larix sibirica LEDEB. och *L. dahurica* (FISCH.), hvilken senare GRISEBACH betraktar såsom en varietet af den förra, *Picea orientalis* (L.), *Pinus silvestris* L. och *P. cembra* L. samt *Abies sibirica* LEDEB.;

i Amerika: Larix microcarpa HOOKER och *Picea alba* LINK.

Af ofvannämnda 9 trädslag äro *Picea excelsa* och *Pinus silvestris* utmärkande för norra Europa, *Larix sibirica* bildar hufvudmassan af Sibiriens skogar, och *Picea alba* uppträder såsom förhärskande i Norra Amerika ofvanför 66° n. br.

De barrträd, som kunna sökas bland drifveden, äro sålunda:

Larix sibirica, dahurica och *microcarpa;*
Picea alba, excelsa och *orientalis;*
Pinus silvestris och *cembra* samt
Abies sibirica.

Dessa trädslag kunna med afseende på märgstrålarnes byggnad delas i tvänne grupper:

1:o) Cellerna i märgstrålarnes mellersta rader hafva små enkla porer, vanligen 4 på så stor del af märgstrålcellen, som motsvarar bredden af en trakeid. Hit höra ofvannämnda arter af *Larix, Picea* och *Abies.*

2:o) Cellerna i märgstrålarnes mellersta rader hafva stora enkla porer, äggporer, vanligen endast en på så stor del af märgstrålcellen, som motsvarar bredden af en trakeid. Hit höra *Pinus silvestris* och *P. cembra.*

Bland drifvedsprofven komma de under 1:sta, 2:dra och 5:te typerna beskrifna att tillhöra den förra af dessa grupper och de under 3:dje och 4:de typerna beskrifna den senare.

---

[1]) GRISEBACH, Vegetation der Erde, 1872, I, s. 93.
[2]) GRISEBACH, Vegetation der Erde, 1872, II, s. 239.

Bland de prof, som äro beskrifna under 3:dje och 4:de typerna, har man alltså att söka *Pinus silvestris* och *P. Cembra.*

Pinus silvestris har väggarna hos de med ringporer försedda märgstrålcellerna ojemnt förtjockade, så att åsar bildas inåt cellen. Dessa åsar antaga på ett radialsnitt formen af utskott [1]).

Pinus Cembra har väggarna hos de med ringporer försedda cellerna icke ojemnt förtjockade.

Vi finna alltså, att de under 3:dje typen beskrifna profven, n:ris 36 och 59, äro hemtade från *Pinus Cembra* samt de under 4:de typen beskrifna, n:ris 39 och 114, från *Pinus silvestris.*

Dessa trädslag förefinnas ej i Amerika, hvarföre — under antagande att drifvedssamlingen härstammar från samma trakt — de amerikanska arterna *Larix microcarpa* och *Picea alba* icke tagas med vid den vidare bestämningen. Alltså inskränkes denna till att med afseende på de återstående arterna skilja mellan slägtena *Larix*, *Picea* och *Abies.*

Abies karakteriseras genom ett i påfallande grad ringa antal hartskanaler, hvilket föranledt flere författare [2]) till det påstående, att *Abies* saknar hartskanaler. Tillika skiljes *Abies sibirica* från här i fråga varande arter af *Larix* och *Picea* derpå, att hartskanalerna vanligen äro uppfylda af tunnväggiga parenkymceller.

På grund af dessa kännetecken finna vi, att de under 5:te typen beskrifna profven, n:ris 10, 88 och 96, äro stycken af *Abies sibirica.*

Återstår alltså nu, att skilja mellan *Larix*, med de närstående arterna *sibirica* och *dahurica*, samt *Picea*, med de likaledes nära hvarandra stående arterna *excelsa* och *orientalis.* Härvid har jag icke lyckats finna något enda, under alla förhållanden ensamt för sig afgörande kännetecken [3]) hos veden.

---

[1]) R. HARTIG, Unterscheidungsmerkmale der wichtigeren in Deutschland wachsenden Hölzer. München 1879. S. 7.

[2]) Jemför KRAUS, Treibhölzer, s. 117; NÖRDLINGER, texten till hans Holzquerschnitte angående *Abies balsamea, pectinata, Smithiana* och *Webbiana*; R. HARTIG på ofvan anförda ställe angående *Abies pectinata.*

[3]) Då JOSEPH MOELLER vid beskrifningen af vedens bygnad hos Larix säger: »Ich habe gefunden, dass die bis 10 Zellen hohen Markstralen nicht selten 3—4 Zellen breit sind, was bei Fichten nicht vorkommt» (JOSEPH MOELLER, Beiträge zur vergleichenden Anatomie des Holzes, Denkschriften der Kaiserl. Akad. der Wissenschaften in Wien, 36 B, 1876), så är detta otvifvelaktigt föranledt af något förbiseende, ty så väl granen som lärkträdet ega både enradiga och flerradiga märgstrålar, hvilkas höjd icke sällan öfverstiger 20 celler.

Likväl kunna, med afseende på ofvannämnda arter, slägtena *Larix* och *Picea* under vissa förhållanden säkert skiljas, nämligen

1:o) då bark finnes: *Larix* har i bastskiktet spridda sklerenkymceller, hvilka hos *Picea* saknas [1];

2:o) då olika färg förefinnes hos kärnved och splint: *Larix* har mörk kärnved och ljus splint, då deremot hos *Picea* någon sådan färgskilnad ej förefinnes [2];

3:o) då barr finnas: hos *Picea* utgöres hypodermat hufvudsakligen af sklerenkymceller, då deremot sådana i hypodermat hos barr af *Larix* endast undantagsvis förefinnas.

När icke dessa fullt konstanta karakterer kunnat användas, har jag vid drifvedens bestämning tagit hänsyn till följande omständigheter:

1:o) Hartskanaler i vertikal rigtning förekomma hos *Larix* talrikt, hos *Picea* mera sparsamt [3].

2:o) De mellersta märgstrålcellerna äro hos *Larix* vanligen fylda med harts af mörk färg, medan hos *Picea* motsvarande celler antingen sakna harts eller, då sådan i ett fåtal celler finnes, denna är af ljus färg, föga mörkare än cellväggen.

3:o) De yttre raderna af höstzonens trakeider hafva på de tangentiala väggarna hos *Larix* vanligen rätvinkligt korsade ringporer (se fig. 4), der korsets armar sträcka sig föga eller intet utanför porens yttre ring, medan hos *Picea* motsvarande porer antingen endast äro delade af en linie eller ock snedvinkligt korsade, hvarvid korsets armar vanligen sträcka sig långt utanför porens yttre ring (se fig. 6). Dessa porformer äro dock ej fullt konstanta.

4:o) Lärkträdets ved, om ock allt igenom af samma färg, är mörkare och kådigare än granens. I vissa fall, såsom då profvet hemtats från kärnved af *Larix*, är denna karakter fullt pålitlig.

På grund af ofvanstående kännetecken hafva de under 1:sta typen beskrifna profven, utgörande 52 stycken, bestämts till *Larix* och de under 2:dra typen upptagna, utgörande 33 stycken, till *Picea.*

---

[1] J. A. BORGMAN, Studier öfver barkens inre bygnad i Conifererernas stam. Lunds universitets årsskrift 1877—78. S. 44 och 46.

[2] R. HARTIG, Unterscheidungsmerkmale etc., s. 6. Detta kännetecken framhålles här såsom tillräckligt men gäller tydligen endast under förutsättning, dels att kärnvedsbildningen hos *Larix* inträdt, dels ock att profvet är fullständigt och ej utgöres endast af kärnved eller endast af splint.

[3] Enligt NÖRDLINGER skulle denna karakter vara tillräcklig. Jemför NÖRDLINGERS Holzquerschnitte, »Schlüssel zur Untersuchung der zweihundert Holzarten des I und II Bandes».

Till barrträdsgruppen hörde äfven de 4 barkstycken, som ofvan beskrifvits under 7:de, 8:de och 9:de typerna.

Bestämningen af dessa prof möter ännu större svårigheter än vedens bestämning, om den skall göras oberoende af vedens bestämning, ty dels är endast ett mindre antal barrträd undersökta med afseende på barken, och dels framgår af de gjorda undersökningarna, att väl skilda trädslag visa stor öfverensstämmelse med afseende på barkens bygnad. Nu är emellertid på goda grunder antagligt, att nämnda barkstycken icke härstamma från andra trädslag än dem vedprofven visats tillhöra. Här voro nämligen alla i norra Europa och Asien förekommande, med hartskanaler försedda barrträdsslägten representerade. Frågan löses alltså genom att med hänsyn till de arter, som inom nämnde område förekomma, påvisa karakterer för barken hos slägtena *Larix*, *Picea*, *Pinus* och *Abies.* Härvid torde följande uppställning kunna användas [1]):

1:o) Sklerenkymceller af parenkymatisk form förekomma:
a) sklerenkymcellerna regelbundna: *Picea excelsa.*
b) sklerenkymcellerna oregelbundna och förgrenade: *Abies sibirica.*

2:o) Sklerenkymceller af prosenkymatisk form förekomma:
a) sklerenkymcellerna uppträda enstaka: *Larix.*
b) sklerenkymcellerna bilda mellan korkskikten sammanhängande lager: *Pinus.*

På grund häraf finna vi, att de med 15 och 16 betecknade barkprofven äro af *Larix*, det med 77 betecknade af *Picea* och profvet n:o 9 af *Pinus.*

Under antagande, att hela drifvedssamlingen härstammar från samma trakt, hafva äfven *löfträdsprofven* tillhört träd, som uppvuxit under ett mycket nordligt klimat. Ofvan är nämndt, att löfträdsprofven tillhöra ett mycket lätt trädslag, på grund hvaraf slägtet *Sorbus* icke bland dem kan vara representeradt, och af öfriga nordliga slägten, nämligen *Betula*, *Prunus*, *Alnus*, *Salix* och *Populus*, de två sistnämnda sannolikast gifvit upphof åt nu i fråga varande del af drifveden.

---

[1]) Jemför KRAUS, Treibhölzer, s. 120.

För en noggrann bestämning låta sistnämnda 5 slägten gruppera sig på följande sätt:

1:o) Märgstrålarnes bredd utgöres af 1—3 celler: *Betula* och *Prunus*.

2:o) Märgstrålarne alltid enradiga:

a) veden med talrika märgfläckar, märgen trekantig: *Alnus*.

b) veden nästan utan märgfläckar, märgen icke trekantig, vanligen rund: *Salix* och *Populus*.

Då löfträdsprofven alla visat sig ega enradiga märgstrålar, hvarjemte de sakna märgfläckar, samt hafva rund märg, komma de alltså att tillhöra slägtena *Salix* och *Populus*.

Dessa båda slägten torde endast på grund af vedens byggnad icke med säkerhet kunna skiljas. NÖRDLINGER har i sin tablå öfver tvärsnitten inom 1:sta och 2:dra banden af sina »Holzquerschnitte» skilt dem derpå, att *Salix* skulle hafva kärlen likformigt spridda öfver hela årsringen, hvaremot de hos *Populus* skulle bilda greniga figurer (»Porenvertheilung deutlich dendritisch verzweigt»). Denna olikhet har jag vid undersökning af material, hemtadt från lefvande träd, icke kunnat iakttaga.

Då emellertid bland det stora antalet Salices här endast ett fåtal kan ifrågakomma, nämligen blott de trädformiga, nordliga arterna d. v. s. *S. vitellina*, *Caprea* och *pentandra* samt af *Populus* endast *tremula*, blir bestämningen lättare. *Salix Caprea* och *pentandra* hafva, såsom äldre, mörkare gulbrun kärnved och ljus splint, under det veden hos *Salix vitellina* och *Populus tremula* är allt igenom hvit. Veden hos de i drifvedssamlingen förekommande, under 6:te typen beskrifna profven, utgörande 25 stycken, är af ljus färg utan skilnad mellan kärnved och splint. Dessa prof härstamma alltså från *Salix vitellina* eller *Populus tremula* eller ock från båda dessa trädslag.

I det föregående är alltså visadt, att drifvedssamlingen härrör från 5 eller 6 slägten [1]) nämligen *Larix*, *Picea*, *Pinus*,

---

[1]) De för drifvedsprofven antecknade grönländska namnen uppgå till 10 stycken, nämligen *pingek*, *unarsivik* med *ikek*, *orsuernek*, *kanungnek*, *uligilek*, *arnat kissuat*, *norssagssak*, *anernek*, *kispevinek* samt *ikertalik* eller *ikinssak*. Beträffande dessa namns betydelse, har D:r HOLST antecknat följande:

»*Pingek* fast, tämligen tungt (»nåleträ»), dels rödaktigt dels gulaktigt. Brukas till kajakåror och harpunskaft (enl. S. KLEINSCHMIDT).

Unarsivik mycket lätt, hvitt (»nåleträ»), tämligen fast. Brukas till kastpilar, »ländsere» (lansar), kajaker och konsbåde (S. K.).

Igkek eller *ikek* är förmodligen icke något särskildt träslag utan en viss beskaffenhet hos trä. Ikek finnes så väl i pingek som unarsivik. Dock kan äfven en hel stam bestå af ikek. Det är segt och

Abies samt *Populus* och *Salix*, bland hvilka *Pinus* med visshet är representeradt af tvänne arter. Antalet prof tillhörande de skilda slägtena är följande:

Larix	52	träprof	och	2	barkprof	54 st.
Picea	33	»	»	1	»	34 »
Pinus silvestris	2	»	»	1	»	5 »
» *Cembra*	2	»	»			
Abies	3	»				3 »
Salix och *Populus*	25	»				25 »

---

elastiskt, hvarföre det särskildt egnar sig till kajakringar och bågar (S. K.)

Orsuernek är lätt, oftast något brunaktigt, brister lättare än unarsivik (S. K.). C. Lytzen menade, att orsuernek var gran. Det är rikt på harpix och användes att göra upp eld med (C. Lytzen).

Kanungnek, ett välluktande nåleträ; fibrerna likna enens. Finnes endast i tunnare och i regeln krökta stycken (S. K.).

Uligilek, också kalladt *arnat kissuat* (qvinnoträ), är ett löfträ, förmodligen asp eller poppel. Det klyfves med svårighet men brister utomordentligt lätt, är blött och kan sammantryckas, hvarföre det begagnas såsom kork (S. K.).

Norssagssak hänför sig troligen endast till användningen, så att det, som användes till kastträ (norssak), kallas så. Lytzen bestred dock denna åsigt och menade, att det åtminstone i Julianshåb var en särskild träsort».

Att icke alla de särskilda namnen beteckna ved af skilda trädslag inses redan deraf, att namnens antal är större än antalet arter, som äro representerade bland drifvedsprofven. Dessutom äro de här i fråga varande vedarterna ofta till det yttre så lika, att de till sin rätta artbestämning trotsa ett obeväpnadt öga. Detta bevisas äfven deraf, att samma vedart af grönländarne erhållit flere namn, hvarjemte ett namn samtidigt användes på skilda vedarter. Såsom upplysande i detta afseende må nämnas följande:

För prof af *Larix* äro antecknade namnen *pingek, unarsivik* med *ikek, ikertalik* eller *ikinssak*, af hvilka dock *pingek* oftast förekommer.

För prof af *Picea* förekomma namnen *unarsivik, ikertalik* eller *ikinssak, anernek* och *kispevinek*, af hvilka *unarsivik* är allmännast.

Prof af *Abies* äro betecknade med *unarsivik* och *ikerntalik*.

Löfträdsprofven benämnas konstant *uligilek* eller *arnat kissuat*.

III. Bestämning af drifvedens hemland.

I det föregående är visadt, att på grund af årsringarnes svaga utveckling de träd, från hvilka drifvedsprofven hemtats, uppvuxit under ett nordligt klimat, och att sålunda drifvedens hemland måste vara norra Europa, Sibirien eller nordligaste delarne af Amerika. Då emellertid bland drifvedsprofven förefinnas tvänne arter af slägtet *Pinus* jemte en art af slägtet *Abies*, kan hvarken nordligaste Europa eller motsvarande del af Amerika vara drifvedens hemland, emedan nämnde trakt af Europa endast eger *en Pinus* samt icke någon *Abies* och motsvarande trakt af Amerika icke någon art af dessa båda slägten. Drifvedens hemland måste alltså vara norra Asien, d. ä. Sibirien, hvilket ytterligare bekräftas deraf, att slägtet *Larix*, som i nordligaste trakterna af Europa och Amerika intager en underordnad plats i skogarne men deremot i Sibirien bildar hufvudbeståndet, talrikast är representeradt bland drifvedsprofven.

Hela Sibirien har likväl icke lemnat material till drifveden. En undersökning om sättet för drifvedens uppkomst förvissar oss snart härom.

För drifvedens uppkomst gifvas vissa nödvändiga förutsättningar. Drifveden måste nämligen utgöras af träd, hvilka haft en sådan växtplats, att de derifrån på ett naturligt sätt lösgjorts och förts till hafvet, hvarest samtidigt gifvits upphof åt en strömning.

Dessa förutsättningar finna sin nöjaktiga förklaring endast genom det antagande, att drifveden leder sitt ursprung från träd, som uppvuxit på en flodstrand. Äfven drifvedens inre bygnad ger stöd åt ett sådant antagande. Ofvan är omnämndt, att årsringarne oftast utvisa ett excentriskt växtsätt, hvilket antyder, att moderträden haft en mer eller mindre lutande ställning — just en sådan som träd växande på flodstränder ofta intaga. Den ursprungliga produktionsorten för Sydgrönlands drifved är sålunda stränderna af Sibiriens stora floder.

Att emellertid icke alla dessa floder bidragit till uppkomsten af nämnde drifved, derom förvissar oss den kunskap vi ega om de arktiska hafsströmmarne.

Enligt HERMAN BERGHAUS framställning [1]) utgår från Obi-Jenissejs mynning en ström, som snart delar sig i tvänne, den ena med dragning åt öster, den andra åt vester. Dessa strömmars vidare lopp är dock icke angifvet längre än ett stycke utanför Kariska hafvet.

Professor NORDENSKIÖLDS åsigt om de hafsströmmar, som bildas af Obi-Jenissejs flodvatten, är delvis en annan. Han säger härom [2]): »Det inflytande, som jordens rotation utöfvar i dessa höga breddgrader på strömmar, som framlöpa ungefär i meridianens rigtning, är mycket betydligt och ger åt söderifrån kommande strömmar en ostlig aflänkning. Till följd häraf måste Obi-Jenissejs flodvatten till en början hållas likasom instängdt i en egen strömfåra längs med Taimurlandets kust, ända till dess strömmen bortom Kap Tscheljuskin obehindradt kan fortlöpa mot nordost eller ost».

Af en iakttagelse, gjord af docent KJELLMAN under början af Prövens färd från Dicksons hamn till Norge år 1875, framgår dock, att icke hela vattenmassan från Obi och Jenissej erhåller en dragning åt öster. I sin redogörelse för sagde färd [3]) yttrar KJELLMAN efter att hafva jemfört Prövens enligt besticket förmodade läge med det på grund af observationer beräknade, verkliga läget: »Vi hade sålunda genom ström satts omkring en breddgrad åt norr och omkring två längdgrader åt vester, och detta oaktadt vinden hela tiden varit nordlig, under nära ett dygn mycket hård, och sjögången från norr efter det vi lemnade ismassan utanför Dicksons hamn varit hög och, medan stormen varade, mycket våldsam. Detta visar att från Obis och Jenissejs mynningar en ström går i ungefär NNV rigtning.

Ofvanstående yttranden af NORDENSKIÖLD och KJELLMAN synas förenade bekräfta BERGHAUS uppfattning om en delning af Obi-Jenissejs flodvatten i tvänne strömmar, en med dragning åt öster och en annan åt vester.

---

1) Physikalische Wandkarte der Erde in Mercators Projection von HERMAN BERGHAUS. Gotha, Justus Pertes 1874.

2) Framställning rörande 1878 års ishafsfärd af A. E. NORDENSKIÖLD. Göteborg 1877, s. 8.

3) Redogörelse för Prövens färd från Dicksons hamn till Norge samt för Kariska hafvets växt- och djurverld, lemnad af F. R. KJELLMAN. Bihang till K. Sv. Vet.-Akad. handlingar. 1877. Bd. 4. N:o 1. S. 48.

På östra sidan om Kap Tscheljuskin anträffades under Asiens kringsegling med Vega icke någon större ström med dragning åt vester[1], hvarföre NORDENSKIÖLDS åsigt om strömmarnes rigtning i följd af jordens rotation här torde hafva full tillämpning.

Med stöd af ofvanstående uppgifter kan den ursprungliga produktionsorten för vestra Sydgrönlands drifved noggrant angifvas.

Då det är visadt, att nämnde drifved härstammar från Sibirien, måste han antingen af en ostlig eller en vestlig hafsström hafva förts till Grönland. Om strömmen vore ostlig, skulle han utgå från eller stå i förbindelse med östra armen af flodvattnet från Obi och Jenissej eller floderna öster om dessa samt, alltjemt med ostlig hufvudrigtning, slutligen genom Lancaster sund inkomma i Baffins Bay. En sådan ström finnes likväl icke, ty det är bekant, att den östra arktiska strömmen från Asiens nordkust böjer sig ned genom Berings sund och ersättes af en söder ifrån kommande ström, hvars hufvudmassa flyter längs kusten af Norra Amerika[2], hvarföre här trädgränsen ligger högre än i Östra Asien.

Sydgrönlands drifved måste således från Sibirien hafva burits af en vestlig hafsström. Denna ström kan endast förses med drifved från vestra armen af Obi-Jenissejs flodvatten, ty inga andra drifvedsförande floder förekomma i Sibirien vester om dessa, och det är ej möjligt, att någon ursprungligen ostlig hafsström, trotsande den kraft, som åstadkommes genom jordens rotation, skulle kunna vända och sålunda slutligen blifva en vestlig ström. Vi böra på grund häraf i Obis och Jenissejs floddalar återfinna den ursprungliga produktionsorten för vestra Sydgrönlands drifved.

I det föregående hafva de i drifvedssamlingen förekommande trädslag blifvit bestämda äfvensom det ursprungliga hemlandet för vestra Sydgrönlands drifved angifvet. Det må nu tillåtas mig att lemna en redogörelse för trädvegetationen på den ort, der nämnde drifved alstrats, äfvensom sättet för drifvedens uppkomst, för att sedan påvisa, i hvad mån drifvedens sammansättning öfverensstämmer med hemlandets trädvegetation. Härvid har jag att stödja mig vid af lektor H. W. Arnell benäget lemnade utförliga meddelanden angående Jenissejs floddal [1]).

---

[1] Enligt muntligt meddelande af docent F. R. KJELLMAN.

[2] Jemför BERGHAUS' Physikalische Wandkarte.

Trädvegetationen på Jenissejs stränder utgöres enligt Arnell hufvudsakligen af *Larix sibirica* Ledeb., *Picea orientalis* L., *Abies sibirica* Ledeb., *Salices*, af hvilka *S. vitelliana* L. är den allmännast förekommande trädformiga arten, *Alnus glutinosa* Gærtn. och *viridis* D C., *Betula verrucosa* Ehrh., *Populus tremula* L. och *Sorbus aucuparia* L. — *Pinus silvestris* L. och *P. Cembra* L. förekomma äfven ehuru mindre ofta.

Dessa träd växa likväl icke blandade om hvarandra utan intaga olika bälten af stränderna, hvilkas bygnad är mycket afvikande från de hos oss vanliga strandformerna.

Närmast floden förefinnes vid lågvatten en sakta sluttande, stundom nästan plan, lerig strand, hvars bredd, ehuru oftast obetydlig, någon gång öfverstiger två kilometer. Vegetationen utgöres här endast af spridda buskformiga *Salices*, som tilltaga i storlek, ju närmare man kommer den derpå följande strandbranten [2]). Denna, bildad genom flodvattnets mineringsarbete, bär trädvegetation hufvudsakligen på krönet, derifrån träden, fastsittande vid den torfva, på hvilken de uppvuxit, småningom nedrasa, hvarvid de en tid kunna qvarstå i branten, då de intaga en mot floden stupande ställning. När strandbranten är så hög, att hon icke ens vid flodvatten öfversvämmas, erhåller det derpå följande strandpartiet en annan karakter, än då strandbrantens krön ligger under flodens högsta vattenstånd. I förra fallet vidtager strax barrskogen (mest *Larix* men äfven *Picea*, *Abies* och *Pinus*) eller ock, synnerligast der eld härjat, björkskog; i senare fallet förefinnes ett bälte, der löfträden (*Salices, Populus, Betula, Alnus* m. fl.) äro förhärskande, ehuru äfven spridda barrträd förekomma. Detta bälte, hvars bredd från mindre än 100 meter kan uppgå till nära en mil, visar tydliga spår af att tidtals vara öfversvämmadt. Mark, träd och buskar äro lersmorda och marken ofta ytterst sumpig. Bältet genomdrages nästan alltid af talrika, långsträckta flodarmar, som under lågvatten ofta ej stå i förbindelse med floden. Norr om 62° förefinnes tillika en oändlig mängd små sjöar, så många att man på en dag anträffar sådana i hundratal. Ofvanför detta bälte vidtager slutligen barrskogen, som sålunda någon gång kan ligga på milsvidt afstånd från floden.

---

[1]) Arnell var en bland deltagarne i 1876 års landtexpedition, som hade till uppgift att undersöka förhållandena i Jenissej-dalen.

[2]) Äfven vid några af våra floder såsom vid Ångermanelfven och Luleelfven förekomma sådana branta, ständigt nedrasande stränder under namn af *nipor*.

Klippstränder äro vid Jenissej ytterst sällsynta. Då alltså stränderna nästan uteslutande bestå af lösa jordlager, äro de mycket utsatta för ras, hvarigenom drifvedens uppkomst delvis förklaras. Såsom närmaste orsaken till dessa strandras bör i främsta rummet märkas flodvattnets mineringsarbete, hvilket är verksammast, der flodens bredd är mindre, och der stränderna äro höga och branta, samt der flodfåran böjer sig.

En annan orsak till strandrasen påpekades för Dr Arnell af skeppsbyggmästare Boiling i Jenisseisk. Han antog, att skogen med den tunna jordskorpa, som upptinar under sommaren, sakta skulle glida på de underliggande frusna jordlagren fram mot strandbranterna. »Detta», säger lektor Arnell, »synes troligt, då enligt min erfarenhet trädrötterna ej nedtränga i den frusna jorden och sålunda ej hindra ett sådant framträngande».

Drifved kan emellertid äfven bildas oberoende af strandrasen. Vid snösmältningen stiger vattnet ända till 30 à 40 fot öfver lågvattnets nivå, olika på skilda ställen allt efter strändernas höjd och flodfårans bredd. Floden öfversvämmar då med våldsamhet sina bräddar [1]), vinterns fasta isbrygga raseras, och stora isstycken börja segla utför floden. Träd uppryckas nu vid islossningen, kullkastas eller afbrytas af ström och medföljande isblock samt bortföras sedan af vattnet. Den på detta sätt uppkommande drifveden härstammar hufvudsakligen från det sumpiga strandbälte, der löfträden äro dominerande.

Slutligen medverkar äfven stormar och snötryck till drifvedens uppkomst, i det att härigenom nedbrutna träd och träddelar komma att, då de falla inom öfversvämningarnas område, bortföras af flodvattnet.

När så träden på ett eller annat sätt lösgjorts från sina växtplatser och fattats af strömmen, händer det ofta, att de vid vattnets sjunkning blifva qvarliggande på stränderna, för att först vid nästa öfversvämning åter föras vidare. Lektor ARNELL omnämner, att sommaren 1876 förefunnos på Jenissejs stränder — dock först norr om 69° — stammar i sådant antal, att ångbåtarne stannade och insamlade sitt dagsbehof på några timmar. Deremot anträffades ej någon nämnvärd mängd flytande drifved. Det är alltså sannolikt, att drifved hufvudsakligen under öfversvämningsperioderna föres nedåt floden.

---

[1]) Om en öfversvämning af Jenissej läsa vi uti tredje häftet af Nordenskiöld, »Vegas färd kring Asien och Europa», s. 203, der det bland annat heter: »Den starka öfversvämningen hade till och med öfverraskat flyttfoglarne. Det fans för dem på långa sträckor ingen torr fläck att hvila på» o. s. v.

Under tiden mellan tvänne öfversvämningar hinner drifveden att torka, så att han sedan länge kan ligga i vattnet utan att sjunka. På sådant sätt blir det möjligt för stammar af löfträd att medfölja hafsströmmen ända till Grönland. Dock är det beaktansvärdt, att fullt en femtetel af här i fråga varande drifvedssamling utgöres af löfträdsprof. Detta förhållande kan dels förklaras derigenom, att löfträden från början sannolikt utgöra en högst betydande part af drifveden, enär hela den trakt, som nås af öfversvämningarna, nästan uteslutande är beväxt med löfträd, dels ock derigenom, att löfträdsstycken för grönländarne äro mindre användbara, i följd hvaraf sådana oftare anträffats vid drifvedsprofvens insamling. Att prof af *Betula* och *Alnus,* hvilka träd vid Jenissej äro allmänna, icke förefinnas i denna drifvedssamling beror derpå, att, såsom bekant, dessa träsorter i vattnet mycket snart sjunka. Så är äfven förhållandet med *Sorbus aucuparia* och *Salix Caprea,* hvaremot virke af *Salix vitellina* (som mycket liknar *Salix fragilis*) och *Populus tremula*, sedan det först väl torkat, ganska länge kan flyta i vatten. Det är sålunda sannolikt, att båda dessa trädarter förefinnas bland löfträdsprofven.

Bland barrträdsprofven anträffas *Larix* i öfvervägande mängd, hvilket väl motsvarar den allmänna förekomsten af *Larix sibirica* vid Jenissejs stränder. Att af *Picea* 34 prof förefinnas, under det att af *Abies* och *Pinus* sammanlagdt endast 8 prof anträffas, beror derpå, att *Picea orientalis,* såsom i lefnadssätt nära öfverensstämmande med *Picea excelsa*, företrädesvis uppsöker fuktiga växtplatser, hvilka ofta ej äro skyddade för öfversvämningarna, under det att *Abies sibirica* så väl som *Pinus silvestris* och *P. Cembra* hufvudsakligen uppträda på torra, för ras och öfversvämning mindre utsatta lokaler. De sistnämnda trenne trädslagen förekomma dessutom mindre ofta än *Picea orientalis* vid Jenissejs stränder.

Den undersökta drifvedens sammansättning låter alltså väl sammanpara sig med trädvegetationen på Jenissejs stränder, hvilket, då Obi säkerligen icke i detta afseende mycket afviker från Jenissej, utgör ett ytterligare stöd för min åsigt om drifvedens hemland. Då alltså drifveden alstrats på stränderna af Obi och Jenissej, kunna äfven de förut till arten icke bestämda formerna af slägtena *Larix* och *Picea*, i öfverensstämmelse med nämnda floddalars trädvegetation, bestämmas till *Larix sibirica* och *Picea orientalis*.

Drifvedssamlingen innehåller alltså prof af följande trädslag: *Larix sibirica* LEDEB., *Picea orientalis* L., *Abies sibirica* LEDEB., *Pinus silvestris* L. och *P. Cembra* L., *Salix vitellina* L. och *Populus tremula* L.

När träden från stränderna af Obi och Jenissej lösslitits, drifvas de af strömmen, möjligen först efter ett par års förlopp, ut i hafvet. Huru långt bort drifveden på detta sätt bör kunna föras ensamt af flodvattnet — den tid is ej hindrar — torde man kunna sluta deraf att t. ex. strömmen från Plata-floden, hvars vattenmängd dock icke torde uppgå till Obi-Jenissejs, ännu är tydligt märkbar på ett afstånd af omkring 1,500 kilometer från flodmynningen, d. v. s. på ungefär fyra gånger så långt håll som afståndet från Obi-Jenissejs utlopp till nordspetsen af Novaja Semlja [1]). Strömstyrkan af Obi-Jenissejs vatten minskas visserligen genom strömmens delning i tvänne armar; dock torde man med full visshet kunna antaga, att den vestliga flodvattenströmmen sträcker sig långt utanför Novaja Semljas nordspets, och att han sålunda kan anses såsom början till en hafsström, gående i motsatt rigtning mot Golfströmmen och utgörande en ersättningsström för denna. Strömmens hufvudriktning är till en början antagligen åt VNV, så att Spetsbergens kuster komma att sköljas af densamma. Professor AGARDH har nämligen, såsom förut antydts uttalat den åsigt, att Spetsbergens drifved härstammar från norra Asien, och NORDENSKIÖLD säger härom [2]): »När man jemför drifvedssamlingarne vid Jenissejmynningen och Novaja Semlja med dem från Spetsbergen, så blir man snart öfvertygad om riktigheten af den först utaf AGARDH uttalade åsigten, att äfven dessa senare leda sitt ursprung från Sibiriens stora floder.»

---

[1]) Jemför NORDENSKIÖLDS framställning rörande 1878 års ishafsfärd, s. 8.

[2]) Redogörelse för 1875 års expedition till Jenissej. Bihang till K. Sv. Vet.-Akad. handlingar. 1877. Band 4. N:o 1. S. 64, noten.

Sedan nämnde hafsström uppnått Spetsbergens ostkust, der drifved flerestädes anträffats, följer han denna samt ändrar norr om Spetsbergen riktning och flyter mot SSV, så att han, sannolikt efter en delning, träffar så väl Island som ostkusten af Grönland. Följande grönländska kusten till Kap Farewell, viker en gren af strömmen här af mot norr och flyter sedan längs Sydgrönlands kust, der den drifved aflemnats, för hvilken jag i det föregående sökt lemna en redogörelse.

Förklaring öfver figurerna.

Fig. 1. Tvärafskärning af drifvedsprofvet n:o 26 *(Larix sibirica).* Linierna utmärka gränserna af hvart 20-tal af årsringar; yttersta bältet motsvarar 27 årsringar. (Naturlig storlek.)

Fig. 2. Tvärsnitt genom några af de yttre årsringarne hos nämnda drifvedsprof; *a* årsring af blott 2 cellrader, *b* hartskanal. ($^{300}/_{1}$.)

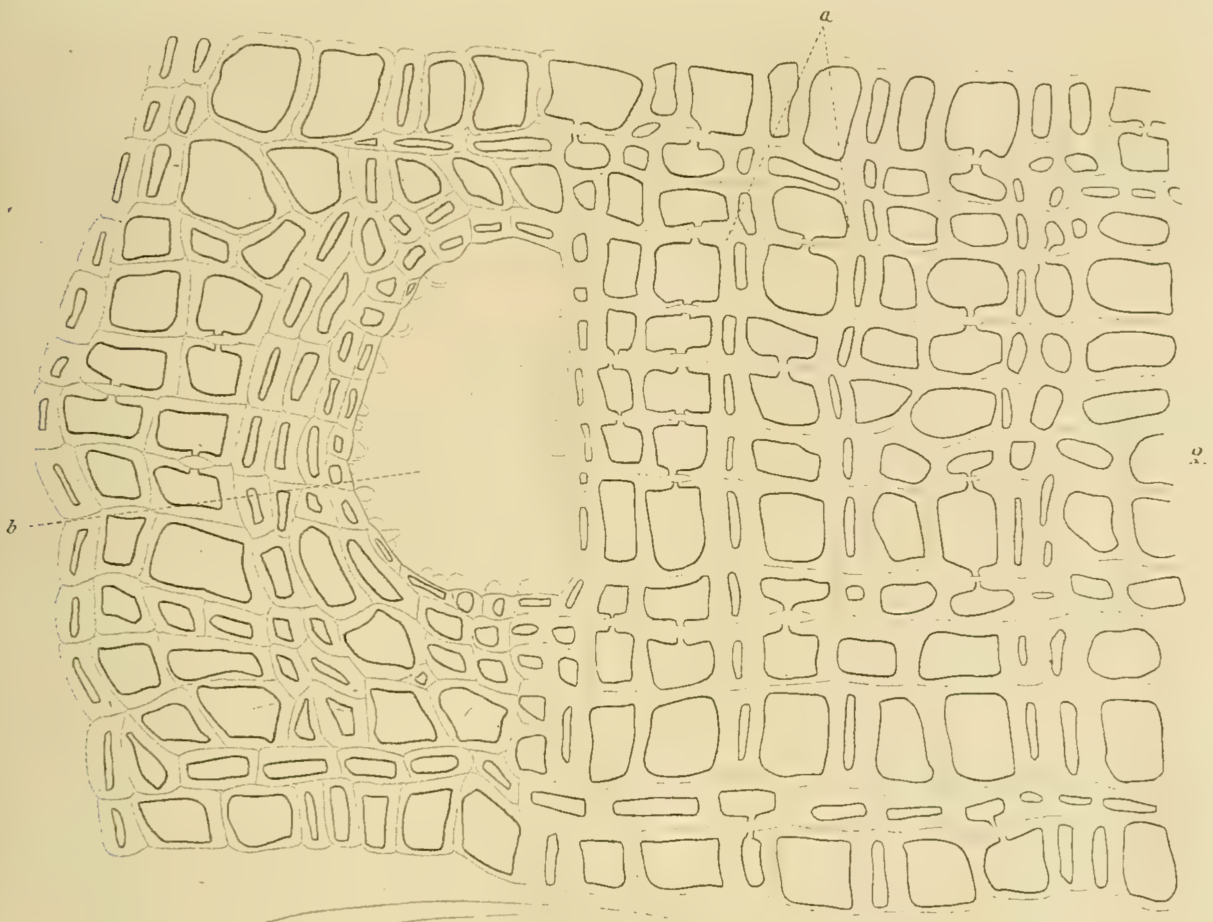
Fig. 3. Tvärafskärning af drifvedsprofvet n:o 76 *(Larix sibirica).* Linierna utmärka gränserna mellan hvart 10-tal af årsringarne. (Naturlig storlek.)

Fig. 4. Tangentialsnitt genom ett af höstvedzonens yttersta cellager hos *Larix sibirica; a* trakeider med spiralformig streckning hos cellväggarna, *b* korsade ringporer, *c* flerradig märgstråle, *d* hartskanal, *e* enradig märgstråle, *f* tangential vertikalvägg med enkla porer hos en märgstrålcell. ($^{400}/_{1}$.)

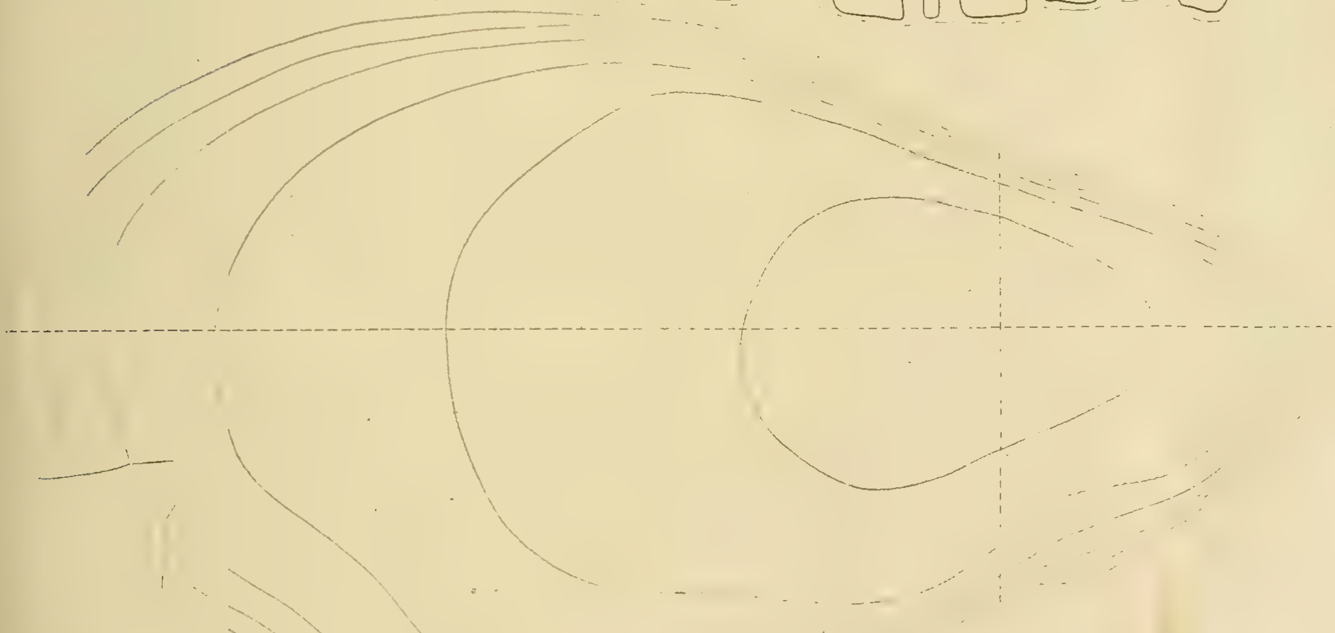
Fig. 5. Radialt längdsnitt genom bastet hos *Larix sibirica; a* sklerenkymcell, *b* märgstråle, *c* kristallsäck, *d* silrör, *e* bastprosenkymceller. ($^{300}/_{1}$.)

Fig. 6. Tangentialsnitt genom ett af höstvedzonens yttre cellager hos *Picea orientalis; a* ringporer, *b* flerradig märgstråle, *c* hartskanal, *d* enradig märgstråle. ($^{300}/_{1}$.)

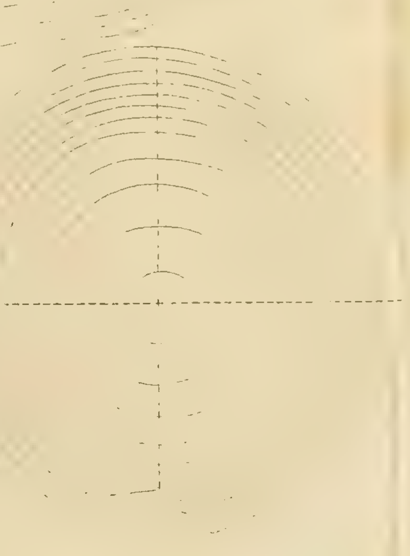
Fig. 7. Tvärsnitt genom en årsring hos *Abies sibirica; a* hartskanal, fyld af parenkymceller, *b* öppen hartskanal. ($^{300}/_{1}$.)



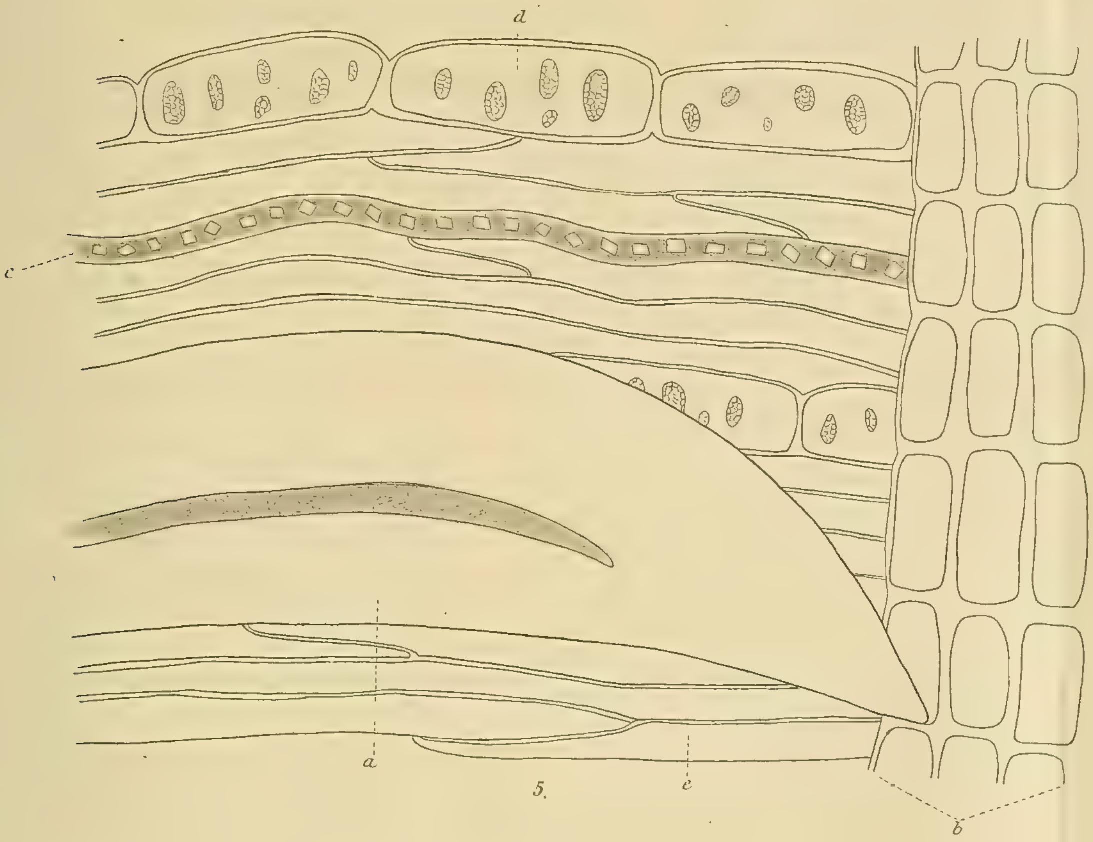
2.



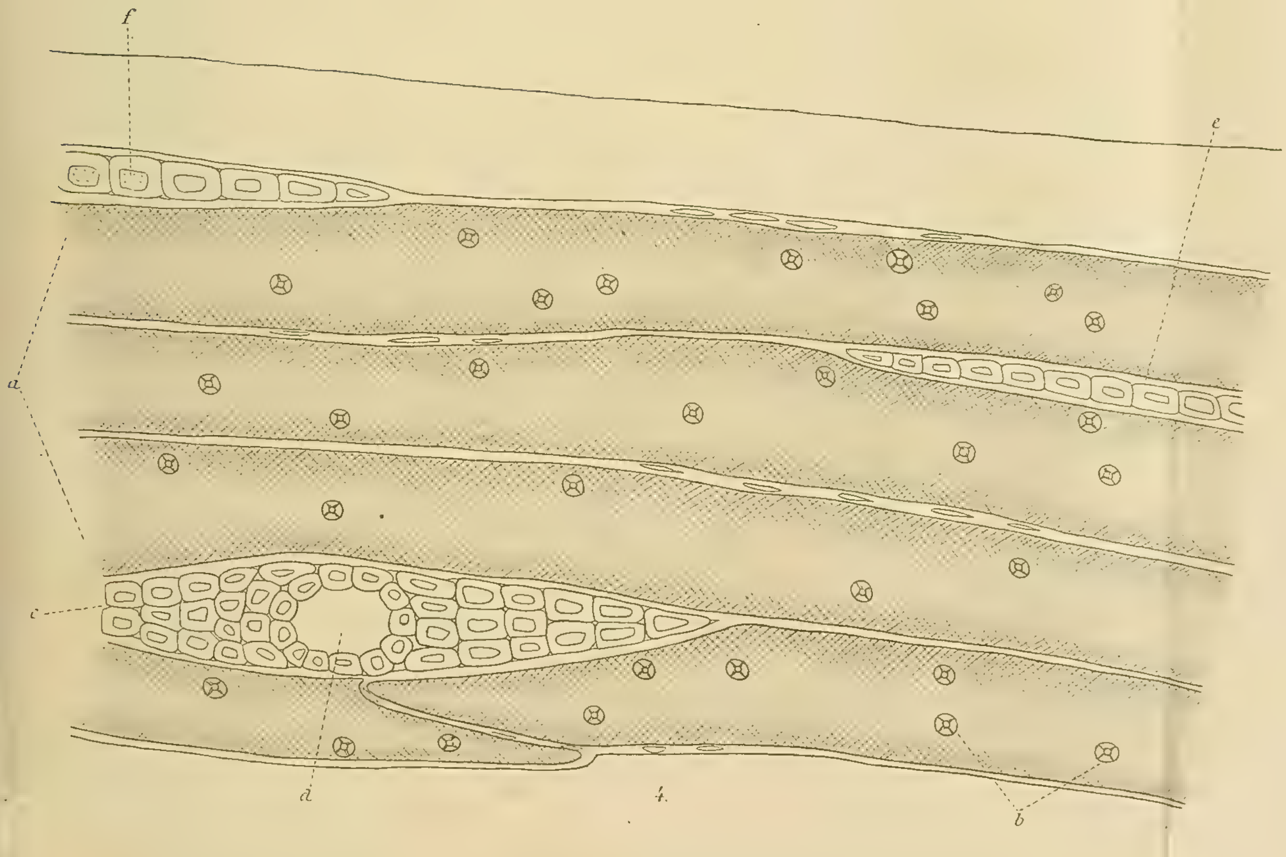
3.



1.

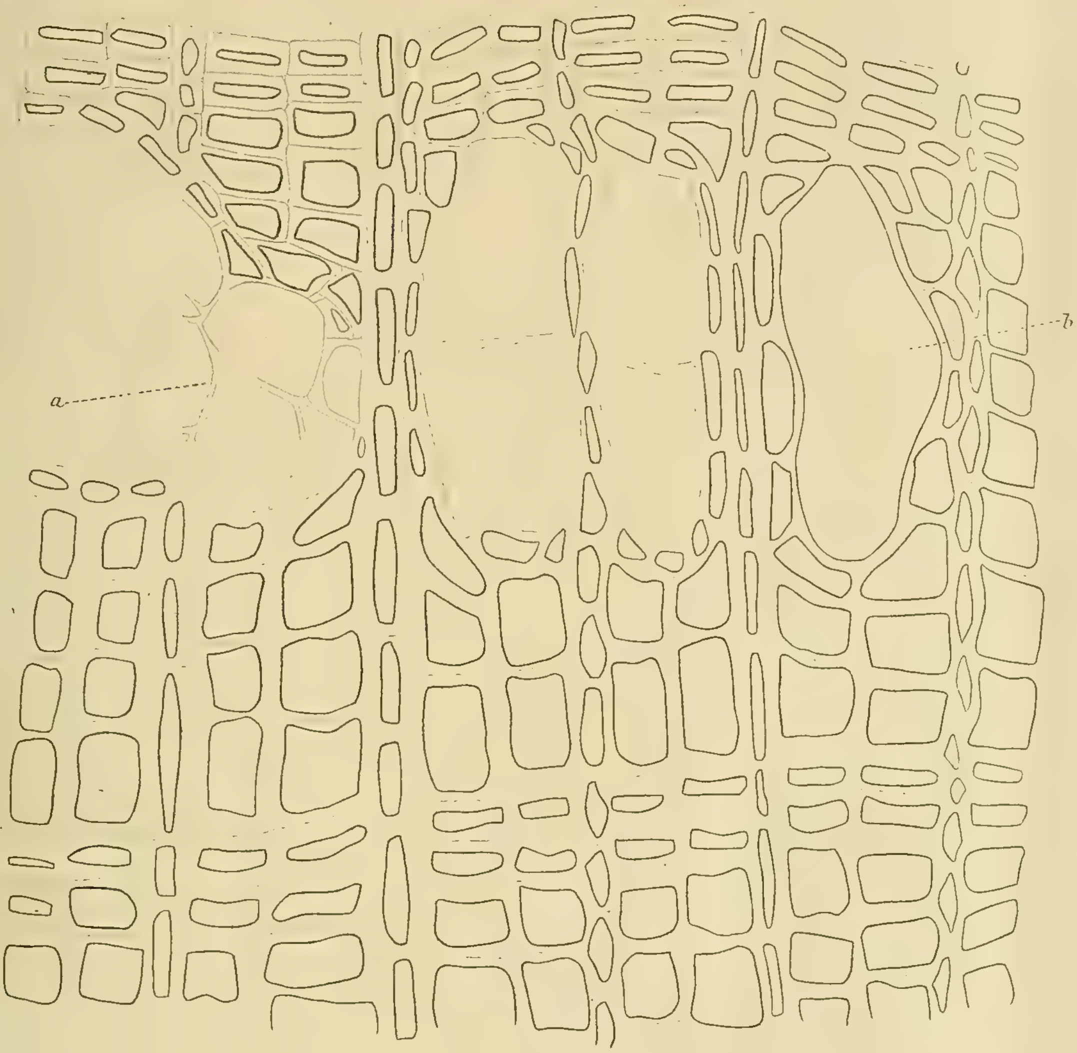


5.

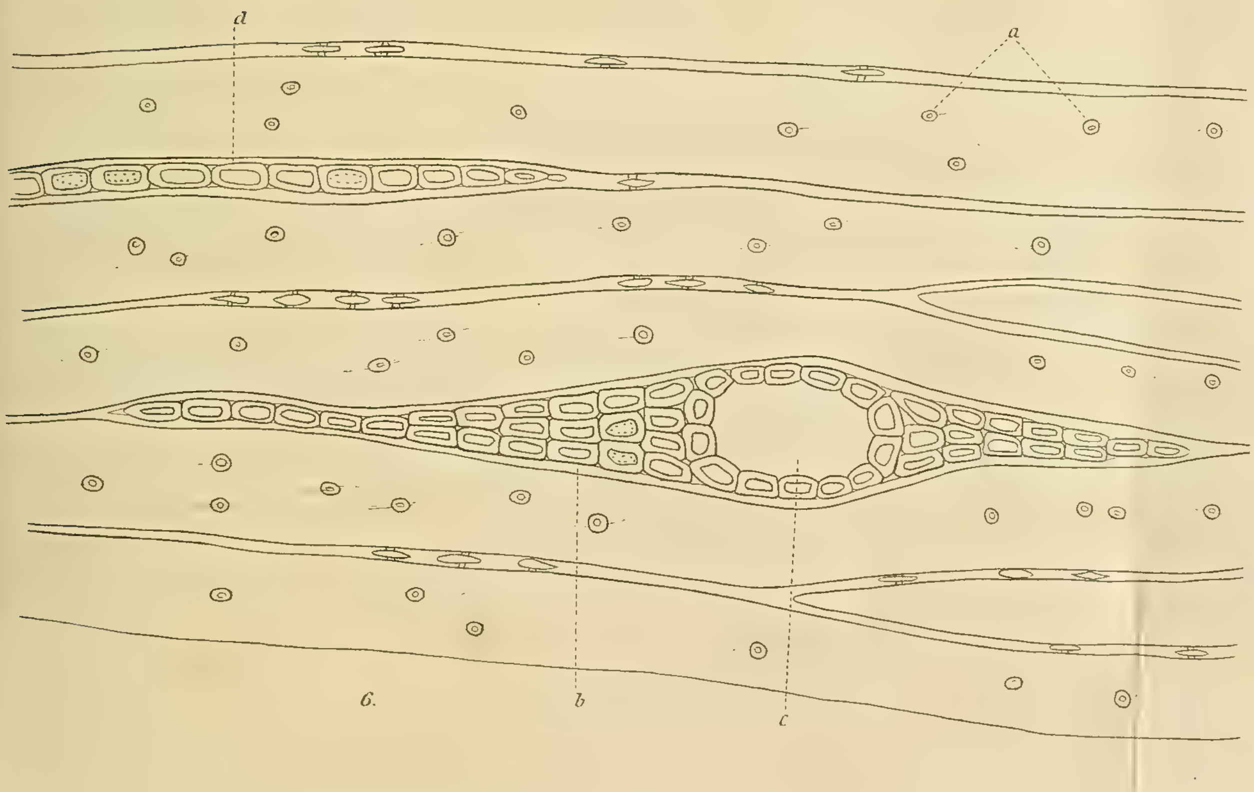


4.

h Ortenblad del. Lith W. Schlachter, Stockholm.



7.



6.

J. Th. Örtenblad del.

Lith. W. Schlachter Stockholm.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band. 6. N:o 11.

UEBER DIE DARSTELLUNG
VON
RUBIDIUM- UND CAESIUM-VERBINDUNGEN
UND UEBER
DIE GEWINNUNG DER METALLE SELBST

VON

CARL SETTERBERG,
APOTHEKER.

DER KÖNIGL. AKADEMIE DER WISS. MITGETHEILT DEN 11 MAI 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Die Verbindungen der durch Bunsen und Kirchhoff entdeckten Rubidium- und Caesium-Metalle sind erst durch die Entdecker und nachher durch verschiedene andere Forscher in der eingehendsten Weise untersucht worden.

Die Darstellung des Rubidiummetalles, die schon Bunsen bei seinen ersten Untersuchungen gelungen ist, ist wie es scheint später nicht mehr wiederholt worden, die Gewinnung des Caesiums aber, das Bunsen durch Elektrolyse des Chlorcaesiums nicht abscheiden konnte, ist soweit aus der Literatur ersichtlich, gar nicht erzielt.

Die verhältnissmässige Seltenheit der beiden Metalle verbunden mit der schwierigen Trennung ihrer Verbindungen von einander und denen des Kaliums mag wohl der Grund gewesen sein, dass man weitere Versuche über diese Metalle eingestellt und sogar auf die Isolirung des noch nicht bekannten Caesiums verzichtet hat.

Da ich im Marquart'schen Laboratorium in Bonn mit hunderten von Centnern der rohen als Nebenproducte bei der Lithionfabrication aus Lepidolith gewonnenen Alaune zu thun bekam, in denen sich auch ganze Centner von den seltenen Rubidium- und Caesium-Verbindungen befinden mussten, so wurde in mir das Verlangen rege, eine Methode ausfindig zu machen, nach welcher man aus diesem schönen Rohmaterial die seltenen Alkalimetalle als Nebenprodukt gewinnen könnte.

Nachdem ich nach verschiedenen Methoden die genannten Metalle zu trennen versucht hatte, ist es mir gelungen das Verfahren von Redtenbacher wesentlich zu verbessern.

Redtenbacher[1]) gründet seine Methode auf die verschiedene Löslichkeit der Alaune in kaltem Wasser und lässt aus einer Lösung der Reihe nach die schwerer löslichen Alaune auscrystallisiren und giebt an, dass diese in heissem Wasser alle ungefähr gleich löslich seien.

---

[1]) Wiener academischer Anzeiger vom Jahre 1865 S. 619.

Ich gründe mein Verfahren auf die von mir beobachtete Thatsache, dass die verschiedenen Alaune in gesättigter Lösung des leichter löslichen Alauns unlöslich sind. Ich entferne je nach der Menge des leichter löslichen Alauns denselben in warmen oder kaltem doch immer gesättigten Lösungen.

Die Trennung wird folgendermassen ausgeführt.

In einem grösseren Bottich werden auf einmal 3—4 Centner Alaun aufgelöst mit so viel Wasser, dass die Lösung in siedendem Zustande 20° *Beaumé* hat. Nach dem Absetzen wird dieselbe in ein anderes Gefäss eingefüllt und in diesem, gut zugedeckt, während 12—14 Stunden der Krystallisation überlassen. Nach dem Verlauf dieser Zeit hat die Flüssigkeit eine Temperatur von circa 45° C. angenommen und ist vollständig Caesium- und Rubidium- frei, sie enthält nun noch die bei weitem grösste Menge des Kaliumalauns und kann darum in ein anderes Gefäss zum Absetzen dieses Salzes abgefüllt werden. Das abgesetzte, schon sehr Rubidium- und Caesium-reiche Salz wird nachdem man am Besten durch mehrere ähnliche Krystallisationen eine grössere Menge desselben erhalten hat, durch Wiederholen dieser Operation gereinigt, wobei man je nach der Abnahme der Menge des Kaliumsalzes die Lösungen sich immer mehr abkühlen lässt und immer weniger Lösungsmittel benutzt. So lange die Lösung noch vom Kaliumsalz gesättigt ist, enthält dieselbe kaum eine Spur von Rubidium, bald tritt jedoch der Zeitpunkt ein wo die Kaliummenge zu geringe ist um eine günstige Lösung bilden zu können und man erhält in einigen Auflösungen ein in Verhältniss zu der ganzen Menge nicht bedeutendes Zwischenprodukt, zu welchem man auch am sichersten die erste reine Rubidium-Lösung bringt, weil sie, obgleich spectralanalytisch rein, doch eine Spur Kalium enthalten kann.

Die sämtlichen salzarmen Mutterlaugen benutzt man am Besten zum Auflösen neuer Quantitäten rohen Alauns.

Das Zwischenprodukt lässt sich aber auch nach Abdampfen durch wiederholte Operationen bis auf ein kleines neues Zwischenprodukt trennen, und dieses wieder durch fortgesetzte Auflösungen bis auf ein verschwindbar kleines; denn bei jeder dieser Operationen kann man das entstandene Zwischenprodukt in viel weniger Wasser als die vorhergehenden Salzmassen auflösen und durch arbeiten mit gesättigten Lösungen wieder reinigen.

Aus dem reinen Rubidium- und Caesium-Alaune wird der Rubidium- wie vorher der Kalium-Alaun entfernt. Auch hier zeigt die Lösung kaum eine Spur Caesium so lange sie noch von Rubidium gesättigt ist. Durch Abdampfen der reinen Rubidium-Mutterlauge erhält man den Alaun. Die auch hier entstehenden gemischten Mutterlaugen werden wie oben behandelt und der aus einer Rubidiumfreien Lösung auscrystallisirte Caesiumalaun aufbewahrt.

Da nach MENDELEJEFFS periodischem System der Elemente noch zwei Alkalimetalle mit höherem Atomgewicht als das des Caesium's fehlen sollen, und da einer der vielen schwächeren Linien aus denen das Caesiumspectrum ausser den drei gewöhnlich genannten besteht, möglicherweise einem anderen Metalle angehören konnte, dessen Entdeckung bisher in Folge seiner kleinen Menge noch nicht gelungen ist, so nahm ich mir vor, dieses eventuelle Metall zu suchen.

Ich setzte mit 3 Kilo Caesium-Alaun die Auflösung fort, bis nur eine ganz kleine Menge zurück geblieben war, setzte diesen, wie auch eine kleine Menge anderen Alaun's, den ich aus der ersten bei der Auflösung erhaltenen Lauge bereitet hatte, in Bitartrat um. Diese Bitartrate zeigten beide ganz gleichmässig das gewöhnliche Spectrum. Nachdem ich diese Bitartrate in Chloride verwandelt hatte, titrirte ich verschiedene Mengen derselben mit Silbersalz und berechnete die Resultate auf eine und dieselbe Menge. Auch hier bekam ich vollständig gleiche Resultate, welche zeigten, dass im Alaun kein Anderes wenigstens nach dieser Methode erkennbares Metall vorkommen konnte.

Abgesehen davon, dass ich die erste Krystallisation immer erst nach Vorrath von Salz vornehmen konnte, so hatte ich in 14 Tagen 40 Kilo Rubidium und 10 Kilo Caesium-Alaun dargestellt und ein Zwischenproduct von circa 3 Kilo bekommen, welches ich durch nochmalige Behandlung bis auf 200 Gram herunterbrachte.

Berücksichtigt man, dass der rohe Kalialaun umcrystallisirt werden muss, um ein im Handel begehrter Artikel zu sein, und dass derselbe in einer für die Krystallisation hinreichend concentr. Lösung zum grössten Theil wieder gewonnen wird, so scheint es mir, dass meine Methode alle

Ansprüche auf Wohlfeilheit erfüllt und an Reinheit der Producte nichts zu wünschen übrig lässt. Ueber dies lässt sich durch Anwendung einiger practischen Griffe, wenn man einen kleinen Verlust an Salz nicht berücksichtigt mit noch weniger Arbeit das Zeil erreichen.

Löslichkeitsbestimmung. Die reinen Alaunen benutzte ich zunächst um die Löslichkeit derselben bei verschiedenen Temperaturen fest zu stellen. Ich wendete die folgende Methode an.

Der gepulverte Alaun, in einen Kolben eingefüllt, wurde in Wasser von 0° C. abgekühlt und nachher mit Wasser von derselben Temperatur übergossen. Den Kolben verschloss ich mit einem doppelt durchbohrten Kautschukspfropf, in dessen Oeffnungen ein Thermometer und ein zu einer langen Spitze ausgezogenes Glasrohr eingesetzt waren, und senkte ihn tief in das Wasser hinein. Das Wasser wurde möglichst genau auf der nöthigen Temperatur erhalten, so das nur ganz geringe Temperaturschwankungen des Inhalts des Kolbens stattfanden. Doch verdient bemerkt zu werden, dass bei höheren Temperaturen immer das Thermometer im Wasser einen etwas höheren Wärmegrad als das im Kolben zeigte, was davon herrühren mag, dass bei dem häufigen Umschütteln des Kolbens die Wände desselben immer etwas abgekühlt wurden. Bei Temperaturen über 0° wurde einfach alles bis zu der gewünschten Temperatur erwärmt.

Nachdem die Auflösung eine viertel Stunde gedauert hatte, wurde eine Quantität in einer Glasschaale abgewogen, bei 100° C. getrocknet und schliesslich von Feuchtigkeit bei 130° C. befreit.

100 Theile Wasser lösten folgende Mengen so getrockneter Alaune.

Temperatur.	Rub. Alaun.	Caes. Alaun.
0	0,71	0,19
10	1,09	0,29
17	1,42	0,38
25	1,85	0,49
35	2,67	0,69
50	4,98	1,235
65	9,63	2,38
80	21,60	5,29

Dividirt man die Zahlen, welche die Löslichkeit des Rubidium-Alaunes ausdrücken durch die entsprechenden bei Caesium angeführten Zahlen so bekommt man folgende relative Verhältnisse.

Temperatur.	Verhältniss.
0	3,74
+ 10	3,76
17	3,74
25	3,78
35	3,87
50	4,05
65	4,05
80	4,08

Bei + 80° C. ist also der Löslichkeitsunterschied grösser als bei 0° C.

Krystallographische Bestimmung der Alaune.

Die Alaune wurden von Dr G. Hawes aus New Haven, America und mir einer krystallographischen Untersuchung unterworfen, und es zeigte sich hierbei, dass beide in dem reguliären System krystallisiren.

Rubidium-Alaun aus reiner Wasserlösung zeigt vorherrschende Octaeder mit kleinen Dodecaedern und winzigen Würfelflächen, aus salzsaurer Lösung vorherrschend Octaeder und mit Dodecaedern und Würfeln in gleicher Entwickelung.

Die Krystalle aus beiden Lösungen zeigten Doppelbrechung.

Caesium-Alaun aus Wasserlösung liefert vorherrschend Octaeder mit sehr kleinen Würfeln und Pentagondodecaeder $\frac{\infty 02}{2}$, aus Salzsäurelösung vorherrschend Pentagondodecaeder $\frac{\infty 02}{2}$ mit Octaedern und Würfeln.

Die aus Wasserlösung erhaltenen Krystalle verhielten sich wie doppeltbrechende Körper, die aus Salzsäure kaum oder gar nicht.

Darstellung der Rubidium- und Caesium-Verbindungen.

Um die Alaune in andere Salze umzusetzen versuchte ich die Thonerde nach der gewöhnlichen auch von Godeffroy

(Annalen der Chemie B. 181 S. 185) benutzten Methode mit Ammoniak zu beseitigen. Diese Methode zeigte sich jedoch beim Arbeiten mit grösseren Quantitäten schwer ausführbar, denn man erhält grosse Mengen der voluminösen schwer auswaschbaren Thonerde, welche eine nicht unbedeutende Quantität Alkalisalz hartnäckig zurückhält. Auch hat man beim Glühen grössere sehr theure Platingefässe nöthig, weil andere Gefässe durch die dabei auftretende Schwefelsäure stark angegriffen werden und das erhaltene Salz verunreinigen.

Ein Versuch die schwefelsaure Thonerde durch einfaches Glühen zu zersetzen zeigte sich auch unpraktisch.

Mit besserem Erfolge fällte ich gleichzeitig mit Barythydrat in der Siedhitze die Schwefelsäure und Thonerde aus, bis ich eine neutral reagirende, beim Kochen mit Ammoniak klar bleibende Flüssigkeit erhielt. Die ausgefällte Thonerde war schwer und compakt, in Folge dessen leicht auszuwaschen und auszupressen. Da Barythydrat ohne Schwierigkeit rein erhalten werden kann, war auch das durch Abdampfen der Lösung erhaltene schwefelsaure Salz von genügender Reinheit. Aus dem schwefelsauren Salz kann man durch doppelte Zersetzung mit dem entsprechenden Barytsalz die anderen Salze darstellen. Ich stellte, um das saure weinsaure Salz zu erhalten, erst das Hydrat dar und neutralisirte mit Weinsäure, setzte dann eine gleiche Menge Weinsäure zu und liess die Lösung krystallisiren.

Die Darstellung von Cyancaesium, welches ich später für electrolytische Reduction benützte, bewerkstelligte ich durch Einleitung von ganz trockenem Cyanwasserstoff in eine Lösung von Caesiumhydrat in absoluten Alcohol.

Begeht man den Fehler, wie ich auch zuerst gethan, nicht mit wasserfreien Substanzen zu arbeiten, so bekommt man das Cyancaesium nicht als Pulver, sondern als eine öldicke Lösung ausgeschieden, welche sich beim Eintrocknen leicht zersetzt. Aus 200 gr. Hydrat habe ich 135 bis 140 gr. Cyanid bekommen. Das Cyanrubidium lässt sich in ganz ähnlicher Weise bereiten.

Reduction der Metalle aus den kohlensauren Salzen durch Kohle.

Es musste vorerst durch Glühen des weinsauren Salzes eine innige Mischung von Kohle und Karbonat dargestellt werden. Nach den Untersuchungen von DONNE und MARESSKA[1]) ist es von besonderem Vortheil um eine grosse Ausbeute des Kaliums zu erhalten, dass genau die Menge Kohle angewendet wird, die man nach der Umsetzungsformel $Ka_2 CO_3 + 2 C. = 2 K. + 3 CO$ berechnet, also auf ein Atomgewicht Kalium 12 Gewichtstheile Kohle.

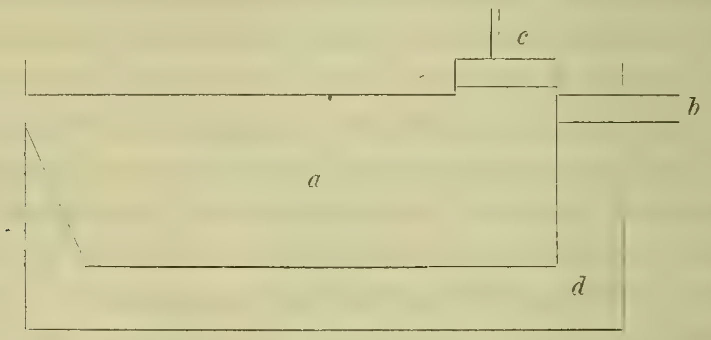
Es musste somit erst die Kohlenmenge, die beim Glühen der weinsauren Salze erhalten wird, bestimmt werden. Zehn gr. Rubidiumbitartrat geben nach dem Glühen einen 5,20 gr. wiegenden Rückstand, welcher mit Wasser und Salzsäure ausgekocht und bei 100° getrocknet 0,32 gr. Kohle liefert und also 4,88 gr. kohlensaures Salz enthält. Berechnet man diese Resultate auf das Molekulargewicht Rubidiumsalz, so erhält man 7,50 gr. Kohle und 114,87 gr. Carbonat, welche letztere in roher Weise gewonnene Zahl mit 115,4 dem Molekulargewicht des Rubidiumcarbonats genügend übereinstimmt, 10 gr. Caesiumbitartrat haben nur 6,03 gr. Rückstand und 0,37 gr. Kohle geliefert, welches auf das Atomgewicht 10,36 Kohle und 160 Carbonat ausmacht. Die Zahl 160 ist augenscheinlich zu klein und die Kohlenmenge steht zu der beim Rubidium erhaltenen in keinem Verhältniss. Bei einer mit Kalisalz angestellten vergleichenden Analyse fand ich, dass es in völliger Uebereinstimmung mit dem Rubidiumsalz 7,5 gr. Kohle und die berechnete Menge Carbonat gab.

Die durch Glühen der weinsauren Salze erhaltene Kohlenmenge war also für die Reduction ungenügend, ich entschloss mich daher, die fehlende Quantität durch Zucker zu ersetzen und bestimmte durch Glühen des Zuckers die zurüchbleibende Kohlenmenge. Weil Rubidium- und Caesiumcarbonat noch leichter schmelzbar sind als Kaliumcarbonat, wurde selbstverständlich um die Schmelzung während der Reduction zu verhindern Calciumcarbonat beigemischt, auch die für Reduction dieses Salzes erforderliche Kohlenmenge habe ich in Form von Zucker zugemischt und nach der Gleichung $Ca CO_3 + C. = Ca O + 2 CO$ berechnet.

Da Kalium und Kohlenoxyd-Gas, die bei höherer und gewöhnlicher Temperatur wenig auf einander einwirken, doch in dazwischenliegenden Wärmegraden sich rasch verbinden, so war zu erwarten, dass dieses in noch höherem Grade bei dem energischer wirkenden Rubidium und Caesium eintreten würde. Es war also von besonderer Wichtigkeit, die Zeit innerhalb welcher die Gase bei dieser schädlichen Temperatur auf einander einwirken können möglichst zu verkürzen und einen Kühler auszuwählen, welcher die gasförmigen Metalle rasch abkühlt. Ich verfiel zuerst auf den gewöhnlichen Brunnes Apparat, den ich aber bald als unzweckmässig aufgeben musste, weil der grösste Theil des Apparates doppelwandig ist, was die Abkühlung bedeutend erschwert. Der obere Theil ist ohne Kühlvorrichtung und seine Form ist ein kurzer Cylinder, welcher sehr wenig Kühloberfläche liefert. Ich construirte mir also selbst eine Vorlage nach Zeichnung:

---

[1]) Erdmanns Journal für prakt. Chemie 56, 283.



a ist die eigentliche aus Kupfer gefertigte Vorlage von langgestreckter Form und so schmal, dass sie nur gerade breit genug ist um dass Gaseinleitungsrohr aufzunehmen. Diesem gegenüber befindet sich die Oeffnung *b*, um das Metall, welches den freien Eintritt der Gase hindern könnte, ausbohren zu können. Auf dem Deckel *c*, welcher eine zum Herausnehmen des Metalls dienliche Oeffnung schliesst, befindet sich ein Rohr, welches zur Ableitung der unverdichtbaren Gase bestimmt ist, *d* ein äusseres Kühlreservoir wird mit kaltem Wasser gespeist, dessen Abfluss so niedrig angebracht ist, dass das Wasser nicht über den Deckel steigen kann.

Um das schon verdichtete Metall zu schützen, befindet sich auf dem Boden des inneren Apparates eine nicht zu grosse Menge über Natrium destillirten Petroleums. Die Reduction wurde in einer gewöhnlichen, mit einem angeschraubten Ableitungsrohre versehenen Quecksilberflasche vorgenommen und beim Einlegen derselben in den für starken Zug eingerichteten Ofen die Vorsichtsmassregel beobachtet, dass das Rohr nur einen Zoll aus der mit einer dünnen Schicht

Thon überzogenen Eisen-Platte welche einen Theil der einen Ofenwand ausmacht, hervorstand. Durch diese Anordnung wird die rasche Abkühlung ausserordentlich beschleunigt. Die Gase treten aus der glühenden Retorte unmittelbar in die stark abgekühlte Vorlage, Metall und Kohlenoxyd haben nur wenig Zeit, in den zwischen Reductionshitze und gewöhnlicher Temperatur liegenden Wärmegraden auf einander einzuwirken. Auch kann eine Verstopfung des kurzen fast in seiner ganzen Länge glühenden Gasableitungsrohres kaum vorkommen.

Zur Prüfung meiner Apparate und um selbst die nöthige Uebung zu erwerben, stellte ich zu verschiedenen Malen Kalium dar. Die einzige Beschwerde die ich bei diesen Reductionen wahrnahm, war die zu grosse Abkühlungskraft der Vorlage. Das verdichtete Kalium musste unaufhörlich ausgebohrt und mit einem Meissel beseitigt werden. Dieses war bei der Bereitung von Kalium von Nachtheil, bei der Darstellung der leichter flüchtigen und flüssigen Rubidium- und Caesium-Metalle musste es aber von Vortheil sein.

Um bei der Reduction von Rubidium wenig Verlust zu haben so wurden die weggehenden Gase durch ein eisernes Rohr in eine grosse mit Wasser gut abgekühlte Flasche geleitet. 1,500 gr. Rubidiumbitartrat, 150 gr. Calc.-carbonat und die nöthige Menge Zucker (welche jedesmal bestimmt werden musste, weil der Kohlengehalt der verschiedenen Zuckerarten bedeutend schwankt) wurden in einem eisernen mit Deckel verschenen Tiegel gut verkohlt, in die gut gereinigte Quecksilberflasche eingelegt und die Reduction vorgenommen. Diese ging glatt und ohne störende Zwischenfälle ab, und nach Verlauf von einer Stunde war die ganze Operation vollendet. In der Vorlage befand sich beinahe reines nur mit einer kleinen Menge von der schwarzen Kohlenoxydverbindung gemischtes Rubidium-Metall. Die Rectification in einem Kohlenofen, wo die Hitze rasch gesteigert wurde, ist gut wenn gleich bei ziemlichem Verlust gelungen. Das rectificirte Metall wurde unter Petroleum zusammengeschmolzen, in Würfel geschnitten und wie Kalium aufbewahrt. Besser ist aber das Metall in Glasröhren in einer Wasserstoff-Atmosphäre einzuschmelzen, weil es sich unter Petroleum rasch verändert.

Um das Caesiummetall darzustellen behandelte ich Kohle von 1 K. Caesiumbitartrat 250 gr. Kalk und Zucker in genügender Menge, wie bei Rubidium angegeben ist. Diese Operation ging gut vor sich. Nach einer kurzen Zeit zeigte der Mangel an fortgehenden Dämpfen das Ende der Operation an, die Vorlage wurde weggenommen und nach guter Abkühlung geöffnet. Als ich den Inhalt untersuchte, fand ich dass er aus schwarzen Krusten (von Kohlenoxydverbindungen?) bestand. Ich hatte bei der Untersuchung der Vorlage versäumt, die bei Seite gestellte Abkühlungsflasche, in welcher sich eine nicht unbedeutende Menge eines grauen Pulvers befand zu beobachten. Es ist möglich, dass sich darin einige Metallpartikelchen befanden, die sich aber rasch oxydirt hatten, denn ich beobachtete nach einer kurzen Zeit ein zischendes Geräusch, nahm gleichzeitig eine Caesiumflamme wahr und konnte bei nachheriger Untersuchung nicht die Spur von Metall entdecken.

Zwei Erscheinungen fielen mir bei der Reduction auf: die in die Glasvorlage tretenden Gase waren besonders dunkel gefärbt und während der ganzen Zeit erschien in der Spitze des Gasableitungsrohres eine Flamme.

Um mich zu überzeugen, dass mit den weggehenden Gasen kein Caesium fortging, legte ich in einen kleineren dem oben erwähuten ähnlichen Apparat. Kohle von 300 gr. Caesiumbitartrat ein, und leitete die entweichenden Gase in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss. Das Quecksilber wurde bald so dickflüssig, dass die Operation abgebrochen werden musste und auf der Oberfläche sammelte sich eine schlammige Masse. Das Amalgam löste sich unter Gasentwickelung und Quecksilberabscheidung in Wasser zu einer alkalisch reagirenden, das Caesiumspectrum liefernden Flüssigkeit auf.

Ich stellte nun einen Versuch in der Weise an, dass ich die aus der Vorlage entwickelten Gase durch ein Uförmig gebogenes zum Theil mit Petroleum gefülltes Glasrohr, welches während der Operation mit Chlorcalcium und Eis abgekühlt wurde, leitete, aber auch dieser Versuch war ohne Erfolg.

Der Versuch das Caesiummetall durch Reduction des kohlensauren Salzes mit Kohle darzustellen, ist also gescheitert.

Darstellung des Caesiummetalles durch Electrolyse.

Nach einer Notiz von LINNEMANN [1]) soll die electrolytische Zersetzung des Cyankaliums sehr glatt vor sich gehen; da dies aller Wahrscheinlichkeit nach auch mit Cyancaesium der Fall sein dürfte, entschloss ich mich diese Methode zu versuchen.

Ich benutzte für die elektrolytische Reduktion das von BUNSEN [2]) angegebene und von mehreren Chemikern mit Erfolg benutzte Verfahren. Um einige Gewandheit im Arbeiten nach dieser Methode mir zu erwerben, stellte ich zuerst Kalium sowohl aus der Chlorverbindung als auch aus der Cyanverbindung dar. Die Elektrolyse des Chlorides ist immer mit Schwierigkeiten verknüpft, weil neben dem Metalle immer Subchlorid sich bildet, ja diese lästige Nebenzersetzung kann sogar so weit gehen, dass nur Spuren von Metall sich ausscheiden. Die Zersetzung des Cyankaliums geht dagegen sehr schön vor sich. Die bei der Darstellung gebrauchte Thonzelle war beim Zerbrechen des Apparates ganz und gar mit reinem Kalium gefüllt. Bei der Electrolyse von Chlorcaesium erhielt ich eine graue mit Wasser Wasserstoff entwickelnde Masse, welche mit grauen spröden Metallkörnchen durchsprengt war. Diese Metallkörnchen erwiesen sich bei der Untersuchung als der Hauptmasse nach aus Aluminium bestehend, welches aus der sich auflösenden Thonzelle und besonders des den Pol umgebenden Thonrohrs stammte.

Aus einer Mischung von einem Molecul Chlorbarium mit zwei Molekülen Chlorcaesium habe ich dasselbe Resultat bekommen.

Bei der Zersetzung des Cyancaesiums ging der Strom anfänglich gut durch, wurde aber bald sehr ungleichmässig und hörte nach $^1/_4$ Stunde ganz auf. Der Inhalt der Zelle war nach dem Erkalten etwas gefärbt, wurde jedoch in Berührung mit der Luft rasch weiss und löste sich unter geringer Ausscheidung von Thonerde schnell im Wasser auf wobei kleine Flämmchen auftraten, es gelang mir jedoch nicht die etwa vorhandenen kleinen Metallpartikelchen zu grösseren zu vereinigen.

---

[1]) Journ. prakt. Chemie B. 73 S. 415.

[2]) Pogg. Annal. Bd. 94 S. 107 st. Bd 155 S. 633.

Um die Ursache aufzufinden, welche die Ausscheidung des Caesiummetalles verhinderten, nahm ich die Electrolyse im offenen Tiegel vor und suchte das möglicherweise sich abscheidende Metall durch eine ungeschmolzene Salzkruste gegen Verbrennung zu schützen. Bei dem Chlorcaesium zeigte sich an dem negativen Pol eine beständige, dunkelgefärbte Strömung in der flüssigen Masse, welche sich bei niederer Temperatur mehr um den Pol concentrirte und nach dem Erkalten als eine graugefärbte, mit Wasser Wasserstoff entwickelnde Materie zum Vorschein kam. Metallkugeln konnten weder während noch nach der Operation entdeckt werden.

Der Vorgang bei der Zersetzung des Cyancaesiums entzog sich aber der Beobachtung, da alle als positive Pole gebrauchte Metalle sich rasch auflösten und selbst Retortengrafit rasch in Staub zerfiel. Erst durch Einschaltung eines Aluminiumpoles wurde dieser Uebelstand beseitigt und eine genaue Beobachtung möglich. Das Caesiummetall schied sich jetzt aus, sobald ich den Strom schloss bei der etwas über dem Schmelzpunkt liegenden Temperatur und verbrannte an der Oberfläche. Metallähnlich erhielt ich es erst beim Erniedrigen der Temperatur bis gerade zum Schmelzpunkte der Cyanverbindung.

Diese Experimente zeigten, dass man aus dem Chloride nur ein unbekanntes Subchlorid erhält, aus dem Cyanide aber Metall, welches sich erst bei möglichst niedriger Temperatur zu zusammenhängenden Massen vereinigt.

Auf Grund obiger Beobachtungen stellte ich jetzt eine Menge Versuche an, aber bei keinem Einzigen ist es mir gelungen eine erhebliche Menge des Caesiummetalles zu erhalten, wahrscheinlich wegen der grossen Schwierigkeit die Temperatur niedrig genug zu halten.

Um eine leichter schmelzende Masse zu bekommen versuchte ich anstatt des reinen Cyancaesiums eine Mischung von 4 Theilen desselben mit 1 Theil Cyanbarium oder von 4 Molekulargewichten des Caesiumsalzes auf 1 Molekulargewicht der Bariumverbindung, welches Mischungsverhältniss ich experimentell als das beste gefunden habe; denn es schmilzt viel leichter als das reine Cyancaesium und hat geschmolzen eine breiige Beschaffenheit, welche zum Zusammenhalten der abgeschiedenen Caesiummetallkügelchen sehr geeignet ist. Dieses Gemenge unterwarf ich der electrolytischen Zersetzung während einer halben Stunde durch einen Strom von der Intensität 25 in absolutem Maass ausgedrückt. Auf die Stromstärke scheint es mir doch wenig anzukommen.

Die Thonzelle, in welcher die Zersetzung stattgefunden hatte, war 20 mm. breit und 45 mm. hoch und war beim Zerschlagen reich mit Metall gefüllt, welches unter Petroleum durch Leinen filtrirt und zusammengeschmolzen wurde.

Die Rest des Metalles sammelt man am Besten, indem man grössere Stücke des unvollkommen zersetzten Inhaltes der Zelle unter Petroleum erwärmt, wobei das Metall in kleinen Tropfen an der Oberfläche der Masse hervorquillt.

Das Metall erwies sich bei spektroskopischer Untersuchung als rein, nur eine ganz kleine Spur Natrium konnte darin entdeckt werden. Ein Stück des Metalles in Chlorid umgewandelt gab mit Schwefelammonium keinen Niederschlag. Eisen, Thonerde und Kieselsäure, die einzigen Stoffe, welche das aus reinem Material dargestellte Metall verunreinigen konnten, waren also abwesend.

Das Caesiummetall

ist den übrigen Alkalimetallen ganz ähnlich: Silberweiss, dehnbar und bei gewöhnlicher Temperatur sehr weich. Auf Wasser schwimmt es herum unter Feuererscheinung wie Kalium und Rubidium. In der Luft entzündet es sich rasch, wenn es nicht durch eine Schicht Petroleum oder Oxid geschützt ist. In Folge seines hohen spec. Gewichts liefert es unter Steinöl nur aus ganz kleinen Mengen, Kugeln, grössere Mengen dagegen geben Platten, (bei welchen man die kuglige Gestalt nicht mehr erkennen kann).

Der Schmelzpunkt des Metalles liegt zwischen + 26° und 27° Celsius also ungefähr 26,5°. Beim Schmelzen zeigt es wie Kalium erst eine breiige Beschaffenheit, welche man am Besten beobachten kann, wenn das Metall aus dem flüssigen in den festen Zustand übergeht.

Das specifische Gewicht des Metalles ist 1,88 bei 15° C.

Zur Feststellung des Schmelzpunktes tauchte ich tief in ein grosses mit Wasser gefülltes Becherglas ein in $^1/_5$ Grade eingetheiltes Thermometer und daneben ein mit trockenem Petroleum gefülltes Glasrohr. Das Wasser wurde auf den gewünschten Wärmegrad erhitzt, das Caesiummetall in das mit Petroleum gefüllte Rohr gebracht und alles auf gleichmässiger Temperatur durch häufiges Zuschütten von kochendem Wasser gehalten und die ganze Zeit durch einen Rührer in stetiger Bewegung erhalten.

Da das Caesium eine etwas oxydirte Oberfläche hatte, welche eine genaue Beobachtung erschwerte, so stellte ich auch in das Rohr einen Kapillarglasfaden, mit welchem das Metall gestossen werden konnte.

Bei + 26° Celsius war das Metall noch ganz fest, bei + 27° dagegen geschmolzen.

Das specifische Gewicht habe ich durch zwei verschiedene Verfahren bestimmt:

1) Ein gediegenes von hervorragenden Ecken und Kanten befreites Stück des Metalles wurde mit einem Pinsel von der Oxydhaut befreit, auf Löschpapier durch Umrollen getrocknet und unter Petroleum gewogen. Diese Arbeit musste rasch ausgeführt werden, weil das Caesium, besonders beim Reiben oder Drücken mit dem Papier sich rasch entzündet. Das Gefäss, ein Pyknometer, in welchem das Metall gewogen war, wurde nachher mit Petroleum voll gefüllt und von Gasblasen möglichst gut befreit gewogen. Die für ein genaues Resultat lästigen Uebelstände sind hier das schwierige Austrocknen des Metalles und die Gasentwicklung, welche das Caesium auch mit völlig trocknem Oel hervorbringt. Eine Wägung mag hier angeführt werden:

Das Pyknometer leer wog	5,3902	+ 15° C.
mit Wasser gefüllt	12,2602	
mit Oel gefüllt	10,9533	+ 17° C.
Das Oel worin das Metall gewogen werden sollte	7,7021	
Das Oel mit Metall	8,0400	
Das mit Oel gefüllte Pyknometer in welchem das Metall lag	11,1451	

Wonach das spec. Gewicht des Metalles im Verhältniss zu Oel 2,313 ausmacht. Zwei andere Wägungen gaben 2,307 und 2,312. Das specifische Gewicht des Oels von + 17 gegen Wasser von + 15 war 0,8098 das des Metalls also 1,872 bei 15° C.

2) Das Gewicht eines grösseren Stückes des Metalles wurde unter Petroleum wie oben bestimmt, dasselbe dann an eine

feine Nadel, welche vermittelst eines Haares unter die Schale einer hydrostatischen Wage aufgehängt war, befestigt und schwebend in Petroleum gewogen.

Das Metall wog .... Gm. 1,1455 + 10° C.
in Petroleum schwebend mit Nadel » 0,6830
Die Nadel in Petroleum schwebend » 0,0354

Spec. Gewicht des Oels von + 10° C. 0,8196. Das spec. Gewicht des Metalles also .... 1,886 bei 15° C.

Eine andere Bestimmung ergab 1,884, welches die Mittelzahl von 1,885 ergiebt. Die Mittelzahl von 1,885 und 1,872 macht 1,8785 oder in runder Zahl 1,88.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 12.

NICOLAI COPPERNICI

DE HYPOTHESIBUS MOTUUM COELESTIUM

A SE CONSTITUTIS

COMMENTARIOLUS.

MANUSCRIPTUM STOCKHOLMIENSE,
IN BIBLIOTHECA REG. ACAD. SCIENT. SUEC. SERVATUM.

EDIDIT ET PRÆFATUS EST

ARVID LINDHAGEN.

ADJECTA EST TABULA, QUÆ HABITUM MANUSCRIPTI IMITATUR.

REG. ACADEMIÆ SCIENT. SUEC. COMMUNIC. D. 8 JUNII 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Præter alias editiones operis COPPERNICI: [1]) *De Revolutionibus Orbium Coelestium*, ea quoque, quæ Basileæ anno 1566 typis descripta est, solito more membrana vestita, in bibliotheca Regiæ Academiæ Scientiarum Suecicæ servatur. In prima pagina, quæ nomen libri continet, atramento scriptum est: *Ioh. Hevelij Ao. 1659.* Hunc igitur librum celeberrimus ille astronomus Dantiscus possedit. In fine voluminis libellum manuscriptum inveni, qui inscriptus est: *Nicolaj Copernicj de Hypothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus.*

Quod ego quidem sciam, unum tantum apographum hujus commentarioli adhuc cognitum est, illud dico, quod, sub exitum sæculi sexti decimi confectum et in Bibliotheca Aulica Vindobonensi servatum, doctissimus M. CURTZE edidit. [2]) Quo de exemplari in præfatione his fere verbis disserit: »Librarius ex iis, quæ descripsit, haud multum intellexisse videtur; verba enim archetypi multifariam adeo corrupta sunt, ut, quæ scriptor aut dixerit aut dicta voluerit, conjecturis magis minusve probabilibus eliciendum sit». Quæ quum ita sint, manuscriptum nostrum Stockholmiense, quamquam et ipsum nonnullis locis negligentiæ librarii testimonium præbet, permagni æstimandum est, præsertim quum integrum sit ejusque auxilio adhibito lacunam illam maximam exemplaris Vindobonensis in capite, quod *De Luna* inscribitur, explere liceat.

Quum librarius, quo tempore libellum describeret, nullo modo significaverit, viros ætatum manuscriptorum dijudicandarum peritissimos de hac re adii. Quorum hæc sententia est, hoc apographum aut extremo sæculo sexto decimo aut primo septimo decimo in Helvetia aut parte Italiæ septentrionali confectum esse. COPPERNICI ipsius manu non scriptum esse, ex eo quoque intelligas, si cum chirographo ejus, in editione Varsaviensi (1854) foras dato, comparaveris.

---

[1]) M. CURTZE auctore, nomen Coppernici haud dubie per duo *p* scribendum est. Cfr *Nicolaus Coppernicus aus Thorn über die Kreisbewegungen der Weltkörper.* Uebersetzt und mit Anmerkungen von Dr. C. L. MENZZER. Thorn, 1879. Pag. XII—XVI.

[2]) Mittheilungen des Coppernicus-Vereins für Wissenschaft und Kunst zu Thorn. I. Heft: Inedita Coppernicana. Leipzig, 1878.

De vera scriptura archetypi Coppernicani conjicere nequaquam ausus, verba, literas, interpunctionem exemplaris Stockholmiensis quam accuratissime describere idoneum esse putavi; de conjecturis videant ii, qui in libris COPPERNICI interpretandis versantur. Atque ut quasi imago exemplaris nostri veritati quam proxima proponatur, omnes literæ, compendiis scribendi significatæ, cursivis, qui vocantur, typis expressæ sunt.

Uno tantum loco (pag. 13, vers. 24), quæ sint verba librarii, pro certo eruere non potui; ne tamen hac re incommodi aliquid afferretur, eam ipsam paginam (Fol. 6 b) selegi, quæ in tabula adjecta habitum manuscripti repræsentaret.

Quod attinet ad historiam commentarioli, de his verbis, quibus in libro *de nova stella anni 1572*[1]) TYCHO BRAHE utitur, adhuc ut videtur obliteratis monere velim: »Aut si lubet respectu annui Orbis Solis hæc conciliare, eo modo quo idem quoque fecit Copernicus in Tractatulo quodam de Hypothesibus a se constitutis, quem mihi Ratisbonæ aliquando manuscriptum impertijt Clarissimus vir D. Thaddeus Hagæcius, diutina amicitia mihi coniunctissimus: ego vero eundem postea alijs quibusdam in Germania Mathematicis communicaui: quod idcirco commemoro, vt sciant ij, in quorum manus Scriptum illud peruenerit, vndenam profectum sit». Neque dubium est, quin hæc ad exemplar quoddam manuscriptum hujus ipsius commentarioli spectent.

---

[1]) Tychonis Brahe Dani, Astronomiæ instavratæ progymnasmata Quorum hæc prima pars . . . Vraniburgi Daniæ & Pragæ Bohemiæ, 1610. Pag. 479.

Nicolaj Copernicj de Hypothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus. Fol. 1a.

Multitudinem orbium coelestium maiores nostros eam maxime ob causam posuisse uideo, ut apparentem in sideribus motum sub regularitate saluarent. Valde e*nim* absurdum uidebat*ur*, coeleste corpus in absolutissima rotunditate non semper æqualiter mouerj. Fierj autem posse animaduerterant, ut & compositione atq*ue* concursu motuum regularium diuersimode ad aliquem situm mouerj quippiam uideret*ur*. Id quidem Calypus & Eudoxus per concentricos circulos deducere laborantes non potuerunt. Et his omnium in motu sydereo reddere rationem, non solum eorum quæ circa reuolutiones syderum uident*ur*, uerum etiam quod sydera modo scandere in sublime, modo descendere nobis uident*ur*, quod concentricitas minime sustinet. Itaq*ue* potior sententia uisa est per Eccentricos & Epicyclos id agi in qua demum maxima pars sapientu*m* conuenit. Attamen quæ ab Ptolemeo et plerisq*ue* alijs passim de his prodita fuere, quamq*uam* ad numerum responderent, non paruam quoq*ue* videbantur habere dubitationem: Non e*nim* sufficiebat, nisi etiam æquantes quosdam circulos imaginentur, quibus apparebat neq*ue* in orbe suo deferente, neq*ue* in centro proprio æqualj semper velocitate sidus mouerj.

Quapropter non satis absoluta videbatur huiusmodj speculatio, neq*ue* rationj satis concinna. Jgitur cum hæc animaduertissem ego, sæpe cogitabam si forte rationabilior modus circulorum inuenirj possit, e quibus omnis apparens diuersitas dependeret, omnibus in se ipsis æqualiter motis, q*ue*mad*modu*m ratio absolutj mot*us* poscit. Rem sane difficilem aggressus, ac pene inexplicabilem, obtulit se tandem, quomodo id paucioribus et multo conuenientioribus rebus | quam olim sit proditum, fierj possit, si nobis aliquæ petitiones, quas axiomata vocant, concedantur, quæ hoc ordine sequuntur. Fol. 1

PRIMA PETITIO.

1. Omnium orbium coelestium, siue sphærarum vnu*m* centrum non esse.
2. Centrum terræ, non esse centrum mu*n*dj, sed tantum grauitatis et orbis Lunaris.

3. Omnes orbes ambire Solem tamq*uam* in medio omnium existentem, ideoq*ue* circa Solem esse centrum mundj.
4. Minorem esse comparationem distantiarum Solis et terræ ad altitudinem firmamentj, quam semidimetientis terræ ad distantiam Solis, adeo vt sit ad summitatem firmamentj insensibilis.
5. Quicquid ex motu apparet in firmamento, non esse ex parte ipsius, sed terræ, Terra igitur cum proximis elementis motu diurno tota conuertitur, in polis suis inuariabilibus firmamento immobilj permanente ac vltimo coelo.
6. Quicquid nobis ex motibus circa Solem apparet no*n* esse occasione ipsius, sed telluris et nostrj orbis, cu*m* quo circumuoluimur seu aliquo alio sydere. Sicq*ue* terram pluribus motibus ferrj.
7. Quod apparet in Erraticis retrocessio ac progressus non esse ex parte ipsarum, sed telluris. Huius ig*itur* solius motus tot apparentibus in coelo diuersitatibus sufficit.

His igitur sic præmissis conabor breuiter oste*n*dere, quam ordinate æqualitas motuum seruarj possit. Hic autem breuitatis caussa mathematicas demonstrationes omittendas arbitratus sum, maiorj volu|minj destinatas. Quantitates tamen semidiametroru*m* orbium in circulorum ipsorum explanatione hic ponentur, e quibus Mathematicæ artis non ignarus facile percipiet, quam optime numeris et obseruationibus talis circulorum compositio conueniat. Fol. 2 a.

Proinde ne quis temere mobilitatem telluris asseuerasse cum Pytagoricis nos arbitretur, magnum quoq*ue* et hic argumentum accipiet in circulorum declaratio*ne* Etenim quibus Phisiologj stabilitatem eius astruere potissime conantur, apparentijs plerumq*ue* innituntur. Quæ omnia hic imprimis corruunt cum et*iam* p*ropter* apparentiam versemus eandem.

DE ORDINE ORBIVM.

Orbes coelestes hoc ordine sese complectuntur.

Summus est stellarum fjxarum immobilis et omnia continens, et locans: sub eo Saturnus: [quem sequitur Ioui*us*.] hunc sequitur Martius: subest huic orbis, in quo nos circumferimur. Deinde Venereus: Vltimus Mercurialis. Orbis aut*em* Lunæ circa centrum terræ vertitur, et cum ea ceu Epiciclus defertur. Eodem quoq*ue* ordine alius alium reuolutionis

---

35. [quem sequitur Ioui*us*.]. — Hæc verba supra versum aliena manu addita sunt.

velocitate superat, secundum quod maiora minoraue circulorum spacia emetiuntur: Sic q*ui*de*m* Saturnus anno 30, Jupiter 12. Mars, Tellus, annua reuolutione restituuntur. Venus 9 mense: Mercurius 3 reuolutionem peragit.

DE MOTIBVS QVI CIRCA ⊙ Apparent.

Terra triplicj motu circumfertur, vno quidem in orbe magno quo Solem ambiens secundum signorum successionem anno reuoluitur: temporibus æqualibus | semper æquales arcus Fol. 2b. describens: Cuius quidem centrum a centro ⊙ 25 semidiametrj suj distat. Cum igitur supponatur semidiametrum huius orbis ad altitudinem firmamentj imp*er*ceptibilem habere quantitatem, co*n*sequens est, vt hoc motu Sol circumferrj videatur, perinde ac si terra in centro mundi subiaceat. Cum autem id non solis, sed Terræ potius motione contingit, vt exemplj caussa, dum hæc sit sub Capricorno sol e directo per Diametrum in cancro cernatur, et sic deinceps. Videbitur etiam Sol eo motu inæqualiter mouerj, secundum distantiam eius a centro orbis vt iam dictum est; Ex quo maxima diuersitas duobus gradibus et sextante vnius contingit. Declinat autem ab ipso centro Sol ad punctum firmamentj quod distat a stella lucida quæ est in Capite gemellj splendidior gradibus fere 10 versus occidentem inuariabiliter. Tunc igitur Sol in summa eius altitudine cernitur, quando Terra in loco huic opposito versatur, centro orbis inter eos immediante, et per hunc quidem orbem non terram solum sed quidquid simul cum orbe Lunarj comprehensum est circumducitur. Alius telluris motus est quotidianæ reuolutionis et hic sibi maxime proprius in polis suis secundum ordinem signorum hoc est ad orientem labilis, per quem totus mundus præcipiti voragine circumagi videtur: Sic quidem terra cum circumfluis aqua et vicino aëre voluitur. Tertius est motus declinationis; Axis enim quotidianæ reuolutionis non æque distat axi magni orbis, sed obliquatur secundum circumferentiæ partem nostro quidem Fol. 3a. | seculo 23 grad. et medio fere: Jgitur centro terræ in sup*er*ficie Eclipticæ semper manente, hoc est in circumferentia circulj magnj orbis, poli eius circumaguntur, circulos vtrobiq*ue* paruos describentes in centris ab axe orbis magnj æquidistantibus: et hic quoq*ue* motus annuas fere co*m*plet reuolutiones et cum orbe magno pene compares. At vero axis magni orbis ad firmamentum immutabilem seruat compositionem ad eos quos vocant Eclipticæ polos. Motus item declinationis cum motu orbis complexus polos quotidianæ reuolutionis ad eadem cœli mome*n*ta semper retineret, si paribus o*mn*i*no* reuolutionibus cum illo constaret. Nunc longo temporis tractu deprehensum est talem telluris positionem ad faciem firmamentj mutarj, propter quod ipsum firmamentu*m* aliquibus motibus ferrj plerisq*ue* visum est, lege no*n*dum satis deprehensa. Posse autem hæc o*mn*ia mutabilitate telluris minus mirum est. Quibus autem poli inhærea*n*t ad me non attinet dicere: Video equidem in vilioribu*s* rebus quod vngula ferrea magnete attrita in vnum se*m*per mundi situm nitatur. Potior tamen sententia visa, secundum orbem aliquem fierj, ad cuius nutum ipsi poli moueantur, quem procul dubio sub Luna esse oportebit.

QVOD ÆQVALITAS MOTVVM non ad Æquinoctia sed stellas fixas referatur.

Cum igitur æquinoctialia puncta coeteriq*ue* mundj cardines, plurimum commutentur, falli eum necesse est, quicunq*ue* ab his æqualitatem annuæ reuolutionis deducere conatur, quæ et sub diuersis ætatibus multis experimentis ob-
Fol. 3b. seruationum reperta est: Hanc Hypparch*us* | 365 diebus cum quadrante vnius diej. Albategni vero Chaldeus reperit talem annum ex 365 diebus, 5 horis 46 m. h*oc* e*st* 13 minutis et 3 quintis siue triente vni*us* minutj ab Ptolemaico breuiorem Rursus autem Hispalensis huic longiorem vigesima parte vnius horæ, siquidem 365 diebus, 5 horis, et 49 m. in annum vertentem constituit. Ne autem diuersitatem ex obseruationum errore processisse videatur, si quis singula accuratius a*n*i*m*aduertet, inueniet eam cum mutabilitate æquinoctialium punctorum semper correspondisse: dum enim ipsi mundi cardines in centenis annis vno gradu mutabantur, q*ue*m*admodu*m Ptolemej æuo rep*er*tu*m* est; Erat tunc annj quantitas, quæ ab ipso Ptolemeo tradita est: Quando autem subsequentibus seculis potiorj mutabilitate mouerentur motibus inferioribu*s* obuiantes tanto breuior annus factus est, quanto translatio cardinum esset maior: Nam velociorj breuiori tempore annuum excipiebant motum. Rectius igitur agit quicunq*ue* annuam æqualitate*m* ad stellas fixas referet: Quemadmodum circa Virginis spicam fecimus inuenimusq*ue* annum 365 diebus et 6 horarum, et sextantis fere vnius horæ semper fuisse: Qualis

etiam in Ægyptiaca antiquitate reperitur; Eadem ratio in alijs etiam motibus syderum habenda est, quod Absides eorum et statæ sub firmamento motuum leges docent, ac coelum ipsum veracj testimonio. Fol. 4 a.

| DE LVNA.

Luna vero præter annalem vt dictum est circuitum quatuor motibus videtur nobis peruagarj: Nam in orbe suo deferente circa telluris centrum secundum ordinem signo*rum* menstruas complet reuolutiones: Js vero defert quem vocant Epiciclum primæ diuersitatis siue argumentj. Nos vero primum siue maiorem et annj Epiciclum alterum sibi inherentem in superiore quidem portione contra motum orbis reflexus paulo tardiore quam menstruo tempore deducit: Jn hoc demum Luna pendens binas in me*n*se reuolutiones contra motum illius perficit vt qua*n*docu*n*q*ue* centrum Epiciclj maioris contingit lineam a centro orbis magnj transeuntem per centrum terræ quam diametru*m* magnj orbis vocamus, tunc Luna sit ad centrum maioris Epiciclj proxima, quod quidem circa nouam et plenam Lunam accidit: At e contra in quadraturis mediantibus ijsdem remotissima. Quantitas autem Diametrj Et Epiciclj maioris continet 10 partem de semidiametro orbis suj deferentis cum 18 vnius particulæ. Minoris vero Epiciclj semidiametrum quinquies dempta vna parte ipsius. Per hæc igitur Luna modo concita, modo tarda descendens quoq*ue* et ascendens videtur, et prima quidem diuersitate dupliciter variationum motus Epiciclj minoris ingerit: Lunam enim in circumfere*n*tia maioris ab æqualitate distrahit: Cuius quidem in hoc maxima diuersitas 17 gradus et quadrantem colligit. De circumferentia ipsa quantitatis seu diametrj respondentes eum quoq*ue* centrum maioris modo distrahit, modo appellit secundum semidiametrj magnitudinem. Cum igitur p*ropter* hoc circa centrum maioris Epiciclj inæquales | circulorum ambitus Fol. 4 b. Luna describat, contingit primam diuersitatem multipliciter variarj. Hinc est quod circa coniunctiones et obiectiones ad ⊙ maxima huiusmodj diuersitas 4 gr. et 56 M. non excedat: Jn quadraturis autem ad 6 grad. et 36. M. extenditur. Qui vero per Eccentricum circulum fierj hoc arbitrantur, præter ineptam in ipso circulo motus inæqualitatem in duos inciderunt manifestos errores. Consequens est enim mathe-

---

9. Js vero defert . . . puncta Latitudinis motus (pag. 10, vers. 11). — Hæc omnia in manuscripto Vindobonensi desunt.

matica r*ati*o*n*e cum Luna in quadraturis dum infima parte Epiciclj dependet, quadruplo fere maior appareat (si modo tota luceret) quam noua et plena, nisi augmentum et diminutionem magis sui corporis et temerarie asserit. Sic quoq*ue* diuersitatem aspectus facit propter notabilem terræ magnitudinem ad distantia*m* eius circa quadraturas plurimum augerj. Si quis aute*m* diligentius perscrutetur, parum valde vtrumq*ue* distare comperiet in quadraturis ab his quæ interlunio plenaq*ue* Luna co*n*tingunt, et proinde veriorem hanc speculatione*m* nostram haud facile dubitabit. His vero tribus motib*us* Longitudine*m* Luna circumit puncta Latitudinis motus axes quidem Epiciclorum æquidistant axi orbis, propter quod nullam ab eo egressionem facit Sed hic orbis axem suum declinem habet axi magni orbis siue Eclipticæ. Quap*ropter* Lunam a superficie Eclipticæ digredi facit declinat igitur secundum quantitatem angulj cuj de circumferentia circulj quinq*ue* gradus superadtendu*n*tur; cuius poli circumferuntur in æquidistantia axis Eclipticæ propemodu*m* sicut in declinatio*n*e dictum est. Sed hic contra signorum ordinem et longe tardiore motu vt ad vna*m* reuolutione*m* 19 annu*m* exspectat et hoc in orbe quidem eminentiore fierj plerisq*ue* videtur cuj poli inherentes ad hunc modu*m* fera*n*tur. Talem igitur videtur habere Lunam motuum fabricam.

Fol. 5a.

| DE TRIBVS SVPERIORIBVS

♄. ♃. ♂:

Saturnus ♃ et ♂ similem habent motuum rationem, siquidem orbes eorum annalem illum magnu*m* penitus includentes in centro co*mmun*i magnj ipsius orbis ad ordinem voluuntur, sed orbis quidem Saturnius 30 anno reducitur. Jouianus 12, Martius autem 29 mense perinde ac si tales reuolutiones magnitudo orbium remoratur. Nam semidiametro magnj orbis Martij, 30 partes obtinebit, Jouis 130 et vnius particulæ quincunce*m*, Saturnj 230 et sextantem vnius. Dico autem semidiametrum a centro ad centrum *id est* Epiciclj distantiam. Habet *enim* quisq*ue* duos Epiciclos quorum alter alterum defert, propemodum sicut in Luna dictum est, sed lege diuersa. Primus enim Epiciclus *contra* motum orbis reflexus pares facit cum eo reuolutiones altero vero obuians primj motum reuolutionibus duplicatis circumagit sidus. adeo vt q*uan*docunq*ue* sit in summa a centro orbis distantia vel rursus in maxima vicinitate, tunc sidus sit centro Epiciclj quamproximum: Jgitur ex talium motuum compositione orbis et Epiciclorum et reuolutionu*m* paritate contingit vt huiusmodi Elongationes et accessiones maximo statas si sub firmamento sedes obtineant, ac deinceps certas vbiq*ue* obseruant motuum conditiones. Jtaq*ue* absides suas inuariabiles, saturnus q*ui*dem circa stellam quæ super cubitum esse dicitur ♐: Jupiter igitur 8 post stellam quæ extremitas caudæ ♌ appellatur. Mars vero gradibus 6 et medio ante cor ♌: Magnitudines autem Epiciclorum hæ sunt. Jn Saturno q*ui*de*m* primum semidiameter constat ex partib. 19 et 41 Minutis qualium semidiameter orbis magnj ex 25 supponebatur. Secundus autem Epiciclus part 6. et M. 34. semidiametrum habet: Sic quoq*ue* in Joue: primus part 10 et 6. secundus part. 3 et 22 semidiametros continent. Jn ♂ autem, primus part. 5. 34. Secund*us* minut. 51. | Fol. 5 b. Sic igitur ad primum vbiq*ue* semidiameter triplo maior est secundo. Hanc autem diuersitatem, quam Epiciclorum motus inducit, sup*ra* motum orbis primum appellare placuit, quæ vbiq*ue* sub firmame*n*to certos vt dictum est obseruant limites. Alia siquidem est diuersitas secundum quam sidus interdum regredi sepe etiam subsistere cernitur, quæ non ex motu sideris contingit, sed telluris in orbe magno aspectum variantis, Hæc enim motum syderis velocitate superans radio visuali ad firmamenti adspectum obuiante, nutum syderis vincit: Quod tunc maxime fit q*uan*do proxima fuerit siderj terra. dum videlicet inter solem et sidus mediat vespertinj syderis ortus: E contrario autem circa vespertinum occasum ortumue matutinum præuentione antefert visum. Vbi vero visus contra motum æquali cursu obuiat stare videtur, aduersis motibus inuicem se sic perimentib*us* circa triquetrum ☉ radium contingit. Jn his autem omnib*us* tanto maior contingit talis diuersitas quanto inferiore orbe sidus mouetur. Vnde minor in ♄ qua*m* ♃. et rursus in ♂ maxima secundum proportionem semidiametrj magnj orbis ad illorum semidiametros Fit autem tunc vniuscuiusq*ue* maxima q*uan*do sydus per radium aspicitur circumferentiam magnj orbis contingentem: Equidem tria hæc sidera nobis percurrunt. Jn latitudine vero duplicem faciunt digressionem, circumferentijs quidem Epiciclorum in vna superficie permanentibus,

---

1. rursus. — Librarius negligenter scripsit »rusus».
11. orbis. — Librarius negligenter scripsit »obis».

cum orbe suo ab Ecliptica declinent secundum axium deflexiones non sicut in Luna circumducibiles, sed in eundem coeli tractum semper vergentes: Jgitur et sectiones circulorum Fol. 6 a. orbis et Eclipticæ quas nodos vocant æternas in | firmamento sedes occupant: Sic quidem saturnus nodu*m* suum habet vnde ad septentriones scandere incipit par 8. et media, post stellam quæ in capite Geminorum orientalis dicitur. Jupiter ante eam ipsam stellam part. 4. Mars autem vergilias antecedentem part. $6^1/_2$ Jn his igitur ac e diametro positis sidus existens nullam habet latitudinem: Maximam vero quæ in his in quadraturis contingit valde diuersam. Nam axium circulorum quæ inclinare tamq*uam* nodis illis pensilis instare videtur tunc equidem maxima fit quando tellus syderi proxima est, hoc est in ortu syderis vespertino, tunc enim in saturno partib*us* duabus et besse axis inclinatur; Jn Joue partib. 2 dempto triente: Jn Marte vero parte vna et dextante. E contra vero circa vespertinum occasu*m* ortumq*ue* matutinum plurimum habent absistente terra. Saturno quidem et Joue quincunce vnius partis minor est huiusmodi inclinatio: Marti vero parte vna et besse. Sic quidem diuersitas hæc in maximis latitudinibus apprime percipitur ac alicuj tanto minor, quanto minus a nodo Sidus distat: pariter cum latitudine crescens et decrescens. Accidit etiam motu telluris in orbe magno Latitudines visibiles nobis variarj ita sane propinquitate et distantia visibilis latitudinis angulos augente et minuente, sicut Mathematica ratio exposcit. Siquidem hic motus librationis secundum lineam rectam contingit. Fierj autem potest vt ex duobus orbibus huiusmodi motus componatur, qui cum sint concentricj alter alterius deflexos circu*m*ducit polos et inferior contra superiorem duplici velocitate polos orbis Epiciclos deferentis reuoluat. Et hi quoq*ue* poli ta*n*ta*m* habeant deflexionem a polis orbis mediate sup*er*ioris, quantum huius a polis supremi orbis: Et hæc de ♄ ♃ et ♂ in orbib*us* terram ambientibus.

Fol. 6 b.

| DE VENERE

Reliquum est eorum speculationem aperire quæ magnj orbis ambitu includuntur. hoc est de motibus ♀ et ☿ Venus quidem persimilem habet circulo*rum* compaginem quales illj superiores sed alia motuum obseruantia: Orbes quidem cum Epiciclo suo maiorj pares facit reuolutiones nono mense vt

---

10. in his. — Hæc verba in manuscripto iterata sunt (»in his in his»).
39. facit. — Librarius negligenter scripsit »facet».

prædictum est eoq*ue* motu composito, minorem Epiciclum certa vbiq*ue* habitudine firmamento restituit, summam eius absidem ad punctum, quo Solem vergere diximus constituens minor autem Epiciclus impares cum illis reuolutiones habens motuj orbis magnj imparitatem reseruauit, ad huius q*ui*dem reuolutionem duos o*mni*no circuitus perficit, vt q*uan*docunq*ue* tellus in linea ad Absidem diametro porrecta fuerit sydus tunc centrum maioris Epiciclj proximum sit et in transuerso quadra*n*tu*m* remotiss. Simili fere modo q*ue*mad*modu*m in ☾ minor Epiciclus ☉le*m* respicit, obseruans. Est autem proportio semidiametro*rum* orb*is* magnj et veneris sicut 25 ad 10 et maior Epicicl*us* dodrantem suscipit vnius particulæ, Minor vero quadrantem; retrocedere q*uan*doq*ue* et hæc cernitur tunc maxime quando sidus terræ proximum est, simili quodammodo ratione vt in superioribus sed conuersa: Jn illis enim accidit motu terræ superante, hic autem superato: Ac illic orbe telluris contento, hic vero continente. Quapropter nec vnq*uam* ☉ opponitur. cum tellus intermediarj no*n* possit: Sed ex certis a ☉le distantijs quæ fiunt in contactibus circumferentiæ lineis a centro telluris prodeuntibus, vtrobiq*ue* reuertitur, 48 grad. nunq*uam* excedens ad nostrum adspectum. et hæc est Venerej motus summa, quo in longitudinem circumducitur. Latitudinem quoq*ue* duplici causa scandit: Habet *enim* et hæc axem orbis inclinatum quantitate angulj g. 5. Et nodum suum, vnde septentriones petit in abside sua habet. Digressio autem quæ ex tali inclinatione procedit qua*m*q*uam* eade*m* | Fol 7 a. in se ipsa sit duplex, non ostenditur. Nam in alterutro nodorum Veneris incedente terra transuersis sursum et deorsum aspiciuntur, has reflexiones voca*n*t naturales, aparent orbis obliquitates et has vocant declinationes, eædem vero in quadrantibus. Cæteris aute*m* locis ambæ latitudines permixtæ confunduntur, ac alia aliam superans vincit ac similitudine ac dissimilitudine mutuo se augent et perimunt: Hæc vero axis inclinatio est. habet librationem mobilem, non autem sicut in superioribus illis ad nodos pendentem, sed in alijs quibusdam volubilibus punctis, quæ reuolutiones suas ad sidus annuas faciunt. Vndeq*ue* q*uan*docunq*ue* tellus contra absidem Veneris steterit, maxima tunc fit librationis inflexio et hæc

---

24. g. 5. — Ita scriptum esse, pro certo affirmare non ausim. Cfr tabulam.

26. qua*m*q*uam* eade*m*. — Hæc verba in imo Fol. 6 b leguntur; in summo Fol. 7 a negligenter scriptum est »Quanq*ue* eadem».

in ipso sidere in quacu*n*q*ue* tunc parte suj orbis fuerit. Quap*ropter* si tunc sidus in abside sit, vel ei diam*etrali*ter opposito, latitudine non penitus carebit, tametsi in nodis tunc versetur. Hinc vero decrescente hac inflexione quoad vsq*ue* tellus per quadrantem circulj dicto loco amoueatur, et similitudinem motuum maxime illius deuiationis pu*nctus* a sidere tantundem distiterit nullum prorsus huiusce deuiationis vestigium reperitur et deinceps deuiationum libramento continuato et illo principio a septe*n*trionib*us* ad austrum declinante ac identidem a sydere sese elongante, secundum telluris ab abside remotionem sydus ad eam perducitur partem quæ prius australis fuerat. Nunc autem oppositionis lege septentrionalis facta donec iterum ad summam librationis circulo peracto, vbi rursum maxima fit deuiatio et primæ simul et æqualis Sic demum parj modo per reliquum semicirculum pergit: Fol.7b. Quap*ropter* nunq*uam* fit meridiana hæc latitudo | quam plerumq*ue* deuiationem vocant, et hæc duobus orbibus fierj, concentricis et axibus obliquis, sicut in superioribus dicebamus, hic quoq*ue* consentaneum esse videtur.

DE MERCVRIO

Sed omnium in coelo mirabilissimus est ☿ cursus, qui pene imperuestigabiles permeat vias, vti perscrutarj non facile queat: Addit præterea difficultatem, quod sub radijs ⊙ inuisibiles plerumq*ue* meatus occupat, et paucis admodum diebus visibile*m* se exhibet, attamen comprehendetur et ipse, modo altiorj ingenio quispiam incu*m*bat. Conuenient et huic Epiciclj duo, vt in venere in orbe suo reuolubiles. Nam maior Epiciclus cum orbe suo pariter facit reuolutiones vt illic absides eius sedem grad 14 et medium post ♍ spicam constituens. Minor autem Epiciclus contraria illius lege duplicj vero reuolutione reflectitur vt in omnj situ telluris quo absidem huius superauerit vel ex aduerso respicit sidus a centro maioris Epiciclj remotiss. sit, atq*ue* in quadrantibus proximum et huius quidem orbem tertio mense duximus reuertj hoc est: 88 diebus cuius semidimetiens partes capit $9^2/_5$ quarum semidiametrum magnj orbis 25 posuimus: Ex his autem primus Epiciclus accipit vnam et 41. m. secundus aute*m* tertiam etiam partem hoc est minutias 34 fere, sed is quidem circulorum concursus hic non sufficit vt in coeteris: Terra siquidem in supradictis absidis respectibus permeante longe minorj apparet ambitu sidus mouerj, quam ratio circulorum iam dicta sustinet et rursus in quadraturis longe etiam maiore.

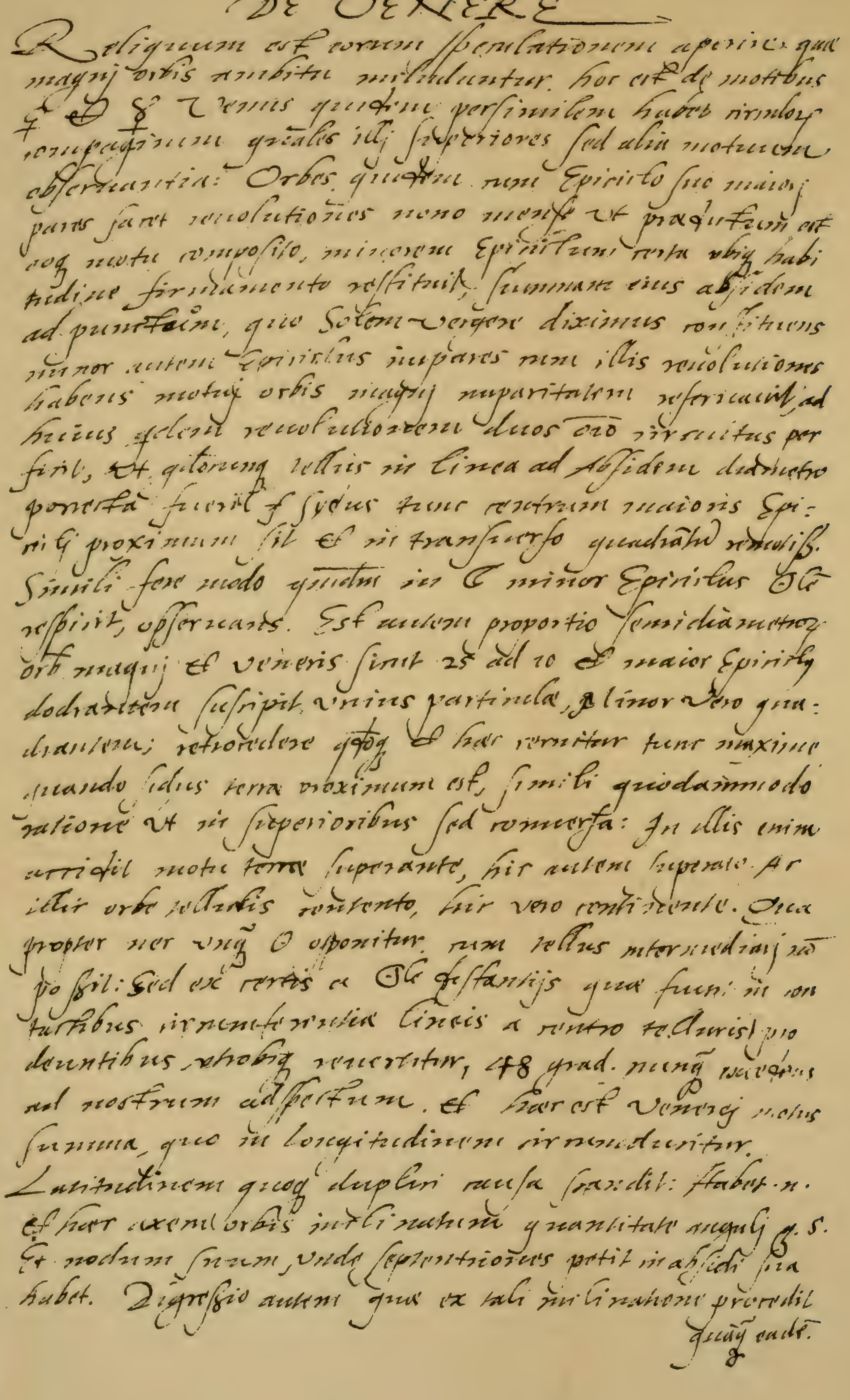
| Cum vero nullam aliam in longitudine diuersitatem ex Fol. 8a hoc fierj percipiatur, consentaneum est per accessum quendam et recessum a centro orbis secu*n*du*m* lineam rectam contingere, quod q*ui*dem fierj oportet duobus orbiculis circundata habentibus axes æquidistantes axi orbis, dum centrum Epiciclj maioris siue totius illius asse tantum distat a centro orbiculum immediate continentis quantum centrum huius a centro extremj id quidem rep*er*tu*m* est minut. 14 et medio vnius partis de 25 q*ui*bus o*mniu*m contextum mensi sumus. quodq*ue* motus extremj orbiculj binas in anno vertente reuolutiones faciat interior autem motu reflexo, duplo recursu quater interim reuertatur. Præferuntur enim hoc motu composito centro maioris Epiciclj secundum lineam rectam quemadmodum circa latitudines libratas diximus: Sic igitur in memoratis ad absidem telluris sitibus centrum Epiciclj maioris centro orbis proximum est: Jn quadraturis autem remotiss. in locis autem mediantibus *id est* 45 gradus ab his centrum maioris Epiciclj centro exterioris orbiculj applicat, amboq*ue* in vnum concurrunt. Qua*n*titas autem huiusce recessus et accessus constat minutis 29 vnius prædictarum partium: Et hactenus motus Mercurij Longitudinalis sic se habet. Latitudinem vero haud secus facit quam Venus, sed tractu semper contrario: ibi Fol. 8b. enim illa septentrionalis fit, hic Austros petit. | Declinat autem orbis eius ab Ecliptica quantitate angulj partium 7. Deuiatio hic quoq*ue* semper Australis dodrantem vnius gradus nunq*uam* excedit Coeterum quæ circa Latitudinem Veneris dicta sunt, hic quoq*ue* commemorasse conuenit, ne eadem sæpe repetantur.

Sicq*ue* septem omnino circulis mercurius currit: Venus quinq*ue*: Tellus tribus. et circa eam Luna quatuor: Mars demum, Jupiter et Saturnus singulj quinq*ue*. Sic igitur in vniuersum 34 circulj sufficiunt, quibus tota mundi fabrica, totaq*ue* syderum Chorea explicata sit.

FINIS.

---

26. quantitate. — Librarius negligenter scripsit »quatitate».



DE VENERE

Reliquum est eorum speculationem aperire, quae magni orbis ambitu includuntur, hoc est de motibus ♀ & ☿. Venus quidem persimilem habet circulorum compaginem qualis illi superiores sed aliam motuum observantiam: Orbes quidem cum Epicyclo suo maiori pares sunt revolutiones nono mense ut praedictum est, ex quo motu composito, minorem Epicyclum recta ubique habitudine firmamento restituit, summam eius absidem ad punctum, quo Solem vergere diximus constituens, minor autem Epicyclus impares cum illis revolutiones habens motui orbis magni imparitatem refricavit, ad huius solam revolutionem duos circuitus perficit, ut quotiens tellus in linea ad Absidem ducta constituta fuerit, sydus tunc centrum maioris Epicycli proximum sit et in transverso quadrante remotissimum. Simili fere modo quidem in ☾ minor Epicyclus ☉ respicit, observans. Est autem proportio semidiametrorum orbis magni et veneris sicut 25 ad 10 & maior Epicyclus dodrantem suscipit unius particulae, minor vero quadrantem; retrocedere quoque & haec cernitur tunc maxime quando sidus terrae proximum est, simili quodammodo ratione ut in superioribus sed conversa: In illis enim accidit motu terrae superante, hic autem superato. Ac illic orbe telluris continente, hic vero contento. Quapropter nec unquam ☉ opponitur cum tellus intermedia esse non possit: Sed ex certis a ☉ distantiis quae fiunt in contactibus circumferentiae lineis a centro telluris prodeuntibus utrobique vertitur, 48 grad. nunquam excedens ad nostrum adspectum. Et haec est Veneris motus summa, quo in longitudinem circumducitur.

Latitudinem quoque duplici causa scandit: Habet n. et haec axem orbis inclinatum quantitate anguli g. 5. Et nodum suum, unde septentriones petit in absidi sua habet. Digressio autem quae ex tali inclinatione procedit quamq eadē.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 13.

ON

THE GRAPTOLITES

DESCRIBED BY

HISINGER

AND THE OLDER SWEDISH AUTHORS

BY

S. A. TULLBERG.

WITH 3 PLATES.

COMMUNICATED TO THE ROYAL SWEDISH ACADEMY OF SCIENCES
JUNE 8, 1881.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET,
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

The attention of Swedish naturalists was fixed on the graptolites, which occur so abundantly in our older Silurian strata, at a very early date. The author, who seems to have been the first to observe and mention these fossils, is the Archiater MAGNUS VON BROMELL. In his, (for its time), most meritorious work: »*Lithographiae Suecanae Specimen primum et secundum*»[1]) he, among other matters, gives an account of a collection of fossils belonging to himself: »*De vegetabilibus, fossilibus et lapidefactis.*» From this it may be inferred, that some of these were graptolites, although he regards them as plants. In *Specimen secundum* the *Articulus primus* bears the title: »De musco incrustato et in lapide depicto»; No. 1 is »Lapis cinerei coloris fissilis foetidus, Suillus dictus, in superficie ostendens musci ramosi capillamenta nigra, subtilissimo quasi penicillo expressa, inventus in arenariis paroeciae Giærstad, prope oppidum Schenningiam in Ostrogothia». — Further is said: »Qui in hoc memorato lapide depictus cernitur muscus, generis est saxatilis, repentis, capillacei, non ipsam lapidis substantiam, quemadmodum in dendritis Florentinis & Germanicis nonnullis videre licet, penetrans, sed lapidis in extima superficie duntaxat subtilem figuram suam ostentans».

From this description it cannot of course be definitely ascertained, what mineral BROMELL refers to. It may have been anthraconite, the name of which BROMELL has translated to »lapis suillus». Certain varieties of anthraconite may by exposition to the air acquire a more grayish colour. — If BROMELL's determination of the mineral is correct[2]) it can almost with certainty be concluded, that he by his description meant to indicate a *Dictyonema*. Nothing in his description forbids such a supposition. He denominates it: »*musci ramosi capillamenta nigra*», and compares it further with a dendrite. At the same time however, he, as it appears above, points out its dissimilarity to such forms.

---

[1]) Acta literaria Sueciæ Upsaliæ publicata. Vol. I & II, 1720—1729. Also separate: »Specimen primum, 1724» and »Specimen secundum, 1727».

[2]) It is possible, that the mineral may have been a limestone-ball from the upper graptolite-shales. These balls are always of a gray colour and somewhat fetid when scratched; but this supposition is contradicted by the circumstance, that BROMELL expressly employs the term: »lapis suillus», for real anthraconite or swinestone. No other kind of limestone, but this

Dictyonema flabelliforme is very common in the youngest aluminaceous shales of Ostrogothia; and in other provinces also balls of anthraconite are frequently found in the similar strata, which contain the same fossil, as shown, when they are split open.

Articulus secundus is entitled: »*De foliorum impressionibus et vestigiis in variis lapidibus*». Number 3 in this section is entitled: »Variarum plantarum foliaceae impressiones et vestigia in lapide fissili nigro: ex monte Dalaberg in Vestrogothiae paroeciae Dahla. — Genuina horum foliorum nomina exprimere nunc nequeo; quamvis etenim nonnulla pinnulis suis filicem, alia angustia et longitudine graminis speciem, quaedam acumine ac tenuitate salicem, alia ericam et nymphaeam minimam referre videantur, determinare tamen, quo praecise pertineant, non audeo, donec ab provinciae illius, nunc autem Nericiensis, Medico experientissimo et deliciarum harum cultore indefesso, D. D. HESSELIO plura et elegantiora lapidis hujus plantigeri specimina accepero».

It is highly probable, that this mineral from Vestrogothia was a shale containing graptolites. WAHLENBERG[1]) considers this to have been the case.

Among others BROMELL is remarkable for his advanced opinions on the nature of fossils, which he enunciates so clearly as to leave no doubt of what he means. He says expressively: »animalia eorumque partes variæ, haud minus

---

crushed and powdered by the peasantry as a medicine for sickly domestic animals. Doses of this material are given especially to swine; from which circumstance also its name is derived. Solutions of swinestone are in some parts of Scania in great demand as an article of trade.

[1]) »Petrificata Telluris Svecanae» in Nova Acta Reg. Soc. Scientiar. Upsal. Vol. VIII, 1821, p. 93. »Talis Graptolithus in Schisto tenuiore pallido Vestrogothiae, colore brunneo expressus, quam freqventissime occurrit; ubi autem schistus in colorem coerulescentem vel subcaesium abit, ibi picturae Graptolithi nigrae evadunt simulque lineamenta earum inter se confluunt ita ut figurae plenae lineares tantum appareant, quas pro foliis graminum habuit BROMELL in Act. Upsal. 1727, 312, n. 3, aliique.»

ac vegetabilia, lapideam quandoque duritiem induere et in lapides mutari possunt; ejusmodi lapides petrificatorum nomine communi apud Lithographos comprehendi solent et adcurate distingui debent ab illis lapidibus, qui casu, naturae lusu, vel artificio quovis talem formam ac figuram acquisiverunt, quâ vegetabilia, animalia vel res naturales atque artificiales referunt, cum quibus tamen praeter figuram externam nihil commune habent».

Linné was the first who used the name »*Graptolithus*» — in his »*Systema naturae*», Ed. 1, 1735, Regnum lapideum, — Classis III, Fossilia, — Ordo 3. Graptolithus Petrificatum picturâ assimilans». From the list he gives, it can be inferred that Linné in 1735 by this name only meant dendritic incrustations and similar forms. By referring to his Museum Tessinianum, published in 1753, it can plainly be seen (p. 104), that he intended also at that date to designate various inorganic formations, as dendrites and the concentric structure of flints. He gives in his »Skånska Resa» (Travels in Scania) 1751, a sketch, which evidently represents some graptolites. The slab, which contained these, he had collected from a hill of gravel, named »Bybjer», close to the church at Ö. Herrestad. From the figure it is to be presumed, that the straight form represents a *Climacograptus;* the two others a convoluted *Monograptus.* In the Geological Museum at Lund there are some pieces of shale, collected by Professor Lundgren from the exact locality at Bybjer[1]). Three different types of shales are represented: 1) Graptolite-shale with *Phyllograptus* sp. 2) Gray Gala-shale with *Mon. priodon* Bronn and *Mon. Linnarssoni* Tullb. mscr.; and 3) Brown shale of Birkhill-age, with *Climacograptus scalaris* L., *Monogr. triangulatus* Harkn., *M. gregarius* Lapw. and *Diplograptus* cfr *folium* His.

It appears exceedingly probable, that the Linnéan shale was of the last mentioned type. The fossils thereupon preserved would thus almost certainly have been the *Climacograptus* referred to above and *Monograptus triangulatus* Harkn., that is to say, two of the most prominent types.

---

[1]) Professor Lundgren has kindly communicated the fact, that no rocks exist here in situ. Graptolite-slate occurs as detached blocks in the mass of gravel, a circumstance which is also evident from Linné's description.

In the twelfth edition of the *Systema Naturae*, Tomus III, Holmiae 1768, p. 174, LINNÉ for the first time makes use of the specific denominations »*sagittarius*» and »*scalaris*».

His numero 6 is »sagittarius; Graptolithus impressionibus sagittatis. — Anonymum. Volkam. Siles. 3. p. 332, t. 4, fig. 6. — Habitat in cote. — Hoc impressionibus imbricatis, sagittatis absque pedicello, regulariter dispositis, apice eandem plagam respicientibus». — In the work of VOLKMAN, »Silesia subterranea», the figure and description, cited by LINNÉ, do not refer to a graptolite, but to a wholly different fossil, namely a *Sigillaria*. Thus it is evident, that it is now impossible to say, what LINNÉ referred to under the name »*sagittarius*».

His numero 7 is »scalaris; Graptolithus lineam striasque transversas referens. — Graptolithus. It. Scan. 147, f. 147. — Habitat in schisto communi Scaniae«. —

Under this name consequently LINNÉ alludes to the form of *Climacograptus*, already mentioned, which occurs at Bybjer in the zone of *Monograptus gregarius*.

G. WAHLENBERG [1]) held the opinion, that the graptolites are Orthoceratites. The form, which he chiefly seems to have had in view, is *Climacograptus scalaris* L., which he was acquainted with from the upper graptolitic shales in Westrogothia, and which he denominates: *Orthoceratites tenuis*. — His description runs as follows: »Ut plurimum latitudinem vix lineae et longitudinem unciae habet formamque linearem. Articuli ejus interdum a se invicem soluti et inversi sunt ita, ut circulos semine sinapios minores in schisto expresserint. Typi longitudinalis loci siphonis nervum medullarem evidentem ostenduut, ad ejus latera dissepimenta saepe opposite tamquam in situ naturali expressa sunt, sed interdum situ suo alternant, quod quidem sive a commotione, sive ab obliquitate effectum esse potest». He says that such are to be found also in Scania, and in Dalecarlia at Osmundberg and at Furudal.

He further writes: »Inter omnes hos Graptolithos scalares tam vario modo expressos saepius adsunt sic dicti Graptolithi sagittarii Linnæi, quorum natura et origo adhuc magis incognitae fuerunt, sed jam ulterius vix dubitamus, quin ab iisdem Orthoceratitis minutis destructione peculiari ortum habeant».

---

1) »Petrificata Telluris Svecanae», l. c.

Thus WAHLENBERG considered, that the true graptolites only deserved this name. All the other objets of inorganic nature, which, especially in the earlier editions of LINNÉS »Systema Naturae» were comprised under the name »*Graptolithus*», he does not mention at all.

WAHLENBERG in referring to the monoprionidian graptolite, which is found in the upper graptolite shales of Westrogothia together with *Orthoceratites tenuis (Climacogr. scalaris* L.) as *Gr. sagittarius Linnæi*, employs this name for a *Monograptus*, which certainly is the species LAPWORTH subsequently named *Monograptus leptotheca.* That the Linnéan name indicates quite another species may be considered as certain, the containing rock being from Silesia, where *Monogr. leptotheca* is wanting; but it is impossible at present to ascertain, what species it may have been.

Professor NILSSON of Lund is quoted by Dr BECK [1]) and Professor EICHWALD [2]) as having published in the Transactions of the Physiographic Society in Lund some short comments on the nature of the graptolites; but in reality there is nothing written by him to that effect in the publications of that society. Probably Prof. NILSSON had some work prepared or finished in manuscript on that subject, but this was never published. Yet from BECK's account, and also from those of EICHWALD and HISINGER it seems, that NILSSON was the first who distinctly pronounced the opinion, that the graptolites are polyparies belonging to the »*Polypi ceratoporae*». He moreover proposed to name them: *Priodon.* That name being already in use he proposed later the name of *Prionotus*, which HISINGER accepted. Yet this too had been already employed.

HISINGER describes and delineates in *Lethaea Suecica, Supplementum* 1837, five species and in *Supplementum secundum* 1840 three species, of which *Dictyonema* is regarded as the impression of a monocotyledonous plant. They are all included under the name of *Prionotus* proposed by NILSSON. HISINGER moreover partakes of NILSSON'S opinion concerning the relation of the graptolites to the »Polypi ceratoporae».

---

[1]) Notes on Graptolites, Silurian system. Part. II, pag. 695.

[2]) Lethaea Rossica. Vol. I, part I, pag. 424.

Previously [1]), on the contrary, he was of the same opinion as WAHLENBERG.

ANGELIN has left a number of annotations concerning the systematic place and the structure of the Graptolites, which annotations in all their essentials agree with the opinions expressed by BARRANDE and HALL. He completed also a plate in folio, on which some twenty Swedish Graptolites of the most important types are delineated; but this plate has never been published.

In the Palæontological Department of the State-Museum in Stockholm the type specimens are preserved, after which the figures in HISINGERS' *Lethaea suecica* were executed. As the figures, which he has given in that work, have more than once occasioned misconception, the names having been employed for species, actually very distinct from those of HISINGER, it is naturally most desirable, that the originals should be submitted to an exact revision, and that new, accurate and complete figures of them should be published.

As the opportunity of examining a greater number of specimens, and of giving new and better figures of these forms, has now arrived, owing to the fact that there exists at present in the Swedish State-Museum, a large collection of Graptolites, including, together with HISINGER's original examples, many other specimens brought together by the late Professor ANGELIN, by WEGELIN and by other investigators, I have undertaken this task at the request of the Keeper of the Palæontological Department of the State-Museum, Professor G. LINDSTRÖM.

The species described in the Lethaea Suecica, Supplementum, 1837, pag. 113—114 are the following: — *Prionotus scalaris*, *Pr. pristis*, *Pr. sagittarius*, *Pr. convolutus* and *Pr. folium;* those mentioned in the Supplementum secundum, 1840, are *Pr. geminus*, *Pr. teretiusculus* and (under the name of *Impressio plantae Monocotyledoneae*), *Dictyonema*.

No. 1. The graptolite, which is the type specimen of the figure of *Prionotus scalaris*, is enclosed in a lightgray, hardened shale from Mösseberg. It is a *Climacograptus*, precisely identical with that, which LAPWORTH names *Climacograptus normalis*. Upon the same slab as this is found *Mon.*

---

[1]) Anteckningar i Physik och Geognosi, 4 h., pag. 168, 1828.

lobifer M. COY. In addition to this there is found in HISINGER's collection under the same name another form, preserved in a dark shale from Fågelsång; but this is not figured, and is, according to our present conception of a species a separate form.

HISINGER's description is as follows:

»*Prionotus scalaris* linearis, rectus, unciam longus, vix lineam latus, compressus, rachide centrali, capillari, utrinque dissepimentis transversis, alternis. — Icon. Petrif. suec. Suppl., Tab. XXXV, fig. 4 *a* magn. nat., *b*. magn. aucta. — *Graptolithus scalaris* L. — Loc. In strato superiori schisti argillacei Vestrogothiae, et in schisto argillaceo Scaniae ad Fågelsång etc.»

I here append a description of the species according to the terminology now in use.

Climacograptus scalaris L.

Plate I, fig. 12, 13, 14.

Graptolithus scalaris LINNÉ. Syst. Nat., Ed. XII, p. 174, 1768. — *Orthoceratites tenuis* WAHLENB., Petrificata Telluris Svecanae, in Nova Acta Reg. Soc. Scientiar. Upsaliae, Vol. VIII, 1821, p. 93. — *Prionotus scalaris* HIS. l. c. — *Climacogr. normalis* LAPW., On the Graptolites of County Down. Proceedings of Belfast Naturalists' Field Club. Appendix 1876—77, pl. VI, fig. 31.

The hydrosoma is 2—3 ctm. long, 2—2,5 mm. broad, with ventral margins converging downwards; the base is sharply rounded, drawn out in a more or less prolonged point; the virgula is distally elongated. The hydrothecae are found to a number of 8—9 on 10 mm., and are rectangular in shape. The exterior margin is horizontal above the aperture of the nearest hydrotheca. This margin forms an acute angle and rises vertically to the apertural border, which is rectangular to this and somewhat concave.

HISINGERS type specimens are conserved in a lightgray shale from Mösseberg in Vestrogothia, hardened by contact with diabase, and often covered by a film of a rusty colour. On the slabs there are to be seen *Monograptus lobifer* and a small *Diplograptus*. This is probably the same shale, to which BROMELL and WAHLENBERG allude.

The same species is moreover to be found at Kongslena in Westrogothia, in Scania at Röstånga, Kiviks Esperöd, Bollerup, and in detached blocks at Bybjer, close by Ö. Herrestad and some other localities. It occurs only in the zones of *M. gregarius* and *M. lobifer*. — The figures 13 and 14 on my first plate represent HISINGER'S type specimen — natural size and magnified; fig. 12 is a drawing of another specimen from the same locality, Mösseberg.

No. 2. The next species described by HISINGER is *Prionotus pristis*. The original is preserved in a darkbrown shale from the Trinucleus-zone at Draggå-bridge in Dalecarlia. Besides the specimen which HISINGER has figured, other forms, represented on Plate I by the figures 4 and 5, are seen on the same slab; the figures 2 and 3 are new delineations of HISINGER'S own original specimen. HISINGER'S description is as follows:

»*Prionotus Pristis* linearis, rectus, vix lineam latus, compressus, rachide centrali, capillari, utrinque dentibus latis, acutis. — Icon. Petrif. Suec. Suppl. Tab. XXXV, fig. 5. — Loc. In Calce transitionis fusca ad Draggån in paroecia Rättvik, Dalecarliæ. A Dom. J. G. CLASON lectus».

This species may provisionally be placed in the genus *Diplograptus*.

Diplograptus? pristis. HIS.

Plate I, fig. 1—11.

Prionotus pristis HIS. l. c. — *Diplograptus pristis* TÖRNQUIST. Om några graptolitarter från Dalarne, Geol. Fören. i Stockholm Förh. 1881, N:o 66, Bd. V, N:o 10, p. 443, Pl. 17, fig. 8 a—g.

The hydrosoma is 4—5 ctm. long, 2.5 mm. broad; growing downwards smaller, with rounded base, which is drawn out in a sharp point or »radicle». The virgula is often irregularly bent, distally elongated; no line, indicating a median septum is to be seen on the hydrosoma; the median plane between the hydrothecae is smooth and even. On a length of 10 mm. there are 9—10 hydrothecae, diverging from the axis at 22°; they are tubes of rectangular shape, assuming different appearances in relation to the different manner in which the specimens have been preserved; only the two primary hydrothecae have the apertural edges elongated in a sharp spine. The section of the hydrosoma is rectangular. On flattened specimens there is no trace of septa between the thecae; but on those, which are preserved in relief, they appear very distinctly (fig. 9 and 11). The hydrothecae have a different appearance according to the difference of pressure; now resembling those of a *Climacograptus*, now those of *Dipl. quadrimucronatus* HALL.

From the dark, spotted Trinucleus-shales in Vestrogothia there are in the State-Museum specimens, preserved in relief; flattened in multitudes from the Dalecarlian and Ostrogothian Trinucleus-shales. The same species was found by Dr. G. LINNARSSON in a gray slate in Dd 5 near Gross-Kuchle in Bohemia.

The forms denoted in foreign literature by the name of *D. pristis*, have no resemblance to HISINGER's species, which seems not to be known from other localities than those above mentioned. The only species, that can be compared with HISINGER's is *Graptolithus pristis* of HALL: — Paleontology of New-York, Vol. I, p. 256, pl. LXXII, fig. 1 a—3. It resembles very much our Swedish species; yet it differs in certain respects, as in its very elongated basal appendix and the shape of the hydrothecæ as given on some of HALL's figures.

The insufficient material does not admit any examination of the interior structure of this species; the absence of a septum, dividing the hydrosoma in two halves seems to place it near the genus *Lasiograptus;* the position of the frequently bent and twisted virgula is in accordance with that of this genus.

The type specimens of HISINGER's *Prionotus sagittarius, Pr. convolutus* and *Pr. folium* are all present upon the very same piece of rock, which consists of a somewhat bituminous limestone from Furudal in Dalecarlia.

No. 3. »*Prionotus sagittarius* linearis, rectus, plures uncias longus, dimidiam latus, compressus, rachide marginali, capillari, altero latere dissepimentis transversis, distantibus, margine serrato. — Icon. Petrif. suec., Tab. XXXV, fig. 6. — *Graptolitus sagittarius*, LINN. — Loc. Cum Prionoto scalari occurit vulgatissime nec non in schisto argillaceo ad Furudal, Dalecarliæ.»

On examination of the form, which is the type of the drawing in Lethaea Suecica, it proves itself to be exactly the same, as that which LAPWORTH has named *Monograptus leptotheca.* Yet it appears from other species in HISINGER's collection, which also are labelled *Pr. sagittarius*, that HISINGER himself used this name for all straight *Monograpti*, and also for fragments of the branches of the *Dichograptidae.*

The form, which LAPWORTH names *M. leptotheca*, occurs in Sweden always in company with *M. convolutus*, *M. lobifer*, *Dipl. folium* and *Climacograptus scalaris;* that is in other words at a certain fixed horizon near the base of the upper graptolite-bearing shales. And it is just from this stage that HISINGER and WAHLENBERG collected several of their graptolites. As in this zone no other *Monograptus* is found, which could have been meant by the name »*sagittarius*» (for the zone with *M. cyphus*, the only species that might be suggested is not found represented in Vestrogothia), I take it we are warranted in assuming that WAHLENBERG also by the name of »*sagittarius*» has meant this species. He considers it provisionally as the moiety of an *Orthoceratites tenuis* produced by splitting. Although LINNÉ, by naming it *Graptolithus sagittarius*, by that name signified all the *Monograpti* with sawlike teeth, it is however probable, that his material was not rich and that the name could be fixed on a certain species in the modern sense.

Monograptus leptotheca. LAPW.

Plate II, fig. 8 –12.

Graptolithi sagittarii Linnaei apud WAHLENBERG Petr. Svec. p. 93. — *Prionotus sagittarius* HIS. l. c. — *Monogr. leptotheca* LAPWORTH. On Scottish Monograptidæ, Geol. Mag., Dec. II, vol. III, 1876 Pl. XII, fig. 4.

The hydrosoma is about 15 ctm. long, almost straight or a little bent, the proximal part long, narrow, increasing in breadth by degrees, which at last amounts to 2,5—3 mm. on the fully developed part. The general form of the hydrosoma is straight, but the first formed hydrothecae are placed on the convex margin, whereas the ventral margin sometimes is concave on the distal part. The hydrothecae consist of long and narrow tubes, to a number of 8—9 on a length of 10 mm., overlapping each other to a great extent; downwards they are narrow, where they are covered by the nearest inner hydrotheca; their free extremity swelling out, the aperture narrow;

the apertural border short, concave, the ventral margin parallel to the axis of the hydrosoma; denticle well marked. The common canal occupies a third of the breadth of the hydrosoma. Hydrothecae, inclined to the axis at an angle of 10 degrees.

Although there is some uncertainty about HISINGER'S type-specimen, it may however be discovered, that it is the same species to which LAPWORTH, as above stated, is referring. Seen in a certain light there are signs of the interior margin of the theca; the convex, exterior margin is, upon the whole, parallel to the dorsal margin.

The specimen exhibits a feeble ventral curvature, yet a similar one has also been observed on good specimens from other localities.

The figures 8 and 9, Pl. II, represent HISINGER'S type specimen in natural and magnified size. For comparison is in addition a Scottish specimen figured, Pl. II, fig. 9, collected by LAPWORTH at Dobbs Linn and wholly transformed to iron pyrite.

This species is found, not only in Dalecarlia, but at Kongslena and on Mösseberg in Vestrogothia, also at Röstånga and some other places in Scania, always in a constant horizon, together with *M. lobifer*, *M. convolutus*, *M. communis*, *Diplograptus folium*, *Climacograptus scalaris*, *Rastrites peregrinus* and others.

No. 4. On the same handspecimen as the foregoing, is also the original of *Prionotus convolutus*, which HISINGER describes in the following terms:

»*Prionotus convolutus* spiraliter convolutus, lineam latus, compressus, rachide marginali, capillari, altero latere dentato, dentibus ad basin usque distinctis, lanceolatis, acutiusculis. — Icon. Petrif. suec. Suppl., Tab. XXXV, fig. 7. Loc. In schisto argillaceo ad Furudal, Dalecarliae, cum praecedenti. Museum nostrum.»

On the same piece of shale there are several proximal fragments of this species. From Dalecarlia I do not know any distal portions, whereas complete specimens are found at Kongslena as well as at Röstånga, and the species proves itself, by comparing it with figures and descriptions by LAPWORTH, to be the form, which he denominates *Monogr. convolutus*, var. *spiralis*.

Monograptus convolutus. His.

Plate II, fig. 13—16.

Prionotus convolutus His. l. c. — *Mon. convolutus* var. d. *spiralis* Lapworth, On Scottish Monograptidae, plate XIII, fig. 49; Geol. Mag. 1876 — *Rastrites peregrinus* Credner, Elemente der Geologie, 3:e ed., fig. 125. p. 392. — Römer, Lethaea geognostica, Ed. 1876, Taf. III, fig. 8. — *Gastrides* Pfaff, Grundriss der Geologie, p. 245, fig. 124. — Non *Monoprion convolutus* Barrande, Grapt. de Bohême, nec *Monograptus convolutus* Geinitz, Die Graptolithen.

Hydrosoma long, convoluted in one flat spiral; the proximal part forming several concentric spirals; the distal part is less arcuate; any twisting of the axis has not been plainly observed, but that it may exist, is shown by fragments, which have the hydrothecae placed on the concave margin; on the proximal part they are always placed on the convex side. The hydrothecae are scarcely in contact with each other; they are free, rectangularly projecting tubes, sharply pointed and having the aperture directed downwards, as it appears. On a length of 10 mm. there are 10 hydrothecae on the proximal, and 8 on the distal portion. The common canal is very narrow, particularly in the proximal portion; the virgula is plainly visible on the fully developed part.

Hisinger's type specimen is very like *Rastrites peregrinus*, but if complete specimens are procurable, in which the distal part is developed, it appears at once that the species is a *Monograptus;* the hydrothecae are more triangular and feebly curved, with the superior margin convex.

The name of *M. spiralis* for this species is at any rate unsuitable, as Geinitz has given this name to a very different species of Gala age, and which moreover may be a *Cyrtograptus.* To cover such species as *M. communis* and *M. proteus* with Hisingers denomination *M. convolutus* is, I think improper; for these forms seem to keep themselves constant and different from *M. convolutus.*

This species occurs, not only at Furudal in Dalecarlia, but at Kongslena in Vestrogothia, at Röstånga, and at other localities in Scania, and also in England.

No. 5. The third Graptolite on the slab from Furudal is a *Cephalograptus*, which HISINGER describes in the following manner:

»*Prionotus folium* oblongo-lanceolatus? rectus, duas lineas latus, compressus, rachide centrali, capillari, utrinque pinnulis angulæ acuto exeuntibus, linearibus, acutiusculis, dense incumbentibus. — Icon. Petrif. Suec. Suppl. Tab. XXXV, fig. 8 a, magn. nat. b, magn. aucta. — Loc. Cum praecedenti. Mus. nostr.»

On the slab there are two complete specimens, and one fragment of a larger individual, besides more incomplete parts. HISINGER's figure is thus constructed from these specimens. His magnified figure has no resemblance to anyone of the originals. The figures 15, 16 and 17 on my first plate are figures of the actual specimens from which HISINGER composed his figures.

Cephalograptus folium. HIS.

Plate I, fig. 15—19.

Prionotus folium HIS., l. c. — *Diplograptus folium* TÖRNQUIST, Om några graptolitarter från Dalarne; l. c. p. 442, fig. 7. — NON *Diplograptus folium* NICHOLSON *nec* HARKNESS.

Seen from the narrow proximal part the hydrosoma strongly and continually increases in breadth to about the point where the two first hydrothecae cease; then its ventral margins are almost parallel; above, it is rounded; its length amounts generally to 2.5 ctm. and its breadth to 5 mm. The virgula is distally elongated, narrow. On 10 mm. there are 10 hydrothecae, inclined to the axis at an angle of 5°, which increases to 35°; narrow, very long tubes, probably of square section, a little curved; the apertural margin rectangular to the axis of the theca. On some specimens the test of the hydrothecae seems to be covered by faint, transverse striæ, rectangular to the axis of the theca.

This species, which seems to be wholly unknown to foreign authors, belongs to a group, consisting only of two varieties, which, formerly included in the genus *Diplograptus*, was separated by HOPKINSON under the name cited. The representative previously known is *Cephalograptus cometa*, GEIN.

The external form of the two species last mentioned is most singular, the hydrosoma rapidly decreasing in size downwards because of the inclination of the long and narrow, almost equally broad hydrothecae. How far *C. cometa* also has a transversally striated membrane, I do not know. This fact can only be observed on very well preserved examples. On those of *C. folium* from Scania it is apparent, also that on splitting a piece of shale the virgula is seen on the one half only of the divided specimen, and that the separating walls issue from this virgula alternately at determined distances; the other half is deprived of virgula; the separating walls of the hydrotheca are carried forward completely to the middle line, but leave between them an oblong, narrow space, which is occupied by the common canal. From this it is evident that the interior structure deviates in a high degree from that of the *Diplograptidae*, where there is a separating membrane, a septum between two common canals. The genus *Cephalograptus* thus belongs to the large section of Graptolites, which from *one* common canal develop two series of hydrothecae; its nearest affinities are with the *Retiolitidae*.

This species occurs, at Furudal in Dalecarlia, and at Kongslena in Vestrogothia, also in Scania at Röstånga and Kiviks-Esperöd.

No. 6. In *Supplementum secundum* HISINGER describes and delineates two Graptolites from Fågelsång.

»Tab. XXXVII. Fig 3. *Prionotus? geminus* (Nob.) duplex, e trunco communi egrediens. — Loc. In schisto transitionis argillaceo ad Fågelsång, Scaniae; cum Prionoto Scalari, minus frequens.»

HISINGER's type specimen is a fragment of the proximal part of a *Didymograptus*, belonging to the well known *D. Murchisoni*-type. As HISINGER's form can not be separated as a distinct species, I propose to place it as a subspecies of this polymorphous type:

Didymograptus Murchisoni BECK. ***geminus.** HIS.

Plate III, fig. 5—10.

Prionotus? geminus HIS. l. c. — BOECK, Bemærkninger angaaende Graptoliterne, Christiania 1851, fig. 24. — *Graptolithus geminus* SCHARENBERG, Ueber Graptolithen, Breslau 1850, p. 13, pl. I, fig. 1— ? *Did. Murchisoni*

Törnqu., Fågelsångstraktens undersiluriska lager; Lund 1865, p. 17, fig. 11. — *Did. furcillatus* Lapworth, On the Graptolites of the Arenig and Llandeilo Rocks of St Davids, p. 649, pl. XXXV, fig. 3; Quart. Journ. Geol. Soc., 1875.

The branches of the hydrosoma grow out at a somewhat different height from the sides of the pointed sicula; the whole hydrosoma attains in most cases to no greater length than 4 ctm.; the greatest breadth amounts to 3.5 m.m. The branches are rigid, showing underneath, at their commencement a feeble curvature, so that the dorsal margin is convex; the distal part is straight or it shows a feeble curvature in consequence of which the distal points of the branches become somewhat bent outwards. The primary angle of the branches is ordinarily about 310°; so that the angle between the branches is a little more than rectangular. The branches are commonly at their origin slender, gradually expanding upwards, but in some forms they rapidly attain a greater breadth. The latter is the case in Hisinger's type-specimen, in which the branches narrow themselves very rapidly towards the base. Hydrothecae 10—12 on 10 m.m., inclined to the axis at an angle of about 45°; the apertural margin straight, the outer edge straight or somewhat concave, forming an acute angle with the former; apertural spine visible.

Besides this variety, there is another found at Fågelsång which seems to be identical with *D. bifidus*, Hall; but it occurs in a different horizon. Forms corresponding to *D. indentus*, Hall, occur also in Scania; but the typical *D. Murchisoni* Beck (in: Murchison, Silurian System 1839, Notes on Graptolites, pag. 695, pl. 24, fig. 4), which is characterized by its considerable length, and by the branches showing a tendency to cross each other, is not yet found in Sweden.

Did. geminus occurs in Scania at Fågelsång in a black shale underlying the *Glossograptus*- and *Gymnograptus*-zone; moreover it is found in Norway at Christiania, and in England in the lower part of the Llandeilo-group. *Graptolithus avus* Barr. is probably a closely allied species to that under description. This occurs in Barrandes stratum Dd 3.

No. 7. Another species occurring at Fågelsång is that which Hisinger describes as follows.

»Fig. 4. *Prionotus teretiusculus* (Nob.) a ceteris Prionoti speciebus forma sua teretiuscula optime distinguitur. Loc. Ocurrit rarius in Schisto argillaceo ad Fågelsång cum Prionoto sagittario et Pr. gemino».

HISINGER does not give any peculiar character for this species; but his type specimen shows clearly to which of the graptolites preserved in full relief and occurring at the said locality, he is especially alluding. On Plate 2 I have given a new figure of his type specimen, and also several figures of this species, partly of flattened specimens, partly of examples preserved in relief.

Diplograptus teretiusculus. HIS.

Plate II, fig. 1—7.

Diplograptus dentatus BRONGN., LAPWORTH and HOPKINSON, On the Graptolites of the Arenig and Llandeilo Rocks of St. Davids. Quart. Journ. Geol. Soc., 1875, p. 656, pl. XXXIV, fig. 5. — NON *Diplogr. teretiusculus* TÖRNQUIST, Geologiska Iakttagelser öfver Fågelsångstraktens undersil. lager, Lund 1865.

Hydrosoma divided in two parts by a septum, in the middle of which the virgula is situated, its length amounting to 8—10 ctm., its breadth to 3 mm., the ventral margins almost parallel, somewhat converging downwards; the proximal extremity is rounded, furnished with a long and narrow radicle, the virgula is distally prolonged, narrow; hydrothecae 9 to 10 mm., inclined to the median line at an angle of 22°; on the specimens preserved in relief, the hydrothecae resemble tubes, their outer margin is concave below, where the lower hydrothecae are in contact; the upper free part of the outer margin is convex; the inner border shows above a concavity, by which the hydrothecae become somewhat tumid. Only on specimens, preserved in natural form, are there impressions to be seen, indicating the separating interior walls, which continue inwards to the common canal. The flattened examples are preserved in many different ways and deviate considerably in appearance from those which have preserved their natural shape.

The individuals preserved in relief — HISINGER'S type specimen is such a one — have a highly characteristic appearance; they are very similar to *D. putillus* HALL. The transverse section of the hydrosoma is rounded-elliptic; the distance from one series of hydrothecae to the other is very great; the middle of the hydrosoma is distinguished by a vertical impressed line, marking the place of the septum; the free part of the hydrothecae is short, and their outer margin short and curved. The aperture seems to be wide; the apertural-margin is obliquely inclined to the axis. Specimens of this kind also show an impressed line, passing from the innerwall of the theca downwards to the middle of the hydrosoma, which indicates the existence of separating innerwalls.

Compressed examples deviate in appearance very much from those last described; they present many different aspects, owing to the position in which the hydrosoma is preserved; commonly they remind us most of the *Diplograptus foliaceus* MURCH., sometimes of *D. quadrimucronatus* HALL. or even *D. pristis* HIS. Several specimens thus preserved in different ways are represented on Plate II, fig. 4—7.

Transitional forms fossilized in semi-relief show clearly, that these individuals so different in aspect belong to one and the same species.

This species occurs in great abundance at Fågelsång, in the zone of *Didymograptus geminus*, in the zone of *Glossograptus*, in the zone of *Gymnograptus*, and the superjacent shale. These strata belong, no doubt, to the Llandeilo-beds.

The figures and the description, which LAPWORTH gives of a species, which he calls *Diplograptus dentatus* BRONGN., (l. c.) agree very well with flattened specimens of this species; yet this is said to occur in Wales in strata of upper Arenig-age; but *D. teretiusculus* appears at first in strata, that cannot be older than the Llandeilo. Moreover there is no sufficient evidence that the denomination given by BRONGNIART ought to be employed for this form.

No. 8. Finally HISINGER has in *Supplementum secundum* Tab. XXXVIII given the figure of a fossil also belonging to the family of the Graptolites.

»Fig. 9. Impressio Plantae Monocotyledoneae, Loc. In schisto aluminaceo ad Berg, Ostrogothiae».

Dictyonema flabelliforme EICHW.

Plate III, fig. 1—4.

BROMELL, »Musci ramosi capillamenta nigra». Lithographiae suecanæ, specimen secundum. Articulus I, N:o 1, 1727. — *Gorgonia flabelliformis* EICHWALD, Schichtensyst., Russlands, 1840. — *Phyllograpta* ANGELIN, Palæont. Scand. I, p. IV, 1854. — *Fenestella socialis* SALTER according to KJERULF, Ueber die Geologie des südlichen Norwegens, p. 79, 1857. — *Rhabdinopora flabelliformis* EICHWALD, Lethæa rossica I, I, p. 369, 1862. — *Dictyonema Hisingeri* GÖPPERT, Ueber die fossile Flora etc. 1862, p. 455, tab. XXXVI, fig. 6—11, tab. XLV, fig. 3, 4. — *D. flabelliformis* TÖRNQUIST, Fågelsångstraktens undersilur. lager, Lund, 1865, p. 22. — *Ceramites Hisingeri* LIEBM., Hamb. lit. u. krit. Blätter 1848, N. 12. — The name *Dictyonema* was already published by HALL 1851 in Paleont. New York, Vol. II, page 174.

The hydrosoma forms by its branches a flat, extended disc, growing out from a long and narrow sicula, which in its distal part divides into two branches, which immediately again give off new branches; by reiterated dichotomy a multitude of subparallel branches appear, connected by fine chitinous filaments, which in short almost regular, distances are stretched out nearly horizontally from one branch to another. Every branch bears, as it appears, two series of hydrothecae, alternating with each other. The horizontal chitinous threads seem always to arise from the apertural edge of a hydrotheca; in certain forms there is seen one thread extending from every hydrotheca — this is not the case with HISINGER'S specimen —; on others from only *one* of *two* thecæ, which seems to be most common for examples from Fågelsång and for that from the Piperviken in Norway; on other specimens again, only every third or fourth theca bears one chitinous thread extending to the nearest branch. This has been observed on several specimens from Åby in Ostrogothia, which are preserved in the State-Museum at Stockholm. The hydrothecae are to be observed only on well preserved specimens, and on these with difficulty; they seem to form elongated tubes, with the apertural-edge scarcely projecting forward; sometimes there are to be seen long impressed lines, indicating interior septa. On a length of 10 mm. there are 10—15 hydrothecae. There are no traces of a virgula.

The oblong-triangular hydrosoma, whose upper borderline is faintly curved, arises from the sicula by reiterated dichotomy. It is quite evident, that it was fanlike and not funnel-shaped; for all the reiterated divisions are to be seen on almost every specimen; in evidence of this opinion may be adduced the circumstance, that neither of the lateral branches on their outer margin are provided with horizontal chitinous filaments. These horizontal threads having served to hold the branches apart, have thus acted as a mechanical element, in the same manner as the virgula of the *Rhabdophora.*

To separate those forms from each other which have a different number of horizontal filaments, as species or even as varieties, seems to be erroneous, their number even on the same specimen being variable.

This species has attained a considerable size, individuals of 15—20 ctm. in length being often found. Yet at some horizons the specimens are commonly small. The individuals have lived sociably together, of which the shales of the youngest Scandinavian Cambrian rocks covered with their polyparies afford evident proofs.

This species occurs always at a fixed horizon, namely in one of the youngest beds of the Cambrian system, which is named the Dictyonema-shale. At the same level it is represented in Estland; the *Graptopora socialis* SALTER (MURCHISON, Siluria, Ed. 2 and 3, p. 47. Fossils 7, fig. 3), which occurs in the upper part of the Lingula-flags in England, cannot with certainty be identified with our form; the indifferent figure in Siluria precludes any certain conclusion.

D. flabelliforme occurs at Berg (HISINGER'S type specimen), at Åby, and other localities in Ostrogothia; at Orrholmen in Vestrogothia; in Scania at Andrarum, Kiviks-Esperöd, Gislöf, Flagabro, Jerrestad, Sandby at the Fågelsångs-river; at the last named place the Dictyonema-shales are superimposed by alum schist and balls of anthraconite with *Acerocare ecorne* ANG. — It is moreover to be found on Bornholm and in Norway; in Estland; in Belgium and probably also in Great Britain.

This fossil, which unquestionably belongs to the family of the Graptolites, was considered by GÖPPERT to be a plant; the evidence for this opinion was that he had observed on a slab, derived from Estland, a conformation, which he interpreted as a fruit.

Schimper, in Traité de paléontologie végétale, 1869, p. 183, partakes of Göppert's opinion; but in Zittel's and Schimper's »Handbuch der Palaeontologie» *Dictyonema* is placed amongst the Graptolites.

Hisinger entitles a fossil figured in Supplementum 2, pl. 37, fig. 5: »*Prionotus giganteus?*» The original of the figure is to be seen in Hisinger's collection. It is certainly not a Graptolite. It resembles nothing more than the impression made by an Orthoceratite.

Additions.

To page 7. In the library of the Roy. Academy of Sciences at Stockholm I have lately seen a letter from Prof. S. Nilsson to Hisinger, dated 27 Dec. 1835 in which he writes: »I have named the genus of Graptolites Prionotus (of *πϱιονωτος* like a saw) as well in my annotations, where a sketch of a monograph on this genus is to be found, as in letters to several foreigners. I must complain that I through a slip of memory once when visiting you in Stockholm gave the name wrongly." (Probably Priodon). »The name Prionotus I consider characteristic and I therefore intend to retain it». (»Graptolithslägtet har jag kallat Prionotus af *πϱιονωτος* (lik en såg) såväl i mina anteckningar, der ett utkast finnes till en monographie öfver detta slägtet, som ock i bref till flere utländningar . . . Beklagligen har jag genom ett minnesfel kommit vid ett besök en gång hos Herr Brukspatronen i Stockholm att uppgifva namnet oriktigt, hvilket då Herr Br. upptecknade. Namnet Prionotus anser jag vara karakteristiskt, hvarför jag ämnar bibehålla det».)

I cannot conclude these pages without expressing my deeply felt gratitude to Prof. Chas. Lapworth of Birmingham, to whom I am under great obligation for his kind and effective assistance in revising this paper when printing.

Corrections.

When this paper already had been published, Prof. BRÖGGER told me, that he did not share my views on the structure of *Dictyonema flabelliformis*, and he considers that it really has its branches arranged in a funnel or inverted cone and that it is endowed with hydrothecæ resembling those of the other graptolites. The specimens at my command, when I gave the description on page 20, were such that I could but think that *Dictyonema* forms a flat lamina, nor did I see any organs, that might be interpreted as hydrothecæ, only the processes, which often are characterized through a longitudinal, impressed line on the hydrosoma and are prolonged in a small apex. These processes emit a filament to the nearest parallel branch.

Having heard Prof. BRÖGGER'S opinion, I found in the Museum of the Swedish Geological Survey some well preserved specimens in demi-relief, and I examined them as accurately as possible. In splitting the slate I found, that a lower lamina of the branching hydrosoma really originated from the same sicula as the upper lamina of the hydrosoma. On the lateral branches real hydrothecæ were apparent, resembling those of the Dichograptidæ. That they are so rarely observed, depends probably on the circumstance, that they are directed inwardly toward the centre and that they are covered by the polypary when compressed in the slate. On the lateral branches they are sometimes visible, because these are directed outward.

Plate I.

Diplograptus? pristis HIS.

Fig. 1. A complete specimen from the Trinucleus-shale of Dalecarlia, enlarged 3 times.

2—3. HISINGER'S type-specimen in natural size and magnified 3 times. From near the bridge of Draggå in the parish of Rättvik, Dalecarlia.

4—5. Another specimen on the same hand-specimen as the former, natural size and 3 times enlarged.

6. A third specimen, magnified 3 times, showing the position of the bent virgula.

7. A specimen, which, through compression, has acquired the appearance of a Climacograptus.

8. The base of a specimen enlarged.

9. A specimen from Ostrogothia, partially preserved in relief and showing the interior walls of the hydrothecæ, magnified 3 times.

10. The base of a specimen, five times enlarged.

11. Fragment of a specimen from the Trinucleus-shale of Bestorp, Vestrogothia, in demirelief and showing the interior walls of the hydrothecæ, 3 times enlarged.

Climacograptus scalaris L.

12. A complete specimen from Mösseberg, Vestrogothia, magnified 3 times.

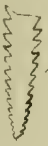
13. The type specimen from HISINGER'S collection, natural size.

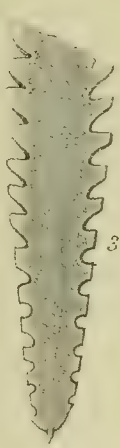
14. The same, enlarged 3 times.

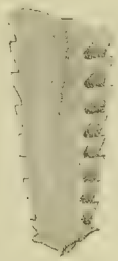
Cephalograptus folium HIS.

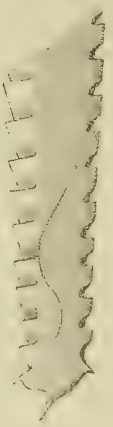
15—17. The type specimens, after which HISINGER'S figure is constructed, natural size.

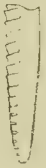
18—19. Specimens from Scania, from the zone of *Monograptus leptotheca* LAPW., enlarged 3 times.

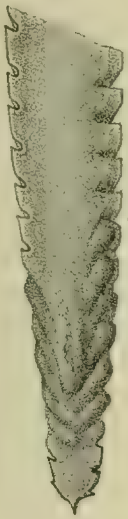

2.

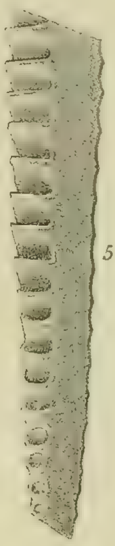

3.

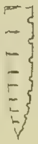

8.

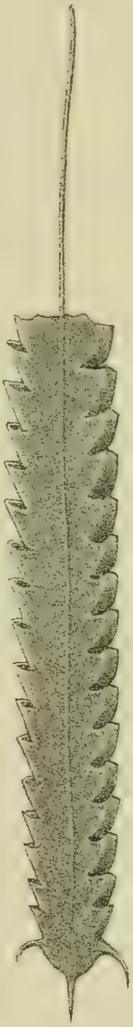

6

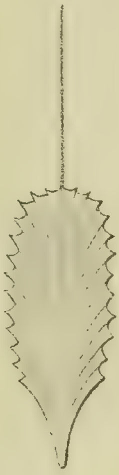

4.

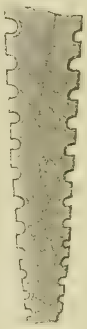

9.

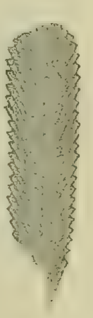

5.

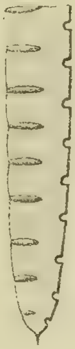

13.

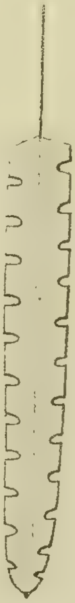

1.

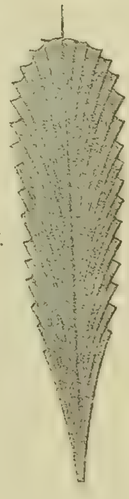

18.

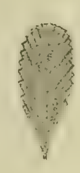

7.

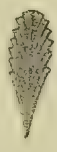

15.

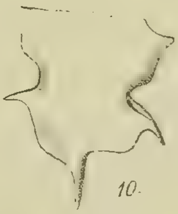

14.

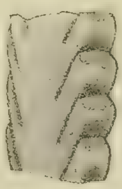

12.


19.


16.


17.


10.


11.

S. A. Tullberg del.

Lith. W. Schlachter Stockholm.

Plate II.

Diplograptus teretiusculus His.

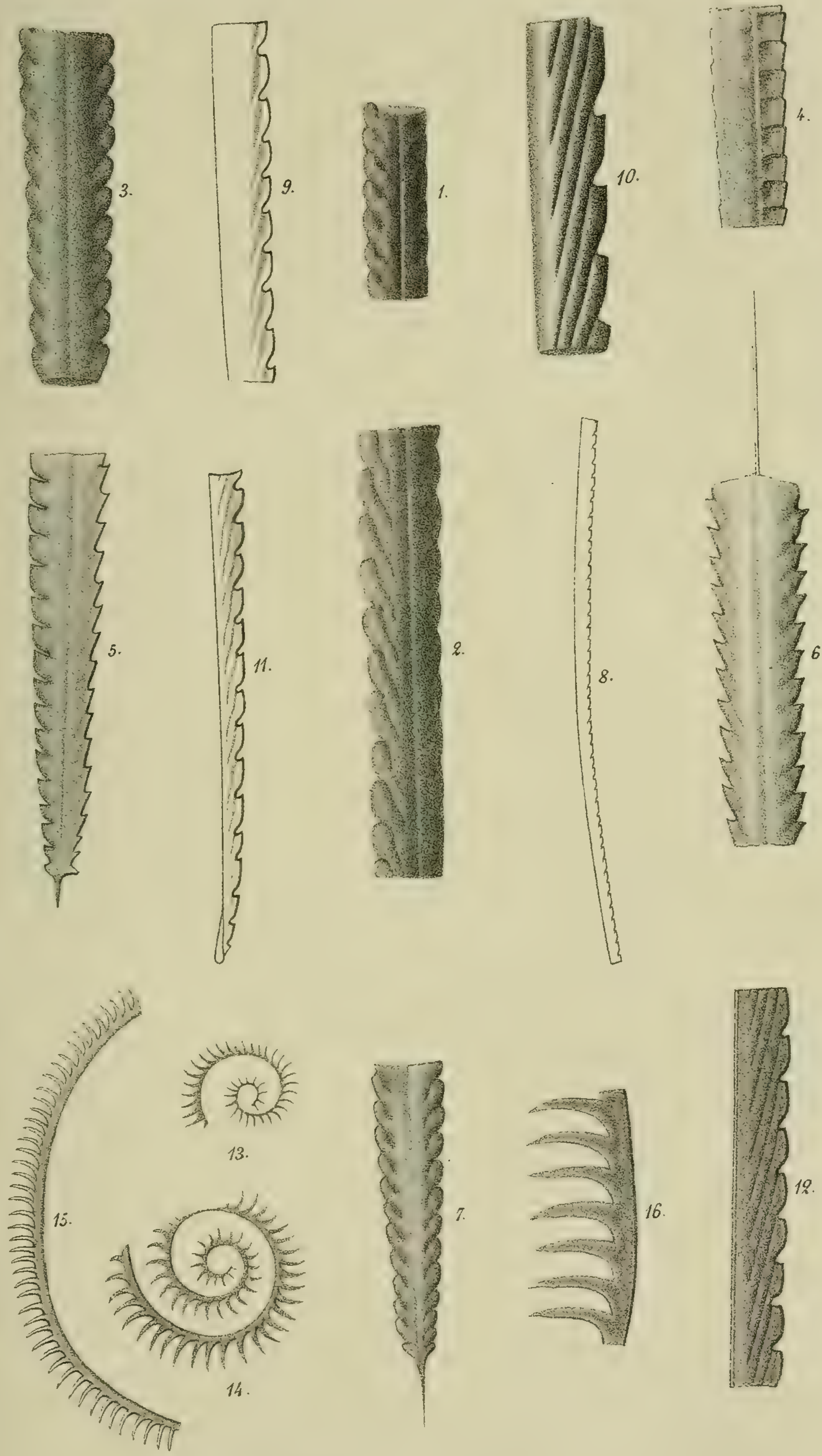
Fig. 1. The type specimen in Hisinger's collection, fossilized in relief, magn. 3 times.
2. Specimen from Fågelsång, Scania, magn. 4 times.
3. Another specimen, same locality, also in relief, magn. 4 times.
4—5. Compressed, oblique specimens, magn. 3 times.
6 7. Specimens preserved in demi-relief.

Monograptus leptotheca Lapworth.
(= Prionotus sagittarius His.)

8—9. Hisinger's type specimen from Furudal, Dalecarlia, natural size and magnified 3 times.
10. A specimen from Dobbs Linn, Birkhill, Scotland, collected by Prof. Ch. Lapworth, altered into iron pyrites, magnified 4 times.
11. The proximal part of a specimen from Kongslena, Vestrogothia.
12. The developed or adult part of a specimen from Scania; the last two magnified 3 times.

Monograptus convolutus His.

13. Hisinger's type specimen, nat. size.
14. The proximal end and the adult part, nat. size, from Kongslena, Vestrogothia.
15. Fragment of the adult part, nat. size.
16. Fragment of the distal part, showing dorsal convexity; magnified.


3.
9.
1.
10.
4.
5.
11.
2.
8.
6.
15.
13.
14.
7.
16.
12.

S. A. Tullberg del. Lith. W. Schlachter, Stockholm

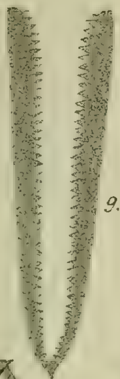
Plate III.

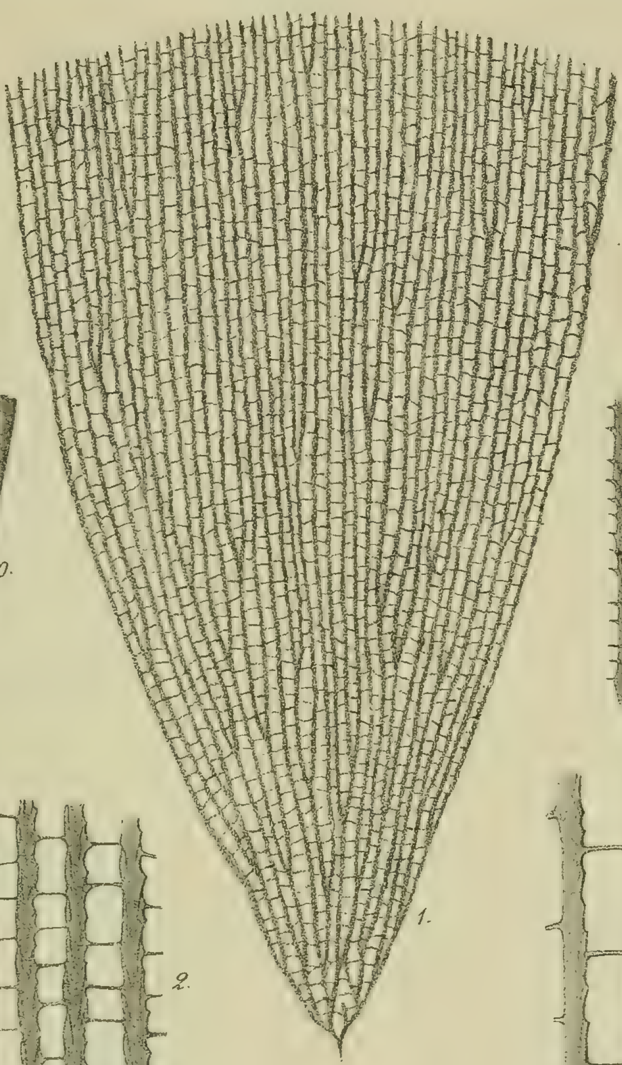
Dictyonema flabelliforme EICHW.
(= Impressio plantæ monocotyledoneæ HIS.)

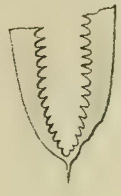
Fig. 1. A complete specimen, natural size, from Sandby near Fågelsång, Scania.
2. Part of the hydrosoma of a specimen from the same locality, magnified 4 times.
3. Part of a specimen in HISINGER'S collection from Berg, Ostrogothia (»Kanalbottnen»), magnified 4 times.
4. Part of a specimen from Åby, Ostrogothia, magnified 4 times.

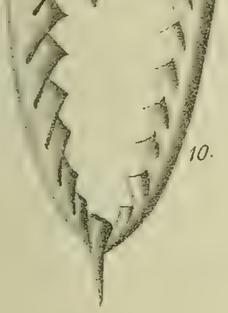
Didymograptus Murchisoni BECK, **geminus* HIS.

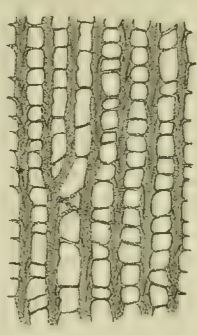
5. The type specimen in HISINGER'S collection, natural size.
6. The same magnified.
7—8. Two complete specimens from Fågelsång, magnified 2 diameters; the originals are in the Museum of the University of Lund.
9. A specimen, natural size.
10. The proximal part of a specimen fossilized in relief, magnified 3 times.

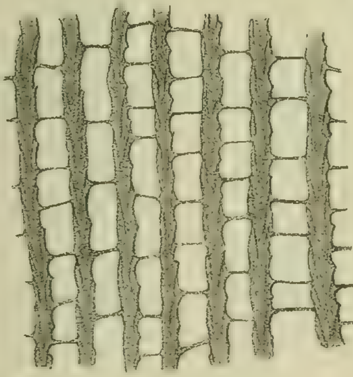

9.

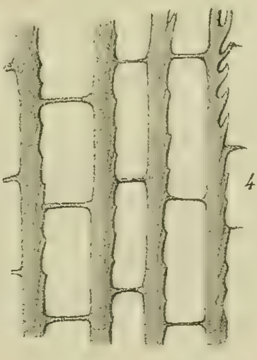

1.

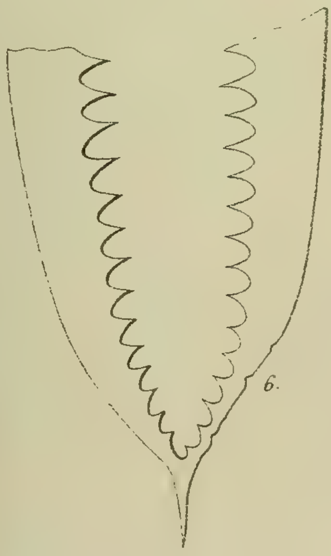

5.

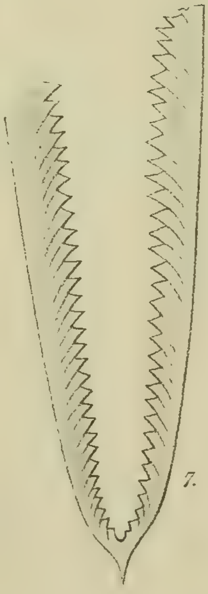

10.

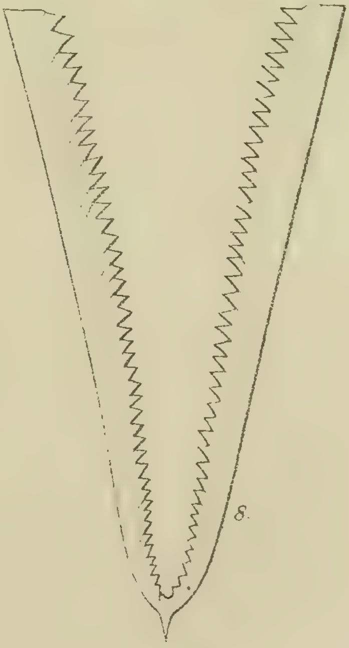

3.


2.


4.


6.


7.


8.

S. A. Tullberg, del.

Lith. W. Schlachter, Stockholm

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 14.

ASTRAGALUS PENDULIFLORUS LAM.

NEU FÜR DIE FLORA DES NÖRDLICHEN EUROPA

VON

K. F. DUSÉN.

DER KÖNIGL. SCHWED. AKAD. DER WISSENSCH. MITGETHEILT
DEN 8. JUNI 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Mit Unterstützung der Königl. Schwed. Akademie der Wissenschaften brachte ich beinahe zwei Monate des Sommers 1880 wegen botanischer Studien in den schwedischen Provinzen Medelpad und Jämtland zu. Als ich Mitte Juli mich im Dorfe Vassnäs in Hafverö, dem westlichsten Kirchspiele Medelpads, aufhielt, traf ich zufällig den Herrn Stud. Artur Westberg, der mir halbgetrocknete Exemplare einer ihm unbekannten Hülsenpflanze zeigte, welche er einige Tage vorher bei By eingesammelt hatte, einem Dorfe, das ebenfalls in Hafverö und zwar nahe dem Ende eines weit nach Nordwest gehenden Busens des Holmsees liegt. Die Einwohner Bys kannten diese Pflanze sehr wohl — sie kam nämlich am südlichen Abhange des Bybergs gleich nördlich vom Dorfe vor — und hatten den Herrn Westberg auf sie gewiesen. Offenbar war sie neu für die Flora Skandinaviens, konnte aber in Ermangelung der Frucht auch nicht der Gattung nach bestimmt werden. Als ich einige Tage später selbst nach By reiste, fand ich gleich, dass sie der Gattung *Phaca* angehören müsse, wie diese in Hartm. Skand. Flora begrenzt wird. Nachher hat es sich gezeigt, dass es die Art ist, welche in den botanischen Handbüchern allgemein den Namen *Phaca alpina* Jacq. oder *Ph. alpina* Wulf. geführt hat, unter welchem Namen sie auch zuerst, nämlich im September 1880, als schwedisch bekannt gemacht wurde theils in den allgemeinen Zeitungen, theils auch in Farm. tidskrift 1880, Nr 18, durch eine kurze Notiz vom Stud. Pharm. P. Adler, der nach mir den genannten Fundort besuchte. Aus Gründen, die ich später anführen werde, ziehe ich doch den Namen *Astragalus penduliflorus* Lam. vor.

Da die skandinavische Flora schon vorher einen derselben Section (*Cenantrum* Koch Syn., ed. 1, p. 179) der Untergattung *Phaca* angehörenden *Astragalus* hat, und unsere neue

Art früher mit jener verwechselt worden ist, erlaube ich mir, erst eine Beschreibung der beiden Arten nach skandinavischen Exemplaren zu geben, von einer Auswahl der wichtigeren Synonymen und einer Hinweisung auf einige Abbildungen begleitet.

1. **Astragalus frigidus** (L.) Bge.

E rhizomate ramoso, fere horizontali caules surgunt singuli—quaterni, circa 3 (raro 5) decim. longi, erecti vel adscendentes, glabri pilisve albis, longis, raris obsiti, inferne squamas (Niederblätter), haud raro magnas, superne folia pauca (summum 8-na), sparsa ferentes, ramis ex axillis modo superioribus instructi; rami summum 5-ni, omnes floriferi et caulem superantes; folia magna, stipulis magnis, oblique et late—elongate ovatis, vulgo 4—5(raro 6)-juga cum impari; foliola elliptica, oblonga vel ovato-oblonga, apice acuta, obtusa, truncata vel retusa, maxima (vulgo circa 25 millim. longa), integerrima, supra sæpissime glabra, subtus raris densisve pilis albis obsita; bracteæ oblongæ vel oblongo-lanceolatæ; dentes calycis brevissimi, triangulares, latiores quam longiores; legumina inflata, a latere semi-ovato-lanceolata, a dorso oblongo-lanceolata, circa 18 millim. longa.

Syn. 1753. *Phaca alpina* L. Spec. pl., ed. 1, tom. 2, p. 755 ex parte.
1755. — — L. Fl. svec., ed. 2, p. 256, n. 657 ex maxima parte.
1759. — *frigida* L. Syst. nat., ed. 10, tom. 2, p. 1173.
1762. — — Jacq. vind., p. 265.
1763. — *alpina* L. Spec. pl., ed. 2, tom. 2, p. 1064 ex parte.
1767. — — L. Syst. nat., ed. 12, tom. 2, p. 497 ex parte.
1768. *Astragalus caule erecto, stipulis maximis, foliis ovatis, novenis, siliquis vesicariis* Hall. Hist. stirp. Helv. 1, p. 176, n. 402, quoad descriptionem.
1769. *Phaca ochreata* Crantz Stirp. austr. 5, p. 419.
1771. — *alpina* L. Mant. alt., p. 448 ex parte.
1774. — — L. Syst. veg., ed. 13, p. 565 ex parte.
— — *frigida* Jacq. Fl. austr. 2, p. 42.

Syn. 1810. *Colutea frigida* Poir. Encycl. Bot. suppl. 1, p. 561.
1825. *Phaca* — Dec. Prodr. 2, p. 273.
1868. *Astragalus frigidus* Bge. Astrag. 1, p. 25.
1869. — — Bge. Astrag. 2, p. 28.
Fig. 1769. Crantz Stirp. austr. 5, tab. 2, fig. 2 (*Phaca ochreata*).
1774. Jacq. Fl. austr. 2, tab. 166 (*Phaca frigida*).
1782. Fl. dan. 5, tab. 856 (*Phaca alpina*).
? Schkuhr Handb., tab. 208 b. (*Phaca alpina s. frigida?*).
1827. Sturm Deutschl. Fl. 1, B. 12, H. 49 (*Phaca frigida*).

2. **Astragalus penduliflorus** Lam.

E caudice intermedio (Mittelstock) indistincto, radice verticali, valida, longissima suffulto caules surgunt numerosi, 10-ni, 20-ni, immo 30-ni, 3—9 decim. longi, vulgo arcuato-adscendentes, albopilosi, inferne squamas, superne folia numerosa, sparsa ferentes, ramosissimi; rami inferiores nunc modo foliis, nunc etiam ramis secundariis floriferis instructi; rami superiores floriferi; inflorescentiæ (racemi) igitur ejusdem caulis numerosæ, ejusdem plantæ numerosissimæ; rami floriferi inferiores caulem non superant; folia stipulis lanceolatis—linearibus, multi(vulgo 9—12)-juga cum impari, foliis A. frigidi multo minora; foliola ejusdem formæ ac in A. frigido, sed multo minora (circa 13 millim. longa), integerrima, pilis longis, albis, supra raris, subtus densioribus obsita; bracteæ lineares; dentes calycis e basi triangulari plus minusve elongati, sæpissime multo longiores quam latiores; legumina maxime inflata, a latere fere semi-orbicularia vel sublunata, a dorso acuminato-oblonga, circa 25 millim. longa.

Syn. 1723. *Astragaloides Alpina, hirsuta, erecta, foliis Viciæ; floribus dilute luteis* Till. pis., p. 19, tab. 14, f. 2.
1739. *Astragaloides elatior, erecta, Viciæ foliis, floribus luteis, siliquis pendulis* Amm. ruth., p. 111, n. 148.
1753. *Phaca alpina* L. Spec. pl., ed. 1, tom. 2, p. 755 ex parte.
1755. — — L. Fl. svec., ed. 2, p. 256, n. 657 ex parte minore.

Syn. 1759. *Phaca alpina* L. Syst. nat., ed. 10, tom. 2, p. 1173 verisim.
1763. — — L. Spec. pl., ed. 2, tom. 2, p. 1064 ex parte.
1767. — — L. Syst. nat., ed. 12, tom. 2, p. 497 ex parte.
1768. *Astragalus caule erecto, ramosissimo, foliis ellipticis, hirsutis, siliquis vesicariis pendulis* Hall. Hist. stirp. Helv. 1, p. 175, n. 401, quoad descriptionem.
1769. *Phaca leguminibus pendulis, semiovatis* Gmel. Fl. sib., tom. 4, p. 35, tab. 14.
1771. — *alpina* L. Mant. alt., p. 448 ex parte.
1774. — — L. Syst. veg., ed. 13, p. 565 ex parte.
1778. *Astragalus penduliflorus* Lam. Fl. fr. 2, p. 636.
1781. *Phaca alpina* Wulf. in Jacq. Misc. 2, p. 93.
1783. *Colutea* — Lam. Encycl. Bot. 1, p. 354.
1786. *Astragalus ramosissimus* Scop. Delic. 2, p. 105.
1822. *Phaca membranacea* Fisch. in litt. sec. Dec. Prodr. 2, p. 273.
1825. — *alpina* Dec. Prodr. 2, p. 273.
1831. — *abbreviata* Ledeb. Fl. alt. 3, p. 268 sec. Bge. Astrag. 2, p. 30.
1868. *Astragalus penduliflorus* Bge. Astrag. 1, p. 25.
— — *membranaceus* Bge. Astrag. 1, p. 25 sec. Glehn Witim-Olekm. Pfl., p. 31.
1869. — *penduliflorus* Bge. Astrag. 2, p. 30.
— — *membranaceus* Bge. Astrag. 2, p. 30 sec. Glehn Witim-Olekm. Pfl., p. 31.
1876. — *penduliflorus* Glehn Witim-Olekm. Pfl., p. 31.

Fig. 1781—86. Jacq. Ic. rar. 1, tab. 151 (*Phaca alpina*).[1]
1808. Sturm Deutschl. Fl. 1, B. 6, H. 24 (*Phaca alpina*).[2]
1833. Ledeb. Ic. alt., tab. 330 (*Phaca abbreviata*).[3]

Wie aus dem vorstehenden hervorgeht, ist es keine Schwierigkeit, *A. frigidus* und unsren schwedischen *penduliflorus* zu unterscheiden. Was beim letzteren gleich beim ersten Anblicke sich die Aufmerksamkeit zuzieht, ist die grosse Menge der von demselben Mittelstocke kräftig ausgebildeten Stengel, wodurch jede Staude das Aussehen eines kleinen Strauchs erhält, die starke Verzweigung und der damit zusammenhängende grosse Reichthum an Blättern, Blüthen und Früchten. Besonders charakteristisch sind die letzteren, wenn sie reif sind, indem sie dann durch ihre Aufgeblasenheit sehr an die südeuropäische, im südlichen Schweden als Zierstrauch gebaute *Colutea arborescens* L. erinnern [1]).

---

[1] Diese Abbildung ist in einigen Hinsichten weniger gut. Die äusserst kräftige »Wurzel» zeigt oben eine unnatürliche Verzweigung. Die Blattstiele sind zu lang und die Krone sollte rein gelb sein.

[2] Eine im ganzen gute Abbildung, doch sind auch hier die Blattstiele zu lang.

[3] Ziemlich abweichend von den schwedischen Exemplaren. Siehe unten!

Die schwedischen Exemplare stimmen sehr wohl mit denen von den Alpen und den Pyrenäen überein, die ich gesehen habe. Nur einige Exemplare von den französischen Alpen weichen etwas ab durch ihre lanzettlichen Blättchen. Dagegen scheint diese Art in Sibirien weit mehr zu variiren; doch kann ich wegen Mangel an Exemplaren nicht eine vollständige Erörterung der Formen geben, in welchen sie da auftritt. Der Literatur gemäss würde die Var. *velutina* TURCZ. der europäischen am nächsten stehen (»*tota lanuginoso-cana, pedunculis nigricantibus, leguminibus oblongo-semiovatis coriaceis; caule prostrato*» TURCZ. in Bull. Mosc. 1842, 4, p. 736). Weit mehr weicht nach der eigenen Beschreibung und Abbildung LEDEBOURS die *Phaca abbreviata* ab, welche BUNGE (Astrag. 2, p. 30) zu *A. penduliflorus* LAM. gezogen hat. Sie wird nämlich als »*Ph. pilosa; adulta glabrior, caulibus erectis simplicibus* .....» bezeichnet, wozu gefügt wird: »*Maxime licet affinis Ph. alpinæ, diversa tamen videtur foliolis angustioribus* ..... *Caules* ..... *præcipue inferne pilosi, demum glabriores* ..... *Folia* ..... *multijuga: foliolis* ..... *pilosis, demum glabrioribus* .....» (LEDEB. Fl. alt. 3, p. 268—269). Das Originalexemplar vom Altai, welches sich in der botanischen Abtheilung des Reichsmuseums zu Stockholm befindet, hat jedoch Blättchen von derselben Form wie die schwedischen, übrigens einen ziemlich kahlen Stengel, gibt aber wegen seiner Unvollständigkeit kein Urtheil über die Verzweigung des Stengels zu. Schliesslich kommt die Form, welche, von DECANDOLLE und TURCZANINOW als Varietät unter *Phaca alpina* angeführt, von BUNGE als *A. membranaceus* (FISCH.) BGE. unterschieden, aber nachher von P. v. GLEHN wieder als Varietät unter dem Namen *A. penduliflorus* LAM. *β membranaceus* (FISCH.) GLEHN angeführt wird. Es heisst in den Claves diagnosticæ BUNGES von *A. penduliflorus* LAM.: »*Calyx nigro-villosus dentibus lineari-lanceolatis, vexillum calyce duplo longius*» und von *A. membranaceus* (FISCH.) BGE.: »*Calyx subglaber dentibus brevissimis triangularibus, vexillum calyce triplo longius*» (BGE. Astrag. 1, p. 25). Doch sagt v. GLEHN (Witim-Olekm. Pfl., p. 31), dass er unter dem reichlichen Materiale, welches das Herbarium des botanischen Gartens zu St. Petersburg darbietet, nicht wenige Exemplare gefunden hat, die man seiner Meinung nach ebensowohl zum ersteren wie zum letzteren stellen kann, und schliesst sich daher wieder der Ansicht TURCZANINOWS an.

---

[1]) *A. penduliflorus* ist ja auch früher zu dieser Gattung geführt worden. Wenn LINNÉ und viele andere die Hülsen zusammengedrückt nennen, ist es klar, dass sie nach Herbarienexemplaren urtheilen.

Die Hülsen haben auch den beim Volke gebräuchlichen Namen »Smällvedel» veranlasst, wie diese Pflanze in By genannt wird. Der Name »Vedel», welcher nach FRIES (Ordb. öfv. sv. växtnamn) nur dem »Ängsvial» (*Lathyrus pratensis* L.) zukommen sollte, wird hier vom Volke von verschiedenen, den Gattungen *Lathyrus*, *Vicia* und *Astragalus* angehörenden Hülsenpflanzen gebraucht. Der erste Theil im Namen »Smällvedel» erklärt sich aus dem deutlichen Knalle (schwed. = smäll), welcher vernommen wird, wenn man eine wohl entwickelte Hülse entzweidrückt oder auf mehrere solche tritt.

Von den von mir wahrgenommenen Verschiedenheiten zwischen *A. frigidus* und *penduliflorus* will ich besonders eine hervorheben. Wie bekannt, sind bis zur letzten Zeit die unterirdischen Theile der Pflanzen verhältnissmässig vernachlässigt worden, und doch ist es keinem Zweifel unterworfen, dass sie viele interessante Eigenthümlichkeiten darbieten, welche auch dem Systematiker zum Nutzen gereichen können. Was *A. frigidus* betrifft, so findet man schon vor mehr als 100 Jahren richtige Beschreibungen des unterirdischen Systems desselben bei JACQUIN (1762)[1] und CRANTZ (1769)[2], wenn auch diese Verfasser nicht das horizontale, unterirdische Glied als Stamm betrachten. Doch ist es ohne Zweifel ein wirkliches Rhizom. Eine anatomische Untersuchung zeigt, dass es die für die Dicotylenstämme eigenthümliche Anordnung der Gewebe besitzt: im innersten dünnes Mark und concentrisch um dieses herum Holz, Cambium, Bast, Aussenrinde und Periderm. Die Grenzen zwischen den Jahresschichten im Holzkörper sind sehr undeutlich[3]). Mechanische Gewebeelemente kommen in das Holz und in den Bast reichlich eingemengt vor, ausserdem auch an der Grenze zwischen Holz und Mark und sogar dann und wann in den Markstrahlen. Da nur Herbarienmaterial mir zu Gebote gestanden hat, habe ich nicht erforschen können, auf welche Weise *A. frigidus* von Jahr zu Jahr fortwächst. Er scheint mir schwerlich einem der 20 Typen anzugehören, die WARMING in seinem Lehrbuche (Alm. Bot., p. 125—130) beschreibt.

---

[1] »Radix perennis, lenta, fusca, prolifera, ad magnam distantiam semper horizontaliter sub terra serpit.» JACQ. vind., p. 265.

[2] »Radix tenuis rotunda cortice fusco tecta, lenta, longe lateque horizontaliter serpens, ramosa, prolifera.» CRANTZ Stirp. austr. 5, p. 419.

[3] Nach WITTROCK (Dikot. jordst., p. 12) bilden gewisse unterirdische Stämme mit mehrere Jahre hindurch wirksamem Cambium deutlich begrenzte Jahresschichte im Holzkörper, bei anderen dagegen können solche Grenzen nur mit Schwierigkeit oder auch gar nicht wahrgenommen werden.

Dagegen scheint es mir keinem Zweifel unterworfen zu sein, dass *A. penduliflorus* dem ersten s. g. Rumex-typus WARMINGS angehört; jedes Wort in seiner Beschreibung passt nämlich auf diesen ein. Das Wurzelsystem ist hier so stark in die Länge entwickelt, dass es mir niemals gelang, es unversehrt heraufzubekommen. Ein Mal, als ich mich an eine oberhalb der Erde ziemlich schwache Staude machte, bekam ich ein einen halben Meter langes Wurzelstück herauf, wahrscheinlich blieb aber wenigstens ebensoviel in der Erde stecken. Nach oben wird diese Wurzel durch einen undeutlichen Mittelstock fortgesetzt, welcher, sowie er an die Luft kommt, gleich die mehr oder weniger zahlreichen Stengel ausschickt, die an ihrer Basis mit Knospen versehen sind, aus denen sich das nächste Jahr neue Stengel entwickeln. Ich nehme nämlich an, dass ein kleines der Erdoberfläche am nächsten liegendes Stück, welches man in alltäglicher Rede Wurzel nennen würde, in der That ein sogenannter Mittelstock ist. Zu vollkommener Klarheit hierin kann man schwerlich kommen, ohne die Pflanze während der ersten Jahre ihrer Entwicklung zu beobachten, wozu ich natürlicher Weise keine Gelegenheit gehabt habe. Eine anatomische Untersuchung einer älteren Pflanze hat kein entscheidendes Resultat gegeben, weil der vermuthete Mittelstock an dem Punkte, von welchem die Stengel ausgehen, im ganzen denselben Bau zeigt, wie die Wurzel 2,5 oder 50 Centimeter weiter nach unten, nämlich innerst einen soliden Holzcylinder und um diesen Cambium, Bast und Periderm [1]). Der Holzkörper der älteren Wurzel ist sehr reich an Gefässen. Die Grenzen zwischen den Jahresschichten sind hier noch schwerer zu bestimmen als beim Wurzelstocke des *A. frigidus*. Mechanische Zellen, einzeln oder zu kleineren Strängen vereinigt, kommen sowohl im Holze wie im Baste vor, aber in keinem erheblichen Maasse. — Zur Vergleichung hiemit möge hier etwas auch von dem überirdischen Stamme des *A. penduliflorus* angeführt werden. Schon eine oberflächliche äusserliche Betrachtung eines ausgebildeten Stengels zeigt, dass der untere Theil desselben bis zu einer Länge von gewöhnlich circa 5, bisweilen jedoch bis zu 15 Centimetern nicht nur durch seine Kahlheit, sondern noch mehr durch seine holzartige Härte sich von dem oberen haarigen Theile wesentlich unterscheidet. Eine anatomische Untersuchung fügt hinzu, dass der obere Theil hohl und von Epidermis begrenzt ist, der untere aber massiv und von einem tief unter der Epidermis gebildeten Korkgewebe begrenzt. Die Anordnung der Gewebe ist die für die Dicotylenstämme normale. Kennzeichnend besonders für den unteren Theil des Stammes ist die starke Ausbildung des mechanischen Gewebesystemes. Man findet nämlich mechanische Zellen nicht nur in grösseren Strängen an der Aussenseite des Bastes und in kleineren oder einzeln in dem Baste, sondern sie bilden auch einen erheblichen Theil der Holzstränge, treten mehr oder weniger reichlich in den Markstrahlen auf und bilden endlich eine zusammenhängende Scheide an der Grenze zwischen Holz und Mark. Hiedurch gewinnt natürlicher Weise der untere, der Erde folgende oder etwas aufwärts gebogene Theil des Stammes eine bedeutende Stärke, die ihn besonders geeignet macht, den oberen, mehr aufrechten Theil zu tragen. Man könnte auch erwarten, dass dieser untere dichte Theil des Stengels bis zum folgenden Jahre fortleben sollte. So geschieht jedoch gewiss nur ausnahmsweise.

---

[1]) Dieses Wort wird hier in derselben Bedeutung angewandt wie in DE BARY, Vergl. Anat., umfasst also das Phellogen und alles, was aus diesem entwickelt wird.

Wir verlassen nun das morphologisch-anatomische Gebiet, um die obige Synonymik näher zu betrachten. Sicherlich kannte man unsere Arten oder wenigstens eine derselben schon lange vor der Zeit LINNÉS. Es ist mir jedoch nicht gelungen, ihre älteste Geschichte ins klare zu bringen, theils wegen Mangel an Literatur, theils und besonders wegen der mangelhaften Beschreibungen und der nachlässigen Citirungsweise der alten Verfasser. Auch die Darstellung LINNÉS ist in diesem Falle sehr unbefriedigend[1]). Eine Prüfung seiner

---

[1]) Damit der Leser selbst hierüber urtheilen könne, geben wir folgende Auszüge aus den Schriften LINNÉS.

Schriften zeigt nämlich, dass er so weit davon ist, den Unterschied zwischen den Arten, mit welchen wir uns hier beschäftigen, klar aufzufassen, dass er sie im Gegentheil am öftesten unter dem Namen *Phaca alpina* zusammenführt. Dass so bereits 1753 in Spec. pl. geschehen ist, geht schon aus dem Ammannschen Synonyme (*A. pendulifl.*) und dem Ausdrucke »*in Lapponia*» (*A. frigid.*) hervor. In Folge des Ausdrucks »*glabra*» scheint mir Linné jedoch hauptsächlich an die letztere Art gedacht zu haben. Dass mit »*Phaca alpina*» in Fl. svec. 1755 zunächst auf unseren *A. frigidus*

1753. Linnæi Species plantarum, ed. 1, tom. 2, p. 755.

Phaca.

bætica. 1. — — — — — — — —
alpina. 2. Phaca caulescens erecta glabra, leguminibus semiovatis.
Astragaloides elatior erecta, viciæ foliis, floribus luteis, siliquis pendulis. Amm. ruth. 148.
Habitat in Lapponia. Sibiria.
sibirica. 3. — — — — — — — —

1755. Linnæi Flora svecica, ed. 2, p. 256.

Phaca. 798.

657. Phaca (alpina) caulescens erecta glabra, leguminibus semiovatis. Spec. plant. 755.
Astragaloides elatior erecta, viciæ foliis, floribus luteis, siliquis pendulis. Amm. ruth. 148.
Astragaloides alpina supina glabra, foliis acutioribus. Till. pis. 19. t. 14. f. 1. 2.
Habitat in alneto ad Torne-träsk juxta viam ad fodinas Scanglicenses & ad Juckajerwi in tractu montium Kurrawara. Petr. Adlerheim. Apud exteros in Sibiria frequens, in Rhætia rarior. ♃
Planta pedalis, erecta, glabra. Caulis angulatus, striatus, glaber, erectiusculus, a folio ad folium flexus. Folia pinnata, alterna, interstitiis longiora: Foliola ovato-oblonga, obtusa, 7 ad 15, glabra, subtus pubescentia. Stipulæ hastatæ, acutæ, integerrimæ. Pedunculi petiolis crassiores, longiores, angulati, nudi, erecti. Racemus laxus, pedicellis propriis longitudine calycum, Bracteis lanceolatis, pedicello fere longioribus. Flores penduli, imbricati, glabri, lutei. Calyx campanulatus, glaber, dentibus fuscis. Corolla oblonga, flava. Stamina diadelpha. Germen pedicellatum, pilosum. Legumen semi-ovatum, compressum, uniloculare.

1759. Linnæi Systema naturæ, ed. 10, tom. 2, p. 1173.
798. Phaca. Legumen semibiloculare.
bætica. 1. — — — — — — —
sulcata. A. — — — — — — —
alpina. 2. P. caulescens erecta glabra, legum. semi-ovatis.
frigida. B. P. caulescens erecta glabra, legum. oblongis inflatis subpilosis.
sibirica. 3. — — — — — — —

abgesehen ist, geht aus der Beschreibung und den schwedischen Fundorten klar hervor. Dass jedoch auch hier *A. penduliflorus* eingemischt ist, ersieht man aus den Citaten »Amm. ruth. 148» und »Till. pis. t. 14 f. 2.» Dazu kommt noch eine dritte, nämlich *Astrag. alpina supina* etc. Till. pis. 19 t. 14 f. 1. Denn Linné vermischt hier Tillis Fig. 1 und 2 auf Tab. 14, wiewohl Tilli selbst sie mit verschiedenen Namen bezeichnet. 1759 scheint Linné jedoch gefunden zu haben, dass seine frühere *Phaca alpina* collectiv gewesen sei, und er theilt sie deshalb in eine *alpina* und eine *frigida.* Leider lässt er beide kahl sein, und drückt sich ausserdem so kurz aus, dass man kaum mit irgend welcher Sicherheit abmachen kann, was er hier meint. Der Name »*frigida*» deutet jedoch wohl am wahrscheinlichsten die Art an, welche Linné aus dem nördlichen Lappland kennen gelernt hat. Auch beruft sich Jacquin, als er 1762 unter dem Namen *Phaca frigida*

1763. Linnæi Species plantarum, ed. 2, tom. 2, p. 1064.

Phaca.

bætica. 1. — — — — — — —
alpina. 2. Phaca caulescens erecta glabra, leguminibus oblongis inflatis subpilosis.
Phaca frigida. Fl. svec. 2. n. 657. Jacq. vind. 265.
Astragaloides alpina supina glabra, foliis acutioribus Till. pis. 19. t. 14. f. 1, 2.
Astragaloides elatior erecta, viciæ foliis, floribus luteis, siliquis pendulis Amm. ruth. 148.
Habitat in Alpinis Italiæ, Sibiriæ, Lapponiæ umbrosis. ♃
Lapponicæ Legumen compressum, sed cylindrico-ovatum, adspersum pilis raris fuscis. Italicæ & Sibiricæ vero semiovatum, compressum, simillimum Coluteæ herbaceæ, attamen varietates ex allatis speciminibus constitit.
sibirica. 3. — — — — — — —

1767. C. a Linné Systema naturæ, ed. 12, tom. 2, p. 497.
891. Phaca. Legumen semibiloculare.
1062.
bætica. 1. — — — — — — —
alpina. 2. P. caulescens erecta glabra, legum. oblongis inflatis subpilosis. (excluso Tilli synonymo).
australis. 4. — — — — — — —
vesicaria. 5. — — — — — — —
sibirica. 3. — — — — — — —

1771. C. a linné Mantissa plantarum altera, p. 448.
Phaca alpina. Phaca leguminibus pendulis semiovatis. Gmel. sib. 4. p. 35. p. t. 14. bona.
Sibirica Gmelini et Lapponica mea omnino ejusdem speciei.
— — — — — — —

den jetzigen *A. frigidus* beschreibt, auf »LINN. syst. B. p. 1173»[1]), und stützt dadurch gewissermaassen die Ansicht, dass *Ph. frigida* L. Syst. nat., ed. 10, p. 1173 wirklich die Pflanze sei, welche nachher diesen Namen geführt hat. Bald ging jedoch LINNÉ wieder zu der alten Vermischung zurück, und wurde, wie man aus Spec. pl., ed. 2 und Mant. alt. ersieht, mehr und mehr von der Richtigkeit derselben überzeugt. Eigenthümlich ist es zu sehen, wie LINNÉ in Spec. pl., ed. 2 sich selbst falsch citirt. Wo er nämlich vermuthlich

Phaca alpina Fl. svec. 2. n. 657.
Phaca frigida Syst. nat. p. 1173. JACQ. vind. 265.

geschrieben haben sollte, schreibt er

Phaca frigida Fl. svec. 2. n. 657. JACQ. vind. 265.

wiewohl Fl. svec. 2. n. 657 nicht *frigida*, sondern *alpina* heisst[2]). Auch dieser Schreibfehler scheint darauf hinzudeuten, dass die Art, welche LINNÉ in Syst. nat. *frigida* nennt, die schwedische *Phaca* von Torne Lappmark sei, welche er in Fl. suec., ed. 2 zunächst meint, oder lässt sich wenigstens durch diese Annahme leicht erklären. Im Zusammenhange hiemit wollen wir auch erwähnen, dass nach C. HARTMAN (Vet.-ak. handl. 1851, p. 406) es in dem Herbarium LINNÉS zwei Exemplare von *Phaca frigida* AUCT. gibt, wo LINNÉ bei dem einen den Artnamen »*alpina*», bei dem anderen den Fundort »Lappl.» eigenhändig beigeschrieben hat[3]).

Da also LINNÉ, als er das erste Mal eine so ausführliche Beschreibung gibt, dass man mit Gewissheit aus ihr schliessen kann, nämlich in Fl. suec., ed. 2, 1755, mit »*Phaca alpina*» vor allem unsren *Astragalus frigidus* meint, und er vermuthlich auch in Spec. pl. 1753 zunächst an diesen denkt, so scheint es mir mit der jetzigen wissenschaftlichen Auffassung von Namenfragen nicht vereinbar zu sein, den Namen *Phaca alpina* für die Art beizubehalten, welche v. WULFEN und nach ihm zahlreiche andere Verfasser so genannt haben[1]). *Phaca alpina* WULF. muss also *Phaca penduliflora* (LAM.) heissen, und der ältere Namen *Phaca alpina* L. Fl. suec., ed. 2 an die Stelle des jüngeren Namens *Ph. frigida* L. Syst. nat., ed. 10 treten — wenn man nämlich *Phaca* als Gattung beibehalten soll. Gegen das letztere erhoben sich doch Stimmen schon während des vorigen Jahrhunderts. So finden wir, um einige Beispiele anzuführen, dass HALLER (Hist. stirp. Helv. 1768), SCOPOLI (Delic. 1786) und in späterer Zeit ASA GRAY (Man. of Bot.) die *Phacœ* andrer Verfasser unter *Astragalus* aufführen. In dem grossen Werke Genera plantarum haben BENTHAM und HOOKER sich mit Entschiedenheit für eine solche Einziehung erklärt[2]), worin nachher viele andere ihnen gefolgt sind. So z. B. BUNGE (Astrag. 1, 1868; 2, 1869)[3]), BAILLON (Hist. d. plant. 2, 1869, p. 280), BOISSIER

---

[1]) Laut der Vorrede zu Syst. nat., ed. 10, tom. 2, bezeichnet LINNÉ hier mit Buchstaben die Arten, welche nicht in Spec. pl., ed. 1, aufgenommen sind.

[2]) Verschlechtert wiederholt sich dieses unrichtige Citat bei DEC. (Prodr. 2, p. 273), BUNGE (Astrag. 2, p. 28) und anderen, indem sie sich nämlich bezüglich des Namens *Phaca frigida* auf L. Fl. suec., ed. 2, pag. 657 berufen.

[3]) Nachdem das obige schon niedergeschrieben und der KÖNIGL. SCHWED. AKAD. DER WISSENSCH. übergeben worden war, hat der Herr Dr E. ÅHRLING mich auf einen mir und, wie ich glaube, der botanischen Welt überhaupt unbekannten Ausweg aufmerksam gemacht, in zweifelhaften Fällen über die Bedeutung der LINNÉISCHEN Namen aufgeklärt zu werden. The Linnean Society in London besitzt nämlich interfoliirte und von LINNÉ mit eigenhändigen Bemerkungen versehene Exemplare von mehreren seiner Schriften. Der Herr Dr ÅHRLING hat auch die Güte gehabt, mir von ihm während eines Aufenthaltes in London im Sommer 1881 verfertigte Abschriften der Aenderungen und Nachträge LINNÉS bei *Phaca alpina* in Spec. pl. ed. 1, und Fl. svec., ed. 2, mitzutheilen. Aus diesen geht es vollkommen klar hervor, dass LINNÉ in Syst. nat., ed. 10, mit dem Namen *Ph. frigida* gerade die lappische *Phaca* bezeichnen will, welche in Fl. svec., ed. 2, den Namen *alpina* führt.

---

[1]) Schon seit langer Zeit hat dieser und jener eingesehen, dass *Phaca alpina* L. eigentlich *Ph. frigida* AUCT. sei. So WILLDENOW (Spec. pl. 3, p. 1253), STEUDEL (Nomencl. bot.) und SPRENGEL (Syst. veg. 3, p. 291).

[2]) »Phaca, LINN. Gen. n. 891 (inclusa Erophaca, BOISS. Voy. Bot. 176), olim distincta fuit dissepimento nullo a sutura carinali intruso, sed character nimis incertus nec cum natura consentaneus; observatur enim non solum in speciebus genuinis legumine valde turgido v. inflato, sed etiam in pluribus inter Tragacanthos, Annuos, etc., legumine parvo v. coriaceo donatis, in nonnullis membrana intrusa angustissima est». BENTH. & HOOK. Gen. pl. 1, 2, p. 507.

[3]) Diese grosse Monographie führt nicht weniger als 971 *Astragalus*arten. auf 8 Untergattungen und 105 Sectionen vertheilt, von der alten Welt an. Die geringe Anzahl Arten der skandinavischen Flora ist dort auf folgende Weise und unter folgende Namen geordnet.

Gen. Astragalus.
I. Subg. Phaca.
  1. Sectio Hemiphragmium KOCH.
    A. oroboides HORN.
    A. alpinus L.
    A. arcticus BGE. (1868). Später (1876) von P. v. GLEHN (Witim-Olekm. Pfl., p. 31) als Varietät dem *A. alpinus* L. untergeordnet.
  2. Sectio Cenantrum KOCH.
    A. frigidus L. (sub Phaca).
    A. penduliflorus LAM.
  3. Sectio Hedyphylla (Stev.).
    A. glycyphyllus L.

(Fl. orient. 2, 1872), Willkomm und Lange (Prodr. fl. hisp. 3, 1880). Hiemit folgt, dass, welche Bedeutung man auch dem Namen *Phaca alpina* zuerkennen will, man bei der Unterordnung dieser *Phaca* unter *Astragalus* jedenfalls den Namen *alpina* streichen muss, weil es schon vorher einen *Astragalus alpinus* gibt, der bereits 1753 bei Linné in Spec. pl., ed. 1, tom. 2, p. 760 diesen Namen führt. Die eben so drohende Namenfrage erhält also auf diese Weise eine einfache Lösung.

Was den allgemeinen Charakter der Gegend betrifft, in welcher *A. penduliflorus* bei uns gefunden worden ist, führen schon Cronstedt und Tilas im vorigen Jahrhundert an, welches auch von Hisinger durch Messungen bekräftigt wird, dass das schwedische Land zwischen dem 62. und 63.° nördl. Br. sich vom Bottnischen Meerbusen bis zur Grenze zwischen Medelpad und Jämtland nur allmählich erhebt, dort aber zu einem höheren Rücken, welcher von der Indalself, der Gimå und der Ljunga durchbrochen wird, emporsteigt und sich dann wieder im ganzen nach dem inneren Jämtland um den Storsjö senkt (His. Ant. 1, S. 61 und Tab. 3).[1] Selbst hatte ich den vorigen Sommer Gelegenheit zu sehen, wie wild und

---

II. Subg. Hypoglottis.
  4. Sectio Euhypoglottis Bge.
    A. Cicer L. In Skandinavien nur bei Kopenhagen, wahrscheinlich verwildert.
    A. hypoglottis L. herb. Cliffort. Syn. A. danicus Retz. Ueber den Namen vgl. theils Bunge (Astrag. 2, p. 84), theils Lange (Vid. Selsk. Forh. 1873, p. 126 ff.)! Der letztere dringt eifrig darauf, dass der Name *hypoglottis* verworfen und der Name *A. danicus* Retz für diese Art angenommen werde.
III. Subg. Cercidothrix.
  5. Sectio Craccina (Stev.).
    A. arenarius L.

[1] Dasselbe wird auch durch einige Höhenangaben für die Eisenbahn zwischen Sundsvall und Östersund bestätigt.

Die Station Ånge, die westlichste in Medelpad	168	Meter	über	dem	Meere.
» » Bräcke, die östlichste in Jämtland	290	»	»	»	»
Der höchste Punkt zwischen ihnen, etwas nördlich von der Grenzlinie zwischen Medelpad und Jämtland	334	»	»	»	»
Der Storsjö in Jämtland ungef.	292	»	»	»	»

öde die erwähnte Grenzgegend ist, von weiten Kiefern- und Fichtenwäldern bewachsen und von Anhöhen dicht erfüllt, von denen auch die höchsten nicht mehr als 6 bis 700 Meter über das Meer emporsteigen und also natürlicher Weise nicht die Baumgrenze überschreiten[1]). Menschenwohnungen trifft man dort selten ausser neben den Flüssen und Seen. Es ist klar, dass diese Gegend ihrer Vegetation nach der Waldregion Norrlands angehört. Leider kennt man sie jedoch so wenig, dass ich nicht mit Gewissheit entscheiden kann, ob sie zu der Nadelwaldregion (*regio silvatica* WAHLENB.) oder zu der Laubwaldregion (*regio acerina* WAHLENB.) zu rechnen ist. Vermuthlich gehören die höheren Theile der ersteren, aber die von den Flüssen gebildeten Thäler der letzteren an.

In dieser wilden Gegend ungefähr 62° 30′ nördl. Br. liegt der erwähnte Byberg bei By im Kirchspiele Hafverö in Medelpad. Von unten gesehen scheint er sehr niedrig zu sein, erreicht jedoch eine Höhe von ungef. 190 Metern über dem von der Ljunga durchflossenen Holmsee, der selbst 244 Meter über dem Meere liegt. Dieser Berg ist grösstentheils sehr dürre, theilweise auch vom Waldbrande verheert. An seinen südlichen dürren Abhängen ist es, wo sich unser *Astragalus* findet, gern zusammen mit *Calluna vulgaris* (L.) SALISB., *Vaccinium vitis idœa* L., *Rubus idœus* L., kleinen Espen (*Populus tremula* L.), *Epilobium angustifolium* L., *Gnaphalium silvaticum* L., *Antennaria dioica* (L.) GÆRTN., *Melampyrum pratense* L., *Rubus saxatilis* L., *Aira flexuosa* L. u. s. w. Im ganzen sah ich wohl bei meinen Wanderungen auf dem Berge 250—300 ausgebildete Stauden. Sie kamen theils zerstreut vor, theils in Gruppen gesammelt, welche wegen des stattlichen gesträuchartigen Aussehens sich ausgezeichnet wohl ausnahmen. In grösster Menge wuchsen sie auf den niederen, vor kürzerer oder längerer Zeit vom Brande verheerten Theilen, ungefähr 60 Meter über dem Holmsee, aber auch nahe dem höchsten Punkte des Berges sah ich ein paar Stauden unter dem Haidekraut. Man sagte mir in By, dass die Pflanze früher auch bei den Höfen unten am Holmsee vorgekommen sei, wo sie aber jetzt verschwunden war. Als ich den 20. Juli zum ersten Male den Byberg besuchte, hatte sie allgemein ihre gelbblumigen Trauben entfaltet, und Anfang August trug sie ebenso allgemein Früchte. Ihre Blüthezeit ist also die letztere Hälfte des Juli. Die unreifen Hülsen werden mit Begehrlichkeit vom Viehe gefressen, das dagegen die Stauden selbst verschmähen soll. — Dass diese Pflanze schon seit uralten Zeiten bei By einheimisch ist, scheint mir wegen der Wildheit und der geringen Kultur der betreffenden Gegend keinem Zweifel unterworfen zu sein. Dass sie bisher unbemerkt geblieben ist, wird ganz natürlich dadurch erklärt, dass wahrscheinlich kein Botaniker vorher diese Stelle besucht hat. Ob sie aber an mehreren Stellen in dieser Gegend vorkommt, das mögen zukünftige Forschungen an den Tag legen; mir gelang es nicht, mehrere Fundorte derselben anzutreffen.

---

[1]) In der Gebirgsgegend zwischen Härjedalen und Norwegen, welche zwischen entsprechenden Breitengraden liegt, geht nach den Messungen HÖRBYES (Nyt Mag. f. Naturv., B. 8 und 11) die Birke, welche, wie bekannt, in Skandinavien in der Regel die Baumgrenze bildet, beinahe, hie und da sogar mehr als 900 Meter über das Meer.

Ausserhalb Skandinavien kommt *A. penduliflorus* nach Bunge (Astrag. 2, p. 30) vor »*in apricis alpium Pyrenæorum, Delphinatus, Helvetiæ, tyrolensibus, altaicis et in regionibus demissioribus transbaicalensibus.*»

Nach dem, was ich aus der umfassenden Literatur über die Flora des russischen Reichs habe herausfinden können, und laut der Auskunft, die mir aus den grossen Herbarien der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften und des Kaiserl. botanischen Gartens zu St. Petersburg durch den Herrn Dr C. J. Maximowicz freundlichst gegeben worden ist, findet sich unser *Astragalus* in Asien: zwischen Ochotsk und Jakutsk (Steller nach Gmel. Fl. sib. 4, p. 36); in der Amurprovinz: »am obern Amur, zwischen Seja und Komar-Mündung, in trocknen Gestrüppen, nicht selten» (Maxim. Fl. amur., p. 80); im südlichen Theile der Provinz Jakutsk: im s. g. Witim-Olekma-Lande »im Thal des Fl. Tsinika an Flussufern auf Wiesen zwischen gemischtem Walde und im Thal des Fl. Datykta auf alten Brandstätten im Walde»[1]) (Glehn Witim-Olekm. Pfl., p. 31); im Baikalisch-Daurischen Gebiete[2]) »*ubique in herbosis, præsertim subalpinis*» (Turcz. in Bull. Mosc. 1842, 4, p. 736); im südwestlichen Gouvernemente Irkutsk: bei Nischne-Udinsk (HELM laut MAXIM. in litt.); im südlichen Gouvernemente Jeniseisk: 20 Werst von Kansk (AUGUSTINOWICZ laut MAXIM. in litt.); im Altai: *ad torr. Suryezy et Karasuluk* (TCHIHATCH. Alt., p. 418), an der Tschuja (POLITOW laut MAXIM. in litt.), am Argut (GEBLER laut MAXIM. in litt.), »*in subalpinis ad ostium fl. Abai a meridie in fl. Koksun influentis*» (LEDEB. Fl. alt. 3, p. 269); im russischen Turkestan: im dsungarischen Alatau »*in subalpinis ad fl. Lepsa et Sarchan rarior*» (KAR. et KIR. in Bull. Mosc. 1842, 2, p. 324).[1]

---

[1]) Also, eigenthümlich genug, auf ähnlichem Standorte wie in Schweden.

[2]) Wie dieses von Turczaninow begrenzt wird, entspricht es ungefähr der jetzigen Provinz Transbaikalien und dem südöstlichen Theile des Gouvernements Irkutsk.

Ferner soll er nach GEORGI und FALK auch im uralischen Sibirien vorkommen (LEDEB. Fl. ross. 1, p. 577). Die Angabe in FALKS Beytr. 2, p. 227 (»*Phaca alpina.* In der Ischimschen und Barabinzischen Steppe.») muss jedoch schon deshalb für zweifelhaft gehalten werden, weil der Herausgeber dieses Werkes, der eben erwähnte J. G. GEORGI, beim Namen nicht nur »GMEL. Flor. Sib. 4. t. 14» (d. h. *A. penduliflorus* LAM.) citirt, sondern auch »Flor. Dan. t. 856» (d. h. *A. frigidus* (L.) BGE.). Was wiederum die Angabe von GEORGI selbst in Beschr. d. Russ. R. 3, 5, p. 1182 (»*Phaca alpina.* Im Ural, an der Ufa.») betrifft, scheint sie mir sich eher auf den *A. frigidus* als auf den *A. penduliflorus* zu beziehen. Hier wird nämlich nur »Fl. Dan. T. 856» angeführt. Wie wir oben gesehen haben, weiss BUNGE nichts von dem Auftreten unseres *Astragalus* im Ural. Auch ist es MAXIMOWICZ nicht gelungen in den grossen Herbarien zu St. Petersburg ein einziges aus dem Ural oder seiner Nachbarschaft herstammendes Exemplar zu entdecken.

Endlich wird unsere Art von LEDEBOUR als auch im arktischen Sibirien vorkommend angeführt[2], eine Angabe, welche man nachher bei J. D. HOOKER (Arct. Plants), CHRIST (Pfl. d. alp. Reg.) und ENGLER (Entw.gesch. 1, p. 128) wiederfindet. Gehen wir zu der ursprünglichen Quelle dieser Angabe, nämlich PALLAS Reise 3, zurück, so finden wir da p. 33—34 ein Verzeichniss der Pflanzen, welche 1771 vom Studenten SUJEF auf seiner Reise zwischen Obdorsk und dem Karaflusse gesammelt wurden, und in diesem Verzeichnisse wird »unter den Kräutern der Ebne» auch »*Phaca alpina* ganz verkleinert» genannt. Nicht geneigt, den Angaben PALLAS ohne weiteres Glauben zu schenken, hat indessen RUPRECHT (Pfl. im n. Ural, p. 32 ff.) dieses Verzeichniss einer Prüfung unterworfen, welche das Resultat gehabt hat, dass von den 33 Arten, die von der Reise SUJEFS angeführt werden, aber sich nicht in den von der Uralexpedition 1847 und 1848 mitgebrachten Sammlungen finden, »etwa 25 oder $^3/_4$ entweder sehr zweifelhafte oder offenbar irrige Angaben sind.» Da laut des eigenhändigen Verzeichnisses RUPRECHTS die erwähnte Uralexpedition nicht die *Phaca alpina* WULF., wohl aber die *Ph. frigida* L. angetroffen habe, könnte man erwarten, dass die *Ph. alpina* unter den 33 Arten mitgerechnet wäre. Dass dies nicht der Fall ist, beruht wahrscheinlich darauf, dass RUPRECHT (l. c., p. 21) in Frage setzt, ob nicht die SUJEFSCHE *Phaca alpina* gerade die *Ph. frigida* L. sei. Mit derselben Frage beschäftigt sich auch KURTZ (Westsib. Pfl., p. 27—28). Ihm gemäss ist von den SUJEFSCHEN Pflanzen, welche RUPRECHT als »sehr zweifelhafte oder offenbar irrige» Angaben von PALLAS bezeichnet hat, eine grössere Anzahl später als am unteren Ob (vom Grafen WALDBURG), am unteren Jenisei oder weiter östlich vorkommend nachgewiesen worden. Einige von den SUJEFSCHEN Pflanzen sind jedoch fortwährend in ihrer Deutung zweifelhaft, unter diesen die *Phaca alpina*, und KURTZ macht es fraglich, ob sie nicht *Astragalus australis* (L.) BGE. sein könnte. Von den verschiedenen Ansichten über die SUJEFSCHE *Phaca alpina*, welche also von LEDEBOUR, RUPRECHT und KURTZ ausgesprochen worden sind, scheint mir die RUPRECHTS die wahrscheinlichste zu sein, theils weil zur Zeit des PALLAS der Name *Phaca alpina* bald dem *Astragalus frigidus* (L.) BGE., bald dem *A. penduliflorus* LAM. zuertheilt wurde, theils auch weil der *A. frigidus* als vielfach in dem arktischen Gebiete sowohl der alten wie der neuen Welt vorkommend bekannt ist.

---

[1] Unter dem Namen *Phaca abbreviata* LEDEB. wird die Pflanze vom Alatau und von den von TCHIHATCHEFF und LEDEBOUR erwähnten altaischen Standorten angeführt. Die oben citirten Angaben v. GLEHNS und TURCZANINOWS beziehen sich auf die *forma membranacea* (FISCH.) GLEHN. Ausserdem sagt TURCZANINOW (l. c.), dass die *forma velutina* TURCZ. vorkommt »*in ripa sabulosa Baicalis ad thermas Turkenses et ulterius usque ad ostium fluvii Angaræ superioris.*» Auf welche Form die übrigen Angaben zielen, ist mir unbekannt.

[2] »*Ad sinum karicum m. glacialis* (SUJEF ex PALLAS).» LEDEB. Fl. ross. 1, p. 577.

In Europa findet sich nach NYMAN (Consp. 1, p. 196) *A. penduliflorus* in den Pyrenäen, der Dauphiné, der Schweiz, dem nördlichen Italien, im Tirol, in Salzburg, Kärnthen, Ungarn, Galizien und Siebenbürgen. In Ungarn-Siebenbürgen und

Galizien gehört er ausschliesslich den karpatischen Gebirgen an. Er kommt nämlich nach NEILREICH (Aufzähl., p. 339), SCHUR (Enum., p. 162) und KNAPP (Pfl. Galiz., p. 402) theils in den Fogaraser und den Kronstädter Alpen im südlichen Siebenbürgen, theils in den Rodnaer Alpen im nordöstlichen Siebenbürgen, theils auch in den Pieninen und am Tatra in der Grenzgegend zwischen Ungarn und dem westlichen Galizien vor. In den Centralkarpaten ist er nach gütiger Mittheilung vom Prof. F. A. HAZSLINSZKY äusserst selten, indem nur wenige Exemplare in den unwirthbarsten nordöstlichen Hochthälern gesammelt worden sind. Aus der Angabe SCHURS geht hervor, dass er wenigstens in Siebenbürgen ausschliesslich der alpinen Region angehört. Von Kärnthen bis nach der Dauphiné gehört er der alpinen Region der Alpen an (CHRIST Pfl. d. alp. Reg.). MORITZI (Fl. d. Schweiz, p. 15) sagt, dass er in der Schweiz sich »auf alpinen Weiden» findet, also auf dem niedrigsten Theile der alpinen Region. Dass er von dort hie und da in die Waldregion hinabsteigt, ersieht man aus v. WULFEN: Fl. nor., p. 648 (»*copiosissima in alpibus et subalpinis Leontinis*»), aus BERTOLONI: Fl. ital. 8, p. 24 (»*in pratis subalpinis vallis Furva*») und aus französischen Exemplaren bei F. SCHULTZ: Herbarium normale, N:o 245 (Fundort: »Lieux herbus de la forêt des Fraux.»). Schliesslich kommt er in den östlichen und centralen Pyrenäen vor (PHILIPPE Fl. d. Pyrén.), aber nur auf der französischen Seite und wird von ZETTERSTEDT (Plant. d. Pyrén., p. XXIX—XXX) unter den Pflanzen angeführt, welche dort vorzugsweise der niederen alpinen Region angehören.

Unsere Untersuchung über die Ausbreitung des *A. penduliflorus* hat also ergeben, 1) dass er fast ausschliesslich dem grossen pflanzengeographischen Gebiete angehört, welches von GRISEBACH das Waldgebiet des östlichen Kontinents genannt wird[1]), 2) dass er, wie so viele andere Pflanzen, sehr bedeutende Lücken in seiner Verbreitung zeigt, indem er nämlich in den südlichen Theilen des russischen Asiens und in den südeuropäischen Hochgebirgen zwei grosse, von einander weit entfernte Verbreitungsgebiete und ausserdem im nördlichen Europa einen einzelnen, von den erwähnten Verbreitungsgebieten ebenfalls weit entfernten Standort hat, den oben seiner Lage nach näher bestimmten Byberg in der schwedischen Provinz Medelpad. In Asien scheint er sein Centrum in der Baikalgegend zu haben, von wo aus er ausstrahlt östlich nach dem oberen Amur und dem STELLERSCHEN Fundorte zwischen Jakutsk und Ochotsk, westlich nach dem Altai und dem Alatau. Am Altai geht er möglicher Weise über die Baumgrenze hinauf, sonst gehört er in Asien beinahe ausschliesslich der Waldregion an, besonders der oberen, subalpinen, an einigen Orten (Nertschinsk in Transbaikalien und am oberen Amur laut MAXIM. in litt.) sogar der hohen Grassteppe. Im südlichen Europa dagegen beschränkt er sich vorzugsweise auf die alpine Region der Karpaten, der Alpen und der Pyrenäen, aber im nördlichen Europa wieder ausschliesslich auf die Waldregion.

---

[1]) Nur in Asien geht er ein wenig in sein Steppengebiet hinein.

Als eine Thatsache von grossem Interesse hebt ENGLER (Entw.gesch. 1, p. 128) den Umstand hervor, dass »nicht wenige der Arten, welche in den Alpen, sowie in den skandinavischen Gebirgen und dem Himalaya vorzugsweise in der alpinen Region auftreten, am Altai die niederen Regionen vorziehen, dort als Pflanzen der niederen Steppen auftreten, aus denen sie unter Umständen auch sich in die höheren Regionen begeben.» Wenn ENGLER unter den Arten, welche dies Verhalten zeigen, auch den *A. penduliflorus* LAM.[1]) anführt, so war natürlicher Weise nichts dagegen zu sagen, so lange die Pflanze noch nicht in Skandinavien gefunden worden war; aber wie wir jetzt sehen, kann sie doch nicht mit vollem Rechte zu dieser Kathegorie geführt werden, da der skandinavische Fundort nicht der alpinen Region angehört[2]). Wahrscheinlich wird eine nähere Untersuchung an den Tag legen, dass eben so gut, wie es eine Gruppe von Pflanzen gibt, die sowohl in den südeuropäischen wie in den skandinavischen Gebirgen vorzugsweise in der alpinen Region auftreten, aber im südlichen Sibirien die niederen Regionen vorziehen, es auch eine ganze Gruppe von Pflanzen existirt, die wie *A. penduliflorus* Lam. zwar in den südeuropäischen Gebirgen vorzugsweise oberhalb der Baumgrenze auftreten, aber sowohl in Skandinavien wie im südlichen Sibirien die niederen Regionen vorziehen.

---

[1]) Unter dem Namen *Phaca alpina* WULF.

[2]) Auch im übrigen haben, Betreffs skandinavischer Verhältnisse, verschiedene Fehler und Uneigentlichkeiten sich in die Pflanzenverzeichnisse ENGLERS eingeschlichen. So muss man in Folge der oben erwähnten Worte ENGLERS sowie des p. 128—129 gegebenen Verzeichnisses glauben, dass *Draba incana* L., *Linnæa borealis* L., *Polemonium cæruleum* L., *Echinospermum deflexum* (WG.) LEHM. und *Dracocephalum Ruyschiana* L., welche alle in den skandinavischen Gebirgen vorkommen, dort vorzugsweise in der alpinen Region auftreten. Damit verhält es sich aber so, dass sie ausschliesslich oder vorzugsweise den niederen Regionen angehören. Wohlbekannt ist es auch, dass *Pinguicula alpina* L. und *Veratrum album* L. keineswegs, wie ENGLER angibt, in Skandinavien fehlen.

Was schliesslich die grossen Lücken in der Ausbreitung unserer Art betrifft, so dürften sie in Uebereinstimmung mit der Theorie Englers von der Entwicklung der Hochgebirgsfloren als auf Wanderungen während (oder nach) der Glacialperiode und auf später eingetroffenen Veränderungen beruhend erklärt werden können, welchen Veränderungen zufolge die Pflanze an Orten, wo sie früher vorgekommen ist, die Bedingungen ihrer Existenz verloren hat oder im Kampfe mit kräftigeren Concurrenten untergegangen ist. Klar ist es jedoch, dass unsere Art, welche überall in Asien sich vorzugsweise, vielleicht ausschliesslich, unter der Baumgrenze hält und im südlichen Europa vorzugsweise der niederen alpinen Region angehört, keineswegs als eine ausgeprägte Glacialpflanze betrachtet werden kann.

Wenn ich an die unendliche Menge der Formen denke, welche die Gattung *Astragalus* in Asien zeigt, kommt es mir wahrscheinlich vor, dass auch unsere Art eigentlich asiatisch oder, näher bestimmt, sibirisch sei. Diese Vermuthung scheint mir dadurch gestützt zu werden, dass sie, wie wir oben gesehen haben, in Sibirien variabler ist als in Europa. Man scheint mir annehmen zu können, dass sie während der Glacialperiode allmählich vom Altai südlich vom Ural nach den Karpaten und von ihnen nach den Alpen und Pyrenäen hinübergewandert, kurz gesagt, demselben Wege gefolgt sei, welcher nach Engler (siehe die Karte zu seiner Entw. gesch.) den Austausch von Glacialpflanzen zwischen den südsibirischen und den südeuropäischen Gebirgen vermittelt hat. Als späterhin Steppenklima sich mehr und mehr über diese Wanderungslinie verbreitete, konnte unsere Art, wie im allgemeinen die für Südsibirien und Südeuropa gemeinsamen alpinen Pflanzen, die Concurrenz mit für dieses Klima geeigneteren Formen nicht ertragen und verschwand folglich auf der ganzen Strecke zwischen dem Altai und den Karpaten. Auf ähnliche Weise kann angenommen werden, dass die Art nachher — während eines späteren Abschnittes der Glacialperiode oder nach derselben — von den Hochgebirgsgegenden des südlichen Europas allmählich sich gen Norden verbreitet habe und nach Skandinavien hinübergewandert sei. Ob sie aber den nördlichen Weg über Russland nach Schweden gekommen ist, oder direkt vom Süden zu einer Zeit, da die skandinavische Halbinsel im Süden mit dem Festlande vereinigt war, könnte noch in Frage gesetzt werden. Allein wenn man bedenkt, dass der nördliche Theil von Schweden weit mehr als der südliche geeignet ist, Glacialpflanzen beizubehalten, so scheint die jetzige geringe Verbreitung dêr Art bei uns entschieden für das letztere Alternativ zu sprechen. Welcher aber auch der Weg für die Wanderung vom südlichen Europa nach Skandinavien gewesen sein mag, so lässt es sich jedenfalls leicht denken, dass unsere Art, als es nach der Glacialperiode wärmer wurde und weite Wälder entstanden, in Folge des Kampfes mit kräftigeren, neueingewanderten Formen im südlichen Europa habe sich immer höher auf die Gebirge zurückziehen müssen mit dem Erfolge, dass sie nun im allgemeinen sich oberhalb der Baumgrenze befindet, im mittleren Europa ganz verschwunden sei, und im nördlichen, so viel wir jetzt wissen, sich nur auf einem Punkte habe beibehalten können.

Nachtrag.

Während obiges gerade gedruckt wird (Oktober 1881), erhalte ich ganz unerwartet zwei Nachrichten, welche ich den Lesern nicht vorenthalten will. Erstens schreibt Herr J. Grelson, mein stets dienstfertiger Wirth in By, an mich, dass »Smällvedel» dieses Jahr nicht nur am Byberge gefunden worden sei, sondern auch auf zwei anderen Bergen bei By, nämlich dem Svalmyrberge, 2 Kilometer östlich von By, und dem Knösberge, ungefähr ebenso weit westlich von By, an letzterer Stelle in ziemlich grosser Anzahl. Einige an mich gesandte Exemplare haben die Richtigkeit dieser Bestimmung bestätigt. Wahrscheinlich wird deshalb eine nähere Untersuchung ergeben, dass *Astragalus penduliflorus*

Lam. eine nicht geringe Verbreitung in der Grenzgegend zwischen Medelpad und Jämtland hat, von deren zahlreichen Bergen viele für diese Pflanze ebenso geeignet sein dürften, wie die oben genannten bei By. Es ist aber klar, dass durch ein solches Verhältniss nichts wesentliches in dem obigen allgemeinen Bericht über die Ausbreitung der Pflanze geändert wird, und also auch nichts in der Erklärung derselben, die ich zu geben versucht habe.

Zweitens stellt der Herr Prof. J. Lange es mir anheim, ob nicht etwa *A. penduliflorus* früher einmal in Norwegen gefunden worden sei. Prof. L. theilt mir nämlich gütigst mit, dass unter den Abbildungen, die J. W. Hornemann seiner Zeit für die Flora danica zeichnen liess, die aber aus irgend einem Anlasse nicht in dieses Werk aufgenommen worden sind, es auch eine gibt, welche ohne Zweifel die genannte Pflanze darstellt. Da schwedische Pflanzen zu der Zeit Hornemanns nicht in die Flora danica aufgenommen wurden, und da es sehr unwahrscheinlich ist, dass H. den *A. penduliflorus* Lam. mit dem schon vorher in der Fl. dan. unter dem Namen *Phaca alpina* abgebildeten *A. frigidus* (L.) Bge. hätte verwechseln können, so könnte man wohl glauben, dass Hornemann ein norwegisches Exemplar als Original für die genannte Abbildung gehabt habe. — Eine hiedurch veranlasste Literaturuntersuchung hat dargethan, dass Hornemann wirklich einmal[1]) die *Phaca alpina* Jacq. Ic. rar. 1, tab. 151 (d. h. den *A. penduliflorus* Lam.) als vom Prof. Vahl in den Finnmarken am Porsangerfjorde gefunden angeführt hat, nachher aber selbst diese Angabe als zweifelhaft gestrichen[2]). Die genannte Figur, welche der Herr Prof. L. mir freundlichst gesandt hat, scheint mir nach einem kräftigen gebauten Exemplare gezeichnet zu sein. Ich denke mir deshalb den Zusammenhang der Sache auf folgende Weise: Hornemann glaubt, dass Vahl die Pflanze in Norwegen gefunden habe, und lässt deshalb nach einem gebauten Exemplare eine

---

[1]) Forsøg til en dansk œkonomisk Plantelære, Andet Oplag, Kjøbenhavn 1806, p. 682, welcher Schrift die Angabe in S. Liljeblad, Utkast till en svensk Flora, Tredje Uplagan, Upsala 1816, p. 423 zweifelsohne entlehnt ist.

[2]) »Den rette Field Rendebælle (*Phaca alpina*), som er anført i den anden Udgave af dette Skrift og som Vahl troede at have fundet ved Porsanger i Finmarken, tvivler jeg om findes her i Norden». Hornem., Oeconomisk Plantelære, Første Deel, Tredie Oplag, Kjöbenhavn 1821, p. 774—775.

Figur zeichnen, um in die Flora danica aufgenommen zu werden, zweifelt aber später an die Richtigkeit der Angabe und lässt die Abbildung unbenutzt liegen. — Hat denn M. VAHL während seiner Reise in den Finnmarken 1788 wirklich den *A. penduliflorus* LAM. am Porsangerfjorde gesehen? Es ist schwierig, eine bestimmte Antwort hierauf abzugeben, da VAHLS eigene Schriften, so viel ich habe finden können, keinen Aufschluss hierüber enthalten. Allein da HORNEMANN, der zuerst die Angabe veröffentlicht zu haben scheint, sie später für zweifelhaft erklärt und WAHLENBERG sie nicht wiedergibt[1]), so scheint es mir, gegenwärtig das wahrscheinlichste zu sein, dass VAHL die Pflanze nicht gefunden habe. Es sei den norwegischen Botanikern vorbehalten, diese Sache vollständig zu erörtern.

---

[1]) Flora lapponica, Berolini 1812, p. 188—189.

Erklärung der Verkürzungen.

Amm. ruth. = J. Ammann. Stirpium rariorum in imperio rutheno sponte provenientium icones et descriptiones. Petropoli 1739.

Baill. Hist. d. plant. = H. Baillon. Histoire des plantes. Monographie des Connaracées et des Légumineuses-Mimosées. Paris 1869 (in Vol. 2).

Benth. & Hook. Gen. pl. = G. Bentham et J. D. Hooker. Genera plantarum ad exemplaria imprimis in herbariis Kewensibus servata definita. Voluminis primi pars 2. Londini 1865.

Bertol. Fl. ital. = A. Bertoloni. Flora italica sistens plantas in Italia et in insulis circumstantibus sponte nascentes. Vol. 8. Bononiæ 1850.

Bge. Astrag. = A. Bunge. Generis Astragali species gerontogææ. Pars prior. Claves diagnosticæ. (Mémoires de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg, 7:e série. Tome 11, N:o 16. St.-Pétersbourg 1868). Pars altera. Specierum enumeratio. (Mémoires etc. 7:e série. Tome 15, N:o 1. St.-Pétersb. 1869).

Boiss. Fl. orient. = E. Boissier. Flora orientalis sive enumeratio plantarum in Oriente a Græcia et Aegypto ad Indiæ fines hucusque observatarum. Vol. 2. Genevæ 1872.

Christ Pfl. d. alp. Reg. = H. Christ. Ueber die Verbreitung der Pflanzen der alpinen Region der europäischen Alpenkette. (Neue Denkschriften der allgemeinen Schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften. Band 22. Zürich 1867).

Crantz Stirp. austr. = H. J. N. Crantz. Stirpium austriacarum fasciculi 5 editio prima. Viennæ 1769.

De Bary Vergl. Anat. = A. de Bary. Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farne. Leipzig 1877 (Handbuch der physiologischen Botanik, in Verbindung mit A. de Bary und J. Sachs herausgegeben von W. Hofmeister. Dritter Band.)

Dec. Prodr. = A. P. de Candolle. Prodromus systematis naturalis regni vegetabilis. Pars secunda. Parisiis 1825.

Engl. Entw. gesch. = A. Engler. Versuch einer Entwicklungsgeschichte der Pflanzenwelt, insbesondere der Florengebiete seit der Tertiärperiode. 1. Theil. Leipzig 1879.

Falk Beytr. = J. P. Falk. Beyträge zur Topographischen Kenntniss des Russischen Reichs. Zweyter Band. St. Petersburg 1786.

Farm. tidskr. = Farmaceutisk tidskrift. 21:a årgången. Stockholm 1880.

Fl. dan. = O. F. Müller. Icones plantarum sponte nascentium in regnis Daniæ et Norvegiæ, et in ducatibus Slesvici, Holsatiæ et Oldenburg: Ad illustrandum opus de iisdem Plantis, Regio jussu exarandum, Floræ Danicæ nomine inscriptum. Vol. 5. Havniæ 1782.

Fries Ordb. öfv. sv. växtnamn = E. Fries. Kritisk ordbok öfver svenska växtnamnen, utgifven af Svenska Akademien. Stockholm 1880.

Georgi Beschr. d. Russ. R. = J. G. Georgi. Geographisch-physikalische und Naturhistorische Beschreibung des Russischen Reichs zur Uebersicht bisheriger Kenntnisse von demselben. Des dritten Theils fünfter Band. Königsberg 1800.

Glehn Witim-Olekm. Pfl. = P. von Glehn. Verzeichniss der im Witim-Olekma-Lande von den Herren J. S. Poljakow und Baron G. Maydell gesammelten Pflanzen. (Acta horti Petropolitani. Tom. 4, fasc. 1. St. Petersburg 1876.)

Gmel. Fl. sib. = J. G. Gmelin. Flora sibirica sive historia plantarum Sibiriæ. Tom. 4. Petropoli 1769.

Gray Man. of Bot. = Asa Gray. Manual of the Botany of the Northern United States. Revised edition. New York 1858.

Hall. Hist. stirp. Helv. = A. von Haller. Historia stirpium indigenarum Helvetiæ inchoata. Tom. 1. Bernæ 1768.

Hartm. in Vet. ak. handl. = C. Hartman. Anteckningar vid de Skandinaviska Växterna i Linnés Herbarium. (Kongl. Vetenskapsakademiens Handlingar för år 1851. Stockholm 1853.)

» Skand. Flora. = C. Hartman. Handbok i Skandinaviens Flora. Elfte uppl. Förra delen. Stockholm 1879.

His. Ant. = W. Hisinger. Anteckningar i Physik och Geognosi under resor uti Sverige och Norrige. Första häftet. Upsala 1819.

Hook. Arct. Plants. = J. D. Hooker. Outlines of the Distribution of Arctic Plants. (The Transactions of the Linnean Society of London. Volume 23. Part 2. — 1861. London.)

Hörbye in Nyt Mag. f. Naturv. = J. C. Hörbye. Et Strög af Rigsgrændsen, geognostisk beskrevet. (Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. B. 8, n:o 12. Christiania 1855. B. 11, n:o 3. Christiania 1861).

Jacq. Fl. austr. = N. J. Jacquin. Floræ austriacæ, sive plantarum selectarum in Austriæ Archiducatu sponte crescentium, icones. Vol. 2. Viennæ Austriæ 1774.

» Ic. rar. = N. J. Jacquin. Icones plantarum rariorum. Vol. 1. Vindobonæ ab anno 1781 ad 1786.

» vind. = N. J. Jacquin. Enumeratio stirpium plerarumque, quæ sponte crescunt in agro vindobonensi, montibusque confinibus. Vindobonæ 1762.

Kar. et Kir. in Bull. Mosc. = G. Karelin et J. Kirilow. Enumeratio plantarum in desertis Songoriæ orientalis et in jugo summarum alpium Alatau anno 1841 collectarum. (Bulletin de la Société Impériale des naturalistes de Moscou. Tome 15. 1842. N:o 2. Moscou.)

Knapp Pfl. Galiz. = J. A. Knapp. Die bisher bekannten Pflanzen Galiziens und der Bukowina. Wien 1872.

Koch Syn. = W. D. J. Koch. Synopsis Floræ germanicæ et helveticæ. Ed. 1. Francofurti ad Mœnum 1837.

Kurtz Westsib. Pfl. = F. Kurtz. Aufzählung der von K. Graf von Waldburg-Zeil im Jahre 1876 in Westsibirien gesammelten Pflanzen. (Verhandlungen des Botanischen Vereins der Provinz Brandenburg. Jahrg. 21. Berlin 1880.)

Lam. Encycl. Bot. = de Lamarck. Encyclopédie méthodique. Botanique. Tome premier. Paris 1783.

» Fl. fr. = de Lamarck. Flore françoise ou description succincte de toutes les plantes qui croissent naturellement en France. Tome Second. Paris 1778.

Lange in Vid. Selsk. Forh. = J. Lange. Bidrag til Synonymiken for nogle kritiske Arter fra Danmarks og Nabolandenes Floraer. (Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder i Aaret 1873. Kjøbenhavn 1873—74.)

Ledeb. Fl. alt. = K. F. von Ledebour. Flora altaica. Tom. 3. Berolini 1831.

» Fl. ross. = K. F. von Ledebour. Flora rossica sive enumeratio plantarum in totius imperii rossici provinciis europæis, asiaticis et americanis hucusque observatarum. Vol. 1. Stuttgartiæ 1842.

» Ic. alt. = K. F. von Ledebour. Icones plantarum novarum vel imperfecte cognitarum floram rossicam, imprimis altaicam, illustrantes. Centuria 4. Rigæ 1833.

L. Fl. svec. = C. Linnæi Flora svecica, exhibens plantas per Regnum Sveciæ crescentes. Ed. 2. Stockholmiæ 1755.

» Mant. alt. = C. a Linné Mantissa plantarum altera Generum editionis 6 & Specierum editionis 2. Holmiæ 1771.

» Spec. pl. = C. Linnæi Species plantarum. Ed. 1. Tom. 1, 2. Holmiæ 1753. Ed. 2. Tom. 1, 2. Holmiæ 1762—63.

» Syst. nat. = C. Linnæi Systema naturæ. Ed. 10. Tom. 2. Holmiæ 1759. Ed. 12. Tom. 2. Holmiæ 1767.

» Syst. veg. = C. a Linné systema vegetabilium. Ed. 13 a J. A. Murray. Gottingæ et Gothæ 1774.

Maxim. Fl. amur. = C. J. Maximowicz. Primitiæ floræ amurensis. Versuch einer Flora des Amurlandes. St. Petersburg 1859.

Moritzi Fl. d. Schweiz = A. Moritzi. Die Flora der Schweiz, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Vertheilung nach allgemein physischen und geologischen Momenten. Zürich & Winterthur 1844.

Neilr. Aufzähl. = A. Neilreich. Aufzählung der in Ungarn und Slavonien bisher beobachteten Gefässpflanzen. Wien 1866 (nicht vom Verf. gesehen).

Nym. Consp. = C. F. Nyman. Conspectus floræ europææ. 1. Örebro 1878.

Pallas Reise = P. S. Pallas. Reise durch verschiedene Provinzen des Russischen Reichs. Dritter Theil. St. Petersburg 1776.

Philippe Fl. d. Pyrén. = X. Philippe. Flore des Pyrénées. Bagnères de Bigorre 1859—60 (nicht vom Verf. gesehen).

Poir. Encycl. Bot. suppl. = J. L. M. Poiret. Encyclopédie méthodique. Botanique. Supplément, tome 1. Paris 1810.

Rupr. Pfl. im n. Ural = F. J. Ruprecht. Ueber die Verbreitung der Pflanzen im nördlichen Ural. Nach den Ergebnissen der geographischen Expedition im Jahre 1847 und 1848. (Beiträge zur Pflanzenkunde des Russischen Reiches. Siebente Lieferung. St. Petersburg 1850.)

Schkuhr Handb. = Chr. Schkuhr. Botanisches Handbuch. Zweyter Theil. Neue Ausgabe. Leipzig 1808.

Schur Enum. = Ph. J. F. Schur. Enumeratio plantarum Transsilvaniæ. Vindobonæ 1866.

Scop. Delic. = J. A. Scopoli. Deliciæ Floræ et Faunæ insubricæ. Pars 1–3. Ticini 1786–88 (nicht vom Verf. gesehen).

Spreng. Syst. veg. = Kurt Sprengel. Caroli Linnæi Systema vegetabilium. Ed. 16. Vol. 3. Gottingæ 1826.

Steudel Nomencl. bot. = E. Steudel. Nomenclator botanicus. Ed. 1. Stuttgardtiæ et Tubingæ 1821. Ed. 2 ibidem 1841.

Sturm Deutschl. Fl. = J. Sturm. Deutschlands Flora in Abbildungen nach der Natur mit Beschreibungen. 1. Abtheilung. Nürnberg 1798—1855.

Tchihatch. Alt. = P. de Tchihatcheff. Voyage scientifique dans l'Altai oriental et les parties adjacentes de la frontière de Chine. Paris 1845 (nicht vom Verf. gesehen).

Till. pis. = M. A. Tilli. Catalogus plantarum Horti Pisani. Florentiæ 1723.

Turcz. in Bull. Mosc. = N. Turczaninow. Flora baicalensi-dahurica seu descriptio plantarum in regionibus cis- et transbaicalensibus atque in Dahuria sponte nascentium. (Bulletin de la Société Impériale des naturalistes de Moscou. Tome 15. 1842. Moscou.)

Warm. Alm. Bot. = E. Warming. Den almindelige Botanik. Kjøbenhavn 1880.

Willd. Spec. pl. = K. L. Willdenow. Caroli a Linné Species plantarum. Editio quarta, post Reichardianam quinta. Tom. 3. Berolini 1800.

Willk. et Lge. Prodr. fl. hisp. = M. Willkomm et J. Lange. Prodromus floræ hispanicæ seu synopsis methodica omnium plantarum in Hispania sponte nascentium vel frequentius cultarum. Vol. 3. Stuttgartiæ 1880.

WITTR. Dikot. jordst. = V. WITTROCK. Några anteckningar om dikotyledona jordstammar. (Upsala privata elementarläroverk. Redogörelse för läsåret 1873—1874. Upsala 1874.)

WULF. Fl. nor. = F. X. VON WULFEN. Flora norica phanerogama. Herausgegeben von E. FENZL und P. RAINER Graf. Wien 1858.

» in JACQ. Misc. = F. X. VON WULFEN. Plantæ rariores Carinthiacæ. (N. J. JACQUIN Miscellanea austriaca ad botanicam, chemiam, et historiam naturalem spectantia. Vol. 1, 2. Vindobonæ 1778, 1781.)

ZETTERST. Plant. d. Pyrén. = J. E. ZETTERSTEDT. Plantes vasculaires des Pyrénées principales. Paris 1857.

◆

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 15.

BIDRAG

TILL

KNOPPFJÄLLENS ANATOMI

HOS TRÄD OCH BUSKARTADE VÄXTER.

AF

E. ADLERZ.

MED 4 TAFLOR.

MEDDELADT DEN 14 SEPTEMBER 1881.

◆

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET,
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

INLEDNING.

Literaturen, som behandlar knoppfjällens morfologi och anatomi, är synnerligen knapp. Troligen har man ansett, att dessa fjäll med sitt obetydliga yttre, sin enkla form och ofta brunaktiga, skrumpna utseende för forskaren skulle erbjuda föga af intresse.

Ehuru det ej direkt berör ämnet, men dock ofta medelbart sammanhänger dermed, vill jag med några ord omnämna de vigtigaste teorier, som framstälts angående knoppfjällens morfologi. De äldre bland dessa finnas sammanförda uti Elements de Botanique af Duchartre och sammanfattas af honom korteligen på följande sätt (Elem. de Bot. deuxième edition, pag. 510): »Dans certains cas, les écailles ne sont pas autre chose que des feuilles restées dans un état fort imparfait, comme dans le Lilas, le Myrtille etc.; on dit ces bourgeons foliacés. Ailleurs c'est seulement la base de pétioles qui s'est modifiée en écailles, cequ'on indique par la dénomination de bourgeons pétiolacés; assez souvent ces écailles sont formées par des stipules modifiées ou non dans leur manière d'être naturelle, comme dans plusieurs de nos arbres forestiers (Hêtre etc.), ce qu'exprime la qualification de bourgeons stipulacés; enfin dans les Rosiers, les stipules adhérant aux deux côtés de la base du pétiole, on trouve dans les écailles ces deux parties unies; cette nature d'écailles fait appeler les bourgeons qui la présentent fulcracés (de fulcrum)».

Bland senare författare, som studerat knoppfjällens morfologi, må anföras K. Mikosch: »Beiträge zur Anatomie und Morphologie der Knospendecken dicotyler Holzgewächse». (Aus dem LXXIV Bande der Sitzb. der K. Akad. der Wissensch. I Abth. Nov.-Heft., Jahrg. 1876). Han indelar knoppfjällen från morfologisk synpunkt uti 1) vaginaltegment, bildade af bladets basala, stammen delvis eller fullständigt omfattande del, t. ex.

Acer, *Esculus*, 2) laminartegment, bildade af bladskifvan, t. ex. *Cornus*, *Lonicera*, 3) stipulartegment, bildade af stipler, t. ex. *Quercus*. Alla dessa bildas af bladanlag i knoppen. Ett fjerde slag deremot, som af honom kallas »artikulartegment», bildas af de qvarsittande nedre delarne af förra årets bladskaft, t. ex. *Philadelphus*, *Berberis* etc. I slutet af sin afhandling säger han: »Die Knospendecken sind Blattgebilde, die entweder als die ersten seitlichen Sprossungen an der blättererzeugenden Achse erscheinen oder sie sind mit dem Stamme in Verbindung bleibende Reste von schon abgefallenen Laubblättern». Beträffande gången af utvecklingen öfverensstämmer MIKOSCH i hufvudsak med en ännu senare förf. nämligen K. GOEBEL: »Beiträge zur Morphologie und Physiologie des Blattes». (Botan. Zeitung 1880 n:ris 45—50.) Hans uppfattning af ämnet är i korthet följande. Han räknar knoppfjällen till lågbladen (afdeln. I Niederblätter), hvaraf följer, att de af stipler bildade [1]) ej äro enligt hans åsigt fjäll i egentlig mening. De äkta knoppfjällen äro mer eller mindre förändrade örtblad och innefatta 3 kategorier. Till den första höra de, som äro bildade af bladskifvan (= laminartegment enl. MIKOSCH), t. ex. *Syringa*, *Lonicera*. Örtbladen skiljas från dessa fjäll genom närvaro af bladskaft, som saknas hos dessa senare. Till andra kategorien höra de fjäll, som äro bildade af bladbasen (= vaginaltegment enl. MIKOSCH), t. ex. *Acer*, *Esculus*. Han fäster här uppmärksamheten på, att dessa fjäll ej få anses vara bildade af bladskaftet, emedan detta utvecklas efter bladskifvan, som här saknas eller är rudimentär. Utvecklingen är i korthet följande [2]). Det i vegetationsspetsen anlagda primordialbladet (Primordialblatt) differentierar sig uti en öfre del (Oberblatt) och en nedre, bladbasen (Blattgrund). Den förra utvecklas till skifva, den senare till slida hos örtbladen. Mellan båda inskjutes skaftet efter skifvans anläggning. Hos ett fjäll af den andra kategorien bildar bladbasen fjället, och bladskifvan utvecklas ej utan antar formen af en liten spets på de yttre fjällen. Intet spår till skaft förefinnes. Fjället är här sålunda bildadt af primordialbladets bas. Till samma kategori höra äfven fjäll af *Rosa* och *Prunus*, som äro bildade af bladbasen, innan stiplerna utvecklats. Dessa fjäll äro sålunda ej bildade af bladskaftet med sammanvuxna stipler, som äldre författare uppgifva.

---

[1]) I synnerhet fjällen hos *Alnus*.

[2]) Enligt GOEBEL framställdes denna teori först af EICHLER, »Zur Entwickelungsgeschichte des Blattes, mit besonderer Berücksichtigung der Nebenblattbildungen». Inauguraldissertation, Marburg 1861.

En tredje kategori utgöra de fjäll, som äro bildade af stipler, t. ex. *Alnus*, *Quercus*, *Fagus* etc, (= stipulartegment enl. MIKOSCH). Egendomligt är, att författaren, som förut sagt, att alens fjäll ej äro egentliga knoppfjäll, nu räknar dem till »die dritte Kategorie der Knospenschuppen». Alla 3 kategorierna samordnas under rubriken »Niederblätter». Men äfven med frånseende från denna formela inkonseqvens är det enligt min åsigt ej riktigt att ej erkänna dessa stipulartegment såsom fullt lika goda knoppfjäll som de öfriga. Ty hvad som gjort knoppfjällen tjenliga att skydda knoppen, är deras anatomiska byggnad ej deras morfologiska härledning eller med andra ord: det råder ett samband mellan deras funktion och inre byggnad, men ej mellan deras funktion och morfologiska uppkomst. Bland de växter, som sakna knoppfjäll, upptager han äfven *Elaeagnus*, hvaruti jag ej kan instämma. Väl är det sant, att i motsats till det hos knoppfjällen vanliga förhållandet en antydan till skaft förekommer hos dennes bladorgan, men, att ej detta är nog för att anse dem som örtblad, framgår af den omständigheten, att åtminstone de 2 yttre vid knoppens utveckling bortvissna och affalla. Ty man kan ej antaga, att ett organ i regeln affaller, innan det fullgjort sin bestämmelse.

Angående knoppfjällens anatomi gäller detsamma, som om deras morfologi, att literaturen är särdeles knapp. SCHACHT yttrar i sin Lehrb. der Anat. u. Phys. [1]): »Der anatomische Bau der Tegmente ist einfach. Sie bestehen aus Parenchym, dessen Wände mehr oder weniger verdickt sind; ihre Oberhaut hat keine Spaltöffnungen; ein ausgebildetes Gefässbündel fehlt den meisten Tegmenten». Det första speciela arbete öfver knoppfjällen är, så vidt jag vet, prof. F. W. C. ARESCHOUGS intressanta afhandling: »Om den inre byggnaden i de trädartade växternas knoppfjäll» 1871 [2]). Utrymmet medgifver ej att lemna något referat häraf. Hans uppställning af knoppfjällen ur anatomisk synpunkt skall framdeles omnämnas. De speciela undersökningar, han gjort öfver särskilda fjäll, hafva af mig i de flesta fall kontrollerats och blifvit befunna fullt riktiga, hvarföre dessa fjäll ej komma i denna afhandling att vidare omnämnas annat än uti den systematiska uppställningen. Uti sina afhandlingar om bladet samt den ofvan nämda om knoppfjällen har prof. Areschoug påvisat, att stammens väfnader uppträda hos bladorgan antingen icke i väsendtlig grad förändrade (knoppfjällen) eller mer och mindre modifierade (bladen). Hos knoppfjällen utgöres grundväfnadens midt af det inre barklagret[1] (tunnväggigt parenkym med stora eller åtminstone tydliga intercellularrum). Detta omgifves vanligen på båda sidor af yttre barklagret (kollenkymatiska celler med mindre lumen och utan intercellularrum). Stundom finnes ej någon differentiering uti inre och yttre barklager. Hos bladet uppträder yttre barklagret på öfre sidan i form af palissadparenkym, det inre i form af svampparenkym på undre sidan.

---

[1]) Sid. 98.

[2]) Lunds Universitets Årsskrift 1870, Lund 1870—71.

Enär den af de Bary (Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farne, Leipzig 1877) gjorda uppställningen af väfnaderna i hufvudsak blifvit följd uti följande framställning, torde det vara lämpligt att meddela följande skema deraf. Han antager 6 väfnader, som jag genom att fatta korkväfnaden som en med sklerenkymet samordnad väfnad får ökade till 7.

1. *Cellväfnad.*	a) *Epidermis* b) *Parenkym*	Celler med bibehållen cellqvalitet (protoplasma, stärkelse eller klorofyll).
2. *Sklerenkym.*		Cellqvaliteten förlorad genom successiv membranförtjockning och förvedning.
3. *Korkväfnad.*		Cellqvaliteten förlorad genom hastigt afdöende och förkorkning.
4. *Sekretbehållare.*		Cellqvaliteten förlorad genom sekretbildning. Skiljeväggar ej upplösta.
5. *Trakéer.*		Cellqvaliteten förlorad. Måttligt förtjockade membraner. Förtjockningarna olikformiga. Innehållet luft l. vatten.
6. *Silrör.*		Cellqvaliteten delvis förlorad. Silplattor. Central vätska omgifven af väggstående protoplasma och slem.

---

[1] Följande prof. Areschougs exempel använda vi för korthetens skull detta uttryck i st. f. det längre, ehuru rigtigare, så lydande: en väfnad, som motsvarar stammens inre barklager.

7. *Mjölkrör.* Mjölksaftförande rör af enkla celler eller sammansatta af flera med resorberade mellanväggar (skilnad från hartssäckar).

Motiveringen af denna ändring i DE BARY's uppställning omnämnes vid behandlingen af korkväfnaden.

Uti sin afhandling: »Jemförande undersökningar öfver bladets anatomi», Lund 1878 [1]), har prof. ARESCHOUG framstält åtskilliga anmärkningar mot DE BARY's uppställning af väfnaderna. Dessa skall jag i det följande söka bemöta och med detsamma ange de skäl, som förmått mig att följa DE BARY's uppfattning med ofvan angifna ändring. Sidd. 5—8 (nämda afhandling) yttrar ARESCHOUG:

1) »Olikheten mellan cellväfnaden och sklerenkymet skulle vara den, att i den senare väfnaden hela protoplasmainnehållet, således just det, som mest utmärker cellen, försvunnit. Men äfven de element, af hvilka cellväfnaden sammansättes, bibehålla visst icke alltid denna sin cellqvalitet, t. ex. märg, kork och förtjockade epidermisceller». Den definition, professor ARESCHOUG gifvit på sklerenkym, hvilken här ofvan blifvit anförd, är origtig och ej öfverensstämmande med den af DE BARY gifna. Den är nämligen alltför vid, ty äfven de andra väfnaderna utom n:o 1 hafva förlorat sin cellqvalitet, ehuru på olika sätt. DE BARY säger om sklerenkymet, att dermed förstås »sådana väfnadselement, som icke blott förtjocka sina väggar på lumens bekostnad utan äfven härvid förlora sin cellqvalitet». Det är visserligen sant, att vissa märgceller och korkcellerna äfven förlorat sin cellqvalitet, men detta har ej skett såsom hos sklerenkymet genom successivt inträdande förtjockning af väggarna, utan är följden af ett mer eller mindre hastigt cellens bortdöende. På grund af sitt uti lefvande tillstånd rikhaltiga protoplasmainnehåll räknas korkcellerna af DE BARY till cellväfnaderna. Denna skilnad mellan kork och sklerenkym antydes af DE BARY (sid. 5). De bestämningar, som känneteckna sklerenkymet, äro sålunda:

a) successiv membranförtjockning, (som har till följd), *b)* cellqvalitetens försvinnande. Vidare anför prof. ARESCHOUG, att epidermisceller ofta äro så förtjockade, att skilnaden mellan dessa och sklerenkymceller blir omärklig. Härvid är dock att märka, dels att enskilda undantagsfall ej upphäfva en regel, som kan tillämpas på de flesta fall, och dels att äfven starkt förtjockade epidermisceller ofta (t. ex. hos många knoppfjäll) bibehålla sin delningsförmåga, hvilket bevisar, att cellqvaliteten är qvar.

---

[1]) Kongl. Fysiogr. sällskapets i Lund minnesskrift 1878.

Prof. ARESCHOUG anmärker,

2) att DE BARY'S indelning ej är fullt uttömmande. I kärlknippet finnas cellformer nämligen bast- och vedparenkym, som ej kunna hänföras till någon af de ofvan angifna 6 väfnaderna. Detta påstående är af DE BARY sjelf vederlagdt (sidd. 500—501), i det han visar, att vedparenkymet har förtjockade väggar, men att cellinnehållet består af stärkelse, stundom klorofyll. Denna väfnad räknar han sålunda till parenkymet och särskildt till det sklerotiska parenkymet. Samma är ock förhållandet med bastparenkymet.

3) Sid. 6 yttrar prof. ARESCHOUG, att det synes honom ej fullt logiskt att uppställa cellfusionerna (trakéer, silrör och mjölksaftkärl) såsom grundformer af vegetativ väfnad, koordinerade med cellväfnaden, emedan cellfusionerna såväl i grundväfnaden som kärlväfnaden böra betraktas såsom delar af den väfnad, uti hvilken de förekomma, och ej såsom särskilda väfnader likvärdiga med denna. Här yrkar sålunda prof. ARESCHOUG, att indelningen af väfnaderna skall bestämmas efter deras plats, ej efter deras anatomiska byggnad. DE BARY'S förfaringssätt kan ej betraktas såsom »ologiskt», utan är tvärtom ett konseqvent genomförande af den princip, han fasthållit såsom grunden vid sin indelning. Prof. ARESCHOUGS anmärkning innehåller ej något annat än, att DE BARY'S indelning ej öfverensstämmer med den gamla indelningen uti hudväfnad, grundväfnad och kärlväfnad.

I sammanhang med hvad nu blifvit anfördt, yttras, att en väfnad ej alltid är homogen, t. ex. grundväfnaden, som ofta är heterogen. Detta är just en olägenhet, som DE BARY velat afhjelpa genom sin nya indelning af väfnaderna.

4) Den svåraste anmärkningen mot DE BARY'S teori är enligt prof. ARESCHOUG, att i densamma uteslutande hänsyn tages till sådana karakterer, som äro af mera sekundär natur och som uppstått till följd af afpassning för vissa funktioner. Såsom sekundära tyckes A. anse alla de förändringar, som väfnaderna undergå, sedan de bildats ur vegetationsspetsens urparenkym. Derföre anser han, att vid en indelning af väfnaderna hänsyn bör tagas till de olikartade meristemlager,

hvarur de uppstått. Men angående denna fråga har DE BARY sjelf påvisat svårigheterna vid ett dylikt förfarande. Han visar, att bestämda meristemlager ingalunda ge upphof till bestämda slag af väfnader (sidd. 24—25). Till detsamma återkommer han vid redogörelsen för kärlknippets utveckling (sidd. 404—418). På grund häraf fastställer han nödvändigheten att vid en indelning endast taga i betraktande väfnader uti färdigbildadt tillstånd. Emedan prof. ARESCHOUG ej bevisat möjligheten af en dylik histogenetisk indelning genom undanrödjandet af de af DE BARY påvisade svårigheterna, synes mig hans anmärkning vara af mindre betydelse.

5) Sid. 23 säger prof. ARESCHOUG, att DE BARY hänför bastet till grundväfnaden, hvarvid med bast afses det tjockväggiga bastet eller sklerenkymet. Denna uppfattning, heter det vidare, lemnar ur sigte kärlknippets histogeni, ty bastet har samma ursprung, som kärlknippets öfriga element. Från kärlknippena isolerade baststrängar kunna dels uppvisas stå i förbindelse med de förra och äro sålunda blott skenbart isolerade, dels äro de att betrakta såsom ofullständiga kärlknippen. Sid. 24 säges deremot, att det ej kan förnekas, att vissa element af grundväfnaden hafva så stor likhet med verkliga bastceller, att de i sitt fullt utvecklade tillstånd svårligen kunna skiljas härifrån. Denna väfnad kallas sedan af honom »grundbast» till skilnad från »strängbast» uti kärlknippet. Detta beror dock på öfverensstämmelsen i bådas funktioner nämligen att vara mekaniska element. Men vid bestämmandet af cellväfnaderna får ej hänsyn tagas till deras olika funktioner. Detta är i korthet hvad prof. ARESCHOUG har att anmärka angående sklerenkymet. I afseende på det första påståendet, att DE BARY hänför bastet till grundväfnaden, är att märka, att DE BARY ej antager denna senare väfnad och ej nämner densamma i hela sitt arbete mer än uti sin kritik emot SACHS (sid. 7) samt sid. 417, der den anföres med citationstecken. På samma sätt som uti den fjerde anmärkningen har frågan öfverflyttats från DE BARY'S uppfattning af väfnaderna till den gamla och påvisats, att dessa båda ej öfverensstämma med hvarandra. Under antagande, att prof. ARESCHOUGS anmärkning haft denna form: »DE BARY räknar ej »bastet» till kärlknippet utan till sklerenkymet», kan deremot invändas, att af DE BARY'S hela framställning framgår, att han, teoretiskt taget, räknar det till den senare väfnaden, men ej

förnekar, att denna väfnad ofta beledsagar den förra (sid. 331). Derför behandlar han det ock vid sin redogörelse för kärlknippets väfnader under namn af »Bastfasern». Då den gamla benämningen bast innefattar flera olikartade element (silrör, kambiform, sklerenkym och bastparenkym), torde denna väfnad på svenska kunna kallas bastsklerenkym, hvarvid bast utmärker dess plats och sklerenkym dess beskaffenhet. Af hvad nu yttrats under 5) framgår:

a) att DE BARY ej räknar bastet till grundväfnaden,

b) att han, teoretiskt taget, för det till sklerenkymet, men att han derjämte under erkännande, att det åtföljer kärlknippet, äfven behandlar det i sammanhang härmed,

c) att den gamla benämningen bast i denna betydelse bör utbytas mot bastsklerenkym (»Bastfasern»).

På grund af hvad som under mom. 1—5 blifvit anfördt, framgår enligt min uppfattning, att ingen af de gjorda anmärkningarna är af svårare beskaffenhet. Naturligtvis kan mot denna liksom hvarje skematisk uppställning anmärkas, att den saknar full motsvarighet uti naturen, och att öfvergångar ofta förbinda de olika slagen af väfnader med hvarandra, hvarföre tillämpningen i enskilda fall ofta blir svår. Särskildt hvad sklerenkymet angår, torde gränserna för detsamma vara svåra att fastställa. Men i det hela står dock denna indelning öfver den gamla, hvarföre den är att föredraga.

Den anatomiska afdelningen af MIKOSCH's afhandling (se föreg.) upptager 13 sidor med bifogade planscher öfver *Carpinus*, *Acer striatum* och *Esculus neglecta*. Han ingår ej uti någon speciel beskrifning af särskilda fjäll, utan behandlar deras anatomi i allmänhet, särskildt angående *A*) Hudväfnad, *B*) Grundväfnad och *C*) Kärlknippe. Han känner ej till prof. ARESCHOUGS uppfattning af fjällens inre väfnader såsom identiska med stammens.

Angående epidermis innehåller hans arbete ej något nytt af mera väsendtlig beskaffenhet. Blott i afseende på klyföppningarna skiljer han sig från prof. ARESCHOUG. Under det att denne nekar dessas förekomst hos knoppfjällen, säger sig MIKOSCH funnit dylika hos flera fjäll, men alltid sparsamt nämligen hos *Syringa*, *Acer striatum*, *Sambucus nigra* och *Mahonia*. Om grundväfnaden säger han, att den består antingen endast af parenkym, tunnväggigt eller tjockväggigt, (*Quercus*, *Platanus*) eller af parenkym innerst och kollenkym på ömse sidor närmast under epidermis (*Tilia*, *Acer striatum*) eller ock af endast kollenkym (*Syringa*, *Esculus*) [1]). Förekomsten af kristallsäckar påvisas af honom samt, att genom cellväggarnes upplösning stora luftrum bildas, hvilka såsom dåliga värmeledare utgöra ett skydd för den unga knoppen. Uti sin behandling af kärlknippet protesterar han mot SCHACHT, som nekar dettas närvaro hos de flesta fjäll. Mindre rigtigt deremot uppgifver MIKOSCH, att uti några fall finnas mjölksaftförande silrör. Såsom exempel härpå anföres *Acer*. Detta är en sammanblandning af långsträckta hartssäckar och silrör. »Bastfasern» (bastsklerenkym) säger MIKOSCH saknas hos alla vaginaltegment. Detta är ej sant. Det är dessutom origtigt att sammanställa anatomiska egendomligheter med ett organs morfologiska ursprung, emedan dessa saker i afseende på knoppfjällen äro från hvarandra fullt skilda. I denna fråga gör han sig dessutom skyldig till motsägelse, enär han längre ned på samma sida säger, att det tjockväggiga bastet stundom bildar en ring kring kärlknippet, t. ex. *Esculus*, hvars fjäll äro vaginaltegment. Sid. 16 yttrar han: »hos *Syringa* förekomma utom vanliga kärl äfven kortare, prismatiska, nätformigt förtjockade kärl». Hvad han menar härmed, är ej fullt tydligt, men säkerligen afses dermed nätlikt förtjockade trakeider, hvarföre det är orätt att kalla dem kärl. Dylika trakeider förekomma nästan i hvarje fjäll. I synnerhet kan man påträffa dem på kortare grenar af kärlknippet och i dess ändar, der de vanligen bilda afslutningen af trakésystemet.

Utom dessa nu anförda arbeten om knoppfjällens anatomi af prof. ARESCHOUG och MIKOSCH beröres detta ämne äfven till någon del uti HANSTEINS uppsats: »Über die Organe der Harz- und Schleimabsonderung in den Laubknospen» (Bot. Zeitung 1868) samt af GOEBEL uti förut omnämda uppsats.

Efter denna öfversigt af den till ämnet hörande literaturen skola vi något närmare betrakta knoppfjällen. Ur morfologisk synpunkt äro de blad, som på ett eller annat sätt äro modifierade. Det är visadt efter DUCHARTRE, MIKOSCH och GOEBEL, huru olika delar af bladet kunna ingå i deras bildande. De sitta ytterst i knoppen, hvars först bildade blad de äro. För att tjena knoppen till skydd är formen väl afpassad. Basen är alltid mer eller mindre bred; något tydligen afsmalnande skaft, såsom hos örtbladen, finnes nästan aldrig. Härigenom kan man skilja dem uti de flesta fall från de i knoppens midt belägna unga bladen, som vanligen förete skilnad mellan skifva och skaft. Undantag härifrån finnas dock, t. ex. Elæagnus. Denna hos de flesta knoppfjäll breda bas är egnad att fullständigt täcka stamspetsen och bladen. Beviset för, att knoppfjällen äro blad, består enligt MIKOSCH deruti, att de uti sin första utveckling fullkomligt likna örtbladen, men under det att dessa senare differentiera sig uti skaft och skifva, afstannar hos knoppfjällen stundom skifvan i sin utveckling, och basen utväxer på bredden till ett fjällikt organ (vaginaltegment). De i spetsen af dylika fjäll förekommande tänderna, som stundom på inre fjäll få utseende af flikar, utgöra rester af en i sin utveckling hämmad skifva. Liksom skifvan kan hämmas i sin utveckling, så kan detta äfven vara fallet med basen (laminartegment). I det tredje fallet fördröjes hela örtbladet i sin utveckling, men omslutes snart af de hastigt utväxande stiplerna (stipulartegment).

---

[1]) MIKOSCH fattar kollenkymet såsom en väfnad, som är skarpt skild från det tunnväggiga och sklerotiska parenkymet, d. v. s. han tyckes ej räkna kollenkymet såsom en form af parenkymet.

Utom af hvad som nu blifvit nämdt om den första uppkomsten af knoppfjällen, bevisas äfven deras bladnatur af den senare utvecklingen. En del knoppfjäll, vanligen de inre, utvecklas nämligen till örtblad eller bladlika organ, sedan knoppen slagit ut. Detta är ej något abnormt eller enstaka fall, utan synes, efter hvad jag funnit, hos de flesta knoppar vara regel, att åtminstone några af de inre fjällen utväxa till blad. Stundom är detta fallet med ett större antal, t. ex. *Cerasus*. MIKOSCH antyder denna öfvergång s. 21. »Der Uebergang vom Tegment zum vollkommenen Laubblatt findet beinahe constant in jeder Knospe statt»[1]). Detta förhållande är af vigt vid behandlingen af fjällens anatomi, emedan väfnaderna undergå betydande förändringar vid fjällets omvandling till blad. Om vi se närmare på sättet för denna öfvergång, skola vi finna betydande vexlingar i detta afseende. Hos en del fjäll, t. ex. *Acer*, *Esculus* utväxer den mellersta tanden af de inre tretandade fjällen till bladskifva, under hvilken ett skaft inskjutes, hvilket sedan växer ut. Hos andra, t. ex. *Daphne*, *Lonicera* tillväxer de mellersta och inre fjällens gröna bas, under det hartset tränges mer och mer mot spetsen och slutligen försvinner, då fjället utvecklats till en bladskifva. De bruna, hårda stipulartegmenten utväxa till tunna, mer eller mindre gröna stipler, som snart affalla.

---

[1]) Jemför GOEBELS intressanta experiment med Prunus Padus (anf. st. sid. 803 o. följ.).

Att knoppfjällen äro blad, bevisas sålunda:

1) af deras öfverensstämmelse med bladen under tidigare utvecklingskede;

2) af deras förmåga att utväxa till blad (stipler).

Det har nu blifvit taladt om skilnaden mellan ett knoppfjäll och ett örtblad ur morfologisk synpunkt. En dylik förefinnes äfven i afseende på deras inre byggnad. Detta beror på deras olika funktioner. Ett innerligt samband mellan knoppfjällens anatomi och funktion förefinnes. Deremot står deras anatomi ej i ringaste samband med deras morfologiska ursprung. Man får sålunda ej vänta att finna den inre byggnaden öfverensstämmande hos alla vaginaltegment eller stipulartegment etc. Lika litet öfverensstämma fjäll tillhörande närbeslägtade arter med hvarandra.

I jemförelse med örtbladen kan man säga, att knoppfjällens byggnad utmärkes deraf, att väfnadernas cellqvalitet är betydligt reducerad. Ett blads celler äro vanligen i motsats till fjällens tunnväggiga, innehålla rikligt klorofyll, cellsaft och stärkelse. Bladet utgör ock härden för assimilationen och transpirationen m. m. Klyföppningarna äro der talrika, då de saknas eller förekomma sparsamt hos fjällen. Dessas funktion är att vara skyddande organ, och de äro derför till sin byggnad afpassade derefter. Deras celler äro derföre ofta tjockväggiga med sparsamt klorofyll och stärkelse samt ringa vattenhalt. Dermed är dock ej sagdt, att de för den lifskraftiga cellen kännetecknande ämnena saknas. Denna reduktion af cellqvaliteten betingas hufvudsakligen af följande företeelser:

1) *Sekretbildning* (harts- och kristallafsöndring).

2) *Sklerenkymbildning* eller sklerotisk förtjockning.

3) *Korkbildning.*

Dessa olika slag af företeelser, som ge upphof till lika många väfnader, förekomma hos olika grupper af fjäll och skola framdeles efter specialbeskrifningarna närmare afhandlas. Ett slags sklerotisk membranförtjockning inträder hos nästan alla fjäll uti yttre epidermis yttre membraner. Detta är en egendomlighet, som utmärker fjällens epidermis i högre grad än bladens.

Då det ofvan blifvit sagdt, att knoppfjällen väsendtligt skilja sig från örtbladen ur anatomisk synpunkt genom en reduktion af cellqvaliteten, och då detta uppgifvits betingas af de under 1), 2), 3) angifna modifikationer, så är detta ej att uppfatta, såsom om dylika ej skulle kunna finnas hos bladen. Då t. ex. sklerenkym i mängd förekommer i knoppfjällen af en växt och äfven uti andra fall, kan det finnas uti densammas blad. Men det uppträder då här ej i en sådan mängd, att assimilationen deraf blir störd. På samma sätt förhåller det sig med sekretbildningen.

Vi skola nu betrakta några fall, der en reduktion af cellqvaliteten synes tvifvelaktig. Det inträffar nämligen stundom, att i fjäll celler kunna finnas, hvilkas cellqvalitet är fullständigt bevarad, äfven uti de delar, som ej täckas af andra fjäll. Då har dock en reduktion af cellqvaliteten inträdt i andra delar af fjället. Exempel på dylika fall lemna *Hakea*, *Callistemon* och *Elæagnus*, hos hvilka rikligt klorofyllförande celler uti fjällets yttre del finnas. Klorofyllet har här blifvit skyddadt af kraftiga trikombildningar. Den specifikt skyddande väfnaden saknas, såsom nämdt, ej hos dessa fjäll. Hos *Hakea* och *Callistemon* utgöres den af sklerenkym och hos *Elæagnus* af ett mägtigt kollenkymlager. Ett skydd för knoppen lemnar naturligtvis äfven trikomet. Lägsta stadiet af reduktion af cellqvaliteten har jag funnit hos *Fraxinus*. Här äro alla cellerna rikligt klorofyllförande till följd af den rikliga trikombildningen. Endast en antydan till cellqvalitetens reduktion uti fjällets inre kan man spåra uti cellmembranernas förtjockning. Ehuru sålunda detta och kanske andra af mig okända fall kunna uppvisas, der en dylik reduktion knappast kan upptäckas, torde dock mängden af fall, der den tydligt visar sig, berättiga till förut omnämda påstående [1]).

Knoppfjällen skilja sig äfven från örtbladen genom sättet för väfnadernas förekomst och cellernas form. Detta har på ett utmärkt sätt blifvit visadt af prof. Areschoug. Vi få derför hänvisa till hvad, som blifvit anfördt ur hans afhandling rörande denna fråga.

---

[1]) Ett slag af cellqvalitetsreduktion nämligen i form af hartssäckar, som slutligen bilda luftrum, finnes sannolikt hos de flesta fjäll.

Knoppfjällens väfnader hafva nu blifvit jemförda med örtbladens i allmänhet. Men om man särskildt fäster sig vid de centriska bladen, så kan det frågas: fins det någon motsvarighet mellan dessa och knoppfjällen, eller fins det rent af några centriskt byggda fjäll? Nej, endast undantagsvis och då blott i ofullständig grad. Hos fjällen är en bifacialitet rådande i väfnadernas anordning. Ett annat förhållande skulle ej vara förenligt med deras plats och de omständigheter, hvarunder de utvecklats. Det centriskt byggda örtbladet är på alla sidor omgifvet af lika förhållanden (luft och vatten), fjället deremot är tätt tryckt till knoppen och således blott på yttre sidan utsatt för luft och ljus. Hos träd med centriska blad, t. ex. *Pinus* finna vi sålunda fjällen starkt bifaciala. Yttre sidan är beklädd med starkt förtjockade epidermisceller, som begränsas af långspetsade, hartsförande celler, hvilka åter ligga omedelbart intill fjällets inre sida utan att differentiera sig uti en inre epidermis. Ehuru man sålunda i allmänhet kan säga, att den centriska typen saknas bland fjällen, så förefinnes dock stundom en antydan dertill isynnerhet under tidigare utvecklingsskede. Så är fallet med några barrträd, t. ex. *Podocarpus* och *Cephalotaxus*. Arten af denna centriska byggnad kommer att angifvas vid den speciela beskrifningen af dessa fjäll. Här må endast anföras, att hos *Cephalotaxus* centriskheten går förlorad vid högre utveckling, men att den hos *Podocarpus* hos en del fjäll qvarstår.

Af denna allmänna jemförelse mellan fjällens och örtbladens anatomi framgår, att följande karakterer kunna tilldelas de förra till skilnad från de senare:

1) *att cellqvaliteten är mer l. mindre reducerad;*

2) *att väfnaderna närmast öfverensstämma med stammens*, och att sålunda någon så betydande modifikation, som uti örtbladet ej egt rum (= palissad- och svampparenkym finnas ej);

3) *att fjällen tillhöra den bifaciala typen*, och att den centriska icke l. blott i ofullständig grad kan vara representerad.

Vi öfvergå nu till beskrifningen af några fjäll, som blifvit närmare undersökta. Vanligen hafva 3 olika utvecklingsstadier tagits i betraktande nämligen 1) det ej utvecklade, 2) det fullt utvecklade, 3) det affallande fjället. Då dessa olika stadier förete någon nämnvärd olikhet, angifves den, men då ingen sådan förefins, förbigås de olika stadierna. Vidare må anmärkas, att, då ordet grundväfnad begagnas, dermed ej menas någon vetenskapligen skild väfnadsart, utan att det endast användes såsom praktiskt lämplig sammanfattning af allt, som ej innefattas under begreppen hudväfnad och kärlknippe.

Sorbus scandica Fr. (Fig. 19—20).

Knoppfjällen äro tätt tegellagda, de flesta fasta, bruna och glatta med hårfransade kanter. De yttre och mellersta äro triangelformigt rektangulära med tretandad, hårbärande spets. De 2 innersta fjällen utväxa vid knoppsvällningen spadlikt med djupt treflikad spets. Dessa äro betydligt tunnare än de andra och mindre fasta.

Yttre epidermiscellerna äro i tvär- och längdsnitt qvadratiska med tidigt förtjockade ytterväggar på de flesta fjällen. Dessa färgas gula-rödgula af jodzinkklorid och violetta af en blandning röd och violett anilin. Äfven sidoväggarne uti nämda celler äro förtjockade ofta ganska mycket. Stundom sträcker sig äfven förtjockningen till en eller annan cell af det under epidermis liggande lagret, som då delvis färgas gult af jodzinkklorid. Inre epidermiscellerna äro betydligt mindre, i tvärsnitt rundadt qvadratiska, i längdsnitt rektangulära. Ytterväggarne äro något förtjockade. På de innersta fjällen äro epidermis ytterväggar ej förtjockade och färgas blåa af jodzinkklorid. Under tidigare stadier innehålla epidermiscellerna sparsamt klorofyll, som sedan uppblandas och efterträdes af ett brunt harts, som rikligen fyller de flesta cellerna.

Vid basen på fjällens inre sida samt i spetsarne på de inre fjällen förekomma egendomliga hartsafsöndrande kolleterer. Eftersom jag ej sett dem beskrifna af HANSTEIN eller någon annan, torde en närmare redogörelse derför vara på sin plats. De äro tunglikt jembreda, omkring 1 mm. långa, vid fjällets bas fästade med sin undre del uti en l. flera rader, tätt sittande. Den nedre något smalare delen bildar dess skaft och består af flera rader tätt packade rundadt qvadratiska celler. Den öfre, något tjockare delen (fig. 20), som afsöndrar hartset, består af två slags väfnader: en yttre, epidermis, och en inre. Den förra utgöres af tätt packade, vinkelrätt stälda, palissadformiga celler, hvilka af HANSTEIN hos dylika kolleterer erhållit namnet »Papillenzellen» [1]. Den inre väfnaden består af smala, cylindriska, uti kolleterens längdaxel utdragna celler med tvära eller något sneda skiljeväggar. De likna de tunnväggiga kambiformcellerna uti kärlknippet. I början af sin utveckling äro kolleterens alla celler rikligen fylda med klorofyll. Detta aftager sedan och uppblandas med harts. Uti dess högsta utveckling är klorofyllet alldeles försvunnet, men i stället äro cellerna tätt fylda af ett brunt harts. Efter en stunds behandling med kalilut kan man få se stora hartsdroppar på väg ut från kolleteren. Hos de kolleterer, som äro belägna vid basen, kan man ej spåra något samband med kärlknippena, men detta är deremot fallet med de apikala. Den uti sidoflikarna utlöpande fibrovasalsträngen går in uti kolleterens skaft och slutar der, hvarvid dess inre kambiformlika väfnad tyckes vara en fortsättning af bastcellerna uti kärlknippet. I utkanterna af de inre fjällen sitta några kolleterer af annat utseende. De äro kortare och spadlika till formen. Epidermiscellerna äro oregelbundna och ej palissadformiga. Behandlade med jodzinkklorid, visar det sig, att temligen unga kolleterer äro omgifna af en gemensam vägg, som sväller betydligt och företer då flere skikt. Af dessa är det yttre fast och skarpt begränsadt samt brunt till färgen. Det företer alla kutikulans egenskaper. Under detta yttre lager är ett annat hyalint, som uppkommit genom förslemning (»Kollagénlagret» enl. HANSTEIN). Under detta hyalina lager ligga papillcellerna med sina blåfärgade membraner. Efter en tid afkastas den gemensamma kutikulan och kolleteren omgifves af ett pseudoparenkymatiskt hölje af gummiharts. Af rödviolett anilin färgas det i början rödt, får sedan en anstrykning af violett och öfvergår slutligen till denna färg. Innehållet uti papillcellerna färgas rent rödt. Vid behandling med kalilut klargöras papillcellerna och kutikulan afkastas delvis, men qvarsitter här och der och rullar sig tillbaka utåt med sin fria ända (fig. 20, q). Af de sekretionsprodukter, som bildas uti dylika kolleterer (slem och harts), är det, såsom HANSTEIN uppgifver, antagligt, att slemmet uppstår genom cellväggarnes omvandling, men att hartset deremot bildas ur cellens innehåll. Detta senare uppkommer ej blott ur papillcellerna, utan äfven uti de inre långsträckta. Ett längdsnitt, der papillcellerna blifvit klara af kalilut, visar nämligen, att de centrala cellerna äro fylda af ett grofkornigt innehåll, blandadt med hartsdroppar.

---

[1] Ueber die Organe der Harz- und Schleimabsonderung in den Laubknospen. (Botan. Zeitung, 1868).

Dessa cellers membraner visa ingen förmåga att svälla, hvarföre man torde kunna antaga, att slemmet företrädesvis bildas uti de yttre papillcellerna. Dessa nu omtalade hartsafsöndrande organer äro trikombildningar från epidermis och utvecklas såsom alla dylika, ursprungligen af en epidermiscell. Andra trikombildningar förekomma uti fjällens kanter och äro isynnerhet på de inre talrika och långa. Dessa hår äro encelliga, jembreda, tätt sittande och intrasslade i hvarandra. De äro tjockväggiga och färgas gula af jodzinkklorid. Klyföppningar förekomma på de mellersta och innersta fjällen och äro isynnerhet hos dessa senare temligen talrika. De äro ganska stora, men för öfrigt af vanlig form.

Grundmassan af fjället utgöres af parenkym, hvars celler oftast ej förete någon differentiering af yttre och inre barklager. Cellerna äro uti tvärsnitt i början rundade, tunnväggiga med intercellularrum, men blifva sedan vid högre utveckling rundadt qvadratiska med i vatten kollenkymatiskt uppsvälda väggar och tätt packade. Emot båda sidornas epidermis aftaga de i storlek och ligga ännu mera tätt tillsammans. Detta är äfven fallet med dem, som fylla fjällets kanter. På de utvuxna fjällen hafva dessa, under epidermis liggande celler på fjällets inre sida skilt sig från den centrala väfnaden. I de inre fjällens spetsar är grundväfnadens parenkym reduceradt till några få cellrader. Cellernas väggar färgas blåa af jodzinkklorid ej blott på de utvuxna utan äfven på de vissnade, affallande fjällen. Ingen förkorkning eger sålunda rum. I början äro cellerna rikligen fylda af klorofyll. Detta förekommer mest uti de centrala lagren, men aftager mot båda kanterna. Derpå uppblandas det med brunt harts, som slutligen tager öfverhanden, så att klorofyllet försvinner. Utom harts förekomma äfven kristaller i vissa celler. Dessa ligga vanligen i rader nära inre eller yttre epidermis. Stundom äro de strödda i midten af fjället.

Kärlknippena, som äro belägna nästan uti fjällets midt (uti inre fj.) eller närmare inre kanten (hos de yttre), äro tämligen väl utvecklade. Till byggnaden äro de kollaterala med en veddel mot fjällets inre sida och en bastdel mot den yttre. Veden innehåller mycket trånga spiralkärl, som äro ordnade i rader samt parenkym. Bastet består af silrör(?), kambiform och parenkym, hvars väggar äro genomborrade. Ingen tydlig strängskida finnes.

Beträffande förloppet af kärlknippena är att märka, att vid fjällets bas (innersta fjällen äro undersökta) utgå från stammen 11—12 knippen, af hvilka omkring tre äro förenade till en mediansträng och de öfriga löpa isolerade parallelt med hvarandra. Något högre upp förgrena de sig sparsamt. De som löpa närmast kanterna, upphöra successivt, i det bladet aftar i bredd. De mellersta löpa ut i bladets treklufna spets. Medelnerven förgrenar sig i spetsen och dess grenar utlöpa uti den rundade mellanfliken, der hvarje gren slutar med en kolleter.

Elæagnus argentea Pursh. (Fig. 8).

Knoppfjällen äro tjocka, köttiga, till formen ovala med trubbig spets eller lansettlika, på båda sidor bruna af tätt sittande fjäll. Blott de två nedersta affalla efter grenens utveckling; de öfriga utväxa till örtblad, ej såsom hos *Cytisus* och *Sorbus* inre fjäll, der örtbladen utväxa från den tandade spetsen och fjället blir slida, utan här utväxer hela fjället likformigt till bladskifva, blir rikt klorofyllförande och uppnår slutligen bladets storlek. Fjällen hos *Elæagnus* äro sålunda »laminartegment», d. v. s. bildade af bladskifvan. På grund af en antydan till bladskaft på dessa fjäll är det med undantag af de två yttre affallande fjällen svårt att säga, hvad som är fjäll och hvad som är blad. Men den inre byggnaden ger dock vid handen, att åtminstone några bladorgan innanför de två yttersta äro att räkna till knoppfjällen. De två yttre fjällen äro nedtill betydligt tjockare än de inre.

Yttre epidermis består af tunnväggiga, i längdsnitt rektangulära-qvadratiska celler, som till utseendet föga skilja sig från underliggande väfnader (åtminstone midt för kärlknippet). Dess membraner färgas blåa af jodzinkklorid. Inre epidermis består af något smalare celler, som eljest hafva samma egenskaper och reaktion. I början innehålla epidermiscellerna sparsamt klorofyll, som dock sedan försvinner. Båda slagen af epidermis beklädas af tätt sittande sköldlika fjäll, som äro utmärkande för alla vegetativa delar hos *Elæagnus.* De bestå af en fot af 10—12 tätt packade kollenkymatiska celler, som uppbära ett fjäll med central vidfästningspunkt, sammansatt af radierande celler. Jag har sett dem uppkomma derigenom, att en ovalt aflång cell uppstått genom delning af en epidermiscell. Denna begynnelsecell, som ligger med långsidan mot epidermis, delar sig uti radierande dotterceller. Vid basen uppstår den omnämda foten genom delning. Den talrika förekomsten af dessa fjäll, som uppstå mycket tidigt, lemnar ett kraftigt skydd åt knoppen, hvarför någon kutikula ej är behöflig.

Knoppfjällen, isynnerhet de yttre, affallande, äro af väsendtligen olika byggnad på olika höjd. Ett tvärsnitt af basen, som är nästan triangelformig till omkretsen, består af två slags väfnader, en kollenkymväfnad och ett tunnväggigt parenkym. Kollenkymet är mägtigast på insidan, der det bildar flere lager af tätt packade, små celler med svällande membraner, och uti kanterna, som helt och hållet fyllas deraf. Svagast är det vid yttre kanten, der det upptager 2—3 lager. Midten af basen fylles med tunnväggigt, svagt klorofyllförande parenkym. Den öfre delen af fjället utgöres till större delen af tunnväggigt parenkym med intercellularrum, som äro temligen stora. Det är tydligt, att kollenkymet bildar det yttre, och parenkymet det inre barklagret. Ur fysiologisk synpunkt är kollenkymet att betrakta som en skyddande och stödjande väfnad.

Om man närmare tager i betraktande fjällets öfre och mellersta del, skall man finna, att denna företer en utbugtning midt för medelnerven, men afsmalnar mot sidorna. Väfnaderna gestalta sig olika uti denna mellersta bredare del och de smalare delarne på ömse sidor. Midt för medelnerven uppträder kollenkym innanför epidermis till en mägtighet af omkring tre lager. Den öfriga och större delen af grundväfnaden består, såsom nämdt är, af tunnväggigt parenkym, som är svagt klorofyllförande samt för öfrigt med ett grumligt innehåll. Här och der uti denna väfnad förekomma grupper af något tjockare celler, som äro fylda af ett brunt harts. Dessa cellers membraner äro brunfärgade af hartset och färgas ej blåa af jodzinkklorid. De ofvan nämda smalare sidodelarne på ömse sidor om den centrala utbugtningen förete stundom en egendomlig väfnad.

På dessa ställen öfvergår nämligen stundom parenkymet under yttre epidermis till palissadparenkym (fig. 8). Det består af två rader palissadformigt stälda, rektangulära celler. Vanligen är det ej tydligen differentieradt, i det blott en och annan cell är utdragen inåt, men de flesta rundade såsom den öfriga väfnaden. Uti den nyss bildade knoppens fjäll finnes detta palissadparenkym i form af qvadratiska celler, som äro tydligt ordnade i två rader strax under yttre epidermis. Dessa qvadratiska celler äro starkt klorofyllförande, då deremot den öfriga väfnaden är klorofyllfattig. Denna omständighet karakteriserar detta parenkym uti den unga knoppen såsom den företrädesvis assimilerande väfnaden, ett förhållande, som talar för att uppfatta densamma såsom ett palissadparenkym. Ett anmärkningsvärdt förhållande är, att hos dessa fjäll liksom äfven hos andra, der antydningar till palissadparenkym förefinnas, detta ej uppträder på fjällets öfre (inre) sida, som man i analogi med bladen skulle vänta, utan på dess undre (yttre). Detta beror derpå, att, om någon assimilationsprocess skall kunna ega rum hos fjällen, endast dess yttre för ljuset utsatta sida kan modifieras härför. Då fjällen (de inre) af *Elæagnus* utvuxit till blad, utvecklas hos dessa palissadparenkymet såsom vanligt på den öfre sidan.

På fjällets inre sida (uti dess öfre och mellersta del) uppträder yttre barklaget i form af en rad qvadratiska celler, som äro tätt packade samt försedda med tunna membraner. De affallande fjällens membraner blåfärgas af jodzinkklorid. Kärlknippena äro tätt hopträngda till en medelnerv. Denna utsänder sidogrenar, hvilkas smågrenar fortlöpa uti parenkymet och anastomosera med hvarandra.

Kärlknippena bestå af spiralkärl och trakeider i veddelen samt silrör(?) och kambiform uti bastet. De fina anastomoserande grenarna utgöras endast af trakeider. Kärlknippena äro omgifna af en tydlig strängskida af tunnväggiga celler.

Crataegus coccinea L. (Fig. 7, 9).

Dennas fjäll äro bruna, glatta, glänsande. De yttersta äro bredt triangelformiga med en kort vanligen tretandad spets och tilltryckta intill de inre. Dessa senare äro rundadt njurlika, sneda, samt skållikt hvälfda öfver knoppen. Om hösten äro fjällen temligen fasta och jemna, om våren deremot äro de uppblåsta, företeende flera bucklor och ojemnheter på sin yta.

Epidermiscellerna äro af vanlig form. De som tillhöra yttre epidermis, hafva den yttre kanten starkt kutikulariserad. Behandlad med kalilut visar denna tydliga skiktningar. Äfven de öfriga cellväggarne äro starkt förtjockade samt försedda med ljusbrytande porer. Dessa äro jembreda, regelbundet ordnade sinsemellan och med cellernas tväraxel parallela. De sträcka sig nästan öfver hela cellens bredd, i det blott en smal stundom omärklig kant skiljer dem från längdväggarne. Hvad som särskildt utmärker yttre epidermis hos dessa fjäll, är, att den är flerskiktig. Under den nu beskrifna epidermis ligga 1—2 rader af dylika celler. De äro af samma form som den yttre radens celler. Äfven de ega förtjockade membraner och trapplika porer. Men hvad som är mest egendomligt är, att äfven yttre membranen hos dessa celler är mera förtjockad än de andra cellväggarne, ja, att förtjockningen och kutikulariseringen alldeles öfverensstämma med den hos den yttre radens celler. Detta gäller isynnerhet det andra cellagret utifrån räknadt, ty hos de följande inre lagren har förtjockningen vanligen ej hunnit så långt. Vid fjällets bas är vanligtvis blott en rad epidermisceller, som stundom äro delade af en nyss bildad längdvägg. Epidermis membraner brunfärgas af jodzinkklorid. Innehållet uti de olika lagren af epidermis utgöres till större delen af ett brunt harts samt några små rester af protoplasma. Behandlade med kalilut befrias cellerna från sitt innehåll och yttersta raden af epidermiscellerna lossnar ofta från de öfriga (fig. 7). Inre epidermiscellerna äro något afvikande från de yttre. Vid fjällets nedre del äro de smalt rektangulära, föga afvikande från underliggande väfnader. De äro här tunnväggiga och förete ej några trapplika porer, bildande blott en rad. Något öfver midten och mot spetsen blifva membranerna tjockare med trapplika porer och cellerna bilda två rader. Strax ofvan denna punkt och nära spetsen företer epidermis oftast en ansvällning, bildad af flere lager celler. Den begränsas af två bågformiga linier inåt och utåt, och består af 4—5 cellager, som äro hartsförande.

De två inre af dessa innehålla mindre harts än de andra och hafva bibehållit sin form och sitt läge. De utanför dessa belägna äro rikligen hartsförande. Hartset har förorsakat en tryckning på deras väggar, så att den rektangulära formen gått förlorad äfvensom den regelbundna anordningen uti rader. De synas derföre ega obestämd form och läge. Äfven vissa cellväggar äro af hartset söndersprängda. Uti spetsen mötas båda sidornas epidermis, som der bilda ett flercelligt triangelformigt fält. Större delen af spetsens triangel intages af bruna, hartsförande celler af oregelbunden form och läge, hvilkas membraner ofta äro söndersprängda. Under denna hartsförande del går en rad epidermisceller af vanlig form och försedda med de ofvan beskrifna trappformiga porerna. Dessa äro mindre hartsförande och klargöras lätt af kalilut. Denna rad af celler sammanhänger med inre raden af yttre epidermis, böjer sig sedan bågformigt tätt intill den hartsförande spetsen, träder derpå i samband med den inre raden uti den hartsförande ansvällningen på fjällets inre sida och sammanhänger sålunda med inre epidermis undre lager. Man finner sålunda hos dessa fjäll ett sammanhängande system af epidermisväfnader.

På äldre fjäll uppstår ett mellanrum mellan den hartsförande delen af spetsen och den inre med inre epidermis sammanhängande cellraden. Detta är analogt med den omständigheten, att epidermis yttre cellrader på äldre fjäll lossna från de inre. Angående utvecklingen af den flerskiktiga epidermis gäller här detsamma som i öfriga dylika fall, att den försiggår jemförelsevis sent. Trots sina förtjockade membraner bibehåller epidermis länge förmågan att dela sig. Början sker derigenom, att uti cellerna af en enkel cellrad uppstår en skiljevägg på längden. Den anlägges mycket nära den inre väggen uti modercellen. Den nybildade smala dottercellen tillväxer på bredden, så att den får samma bredd som modercellen. Skiljeväggen, i början tunn, förtjockas sedan betydligt och blir t. o. m. lika tjock som yttercellens yttre vägg. Sedan sålunda en tvåradig epidermis bildat sig, kan denna ytterligare delas i dotterceller. Denna delning eger rum ej endast uti den inre cellraden utan uti båda och, såsom det synes mig, nästan samtidigt. Förloppet är här detsamma, som vid första delningen. Ej alla lagren uti den flerskiktade epidermis komma till utveckling, d. v. s. dottercellerna tillväxa ej alltid, och skiljeväggen förtjockas ej. Kring fjällets kanter går liksom en frans af små kolleterer.

Under yttre epidermis utgöres grundväfnaden af 2—3 rader mycket stora, tunnväggiga celler. Till formen äro de rundadt polyedriska eller qvadratiska, här och der med stora intercellularrum. Membranerna äro jemna och färgas, ehuru svagt, blåa af jodzinkklorid. Innehållet utgöres till största delen af luft, stundom äfven mindre protoplasmatiska lemningar. I allmänhet äro de uppsvälda, som i synnerhet är fallet med en och annan, som är större än de öfriga och hvars membraner äro bukigt afrundade. Oftà äro de afdelade af en tunn skiljevägg, som än går vinkelrätt mot sidoväggarne, än snedt från ena hörnet till det andra och än är bågformigt inåtböjd. Hela denna väfnad af stora luftförande celler tyckes, trots membranernas tunnhet, vara en skyddande väfnad. Genom den bildas nemligen ett luftlager uti knoppfjället, som, då flere fjäll ligga tätt packade på hvarandra, kan erhålla stor betydelse, i det att då flere värmeoledande lager uppstå.

Från ungefär midten af fjället till inre epidermis består grundväfnaden af små, tätt packade, kollenkymatiska celler (fig. 9). Öfvergången mellan föregående storcelliga väfnad och denna är mycket tvär och skarpt markerad. Kollenkymcellerna fyllas på hösten (i oktober) af ett brunt harts, hvarigenom dessa celler blifva fast med hvarandra sammankittade och bilda en skyddande väfnad. Deras membraner färgas svagt blåa af jodzinkklorid. I afseende på denna väfnads natur torde den vara att betrakta såsom bildande det yttre barklagret uti fjället. Ovisst är det deremot, om det storcelliga parenkymet är att betrakta såsom det yttre eller inre barklagret. Det senare torde dock vara mest antagligt. I så fall skulle yttre barklagret saknas på fjällets yttre sida. Vid inre gränsen af kollenkymväfnaden förekommer en mängd kristallsäckar, som innehålla kristalldruser af oxalsyrad kalk. Häraf bildas på vanligt sätt ett luftrum, som efter längden klyfver fjället i tvenne delar.

Kärlknippena äro ofullständiga, i det bast nästan totalt saknas. De utgöras af trakéer, nämligen spiralkärl och trakeider. Trakésträngarne äro ganska smala; den mellersta är gröfre än de andra, och slutar ett stycke under spetsen. Förloppet företer intet egendomligt.

Cephalotaxus drupacea S. & Z. (= C. Fortunei HOOK.).
(Fig. 16—18, 22).

Knoppfjällen hos detta barrträd äro i likhet med öfriga till Taxineae hörande slägten till sitt yttre betydligt afvikande från dem, som tillhöra Abietineae. De äro temligen korta, småningom lansettlikt tillspetsade och tjockleken är såsom hos de flesta fjäll småningom aftagande mot spetsen. Till den yttre formen äro de äfven dimorfa dels temligen smala med trubbiga kanter dels bredare med utdragna hinnaktiga kanter.

Epidermis, både den yttre och den inre, utgöres af likartade, i tvärsnitt rundadt qvadratiska, i längdsnitt rektangulära celler. Yttre membranen är temligen förtjockad, isynnerhet hos yttre epidermis. Den färgas brun af jodzinkklorid och intensivt röd af anilin. Dock uppnår förtjockningen ej på långt när den betydenhet, som hos fjällen af *Picea* och *Pinus*. Under sin första utveckling äro epidermiscellerna något stärkelseförande, men denna egenskap försvinner snart och cellerna fyllas sedermera af ett brunt harts. Klyföppningar finnas, ehuru sparsamt. Epidermis saknar alla slags trikomer. Inre epidermis undergår efter knoppens utsprickande en betydlig förändring, i det att de ursprungligen enkla epidermiscellerna dela sig till en flerskiktig väfnad af följande utseende. Den består af 2—3 rader oregelbundet qvadratiska l. rektangulära celler, hvilka stå palissadlikt ordnade (fig. 16). Det innersta lagrets celler äro längst, regelbundet rektangulära, till formen liknande bladets palissadparenkym. Ofta är en dylik cell genom en rät l. sned skiljevägg delad i två dotterceller, som tillväxa likformigt, så att de ständigt komma att ligga midt för hvarandra. Det yttre lagrets celler, som tjenstgöra såsom den egentliga epidermis, äro oregelbundna, qvadratiska eller polyedriska. Än ligga dessa midt för en af de långsträckta, än ligga de emellan, då deras inre membraner skjuta kilformigt in. Härigenom komma dessa cellers inre membraner ej att ligga i samma linea, som fallet eljest plägar vara hos epidermiscellerna, utan de bilda en vinklad linea än utåt och än inåt. Alla dessa celler äro försedda med temligen förtjockade membraner med ljusbrytande porer. Längst har förtjockningen framskridit uti det innersta lagret af långsträckta celler. Vid behandling med jodzinkklorid färgas membranerna gulbruna. Stundom färgas en och annan cell i det yttre lagret åtminstone delvis blå. Af anilin färgas membranerna röda, dock ej så intensivt, som den yttre cellväggen. Innehållet i dessa celler är i början stärkelse och protoplasma. Dessa ämnen försvinna snart och uti det yttre lagret uppträder ett brunt harts. De öfriga cellerna blifva till större delen fylda med luft. Denna egendomligt utbildade epidermis förekommer ej öfver hela fjällets inre sida. Uti tvärsnitt sträcker den sig ej öfver fjällets hela bredd, utan bildar en skarpt utskjutande upphöjning, som på ömse sidor slutar ett stycke från kanten. På ett längdsnitt synes väfnaden bilda en rundad utskjutning något nedom fjällets midt. Stundom finnes ännu en dylik bildning ofvan den förra (fig. 22). Den ifrågavarande epidermisväfnaden förekommer ej på alla fjällens utvecklingsstadier. Den saknas på de den outspruckna knoppen omgifvande fjällen och påträffas endast på de vid skottets bas qvarsittande. Men hos dessa förekommer den, efter hvad jag trott mig finna, temligen konstant. I afseende på denna väfnads utveckling har jag funnit, att den uppkommer genom delning af de ursprungligen enkla epidermiscellerna och att den derför är att räkna till epidermis. På unga fjäll finner man, att början härtill göres derigenom, att de inre epidermiscellerna förlänga sig inåt och skiljeväggar bildas. Dottercellerna tillväxa sedan och membranerna förtjockas, så att ofvan nämda väfnad uppstår. De celler, som ligga mellan denna epidermis och medelnerven, blifva af trycket hopklämda. Uti dessa hopklämda celler uppstår slutligen ett brunt harts, som angriper och delvis sönderspränger membranerna. Följden häraf blir, att luckor uppstå mellan epidermis och parenkymet. Slutligen vidgas dessa, så att epidermisväfnaden lossnar och affaller. Denna omständighet är ett nytt bevis för denna väfnads identitet med epidermis, ty det är hos knoppfjällen mycket vanligt, att epidermis, isynnerhet den inre, vid fjällens vissnande affaller.

Under öfre epidermis och strax utanför medelnerven befinner sig en hartsgång. Den är till sin natur en sekretförande intercellulargång. Dessa hartsgångar äro af betydlig längd. Uti unga fjäll är hartsafsöndringen obetydlig, men tilltager sedan med dessas ålder. Gångarna omgifvas af parenkym, som är olikformigt med den omgifvande väfnaden. Detta, som består af tre lager af smala, rektangulära, koncentriskt ordnade celler (fig. 18), kallar DE BARY epitel. Epitelväfnaden kan vara enkel eller flerskiktig, såsom här. Enligt DE BARY uppkomma dylika gångar på få undantag när schizogent. Detta kan iakttagas vid undersökning af olika utvecklingsstadier. Uti det lägsta stadiet, jag funnit, är intercellularrummet knappt märkbart större än de öfriga uti närliggande väfnad. Det är omgifvet af fyra stora hartsförande celler, som i början äfven innehålla något klorofyll (fig. 17). Derpå skjutas dessa åt sidan och intercellularrummet vidgas (fig. 18). Epitelcellerna, som i början voro fyra till antalet och rundade, dela sig sedan, så att antalet uppgår till 7—8, samt blifva tilltryckt rektangulära till formen. Slutligen upplöses en och annan cellvägg. Häraf framgår, att, om ock uppkomsten och utvecklingen af hartsgången är schizogen, så blir den slutliga volymtillväxten lysigen. Hartset afsöndras antagligen ur cellinnehållet och ej ur membranen. Ett stöd för denna åsigt, som blifvit uttalad af HANSTEIN (anförda afhandling), torde lemnas af den omständigheten, att uti yngre epitelceller, efter hvad jag funnit, hartsdroppar stundom påträffas, omgifna af klorofyll.

Grundväfnaden företer ej differentiering uti inre och yttre barklager. Den består i början af rundadt kantiga, tunnväggiga celler med små intercellularrum. Egendomligt för dessa (unga) fjäll är den jemförelsevis stora mägtighet, grundväfnaden eger mellan medelnerven och inre epidermis, som derigenom ofta företer en utbugtning af inre kanten (ej att förvexla med den, som sedan bildas af den flerskiktade epidermis), som eljest plägar vara insvängd hos de flesta fjäll. Kärlknippet kommer härigenom att ofta synas ligga nästan i midten. Då dertill kommer, att i detta stadium cellerna äro nästan likartade uti grundväfnaden öfver och under kärlknippet, så synes häraf, att fjället betydligt afviker från den vanliga bifaciala typen och något närmar sig den centriska. Cellerna innehålla i början riklig stärkelse, isynnerhet är detta fallet med dem, som ligga närmast epidermis. Strax under yttre epidermis bildas stundom ett föga mägtigt korklager. Här och der uti grundväfnaden förekomma enstaka korta sklerenkymceller. De förändringar, som den inre grundväfnaden undergår, hafva blifvit omnämda vid afhandlandet af den flerskiktade epidermis. Sedan denna affallit inträder en desorganisation äfven uti den yttre grundväfnaden. Här uppstå genom cellernas sönderslitning kaviteter, vanligen en på hvardera sidan om hartsgången och kärlknippet.

Kärlknippena äro obetydligt utvecklade och förenade till en medelnerv, som upphör ett stycke från spetsen. De hafva få kärl, men ega i stället spiraltrakeider. Bastet eger kambiform och silrör (?) Som hartsgången löper strax bakom kärlknippena (medelnerven), händer det vid framskriden ålder, att delar af dessa angripas och förtäras af hartset. Trakeiderna färgas gulbruna af jodzinkklorid.

Podocarpus Totara DON.

Till det yttre äro fjällen hos detta barrträd dimorfa. En del äro temligen bredt lansettlika med tunna hinnaktiga kanter och kullrig yttersida. Inre sidan, som är insvängd, sammanträffar med den yttre, uti en oftast föga utdragen och något inböjd spets. Andra fjäll deremot äro jembredt lansettlika, utdragna till en lång och jemn spets. Af de båda sidorna är ej någon särdeles kullrig. Den inre är obetydligt insvängd i förhållande till den yttre. Sidokanterna äro trubbiga och ej hinnaktiga såsom hos den föregående typen.

Hos dessa fjäll försiggår ej några egendomliga förändringar hos väfnaderna under olika utvecklingsskeden, hvarföre dessa ej komma att särskildt omnämnas. Mot den omnämda dimorfismen uti fjällens yttre svarar en betydlig olikhet i deras anatomiska byggnad. Allmänt uttryckt kan man säga, att väfnaderna uti de utdraget lansettlika fjällen äro temligen symmetriska i fjällets yttre och inre del, så att byggnaden är mer eller mindre centrisk. I de bredt lansettlika fjällen deremot äro väfnaderna i dessas yttre och inre del hvarandra mycket olika. Dessa fjäll äro sålunda typiskt bifaciala. Denna typiska olikhet mellan de båda slagen af fjäll hindrar dock ej, att de stundom delvis närma sig hvarandra.

1) Den centriska typen.

Epidermiscellarna äro i längdsnitt rektangulära och i tvärsnitt rundadt qvadratiska. Ytterväggen är betydligt förtjockad, till färgen brun och försedd med en temligen bred kutikula. Mellanväggarne äro vanligen tunna, stundom förtjockade. På samma sätt förhåller det sig med innanväggarne. Ett utmärkande drag för denna typ är, att båda sidornas epidermis är försedd med starkt förtjockade ytterväggar. Denna förtjockning är ofta lika hos båda slagen epidermis, stundom något mindre på insidan, men alltid betydligare än hos följande typ. Ett undantag från denna förtjockning hos inre epidermis bildar ett stycke af densamma vid fjällets bas, der cellerna äro mindre och membranerna ej förtjockade. Epidermiscellernas membraner färgas ännu mera intensivt bruna af jodzinkklorid, då de äro förtjockade, men blåa i motsatt fall. I allmänhet bilda epidermiscellernas yttre membran en fortlöpande kant, som är relativt jemn i motsats till hvad, som är förhållandet inom följande typ. Klyföppningar finnas här och der. Trikomer saknas.

Under yttre och inre epidermis ligger en rad långa sklerenkymceller. De äro temligen tjockväggiga, försedda med porer och i båda ändar tillspetsade. Deras väggar färgas gula af jodzinkklorid. Stundom saknas de stycktals på ena eller andra sidan. Till följd af att epidermiscellernas inre membraner äro oförtjockade, bildas vid behandling med jodzinkklorid en blå kant, som lifligt sticker fram mellan de starkt brunfärgade yttre väggarne och de gula sklerenkymcellerna. Uti yttersta spetsen är sklerenkymet så mägtigt, att denna fylles deraf.

Grundväfnaden består af två slags väfnader: (utom det omnämda hypodermatiska sklerenkymet) tunnväggigt parenkym och korta sklerenkymceller. Parenkymet utgöres af rundadt qvadratiska, stundom rektangulära celler, som ofta hafva ljusbrytande porer. Ehuru sålunda membranerna äro något förtjockade, räknar jag dock denna väfnad till det tunnväggiga parenkymet, emedan väggarne färgas blåa af jodzinkklorid. Sklerenkymcellerna äro af vanligt utseende.

Mellan yttre sklerenkymet och medelnerven finnes en hartsgång af samma beskaffenhet, som hos *Cephalotaxus*. Kärlknippena äro förenade till en medelnerv af samma byggnad som hos *Cephalotaxus*.

2) Den bifaciala typen.

Epidermis är särdeles egendomlig. Först och främst är att märka, att blott uti spetsen de inre epidermiscellernas ytterväggar äro tydligt förtjockade. För öfrigt är inre epidermis ej eller endast svagt förtjockad. Dessutom äro de båda slagen af epidermis hvarandra helt olika till cellernas form läge. Yttre epidermiscellerna äro genom olika tillväxt sins och emellan betydligt olikformiga. Somliga, som tillvuxit mera på bredden, äro mera utstående än andra. Derigenom bilda cellernas ytterväggar ej någon jemnt fortlöpande kant, såsom hos föregående typ, utan förete utskjutande vinklar med vikar emellan. Vid basen af fjället, der cellerna mest tillvuxit på bredden, finnas ofta tangentiela skiljeväggar, så att en flerskiktig epidermis uppstår. Antydningar till en dylik väfnad påträffas äfven här och der på fjällets öfre del. Cellernas yttre väggar äro starkt förtjockade och brunfärgade. Dertill kommer en kutikula, som vid behandling med klorvätesyra delvis lossnar. Stundom äro de öfriga väggarne äfven förtjockade isynnerhet mot spetsen.

Inre epidermis är, såsom nämdt, endast i spetsen förtjockad. Dess celler äro öfver allt likformiga, små, rektangulära-qvadratiska. Under epidermiscellerna finnes vanligen ej något hypodermatiskt sklerenkym. En och annan dylik cell förekommer stundom, men något sammanhängande lager fins ej.

Under inre epidermis finnas deremot långsträckta, tunnväggiga celler, som färgas blåa af jodzinkklorid. Vid basen bildas ett tjockt lager af dylika celler. De äro af samma form, som de långa sklerenkymcellerna och analoga med desamma. Cellerna äro fylda af ett brunt harts. Att de blott förekomma på den inre sidan, bidrager att öka den bifacialitet, som är egendomlig för denna typ. Den öfriga grundväfnaden öfverensstämmer med samma väfnad hos föregående typ.

De båda typernas karakterer äro i korthet följande:

1) *Centriska typen:*

a) typiskt likformig epidermis på båda sidor,

b) hypodermatiskt sklerenkym.

2) *Bifaciala typen:*

a) olikformighet mellan yttre och inre epidermis och mellan de särskilda yttre epidermiscellerna,

b) frånvaro af långa, hypodermatiska sklerenkymceller.

Den förra typen står örtbladen närmast och afviker föga från deras byggnad, den senare öfverensstämmer genom sin bifacialitet mera med fjällens byggnad i allmänhet. *Podo-*

carpus Totara är den enda växt af det material, jag haft att tillgå, der den centriska typen är bibehållen hos fullt utvecklade fjäll.

Hakea corymbosa R. Br. (Fig. 23—24).

Knoppfjällen till denna växt äro trubbiga, de yttre bredt triangelformiga med afrundad spets, de inre kort äggrunda. På yttre sidan äro de ljusa af gulhvita hår. Någon skarp gräns mellan den öfre obetäckta och den nedre af det näst undre fjället täckta delen förefinnes ej.

Epidermiscellerna äro i tvär- och längdsnitt oregelbundet qvadratiskt rektangulära. Formen är dock vexlande och äfven läget. Ån äro de riktade rätt utåt, än äro de efter hela sin längd lutande i riktning mot fjällets spets, än är blott deras spets bågformigt böjd i nämda riktning. Cellväggarne äro obetydligt förtjockade (utom den inre, som ej är förtjockad,) och färgas af jodzinkklorid intensivt mörkröda. Yttre epidermis är efter fjällets hela längd försedd med trikombildningar, som äro dels en- och dels flercelliga. De förra bestå af en jembred, tillspetsad, tjockväggig cell. De senare utgöras af två celler: en fotcell och en kroppcell. Den sistnämda är af vexlande form. Behandlade med jodzinkklorid skifta trikomerna mellan gult och blått. Inre epidermiscellerna äro mindre och smalare än de yttre. De äro regelbundna till form och läge. Förtjockningen är ännu svagare än hos yttre epidermis.

Närmast under yttre epidermis finnes en rad af qvadratiska, regelbundet ordnade, tunnväggiga celler. De äro starkt klorofyllförande af stora klorofyllkorn. Detta klorofyll förekommer rent d. v. s. utan inblandning af harts, som eljest plägar vara fallet. Stundom äro dessa celler något förlängda inåt. Detta jemte deras regelbundna anordning — de äro alltid tätt tryckta till hvarandra utan intercellularrum — gifva dem ett utseende, som påminner om palissadparenkymet hos bladet (fig. 24). Den starka klorofyllhalten tyckes tala för, att de kunna tjenstgöra såsom en assimilerande väfnad. Liksom hos *Elæagnus* är den palissadlika formen ej konstant utom tvärtom mera sällan förekommande. Under inre epidermis finnes äfven en rad tunnväggiga, klorofyllförande celler, ehuru betydligt mindre. Det är antagligt, att dessa båda cellrader tillhöra det yttre barklagret, som under yttre epidermis stundom modifieras till palissadparenkym. Den öfriga delen af fjällets grundmassa är sammansatt af tre slags väfnader: sklerenkym, parenkym och hartssäckar. Sklerenkymet, som hör till det korta slaget, består af rundade eller rundadt kantiga celler. Stundom är förtjockningen så betydlig, att cellens lumen försvunnit. Då flera dylika celler förekomma tillsammans, utgör det hela en massa af förtjockade, sins emellan sammansmälta cellväggar, så att de särskilda cellerna ej kunna urskiljas. Hos dessa starkt förtjockade celler finnas ej några porer. Andra mest kantiga celler äro relativt obetydligt förtjockade, men deremot försedda med talrika radierande porer. De kunna betraktas såsom sklerotiskt parenkym. Alla de nu omnämda förtjockade cellerna färgas gula af jodzinkklorid. I afseende på anordningen och antalet af dessa celler råder en ganska stor oregelbundenhet. Än förekomma de talrikt — de fylla då hela grundväfnaden mellan de båda raderna af tunnväggiga parenkymceller — utan någon egentlig ordning, än förekomma de mera sparsamt, så att större delen af grundväfnaden utgöres af tunnväggigt parenkym. De äro då regelbundet förenade i hopar eller knippen till ett bestämdt antal utefter fjällets hela längd (omkr. 8—9). I afseende på förtjockningen är att märka, att denna är alltid starkare, då de förekomma talrika och oordnade, men oftast svagare i motsatt fall.

Parenkymet består af tunnväggiga, qvadratiskt kantiga, tafvelformiga celler utan eller med obetydliga intercellularrum. De färgas blåa af jordzinkklorid. Den tredje väfnaden var hartssäckarne (fig. 23). De äro tunnväggiga celler med ett grofkornigt brunt innehåll, som färgas gulaktigt af jod.

Till formen äro de af två slag: korta och långa. Båda slagen ligga uti rader eller isolerade. De korta äro vanligen rundadt qvadratiska med de mot hvarandra gränsande sidorna raka, men de fria rundadt utböjda. Ofta äro de mera breda än långa till och med transversalt rektangulära. De långa äro cylindriska, utdragna stundom två och två förenade med hvarandras långsidor. Oftast ligga de i rader med ändarne mot hvarandra. Hartssäckarne förekomma hufvudsakligen uti fjällets nedre, bredare del, der de hafva sin plats antingen uti spiraltrakéernas närhet eller i kanten nära epidermis.

Kärlknippena bestå af två delar: 1) bast- och veddelen 2) ett denna delvis omgifvande sklerenkym, som jemte en annan väfnad bildar en strängskida.

Sklerenkymet utgöres äfven af tvenne delar: en af betydligare mägtighet liggande på kärlknippets utsida, gränsande till bastdelen, och en mindre blott af några få celler bestående del, som ligger midt emot den förra vid kärlknippets insida, gränsande till veddelen. Båda dessa sklerenkymknippen sammanbindas af två på ömse sidor af kärlknippet löpande rader af något förtjockade celler, hvarigenom den ofvannämda strängskidan uppkommer. Kärlknippet jemte bast- och vedsklerenkymet sträcker sig från det tunnväggiga parenkymet vid fjällets öfre kant till motsvarande väfnad vid dess inre. Bastsklerenkymets knippe är bredast mot yttre kanten, som bildar en bågformigt böjd linie. Det afsmalnar derpå betydligt mot sin inre kant. Då dertill kommer, att bast- och veddelen uti kärlknippet på samma sätt successivt afsmalna mot inre kanten, följer häraf, att kärlknippet med sitt sklerenkym får utseendet af en cirkelsektor. Äfven hos bladen af denna växt förefinnas både bast- och vedsklerenkym. Men de äro der af ungefär samma mägtighet. Hos fjällen deremot är vedsklerenkymet reduceradt. Hvad som ofvan blifvit sagdt om kärlknippet, gäller isynnerhet om det mediana, som är mest utveckladt. De öfriga äro mer eller mindre reducerade. Sklerenkymcellerna höra till det s. k. långa slaget. Graden af förtjockning är mycket vexlande, i det att lumen är än temligen stort än knappast märkbart. Af jodzinkklorid färgas de bruna till gula med skarpt röd gränslamell mellan hvarje cell.

Bastdelen består af i tvärsnitt rundade större celler, som antagligen äro silrör, samt trängre, kantiga kambiformceller. Dessa väfnader färgas blåa af jodzinkklorid. Veddelen utgöres af några få, trånga, triangelformigt ordnade trakéer. Trakéerna, som äro spiralkärl, färgas röda i jodzinkklorid. Kärlknippena äro omkring fem till antalet och löpa parallelt med hvarandra utan att anastomosera. Det mellersta och största löper genom fjällets midt ända ut till ett kort stycke från spetsen. De andra, som gå två på hvardera sidan, utgå vid basen nära hvarandra, skilja sig sedan åt och sluta ett stycke nedom fjällets kanter.

Cytisus Laburnum L. (Fig. 25).

Knoppfjällen hos denna buske äro ovalt triangelformiga, tegellagda, på yttre sidan vaxgula, de yttre glatta, de inre håriga. De inre äro mjuka och försedda med en tretantad spets, hvars mellersta tand regelmässigt utväxer till blad.

Yttre epidermis består af i tvär- och längdsnitt qvadratiska, regelbundet stälda celler, fylda af ett brunt harts. Yttre cellväggen, som är försedd med en kutikula, är uti yngre tillstånd något tjockare än de öfriga cellväggarne och färgas gul af jodzinkklorid. Sedermera erhåller den en betydlig tjocklek, så att den slutligen jemte kutikulan upptager större delen af cellens lumen. Den färgas nu mera intensivt gul af samma reagens och röd af anilin. Innehållet uti cellerna är i början stärkelse, sedan harts. De inre fjällens epidermis innehåller äfven, ehuru sparsamt, klorofyll. Hos dessa förekomma äfven hår, hvilket äfven är fallet med de unga fjällens spetsar. Dessa hår äro enkla, vanligen trecelliga, tjockväggiga med lång utdragen ändcell. Af jodzinkklorid färgas de gulbruna. Yttre epidermiscellerna visa stundom delningsförmåga, hvarigenom en flerskiktig epidermis uppstår. Inre epidermiscellerna äro betydligt mindre, och ytterväggens förtjockning svagare. Klyföppningar finnas, ehuru sparsamt, på de inre fjällen.

Under yttre epidermis ligger en rad rundadt qvadratiska celler, som uti yngre tillstånd äro svagt klorofyllförande. Dessa celler äro att betrakta som analoga med palissadparenkymet, ehuru modifieringen i riktning mot denna väfnad är ännu mindre än hos *Hakea* och *Elæagnus*. Innanför den inre epidermis ligga 2—3 rader af tätt packade celler, som äro betydligt mindre än den öfriga grundväfnaden, men så småningom öfvergå till denna. Denna väfnad är tydligast i unga knoppfjäll, men blir sedermera knappast märkbar. Dessa båda nu omnämda väfnader tillhöra stammens yttre barklager. Den öfriga delen af parenkymväfnaden består af stora polygonala celler med intercellularrum. Detta bevisar tillräckligt, att densamma tillhör det inre barklagret. I öfrigt företer den ett olika utseende under olika utvecklingsskeden. Dessa, som äro tre till antalet, inträffa mycket tidigt redan uti den i början af juni bildade knoppen. Ett tvärsnitt af ett dylikt knoppfjäll visar, att det inre barklagret i början består af stora, tunnväggiga, likformiga celler. Detta är första stadiet. Ett något äldre fjäll deremot företer uti denna väfnad en och annan cell ofta något större än de kringliggande, med betydligt förtjockade väggar, som äro försedda med talrika, radialt stälda, ljusbrytande porkanaler (andra stadiet). Men ännu bibehålla dessa celler sin cellqvalitet, ty de innehålla stärkelse, och visa ofta förmåga af delning. De äro i detta stadium att betrakta såsom sklerotiska parenkymceller. Cellens lumen är ännu ganska stort (dess diameter omkring 6 ggr större än cellväggens bredd). I ännu äldre fjäll eller stundom uti samma fjäll inträder tredje och sista stadiet. Cellväggen är nu så tjock, att cellens lumen blifvit reduceradt till ett minimum (dess diameter vanligen mindre än cellväggens bredd). Ingen stärkelse eller protoplasmatiskt innehåll kan spåras, hvarföre cellqvaliteten är förlorad, och de ursprungliga parenkymcellerna hafva utvecklats till korta sklerenkymceller. De ligga enstaka eller förenade två och två eller i större hopar utan ordning. I första stadiet färgas alla cellerna blåa af jodzinkklorid. De sklerotiska parenkymcellerna färgas gulgröna, och sklerenkymet intensivt gult af samma reagens. Korta sklerenkymceller förekomma uti stammens barklager, men finnas ej uti bladskaftet. De uppträda dock i den utanför knoppen qvarsittande bladbasen, som tillhört föregående årets blad.

Korkväfnad uppträder hos dessa fjäll, men ej såsom hypodermatiska, vertikala lager, utan horisontalt nära spetsen. Denna förkorkning visar sig ganska tidigt redan i början af juni på nyss bildade knoppar. Den uppstår uti spetsen, der genom delningar i parenkymet en tvärs öfver fjället gående korkväfnad bildas. Denna korkväfnad uppstår genom cellernas delning både uti längd- och tvärriktningen (ej blott uti en riktning, som vid ett vanligt korkkambium). Härigenom fylles spetsen af en korkväfnad af trånga, polyedriska celler med bruna väggar, som blifva ännu mörkare i klorzinkjod. Innehållet är som vanligt luft. Denna korkväfnad uppstår till följd af att fjällspetsen (= den rudimentära bladskifvan) affaller. Derifrån fortgår förkorkningen nedåt och utefter fjällets sidokanter. Slutligen förkorkas större delen af parenkymet (på affallande fjäll), så att det färgas brunt af jodzinkklorid.

Kärlknippena äro väl utvecklade. De ega en tydlig ved- och bastdel. Veden innehåller spiralkärl, spiral- och portrakeider. Bastdelen består af kambiform, silrör och parenkym.

Detta senare består af rektangulära celler med förtjockade väggar, som nästan äro silrörslikt genombrutna. Kärlknippena äro omgifna af en strängskida, som i början består af tunnväggiga celler, men hvilkas membraner sedan förtjockas och brunfärgas af jodzinkklorid. (fig. 25).

Azalea indica L. (Fig. 11—15).

Knoppfjällen omkring blommorna på denna buske äro omvändt äggrunda, fjälliga och efter hela sin längd bruna. De yttre fjällen förblifva gröna och utväxa till örtblad. Den trubbiga spetsen förlänger sig uppåt, blir starkt klorofyllförande och utvecklas till en bladskifva. Fjällets mellersta och nedre del undergår en sträckning och utdrages till bladskaft. De inre och flesta fjällen antaga en starkt brun färg, blifva hårda och torra samt affalla efter blommornas utveckling.

Yttre epidermis celler äro i tvärsnitt rundadt qvadratiska, i längdsnitt rektangulära. De äro försedda med en förtjockad och kutikulariserad yttervägg; sidoväggarne (på längden) ega talrika, på bredden utdragna porer. På denna epidermis förekomma tre olika slags trikombildningar: 1) korta, encelliga, tjockväggiga, som hafva ett tagglikt utseende, 2) breda, flercelliga, långsträckta fjäll. De utgå från en af flera rundade celler bildad fot, som åter utgår från en tandlik utbugtning af fjällets yttre sida. Det från foten utgående fjället består af tätt sammanpackade, smala parallelt löpande sklerenkymceller. De äro bruna till färgen och bidraga att gifva fjällen dessas bruna utseende. 3) Tunglikt jembreda, hartsförande kolleterer.

Inre epidermis celler äro af samma form som den yttres, men smalare. Trikombildning förekommer här sparsamt och nästan endast mot fjällets spets. Klyföppningar saknas.

Under inre epidermis och tätt förenade med dennas inre kant ligga 1—3 rader af tjockväggiga sklerenkymceller af egendomlig form (fig. 11—12). Uti tvärsnitt äro de inåt rektangulära (de flesta) med raka tätt intill hvarandra slutande väggar. Stundom afsmalna de något emot inre sidan. Midt för medelnerven ligga dessa celler tre rader djupt, då de inre lagrens celler hafva en mera oregelbunden form och läge. I längdsnitt äro sklerenkymcellerna qvadratiska eller (i längdriktningen) rektangulära. De äro försedda med talrika porer och inre sidan är vågigt ojemn. Cellerna uti de inre raderna äro ovalt qvadratiska utan räta väggar. Alla färgas gula af jordzinkklorid. Innehållet är luft eller brunt harts. Af cellernas form uti tvärsnitt kommer man lätt på den tanken, att de utgöra en ombildning af palissadparenkymet. Förtjockning af cellväggarne hos en dylik väfnad är ej utan exempel. Så är förhållandet hos Proteaceernas blad, t. ex. *Hakea*. I bladen af *Azalea* förekommer intet sklerenkym, men deremot intages dess plats af 1—3 cellrader palissadparenkym. I de fjäll, som hålla på att utväxa till örtblad, ser man tydligen öfvergången mellan sklerenkymet och palissadparenkymet. Bäst synes detta på ett längdsnitt. Man mötes här af en egendomlig företeelse nämligen sklerenkymmembranernas upplösning. Cellens lumen, som uti det ursprungliga fjället var reduceradt till ett minimum, ofta blott i form af en smal springa, har nu erhållit en betydlig storlek (fig. 13). Behandlade med jodzinkklorid blifva ej membranerna helt och hållet gula, utan förete ytterst ett skarpt begränsadt, blått skikt. Den öfriga delen innanför detta färgas gul. Denna del är synbarligen stadd i upplösning. På vissa ställen i cellen är den ytterst tunn, på andra deremot ganska tjock. Ofvan dessa till hälften upplösta sklerenkymceller går en rad hyalina, tunnväggiga, rektangulära celler (fig. 14). De äro försedda med på bredden utdragna, springformiga porer. Innehållet är färglöst med ett och annat knappast märkbart klorofyllkorn. Någon märkbar mängd protaplasma kan ej upptäckas. Dessa celler äro att betrakta såsom modifikationer af de uti fjället befintliga sklerenkymcellerna, hvilkas membraner resorberats. De kunna ej vara bildade uti vegetationsspetsens (på det utväxande fjället) urmeristem, emedan 1) de äro pratoplasmalösa eller åtminstone ytterst pratoplasmafattiga, 2) deras porförsedda membraner tyda på en högre ålder. Denna väfnad öfvergår sedan uti det unga bladets uti urmeristemet bildade palissadparenkym (fig. 15).

Uti dylika till örtblad utvuxna fjäll, der bladet är fullt utveckladt, och fjället ännu visar sig endast såsom ett på bredden utdraget bladskaft, är fjällets byggnad ännu mera modifierad. Ett längdsnitt af ett dylikt bladskaft visar nämligen, att sklerenkymcellerna totalt försvunnit. Vid basen består grundväfnaden af stora, oregelbundna, tunnväggiga, hyalina parenkymceller. På midten och vid spetsen upptages större delen af skaftet af starkt klorofyllförande celler. Mellan denna väfnad och epidermis går på ömse sidor en rad af de ofvan nämda hyalina, rektangulära cellerna. Äfven här sammanhänga de med palissadparenkymet. Uti ett längdsnitt påträffades 2—3 i upplösning stadda sklerenkymceller uti detta lager af hyalina celler. Detta är sålunda ytterligare ett bevis för, att sklerenkymet upplöses, ty i motsatt fall skulle det vara qvar uti bladskaft, som utvecklats ur fjäll. Ett dylikt ombildande af sklerenkymet till tunnväggigt parenkym förekommer äfven hos ekens, till stipler utväxande fjäll. Hvarpå detta egendomliga och, såvidt jag vet, förut ej iakttagna förhållande beror, är svårt att säga. Troligen användes den cellulosa, som finnes uti de förtjockade cellväggarne såsom reservnäringsämne, till bildande af nya membraner. Att denna cellulosa dock ej förekommer ensam utan i förening med lignin eller andra ämnen, framgår deraf, att cellväggarne ej färgas blåa utan gula af jodzinkklorid. En såsom reservämne uppträdande cellulosa förekommer uti de starkt förtjockade endospermcellerna hos dadeln m. fl. Dessas membraner upplösas vid groningen, i det att cellulosan upptages af den unga växten.

Större delen af grundväfnaden utgöres af ett likformigt kollenkym af rektangulära eller qvadratiskt rundade celler, ofta försedda med porer. De äro i början svagt klorofyllförande, men få sedan ett brunaktigt innehåll. Uti fjällets midt förekomma kristalldruser, dock ej till något större antal.

Kärlknippena fortlöpa parallelt från basen till den rundade spetsen. Det mellersta är mägtigast och bildar en tydlig medelnerv. Till sin byggnad äro de temligen väl utvecklade och utgöras som vanligt, af trakéer, silrör(?) och kambiform. Hvarken bast- eller vedsklerenkym finnes.

Quercus Robur L.

Som ekens fjäll blifvit undersökta af prof. Areschoug, skall jag ej ingå i någon detaljerad beskrifning af dem, utan får hänvisa till hans afhandling (sidd. 8—10).

Till dessa fjälls anatomi må följande tilläggas angående upplösningen af de tjockväggiga väfnaderna (sklerenkym och sklerotiskt parenkym). Af fjäll, tillhörande en vinterknopp, hafva flera på olika höjd undersökts, hvarvid framgått, att omkring 25 fjäll, nedifrån räknadt, äro helt och hållet bruna och af nästan likartad byggnad d. v. s. starkt sklerenkymförande, vanligen ända ned till basen af båda kanterna. Derpå hafva fjäll från den utsprickande knoppen undersökts, och sklerenkymet har då befunnits vara stadt i upplösning. Uti de yttre fjällen bibehålles det, om ock med resorberade väggar. 10:de eller 12:e fjällen nedifrån hafva uti några fall undersökts, och sklerenkymet var der totalt förvandladt till tunnväggigt parenkym, sparsamt förande klorofyll längs cellväggarne. Äfven af *Quercus Macranthera* F. M. har jag undersökt fjäll och iakttagit samma förhållande. I vissa fjäll kan denna membranupplösning tydligt iakttagas. Cellväggen är i vissa celler hvit till färgen med otydlig skiktning, men antar i andra deremot en brunaktig färg af något sekretartadt ämne. Skiktningen framträder nu skarpt, och cellens lumen är större på samma gång som väggarne äro ojemnt förtunnade. Här ser man ett utsprång, der en fördjupning, och på andra ställen synas delar af väggen lösryckta, bildande staflika kroppar. De svagt klorofyllförande stipler, hvartill fjällen utväxa, vissna snart bort.

Deutzia gracilis S & Z.

Knoppfjällen äro korta, lansettlika, bruna och temligen hårda. De inre äro nedtill gröna och blott uti öfre delen bruna. Dessa utväxa ofta till gröna lågblad, under det de en tid qvarsitta vid skottets bas för att sedan affalla. Undersökningar äro anstälda hufvudsakligen på den utslående knoppen, då skilnaden mellan de yttre och inre fjällen mest framträder.

Hos de yttre (fig. 10) består epidermis af långsträckta, tillspetsade eller tvära celler. De äro fylda af ett brunt harts, som ensamt ger fjället dess bruna färg, emedan den inre väfnaden är färglös. Enär de hartsfylda epidermiscellerna äro temligen smala, hopklibbas deras yttre och inre väggar af hartset, hvarigenom epidermis får utseendet af en tjock kutikula. Genom saltsyra kan man dock, åtminstone delvis, skilja de båda väggarne åt. Likartadt är förhållandet hos *Fagus*, såsom prof. AREschoug äfven visat, med hvars fjäll dessa närmast öfverensstämma. Grundväfnaden är af ringa mägtighet (blott omkr. fyra cellrader tvärs öfver fjällets bredd). Den består af långsträckta, breda celler med sneda eller räta tvärväggar. Membranerna äro något förtjockade och färgas delvis gula och delvis blåa af jodzinkklorid samt äro försedda med sneda, springformiga porer. Innehållet består till större delen af luft. Uti en och annan cell påträffas stärkelse. Denna väfnad är sålunda att betrakta såsom ett sklerotiskt parenkym. Någon betydligare förtjockning af cellväggarne emot spetsen, såsom fallet är hos *Fagus*, inträder ej. Cellens lumen är alltid stort. Den i cellerna förvarade luften är egnad att bilda skyddande, värmeoledande väfnader. De två inre fjällen, som utväxa till gröna lågblad, afvika betydligt från de nu beskrifna. Dess bredd är omkring dubbelt så stor som hos de förra fjällen, och cellraderna äro talrika samt mera svälda och turgescerande på detta stadium, emedan fjället befinner sig uti tillväxt. Epidermis består här af qvadratiska eller rektangulära celler med ofärgadt innehåll. Mot den bruna spetsen blifva epidermiscellerna qvadratiska med starkare förtjockad kutikula. De inre cellerna äro uti fjällets nedre och mellersta del rundadt rektangulära, ej jembreda samt med klorofyllhaltigt innehåll. I spetsen blifva äfven grundväfnadens celler regelbundet qvadratiska. Alla dessa celler äro ännu fylda af ett brunt harts, som sedan försvinner, då de utvuxit till lågblad. Kärlknippena äro af vanlig byggnad med en ved- och en bastdel. De äro mera utvecklade uti de inre fjällen.

Heritiera macrophylla, (enl. etik. i Upsala Bot. trädgård). (Fig. 1—6).

Fjällen hos detta träd äro från en bred rektangulär-qvadratisk bas hastigt afsmalnande till en lång, rundadt kölad, ytterst triangulär spets. På inre sidan äro fjällen starkt konkava. De äro särdeles tjocka och fasta till sin konsistens, hvarken i spetsen eller mot kanten tunt hinnaktiga. I knoppen äro de ej tilltryckta utan utstående, såsom fallet äfven är med fjällen hos *Phyllanthus*.

Både yttre och inre epidermis utgöras af små regelbundna, rektangulära celler med ett brunt hartsartadt innehåll. Epidermis är försedd med talrika stjernhår.

Under epidermis finnes en mägtig korkväfnad, som sträcker sig ända från fjällets bas till dess spets på ömse sidor under båda slagen af epidermis (fig. 1). De yttersta korkcellerna äro fylda af ett brunt harts af samma slag som hos epidermis. De innanför dessa belägna innehålla endast luft. Korkmembranerna färgas bruna af jodzinkklorid. Uti fjällets nedre del uppträder innanför inre korklagret en ganska mägtig kollenkymväfnad. På fjällets yttre sida är kollenkymet ej utveckladt, likaså icke heller uti den långsträckta spetsen. Dess membraner färgas, ehuru med någon svårighet, blåa af jodzinkklorid. Den öfriga delen af grundväfnaden utgöres af parenkym af vanligt utseende. Det visar samma reaktion som kollenkymet. Cellinnehållet utgöres af luft, harts eller slem. Denna väfnad af parenkymatiska celler, det s. k. inre barklagret, innehåller en mängd slemkaviteter, hvilka dels äro motsatta och dels skiftevisa med kärlknippena (fig. 6). I den utdragna spetsen äro de mindre talrika, hafva sammansmultit med hvarandra och ligga utan någon bestämd ordning i förhållande till kärlknippena. Innehållet är en gul eller brunaktig massa med små fasta korn eller droppar. Det hela är en blandning af gummi och harts, hvilket HANSTEIN förmodar vara fallet med dylika slemkaviteter hos *Tilia*. Uti vatten sväller det homogena lagret betydligt, men ej uti alkohol. Af metylgrönt färgas slemmassan grön och antager en tydligare skiktning än förut. De små kornen (troligen harts), blifva mörka såsom förut, skiftande i metallbrunt, men grönfärgas ej.

Dessa slemkaviteter hafva uppkommit derigenom, att parenkymceller genom slemafsöndring förlorat sin cellqvalitet. Membranerna hafva sedan brustit sönder, och slemmet har blifvit fritt. Gången häraf är, efter hvad jag funnit, följande.

På ett längdsnitt ser man, att början till dessa bildningar sker derigenom, att några parenkymceller uttänjas på tvären, så att de från att vara qvadratiska eller på längden rektangulära blifva transverselt rektangulära. Innehållet i dessa celler får ett grofkornigt utseende (fig. 3). Kort derpå uppträda hartsdroppar, hvarunder det grofkorniga innehållet försvinner (fig. 2). Hartset tyckes sålunda uppkomma ur cellens inre, hvilket HANSTEIN antager vara fallet uti dylika hartsbildande organer (anf. afhandl., se inledn.).

Slemmet (»Gummischleim») deremot tyckes hafva ett annat ursprung. Om ofvannämda celler behandlas med jodzinkklorid, färgas de tunna membranerna blåa, men på deras insida sträcker sig ett tunt lager af ett slemmigt utseende, som färgas ljust brunaktigt. Dess plats alldeles invid cellväggen ger vid handen, att det afsöndras ur denna. Analogt härmed är förhållandet hos kolletererna. HANSTEIN anser ock, att slemmet hos dessa uppstått genom ombildning af cellväggarne eller rättare särskilda lager i dessa. Han säger härom: »Zunächts bestätigt sich, dass Gummischleim wesentlich aus wandbildenden Amyloidstoffen entsteht, die der Cellulose sehr nahe stehen, theilweise ihr ursprünglich vielleicht völlig gleich sind — — — — welche man als Quell- oder Collagenschichten zusammenfassen kann». [1])

Vid högre utveckling fylles hela cellens innehåll med slem, som antar en mörkare färg, samt harts. Slutligen brista membranerna centrifugalt, och en slemkavitet uppstår. Då de slemförande cellerna brustit sönder, blifva qvarlefvor af deras membraner sittande vid kanterna. Men dessutom omgifvas ofta, men ej alltid, slemkaviteterna af en verklig korkväfnad, uppkommen genom delning af de omkringliggande parenkymcellerna (fig. 4). Den består af flera lager koncentriskt liggande korkceller. De mot slemkaviteten radierande tvärväggarne äro oftast ganska tjocka och genom slemmets och kringliggande cellers tryck vågformigt slingrande. Uti de yttersta korkcellerna påträffas ofta tunna, nyss anlagda cellväggar. Dessa celler innehålla ännu protoplasma och cellkärna. Häraf framgår, att denna korkväfnad utvecklas åtminstone till större delen centrifugalt, som DE BARY uppgifver förhållandet ofta vara med dylika korkväfnader. Korklagrens uppgift är att skydda närliggande parenkym mot det från slemkaviteterna utträngande slemmet.

Kärlknippena äro talrika uti fjällets nedre del (omkr. 15). De äro parallela, ej med hvarandra anastomoserande. I spetsen äro de färre. I allmänhet hafva de samma storlek utom de ytterst mot kanterna belägna, som äro mindre. Uti fjällets nedre del ligga de på gränsen af yttre och inre barklagret uti en bågformig linie närmare dess inre kant. I spetsen äro de i följd af fjällets förändrade form V-formigt anordnade. Byggnaden är mycket ofullkomlig, enär bastdelen nästan totalt saknas, åtminstone uti fjällets öfre del. De utgöras af 1) sklerenkym och 2) trakéer. Vid fjällets bas upptaga trakeerna större delen af kärlknippet, omgifna af sklerenkym i form af en mer eller mindre sluten strängskida. Men sedermera högre upp reduceras trakeerna till 1—3, som ligga inbäddade uti en stark sklerenkymsträng. Kärlknippena äro nu sålunda att betrakta som sklerenkymknippen (fig. 5). Sklerenkymet består af långa, tillspetsade celler med starkt förtjockade väggar, som äro försedda med sneda, sprickformiga, räta eller något böjda porer. Vid vissa ställen äro förtjockningarne mindre hos en och annan cell. Trakéerna bestå af smala spiralkärl och spiraltrakeider. Ofta omgifvas kärlknippena af koncentriska korklager af samma beskaffenhet som de, hvilka förekomma kring slemkaviteterna (fig. 5). Stundom sammanbindas korkväfnaderna kring kärlknippena och slemkaviteterna med de vertikalt gående, hypodermatiska korklagren medelst mägtiga horisontala korkväfnader.

---

[1]) Anf. st. sid. 774.

Vi finna af det föregående, att cellqvaliteten hos fjällen af *Heritiera* blifvit betydligt reducerad genom följande väfnader:

1) *Kork*
  - a) hypodermatiska, vertikala lager,
  - b) centrala, koncentriska,
  - c) centrala, horisontala.

2) *Talrika sklerenkymsträngar.*
3) *Slemkaviteter.*

Esculus glabra WILLD. (Fig. 26—27).

Knoppfjällen hos detta träd äro tätt tegellagda, de yttre korta, triangelformiga, de inre mera utdragna, spetsiga. De innersta äro särdeles breda, kapplikt omslutande knoppen. De flesta äro fasta, glatta, uti spetsen och öfre kanterna hårbräddade, bruna med undantag af basen, der alla utom de yttersta äro klorofyllförande. De innersta, som äro till större delen gröna och mjuka, utveckla stundom blad från den tandade spetsen. Knoppfjällen hos denna art afsöndra ej något harts, såsom fallet är med *E. Hippocastanum.* Den inre byggnaden är väsendtligen olika hos olika fjäll. De yttersta äro temligen likformigt förkorkade, hos de mellersta uppträder kork endast uti dessas öfre del, de allra innersta sakna nästan totalt denna väfnad.

Yttre och inre epidermis äro hvarandra temligen lika, hvilket är ett mindre vanligt förhållande. Båda väfnaderna bestå af mycket små, i tvärsnitt rundadt qvadratiska celler, hvilkas väggar aldrig äro förtjockade. Uti de innersta fjällen och vid basen af de mellersta färgas de blåa af jodzinkklorid. I fjällens spetsar äro de vanligen förkorkade, isynnerhet de, som tillhöra inre epidermis. Äfven uti detta fall äro ytterväggarne ej i ringaste grad förtjockade. Ofta förkorkas ej yttre epidermiscellernas membraner uti fjällets öfre del, ehuru detta försiggått med de öfriga väfnaderna. De färgas då blåa af jodzinkklorid och erbjuda ett vissnadt utseende, i det att cellväggarne delvis äro insjunkna eller sönderslitna (fig. 27). Stundom äro epidermiscellerna alldeles bortfallna, så att korkväfnaden omedelbart bildar fjällets yttre kant. I fjällens spetsar och ett stycke upp på kanterna förekomma långa, enkla hår, bestående af flera utdraget cylindriska celler, hvilkas membraner färgas gulbruna af jodzinkklorid. Inga kolleterer förekomma. Klyföppningar finnas på de inre fjällen, ehuru sparsamt.

Grundväfnaden, som tydligast framträder uti de inre fjällen och vid basen af de mellersta, der ej någon förkorkning inträdt, är knappast differentierad uti yttre och inre barklager. Den utgöres af i horisontalsnitt rundade, tunnväggiga eller något kollenkymatiskt förtjockade celler. Uti dessa förekommer sparsamt klorofyll, utom då de äro förkorkade. De färgas i förra fallet blåa, i senare gula af jodzinkklorid. I fjällens spetsar, der de blifvit förkorkade, äro de af sig sjelfva gulbruna, hafva en oregelbunden, kantig form och temligen förtjockade membraner. Här och der förekomma talrika kristallförande celler eller s. k. kristallsäckar, hvilkas väggar ofta brustit, hvarigenom luftrum uppstått.

Under epidermis uppträder, såsom nämdt är, kork. Den förekommer uti två vanligen lika mägtiga väfnader på fjällets båda sidor. Dessa bestå af 3—5 rader korkceller af vanlig form, d. v. s. i längd- och tvärsnitt plattadt rektangulära. Stundom är hvarje cell afdelad i en mängd rum, som äro radialt stälda. Uti fjällens spets äro cellerna uti det yttre korklagret fylda af ett brunt harts, hvaraf cellväggarne sammankittas med hvarandra. Korkväfnaderna anläggas mycket tidigt. Redan uti fjäll tillhörande knoppar, som bildats i början af sommaren, har deras anläggning inträdt. Förkorkningen börjar i spetsen och fortskrider sedan längs kanterna, der vertikala, hypodermatiska lager bildas. Den yttre korkväfnaden sträcker sig betydligt längre ned mot basen än den inre.

Angående utvecklingen har jag genom undersökningar af gränslinien på fjället mellan den förkorkade och ej förkorkade delen funnit, att korkcellerna utvecklas ur den rad af kollenkymceller, som ligger närmast under epidermis. Detta sker genom tangentiela delningar af dessa celler. Först bildas en skiljevägg, parallel med den yttre och inre cellväggen. Den utom denna liggande cellen blir korkcell, hvaremot den inre dottercellen blir modercell och alstrar genom ny delning en korkcell intill den förra och en modercell innanför denna. Korkcellerna utvecklas sålunda (åtminstone i de af mig undersökta fall) centripetalt. Detta kan lätt iakttagas vid behandling med jodzinkklorid. Det synes deraf, att på det ställe, der en delning nyss egt rum, denna sista skiljevägg, som blåfärgas af jodzinkklorid och sålunda ännu ej blifvit förkorkad, är belägen på insidan af korklagret. Stundom färgas denna vägg till sin yttre hälft gulbrun och till den inre blå.

Vid fjällets midt uppträda stundom horisontala korklager, som sammanbinda de båda sidornas hypodermatiska korkväfnader med hvarandra. Denna väfnad plägar utmärka gränsen mellan fjällets öfre förkorkade och nedre gröna del.

Kärlknippena äro till antalet 10—12, nästan parallela från fjällets bas såsom hos *Sorbus*. De förgrena sig föga och anastomosera ej med hvarandra. Deras förlopp företer inga afvikelser från det vanliga. Byggnaden är väsendtligen olika på olika delar af fjället. Man har sålunda att urskilja liksom trenne utvecklingsstadier på tre olika punkter:

1) kärlknippena vid den icke förkorkade basen och uti större delen af de innersta fjällen,

2) kärlknippena vid den ofullständigt förkorkade midten af fjället,

3) kärlknippena uti den fullständigt förkorkade spetsen.

Den basala delen af kärlknippena består af spiralkärl och en temligen väl utvecklad bastdel, som utgöres af mycket vida silrör, omgifna af smala tillspetsade kambiformceller. Hela kärlknippet omgifves af en ofullständigt sammanhängande ring af parenkymceller. Både ved- och bastdelen färgas blåa af jodzinkklorid.

Den mellersta yttre delen af kärlknippena utmärker sig genom förekomsten af långa sklerenkymceller eller, som denna väfnad förut blifvit kallad, bastsklerenkym. Dessa färgas gula af jodzinkklorid, men öfriga delen af kärlknippet blåfärgas.

Uti öfre delen af kärlknippena förekommer sklerenkymet ej blott utanför bastet, utan omgifver hela knippet i form af en ring, bestående af två eller flera cellrader. Stundom inskjuta rader af några få sklerenkymceller uti kärlknippets inre från den omgifvande ringen. Ofta förtjockas hela kärlknippet utom silrören. Alla dessa väfnader färgas nu gula af jodzinkklorid.

Amygdalus nana L. (Fig. 21).

Fjällen äro till formen triangulära-lansettlika, korta samt ganska fasta. De yttre äro något bukiga samt helt och hållet bruna, de inre nästan platta med öfre delen brun, men basen ofärgad.

Yttre epidermis celler äro af vanlig form samt fyllas snart af ett brunt harts. Detta orsakar, att nämda cellers membraner äro starkt brunfärgade. En temligen tjock ljusfärgad kutikula begränsar cellernas yttre kanter och sträcker sig äfven in emellan de särskilda cellerna. Mellan denna ljusa kutikula och den bruna cellväggen är gränsen ganska skarp. På tangentiela snitt synas cellernas membraner vara på inre sidan ojemna liksom anfrätta af hartset, hvilket ofta är fallet med dylika hartsfylda celler. Jodzinkklorid visar de vanliga reaktionerna. Epidermiscellerna på fjällets insida äro mindre, med tunnare kutikula. Trikomer finnas blott i fjällens kanter. I spetsen på yngre fjäll förekomma kolleterer.

Fjällens grundmassa företer — oafsedt den olika byggnaden hos yttre och inre fjäll — den för många knoppfjäll så karakteristiska egendomligheten att differentieras uti en öfre skyddande del med döda celler och en nedre, som förenar det skyddande organet med stammen och derföre utgöres af lefvande celler. Den öfre delens celler fyllas med harts. Dessa äro polyedriska, olikformiga, med bruna, tjocka, ofta kollenkymatiskt uppsvälda väggar. De färgas ännu mera intensivt bruna af jodzinkklorid. Innehållet är harts, sedan ofta luft. Hartset uppträder under form af korn eller droppar. Då membranerna ej äro kollenkymatiskt uppsvälda, äro de fasta och förkorkade, som isynnerhet är fallet med de yttre fjällen. De angripas ej af svafvelsyra, som förstör den tunnväggiga väfnaden vid fjällets bas. Det är sålunda tydligt, att en förkorkning egt rum. Dylika hartsfylda celler med förkorkade väggar äro ytterst vanliga hos hartsförande fjäll och kännetecknas genom sin oförmåga att upptaga vatten, sin resistens mot svafvelsyra och sin fasthet, hvarigenom de ej sjunka tillsammans, utan cellen bibehåller sin ursprungliga form. Ehuru dylika celler ej uppkommit ur ett korkkambium och på grund deraf ej hafva någon från parenkymväfnaden afvikande form och läge, anser jag dock, att de, i likhet med dem ur ett dylikt kambium uppkomna, böra anses såsom korkceller. Ty det är cellmembranens beskaffenhet, ej sättet för uppkomsten, som bör läggas till grund för bestämmandet af en väfnad.

Hos de yttersta fjällen anlägges på gränsen af denna hartsväfnad och de basala lefvande cellerna ett korkkambium, som bildar en mängd korkceller till skydd för de ofvannämda lefvande cellerna (fig. 21). Denna korkväfnad bildar här en båge, som sträcker sig från fjällets bas på yttre sidan, och löper först under yttre epidermis, böjer sig sedan in mot fjällets midt för att sedan vända sig nedåt och löpa ett stycke under inre epidermis i riktning mot basen, som den dock ej når. Stundom äro tvenne korkbågar bildade, den ena nedanför den andra. Den öfre, som är den äldsta, är då ej fullt utvecklad, så att den ej når inre kanten af fjället. Den synes blifvit afbruten i sin utveckling deraf, att cellerna nedanför bågen blifvit förhartsade, hvarföre nya korklager måste bildas till skydd för fjällets basala del. Korkcellagren i hvarje båge äro 8—10 af radialt stälda celler af vanlig form. De utvecklas centripetalt uti bågens båda skänklar från det närmast epidermis liggande parenkymlagret, der de första delningarna visa sig. Uti bågens öfre del sker utvecklingen i öfverensstämmelse härmed basipetalt. Detta har framgått genom undersökning af olika stadier och genom behandling med jodzinkklorid på samma sätt som vid *Esculus glabra* närmare blifvit redogjordt. Uti de inre fjällen är ej någon korkbåge utvecklad. Stundom ser man dock en och annan cell afdelad genom en skiljevägg, hvilket är att uppfatta såsom början till ett korkkambium, som dock ej kommer till full utveckling.

Fjällens nedre del från yttre och inre epidermis på de inre fjällen och väfnaden innanför korkbågen hos de yttre utgöres af lefvande, svagt klorofyllförande, tunnväggiga parenkymceller. De färgas blåa af jodzinkklorid. Denna väfnad företer den för knoppfjällen egendomliga längdsprickningen, som försiggår mycket tidigt. Jag iakttog den på de innersta (sist bildade) fjällen uti en knopp tagen $^{18}/_{10}$ 1880. Denna omständighet tyckes visa, att nämda bildning ej är en tillfällig följd af en slutligen inträdande desorganisation, utan ett genom afpassning förvärfvadt och sig fortplantande medel till skydd för knoppen.

Angående relationen mellan förhartsningen af fjällens öfre del och de ofvan nämda korkbågarne torde af det föregående framgå, att den förra är till tiden föregående och således ej beroende af de senare. I motsatt fall skulle fjällens öfre del vara liksom afskurna genom peridermet, och cellqvalitetens dödande vara en följd häraf. Denna senare uppfattning, som jag i början hyste, har blifvit vederlagd dels af utvecklingen och dels af förhållandet hos de inre fjällen, der en liknande hartsafsöndring finnes utan korkväfnad. Korkens uppgift är här, såsom ofta inom växtriket, att bekläda en lefvande växtdel för att skydda den mot en annan, som på något sätt blifvit skadad. En likartad uppgift hafva, som vi sett, de koncentriska korklager, som omgifva slemkaviteterna hos *Heritiera.*

Kärlknippena äro ganska små och saknas ofta totalt. Då de finnas, äro de tre, ett centralt och två laterala. Kärlen äro ytterst få och trånga, hvarföre jag först antog, att dylika ej funnos. Men genom macerering uti kokande kalilut lyckades jag konstatera närvaron af några fina spiralkärl. Bastet, som intager större delen af kärlknippet, består till det mesta af hartssäckar jemte något kambiform af långa tillspetsade celler. Hartssäckarne äro långa, cylindriska, med tvära eller något sneda väggar. De äro ordnade i tätt till hvarandra liggande rader, bildande knippen. Medelst kalilut har jag lyckats skilja de särskilda raderna och säckarne från hvarandra. Deras membraner äro ganska tunna och färgas svagt blåa af jodzinkklorid. Innehållet utgöres af ett brunt, kornigt harts.

Caragana arborescens Lam.

Inre byggnaden öfverensstämmer till sina allmänna drag med den hos *Amygdalus.* Fjällen äro till sin öfre del tunna, bruna, hinnaktiga, till den nedre tjocka, fasta, klorofyllförande.

Epidermis i nedre delen företer ej någon egendomlighet i afseende på cellernas byggnad. Trikomer saknas på yttre epidermis, men uppträda på den inre i form af långa, flercelliga, ogrenade samt tätt sittande hår. På gränsen mellan öfre och nedre delen af fjället ligger en korkväfnad eller rättare tvenne, som löpa från hvardera epidermis, konvergerande uppåt mot fjällets midt, bildande ett V-formigt periderm, hvars spets är riktad uppåt. Korkcellerna äro af vanlig form och bilda flera lager. Alla ofvanför detta periderm liggande celler äro förhartsade och bilda fjällets skyddande väfnad. Grundväfnaden är sålunda väsendtligen olika, bestående uti fjällets nedre del af tunna, klorofyllförande, svällande celler, uti den öfre af förhartsade, luftfylda med delvis söndersprängda membraner. Öfre delen af fjället fylles äfven af de väl utvecklade kärlknippena. De bestå till största delen af bast- och vedsklerenkym, så att kärlknippet derigenom upptager större delen af fjällets bredd. Dessa förtjockade celler färgas gula af jodzinkklorid. Innehållet utgöres af luft, som fyller ett temligen stort lumen, emedan förtjockningen ej är synnerligen stark. Det trakeala systemet är svagt utveckladt. Blott genom macerering uti kalilut kan man påträffa några få, väl inbäddade spiralkärl.

Sammanfattning.

Af det föregående finna vi, att knoppfjällens byggnad betydligt afviker från örtbladens, hvilket förut ur några generela synpunkter blifvit antydt. Men vissa fjäll förete äfven en annan egendomlighet nämligen olikformig byggnad på olika höjd af fjället. Hos andra fjäll deremot gifves ej någon skilnad mellan den öfre och nedre delen, i det att antingen alla cellerna äro starkt reducerade till sin cellqvalitet (t. ex. *Abies*) eller att denna reduktion i ringa grad gjort sig gällande utefter fjällets hela längd (t. ex. *Fraxinus*). Hos de förra, d. v. s. de med olikformig byggnad på olika höjd, är den egentligen skyddande väfnaden förlagd uti öfre delen, under det den nedre bibehåller en mjukare konsistens och en grönare färg. Då den öfre delens celler ofta äro rikligen fylda af harts, förkorkade eller sklerenkymatiskt förtjockade, är cellernas qvalitet bättre bevarad uti fjällets nedre del. De äro här fylda af ett grumligt, protoplasmatiskt innehåll, med spridda klorofyllkorn. Cellmembranerna äro ofta bukigt uppsvälda, hvilket tyder på, att de äro utsatta för stark turgescens. Sannolikt förorsakar denna en sträckning och möjligen äfven en membrantillväxt vid knoppens öppnande. Ju mera knoppen tilltager i utveckling desto mera förlänges fjällets nedre gröna del och desto rikligare blir dess klorofyllinnehåll. De allra yttersta fjällen äro ofta utefter hela sin längd af samma byggnad, samt utgöras alltigenom af skyddande väfnad. De innersta äro ock af likartad byggnad, men de bestå helt och hållet af klorofyllförande celler.

En motsvarighet mellan primära barkens i stammen och fjällens inre byggnad eger rum, så att, om den förra utmärkes af någon egendomlig väfnad, denna då äfven uppträder uti fjället. Exempel härpå lemna *Quercus*, *Tilia*, *Cytisus* m. fl. Detta förhållande är påvisadt af prof. Areschoug och framhålles af honom såsom ett kraftigt bevis för, att fjällens grundväfnad är identisk med stammens yttre och inre barklager. Stundom råder en öfverensstämmelse mellan fjällets och bladskifvans byggnad, i det att samma slags cellqvaliteten förstörande företeelser förekommer hos båda. Så är förhållandet med *Cephalotaxus* och *Podocarpus Totara*. Hos båda är hartsgångens läge öfverensstämmande hos bladen och fjällen, och hos bladen af *Podocarpus* finnes ett hypodermatiskt sklerenkym, som äfven påträffas hos dess ena fjälltyp.

Mera sällan inträder någon likhet mellan fjället och bladskaftet uti anatomiskt afseende. Så är dock fallet med *Cycas revoluta*. Hos dennas fjäll återfinnes det uti bladskaftet förekommande hypodermatiska sklerenkymet, som flere lager djupt ligger närmast under epidermis rundt om på fjällets alla sidor. Sklerenkymcellernas väggar äro dock mera förtjockade än uti bladskaftet. Uti fjällets inre del äro talrika sekretförande gångar. Dylika finnas äfven uti bladskaftet, ehuru mera sparsamt och ej angripande närliggande väfnader. Om sålunda både fjäll och blad ega sklerenkym eller sekretafsöndring såsom hos *Cephalotaxus*, *Podocarpus* och *Cycas*, äro dessa väfnader vanligen mera reducerade hos bladen än hos fjällen. Denna differens kan äfven uttryckas så, att hos de förra kringliggande väfnaders cellqvalitet ej lider något intrång, hvilket deremot är fallet hos de senare.

En ganska rik omvexling är rådande hos fjällen i afseende på de olika slags väfnader, der förekomma. De äro ej i detta afseende så enkla, som man vid första anblicken skulle kunna tro. Ingendera af DE BARY'S sex väfnadsarter saknas. Vi skola nu taga en allmän öfversigt af dessa.

Epidermis. Epidermiscellerna äro till form och läge mycket varierande. Vanligen äro de uti längdsnitt rektangulära, i tvärsnitt qvadratiska eller rundadt qvadratiska från ytan sedda tafvelformiga med raka eller undulerande membraner. Yttre sidans epidermisceller äro vanligen större än den inre. Stundom saknas dessa senare (t. ex. *Abies*, *Ribes alpinum*) [1]). Närmaste steget till frånvaro af epidermis bildas af de fjäll, hos hvilka dessa celler till form och storlek föga afvika från den öfriga väfnaden, t. ex. *Deutzia gracilis*, der de äro långsträckta och blott genom sin mindre bredd och sitt hartsfylda innehåll kunna skiljas från öfriga celler. I de flesta fall sluta de tätt intill hvarandra, äro sinsemellan likformiga och bilda utåt och inåt en rak, fortlöpande kant. Stundom ega de dock olika höjd, hvarigenom yttre kanten blir ojemn såsom hos *Podocarpus Totara* och *Hakea corymbosa*. Hos sistnämdas fjäll står denna olikformighet i förening med en sned oregelbunden ställning. En mer eller mindre stark membranförtjockning isynnerhet uti ytterväggen, förefinnes nästan alltid. I jemförelse med bladens epidermisceller är denna förtjockning nästan alltid betydlig, isynnerhet uti yttre epidermis. Sällan äro båda sidornas epidermisceller lika förtjockade (t. ex. *Podocarpus Totara*). Inre väggen uti yttre epidermis är någon gång mera förtjockad än yttre (t. ex. *Esculus neglecta* enligt Mikosch, plansch 8). Bland de mest förtjockade epidermisväggar kunna anföras *Pinus*, *Abies* och *Salix* arter (isynnerhet de högnordiska enl. prof. ARESCHOUG).

Hos några fjäll deremot inträder ej någon membranförtjockning. Så t. ex. hos *Esculus Hippocastanum*, der epidermiscellerna ej äro mer förtjockade än den öfriga väfnaden. Hos *Elæagnus* äro epidermisväggarne alldeles oförtjockade och färgas blåa af jodzinkklorid. I detta fall har en stark trikombildning gjort membranförtjockning öfverflödig. Oaktadt förtjockningen bibehålla epidermiscellerna ofta länge sin delningsförmåga. Derigenom uppkomma flerskiktade epidermisväfnader. Vanligen afstannar denna delning dermed, att en skiljevägg anlägges tangentielt nära yttre eller inre väggen. Men stundom tillväxa dessa celler och dela sig ånyo. Det är visadt, hvilken betydlig utveckling epidermis på detta sätt kan erhålla hos *Cephalotaxus*. Hos *Crataegus coccinea* uppstår en trelagrad epidermis. Cellerna uti de inre lagren hafva yttre membranerna lika förtjockade som yttre lagrets yttre membran. Äfven hos *Podocarpus Totara* fins en tydligt flerskiktad epidermis. — Cellinnehållet uti epidermis består endast i yngre tillstånd af protoplasma, stärkelse och klorofyll. Sedermera fyllas epidermiscellerna ofta af ett brunt harts, som stundom sammanklibbar väggarne, så att hela cellen får utseende af en kutikula (t. ex. *Deutzia* och *Fagus*). Då grundväfnadens celler äro färglösa såsom uti nämda exempel, orsakas fjällets bruna färg endast af detta bruna harts uti epidermiscellerna. Då kork uppträder under epidermis, affaller oftast denna senare. Angående klyföppningarna har blifvit anfördt, att prof. Areschoug nekar deras förekomst hos fjällen, men att Mikosch funnit dylika hos några arter. Till dessa kunna följande läggas, hos hvilka jag iakttagit klyföppningar: *Sorbus scandica*, *Cytisus Laburnum*, *Betula verrucosa*, *Alnus incana*, *Cephalotaxus drupacea* och *Podocarpus Totara* samt *Esculus glabra*. Deras förekomst är sålunda temligen begränsad. Endast på de inre fjällen har jag lyckats påträffa dem. — De talrika trikombildningar, som bekläda epidermis, kunna delas uti 1) sekretförande och 2) icke sekretförande. Båda slagen höra till de knoppen skyddande medel hvarmed fjällen äro utrustade. Det skydd, de förra lemna, består deruti, att genom riklig sekretafsöndring luftens tillträde till knoppen försvåras. Härigenom dels skyddas denna för kyla och dels försvagas transpirationen från de unga bladdelarne, hvarigenom turgescensen uti dessa och stamspetsen förhöjes eller åtminstone bibehålles, ett vilkor för att tillväxten skall raskt framskrida [1]). Icke sekretförande trikomer tjena till skydd mot temperaturförändringar. Detta sker derigenom, att de luftförande håren bilda flera på hvarandra liggande värmeoledande lager. Stundom bidraga starka trikombildningar att skydda klorofyllet, t. ex. *Hakea*, *Fraxinus*. I afseende på sättet, hvarpå de under 1) och 2) nämda trikombildningarna lemna skydd är en betydande olikhet. Hos de sekretförande håren eger en successivt fortgående afsöndringsprocess rum, som fortgår, så länge fjällen qvarsitta kring den outvecklade knoppen. De senare — under 2) — undergå deremot inga förändringar. En gång färdigbildade, göra de tjenst genom sina membraner och den af dem omslutna luften. De förra sägas derför af HANSTEIN lemna aktivt skydd, de senare passivt. Till sin form äro de förra än enkla glandelhår med kulformig ändcell än sammansatta s. k. kolleterer. Exempel härpå lemna *Sorbus*, *Esculus Hippacastanum*, *Azalea*, *Crataegus*, *Alnus* och *Betula*. Hos *Populus*-arter (t. ex. *P. balsam.*) afsöndras hartset från papillceller, som ej sitta på kolleterer, utan bekläda fjällets inre sida. De icke glandulösa trikomerna äro mångformiga, än enkla en- eller flercelliga, än stjernlika, än fjällika. De senare äro sköldlika med central fot (*Elæagnus*) eller utdraget lansettlika med nedre ändan fästad vid en fot, som utgår från en emergenslik utbugtning af fjällets kant. Stundom bilda håren tätt hopflätade lager af betydlig tjocklek (*Cycas*). Egendomliga trikombildningar äro de hos *Fraxinus* förekommande, mörka paraplylika organ, som ge dessa fjäll deras karakteristiska färg. Trikomer saknas totalt hos Conifererernas fjäll.

---

[1]) Uti mycket unga fjäll af *Ribes* har jag sett denna epidermis.

---

[1]) Jemf. Hanstein, Bot. Zeit. anf. uppsats.

Parenkymet bildar jemte sklerenkymet fjällets grundmassa. I jemförelsen mellan fjällets och bladets anatomi har visats,att inre och yttre barklagret enligt ARESCHOUG stundom äro mer eller mindre differentierade och att det förra vanligen utgöres af tunnväggigt parenkym och det senare af kollenkym. Stundom är hela väfnaden likformig än tunnväggig än mera kollenkymatisk. I några fjäll är detta olika vid olika utvecklingsstadier. Uti unga fjäll af *Cytisus* är insidans kollenkym skarpt begränsadt från det inre tunnväggiga parenkymet, men på fullt utvecklade är väfnaden mera likformigt parenkymatisk (med bortseende från sklerenkymet). Hos *Sorbus* är stundom tydlig skilnad mellan de båda väfnaderna, men vanligen är hela fjället till sin natur kollenkymatiskt. Kollenkymet är ofta försedt med porer, som stundom äro stora och utdragna på bredden (*Azalea*).

Ej alltid uppträder yttre barklagret i form af kollenkym. Yttersta lagret består ofta af qvadratiska parenkymceller, som ligga antingen endast under yttre eller under både yttre och inre epidermis. Stundom äro dessa celler rikligen eller åtminstone mera än den öfriga väfnaden klorofyllförande (*Hakea*, *Callistemon*, *Elæagnus*). Klorofyllet har här blifvit skyddadt genom starka trikombildningar. Hos ofvannämda växters fjäll hafva dessa celler stundom en palissadlik form. Derföre torde de vara att betrakta som en mindre utvecklad assimilatorisk väfnad. Egendomligt synes vara, att, då denna väfnad utvecklas till ett palissadparenkym, detta alltid sker på fjällets yttre (undre) sida. Man skulle kanske vänta att finna det på den inre (öfre) sidan i analogi med förhållandet hos bladet. Detta förklaras dock deraf, att yttre barklagret, till hvilket palissadparenkymet hör, bekläder fjällets båda sidor, men i gynsamma fall utvecklas till palissadparenkym endast på den för luften och ljuset utsatta sidan.

Cellinnehållet i parenkymet utgöres i de flesta fall endast i fjällets yngre stadier af protoplasma eller stärkelse och klorofyll uti någon betydligare mängd. Vid fjällets fulla utveckling fyllas vanligen cellerna åtminstone i dess öfre del af ett brunt, grumligt, hartsartadt innehåll eller af luft. I afseende på fortvaron af detta harts är det mest permanent i de yttre fjällen, under det att det vanligen försvinner uti de inre, som blifva klorofyllförande och utväxa till örtblad eller stipler. Stundom är detta fallet med de flesta fjällen (*Daphne*), stundom blott med halfva antalet och oftast blott med de allra innersta. Att vissa cellers membraner isynnerhet uti de yttre fjällen blifva förkorkade är förut nämdt och torde detta vara orsaken till, att dessa fjäll aldrig utvecklas till örtbladslika organ. Cellmembranen uti hartsförande celler kan förhålla sig, efter hvad jag funnit, på tre olika sätt. Den kan vara alldeles oförändrad och innehålla ren cellulosa samt färgas då blå af jodzinkklorid äfven uti vissnade, affallande fjäll (*Sorbus*). Den kan, som ofvan blifvit nämdt, förkorkas. Cellens väggar äro då styfva, bruna, ej hopsjunkande och färgas intensivt bruna af jodzinkklorid samt angripas ej af svafvelsyra. För det tredje kan membranen förslemmas. Den är då ljusbrun, men slak och visar benägenhet att sjunka in samt sväller i vatten. Detta förhållande eger rum hos många fjäll (*Corylus*, *Tilia* m. fl.).

Hartsets betydelse till skydd för knoppen har blifvit omnämd i det fall, att det afsöndras från fjällen (vanligen genom kolleterer). Men det i parenkymet varande hartset utbreder sig vanligen ej öfver knoppens unga stam- och bladdelar. Det torde likväl på annat sätt vara af betydelse. De hartsfylda cellerna innehålla nämligen mycket litet vatten i förhållande till de turgescenta, lifskraftiga. I följd häraf kunna de bättre uthärda köld än dessa och bilda ett skyddande öfverdrag öfver den vattenrika och derföre ömtåliga vegetationsspetsen. Hartsgångar finnas hos Conifererna.

Till parenkymet räknas ock förtjockade celler med bibehållen cellqvalitet (sklerotiskt parenkym), hvilka äro dels korta och dels långa samt ofta innehålla luft och bilda derigenom en skyddande väfnad. Denna väfnad öfvergår till

Sklerenkymet eller den s. k. mekaniska väfnaden. Sklerenkymcellerna äro dels korta (*Hakea*, *Cytisus*) dels långa (*Quercus*, *Fagus*). I båda fallen kunna de uppträda hypodermatiskt eller uti fjällets inre. Stundom omgifva de långa sklerenkymcellerna fullständigt eller delvis kärlknippena, under det att fjällets grundmassa i öfrigt utgöres af parenkym. (*Heritiera*, *Esculus glabra*).

Sklerenkymets betydelse kan sammanfattas på följande sätt: 1) det tjenar till stöd för fjällets väfnader, 2) skyddar i någon mon mot kyla, 3) utöfvar genom den hårdhet, det gifver fjället, ett passivt tryck mot knoppen, hvars turgescens derigenom ökas vid tillväxten. Vid löfsprickningen söka nämligen knoppens väfnader vidga sig i den mon, omständigheterna det medgifva. Om de tillväxande väfnaderna omgifvas af mjuka delar, så gifva dessa efter och utöfva ej något inflytande på turgescensen. Ett sklerenkymförande fjäll gör deremot medelst sin hårdhet motstånd och utöfvar sålunda ett passivt tryck på knoppen, hvars turgescens derigenom ökas. Det är tydligt, att detta skall befordra en hastigare tillväxt. En dylik knopp får derföre vid sin utspricking en mera lansettlik form än en sådan, som eger mjuka fjäll, hvilka af den påträngande vegetationsspetsen blifva bukiga (t. ex. *Tilia*). Då sklerenkymförande fjäll utväxa till blad (stipler), upplösas stundom de förtjockade membranerna och tunnväggigt, svagt klorofyllförande parenkym bildas (*Azalea*, *Quercus*). Detta egendomliga förhållande kan ej förklaras med den definition på sklerenkymet, som DE BARY gifvit. Cellqvaliteten tyckes ej vara dödad i denna väfnad. Möjligen skulle man kunna säga, att sklerenkymet är en väfnad, der cellqvaliteten temporärt blifvit hämmad, för att sedan under gynsamma förhållanden åter framträda. För att komma till visshet i denna sak fordras dock omfattande speciela studier öfver sklerenkymets natur.

Om man jemför de tre väfnader, som hufvudsakligen tjenstgöra som skydd hos fjällen, skall man sålunda finna stor olikhet mellan hartsförande parenkymet och sklerenkymväfnaden å ena samt korkväfnaden å den andra sidan med afseende på deras förmåga att öfvergå till assimilerande väfnad. De förra af dessa förete, som nämdt är, stundom en dylik öfvergång, som naturligtvis aldrig eger rum med korkväfnaden. Förkorkning innebär alltid en absolut död af cellens lif, då de andra membranmodifikationerna deremot ofta blott visa ett temporärt undertryckande deraf.

Korkväfnaden är såsom den förtjockade epidermis med dess trikombildningar en skyddande väfnad. Det är förut visadt, att vissa celler hos hartsförande fjäll såsom *Amygdalus nana* m. fl. slutligen erhålla förkorkade membraner, som färgas intensivt bruna af jodzinkklorid och motstå svafvelsyrans inverkan. Detta har redan blifvit påvisadt af prof. ARESCHOUG. Sid. 46 uti hans afhandling heter det: »När det inre barklagret finnes representeradt i knoppfjällens öfre färgade delar, händer det ej sällan, att dess celler hafva bruna kutikulariserade membraner och äro fylda med ett brunt harts». Ehuru det varit vanligt, att man vid ordet korkcell företrädesvis fästat det begrepp, att denna uppkommit genom omedelbart föregående delning af en annan cell, anser jag det dock vara lämpligare och med DE BARY's uppfattning af väfnaderna mera öfverensstämmande att såsom korkcell uppfatta hvarje cell, hvars membran blifvit förkorkad. Korkväfnad blir då en sammanhängande väfnad af korkceller, vare sig dessa uppkommit ur ett korkkambium eller utgöra en ombildning af ett parenkym. På grund häraf uppfattar jag ofvannämda celler uti hartsförande fjäll såsom korkceller. Men de bilda här ej någon korkväfnad, emedan de omvexla med kollenkymatiska celler eller med sådana, hvilkas membraner förslemmats och sjunkit tillsammans. Något fjäll med en väfnad af dylika korkceller har jag ej påträffat. Ett stöd för denna min uppfattning af begreppet korkcell lemnar en jemförelse med sklerenkymet. Icke blott det sklerenkym, som utgått från kambiet, uppfattas såsom verkligt sklerenkym, utan det erkännes, att denna väfnad kan uppkomma på andra ställen och på annat sätt. Huru sklerenkymceller uppkomma genom ombildning af vanliga parenkymceller är visadt vid beskrifningen af knoppfjällen hos *Cytisus*. Analogt förhållande anser jag ega rum vid korkcellers uppkomst. Det kännetecknande för båda slagen af celler *är en ombildning af cellmembranen.* Hos sklerenkymet består denna ombildning uti en successiv förtjockning och förvedning, hos korkcellen uti ett hastigt afdöende och förkorkning.

Med det nu anförda har jag äfven velat motivera min ändring af DE BARY'S uppställning af väfnaderna, en ändring, som jag anser endast vara ett konseqvent fullföljande af den princip, som ligger till grund för hans uppfattning, nämligen att man med bortseende från platsen för hvarje väfnad endast bör taga i betraktande denna väfnads beskaffenhet uti fullt utbildadt tillstånd.

Efter denna öfversigt af de fall, der jag funnit utbildade parenkymceller förkorkade, skola vi vända oss till de ur ett korkkambium uppkommande korkväfnaderna. Det är isynnerhet för tvenne ändamål ett dylikt kambium anlägges uti stammen nämligen dels för att tjena till skydd i stället för epidermis, der den affallit eller för att förstärka denna väfnad, dels ock till ett mera partielt skydd för vissa delar, som gränsa till en på växten skadad punkt. Samma anledningar till anläggandet af korkceller förefinnas äfven hos knoppfjällen. Af det föregående ha vi sett, att korkväfnaderna äro af följande slag:

1) *Hypodermatiska, vertikala väfnader*, som löpa under yttre eller under både yttre och inre epidermis (ofta sammanbundna af horisontala lager, likartade med dem under 2)). Så hos *Ulmus*, *Esculus*, *Heritiera*. Detta slags kork tjenar till skydd för fjället i dess helhet och med detsamma för knoppen. Endast denna kork är derföre att betrakta som en skyddande väfnad, hvarföre blott de fjäll, som äro försedda dermed, af mig uti efterföljande skema räknas till de »korkförande fjällen».

2) *Horisontalt gående korkbågar* på gränsen mellan ett fjälls öfre, hartsförande och nedre klorofyllförande del, finnas hos *Pyrus Malus* m. fl. Denna väfnad uppfyller det andra af ofvan för korken angifna ändamål nämligen att skydda fjällets basala af lefvande celler bestående del mot förhartsningen i fjällets spets. I följd häraf kan ej denna kork i främsta rummet anses ha till uppgift att vara en för fjället i dess helhet och för knoppen skyddande väfnad. Närmast härtill torde korken hos *Cytisus* räknas, som uppstått uti det sår, som bildats genom spetsens affallande.

3) *Koncentriska korklager* förekomma kring slemkaviteter och kärlknippen (*Heritiera*). De ha samma lokala uppgift som föregående väfnad.

Angående utvecklingen af dessa korkväfnader får jag hänvisa till hvad, som blifvit sagdt vid hvarje fjäll särskildt.

Sekretbehållarne uppträda dels såsom kristallsäckar och dels såsom harts-(slem)-säckar. De förra hafva den största utbredningen. Ofta ligga dessa i rader uti fjällets midt eller närmare inre epidermis. Slutligen brista membranerna och kristallerna blifva fritt liggande uti stora luftförande rum, hvilka såsom värmeoledande skydda knoppen. Detta är påvisadt af Mikosch. Dessa längdsprickor förekomma hos de allra flesta fjäll och utgöra, då annat skyddande medel saknas, det enda sätt, som fins, för att afhålla kyla från knoppen. Hartssäckar har jag funnit hos *Hakea* och *Amygdalus nana*. Åfven de hos *Acer platanoides* förekommande väfnader, som af prof. Areschoug blifvit benämda mjölksaftskärl, måste efter de Bary's uppställning räknas hit. I olikhet med mjölksaftskärlen hafva de mellanväggarne ej resorberade. Till slem-(harts)-säckar räknas ock de celler, som slutligen genom membranernas upplösning bilda stora slemkaviteter (*Tilia*, *Heritiera*).

Trakéerna förekomma dels såsom kärl och dels såsom trakeider samt äro vanligen spiraltrakéer. Blott hos *Cytisus Laburnum* har jag funnit portrakeider. Stundom äro trakéerna så reducerade, att de endast genom kärlknippets macerering i kokande kalilut kunna iakttagas (*Heritiera*, *Caragana*, *Amygdalus*). Trakeiderna bilda isynnerhet kärlknippenas ändpunkter.

Silrören äro ingenstädes med säkerhet påträffade, men torde dock finnas, ehuru de genom sin litenhet undgå uppmärksamheten.

Silrören(?) och kambiformet bilda bastdelen och trakeerna veddelen uti fjällens kärlknippen. Sällan förekommer bast- och vedparenkym. Kärlknippena saknas, för så vidt jag vet, endast hos vissa arter af *Pinus* och *Abies*. Kambiformet saknas uti större delen af fjället hos *Heritiera*. Stundom omgifves kärlknippet af en strängskida.

Mjölkrören äro att söka hos de växter, i hvilkas öfriga vegatativa delar de förekomma. Jag har funnit dylika hos *Ficus*.

Efter denna öfversigt af knoppfjällens väfnader skola vi se till, huru fjällen lämpligast kunna grupperas ur anatomisk synpunkt. [1]) Vi få då följande uppställning.

Skema öfver knoppfjällen (ur anatom. synpunkt).

A) Cellqvalitetens reduktion obetydlig och inskränkt till:

a) trikombildningar; grundväfnadens celler temligen rikt klorofyllförande;
Fraxinus-, *Elæagnus-arter;*

b) epidermis och kristallsäckbildning uti fjällens längdriktning; grundväfnadens celler klorofyll- eller erytrofyllförande;
Salix-arter, *Staphylea-arter*, *Acer platanoides* L., *Syringa vulgaris* L., *Amelanchier-arter.*

B) Cellqvalitetens reduktion betydlig.

I. Sekretförande (harts-slem-kristallförande) fjäll.

Cellmembranerna uti den hartsförande delen äro uti typerna 1—3 i allmänhet temligen fasta, stundom kutikulariserade, resorberas hos fjällen af fjerde typen samt sjunka tillsammans uti femte, så att cellväfnaden ofta får utseendet af en mängd tätt hopklibbade membraner.

1. **Prunustypen.** Tydlig gräns mellan en öfre, hartsförande del och en nedre af lefvande celler, hvilka åtminstone på de yttersta fjällen äro afstängda från fjällets öfre del medelst en korkbåge. Utan eller med små kolleterer.
Prunus Padus L., *P. domestica* L., *Pyrus Malus* L., *P. communis* L., *Amygdalus nana* L., *Caragana arborescens* Lam., *Evonymus latifolius* Mill., *Cerasus acida* Borckh., *Myrica Gale* L.

---

[1]) Prof. Areschoug (anf. afh.) lemnar en öfversigt af knoppfjällens väfnader uti deras öfre, skyddande del. Denna kan nämligen enligt hans åsigt utgöras af: a) bast, b) inre barklagret (öfvervägande), c) yttre barklagret (öfvervägande), d) kork, e) epidermis.

2. **Sorbustypen.** Hela fjället hartsförande utan någon gräns mellan dess öfre och nedre del. Inga korkbågar. Riklig hartsafsöndring från fjällen medelst kolleterer eller på fjällens insida sittande papillceller (*Populus*).
   Esculus Hippocastanum L., *Sorbus scandica* Fr., *S. Aucuparia* L., *Betula verrucosa* Ehrh., *Alnus glutinosa* Gærtn., *Cratægus coccinea* L., *Populus nigra* L., *P. dilatata* Ait., *P. laurifolia* Ledeb., *P. balsamifera* L.
3. **Daphnetypen.** Hela fjället hartsförande (utom de allra innersta), men ingen hartsafsöndring från fjällen, som sakna kolleterer.
   Daphne-arter, *Spiraea crenata* L., *S. ulmifolia* Scop., *Lonicera tatarica* L. och de yttersta fjällen af *Syringa persica* L. och *Ligustrum vulgare* L.

4. **Tilia—Cephalotaxustypen.** Harts(slem)bildningen inskränkt till vissa celler fördelade efter fjällets hela längd i form af:
   a) slemkaviteter, *Tilia-*, *Heritiera-*, *Corylus-arter*,
   b) hartsgångar, *Cephalotaxus-*, *Podocarpus-*, *Gingko-*, *Phyllocladus-arter*.

5. **Abiestypen.** Fjällen ytterst tunna till följd af de hopsjunkna cellerna och ensidiga genom oftast stark utveckling af yttre epidermis och frånvaro af den inre. Cellerna innehålla rikligt
   a) harts, som afsöndras från fjället, *Pinus-*, *Abies-arter*.
   b) kristalldruser och harts, som ej afsöndras, *Ribes-arter*, *Vaccinium Myrtillus* L., *V. uliginosum* L.

II. Sklerenkym (sklerotiskt parenkym)-förande fjäll.

6. **Cytisustypen.** Sklerenkymceller korta.
   Cytisus Laburnum L., *Hakea corymbosa* R. Br., *Azalea indica* L., *Symphoricarpus racemosus* Michx., *Spiræa salicifolia* L., *S. callosa* Thunb., *S. trilobata* L.
7. **Quercustypen.** Sklerenkymceller långa (åtminstone de flesta).
   Quercus-, *Fagus-*, *Carpinus-*, *Deutzia-arter*.

III. Korkförande fjäll.

8. **Esculustypen.** Mägtiga, vertikala, hypodermatiska korklager. *Esculus glabra* Willd., *E. Hippocastanum* L., *Ulmus-arter*, *Heritiera macrophylla* (*enl. etik.*), *Phyllantus-arter*, *Populus alba* L., *Acer campestre* L.

Hos vissa fjäll äro de skyddande väfnaderna så komplicerade, att de kunna hänföras till flere typer, t. ex. *Heritiera* och *Esculus Hippocastanum.*

De under afdelningen A) omnämda innefatta de fjäll, hvilkas anatomiska byggnad blifvit minst omgestaltad till skydd för knoppen. De flesta cellerna äro här lefvande och klorofyllförande. Dock är aldrig klorofyllhalten så rik, som hos örtbladen. Den under A) b) nämda kristallbildningen bör ej fattas som inskränkt till denna afdelning, ty den förekommer tvärtom hos de flesta fjäll, utan det är den enda form, hvarunder sekretbildning här framträder. Angående de typer, som innefatta de sekretförande fjällen, har jag fästat vigt vid, om harts afsöndras från fjället eller ej. Detta har skett på den grund, att jag anser, att det skydd, som lemnas, är väsendtligen olika, allteftersom en dylik afsöndring eger rum eller ej. Hvaruti denna olikhet enligt min tanke består, är förut omnämdt. De sklerenkym- och korkförande fjällen lemna ett passivt skydd i motsats till de sekretförande, hvilka skydda knoppen på ett mera aktivt sätt.

Till sist är det mig en kär pligt att uttrycka min tacksamhet till prof. V. B. Wittrock, som först fäst min uppmärksamhet på detta ämne och äfven sedan välvilligt gått mig tillhanda med råd och anvisningar.

Förklaring öfver figurerna.

Tafl. I. Fig. 1—6. *Heritiera macrophylla (enl. etik.)*; 7. *Cratægus coccinea L.*

» 1. Tvärsnitt genom nedre delen af ett fjäll $(\frac{180}{1})$.
» 2, 3. Slemkaviteter uti tidigare utvecklingsstadier $(\frac{360}{1})$.
» 4. Fullt utvecklad slemkavitet med kork $(\frac{360}{1})$.
» 5. Kärlknippe från fjällets öfre del med kork $(\frac{360}{1})$
» 6. Tvärsnitt genom basen af fjället, skematiskt $(\frac{80}{1})$.
» 7. Epidermis med underliggande celler $(\frac{360}{1})$.

Tafl. II. » 9. *Cratægus coccinea L.*; 8. *Elæagnus argentea* Pursh.; 10. *Deutzia gracilis S. & Z.*; 11—15. *Azalea indica L.*

» 8. Tvärsnitt genom midten af ett fjäll $(\frac{360}{1})$.
» 9. Längdsnitt genom midten af ett fjäll $(\frac{180}{1})$.
» 10. Längdsnitt genom midten af ett yttre fjäll $(\frac{360}{1})$.
» 11. Tvärsnitt genom midten af ett fjäll $(\frac{360}{1})$.
» 12. Längdsnitt af samma fjäll $(\frac{360}{1})$.
» 13. Af ett längdsnitt på gränsen till det utväxande bladet $(\frac{360}{1})$
» 14, 15. Såsom föreg. men något högre upp $(\frac{360}{1})$.

Tafl. III. » 16—18. *Cephalotaxus drupacea S. & Z.*; 19—20. *Sorbus scandica* Fr. 21. *Amygdalus nana L.*

» 16. Tvärsnitt genom basen af fjället $(\frac{180}{1})$.
» 17, 18. Hartsgångar i olika utvecklingsstadier $(\frac{360}{1})$.
» 19. Längdsnitt vid midten af ett yttre fjäll $(\frac{180}{1})$.
» 20. Längdsnitt af en kolleter $(\frac{360}{1})$.
» 21. Längdsnitt af ett yttre fjäll, visande korkbågen $(\frac{360}{1})$.

Tafl. IV. » 22. *Cephalotaxus drupacea S. & Z.*; 23—24. *Hakea corymbosa R.* Br.; 25. *Cytisus Laburnum L.*; 26, 27. *Esculus glabra* Willd.

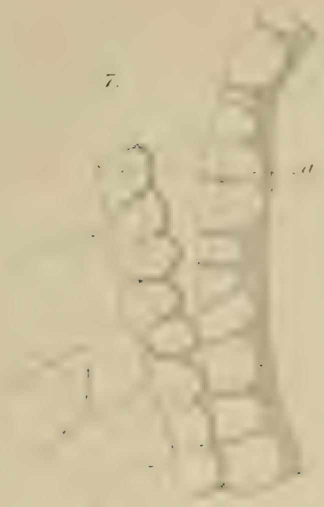
» 22. Längdsnitt genom öfre delen af fjället, skematiskt $(\frac{80}{1})$.
» 23. Längdsnitt något nedom midten $(\frac{360}{1})$

Tafl. IV. Fig. 24. Längdsnitt något ofvan midten ($\frac{180}{1}$).
» 25. Tvärsnitt af ett utbildadt fjäll ($\frac{180}{1}$).
» 26. Längdsnitt genom öfre delen af ett fjäll ($\frac{180}{1}$).
» 27. Tvärsnitt af ett dylikt fjäll ($\frac{180}{1}$).

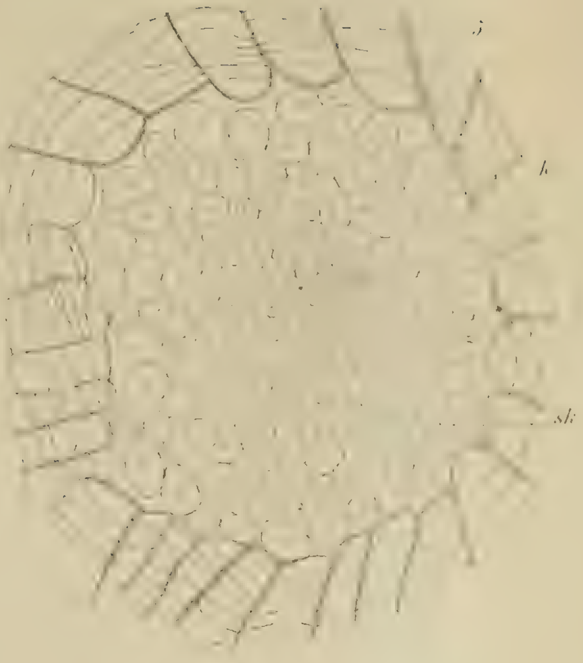
a = yttre sidans epidermis, *b* = inre sidans epidermis, *c* = kollenkym, *h* = hartssäck, *h'* = hartsförande parenkym, *hg* = hartsgång, *k* = kork, *k'* = kambiform, *p* = parenkym, *p'* = palissadparenkym, *pa* = papillceller, *q* = kutikula, *st* = strängskida, *sk* = sklerenkym, *skp.* = sklerotiskt parenkym, *s* = slemkavitet, *t* = trakéer.

[illegible]

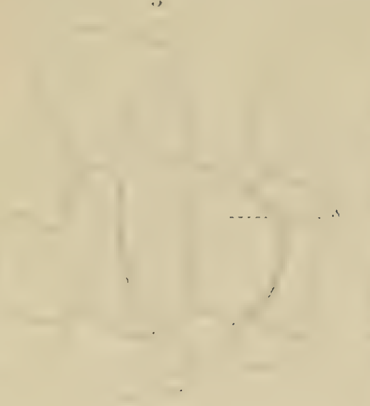
7.



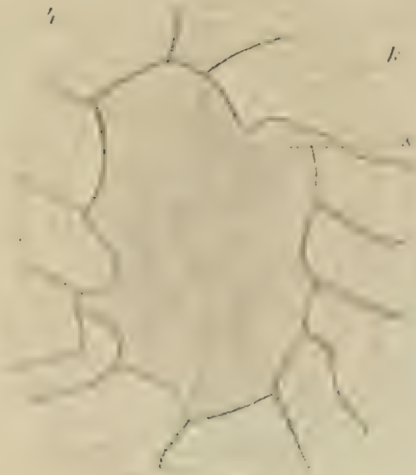
5



3

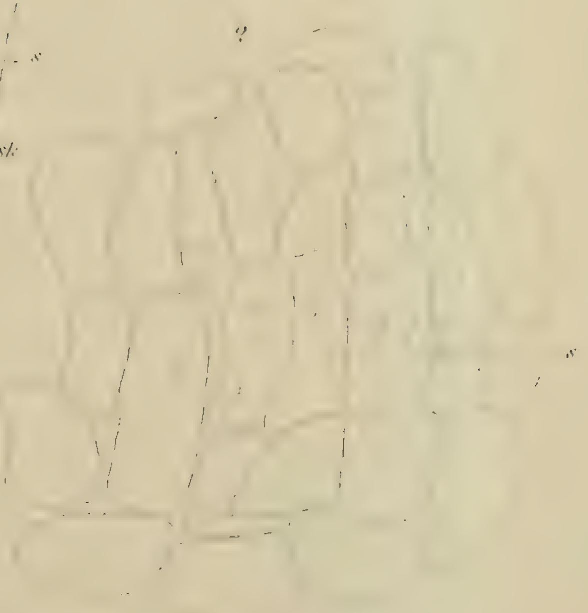


4

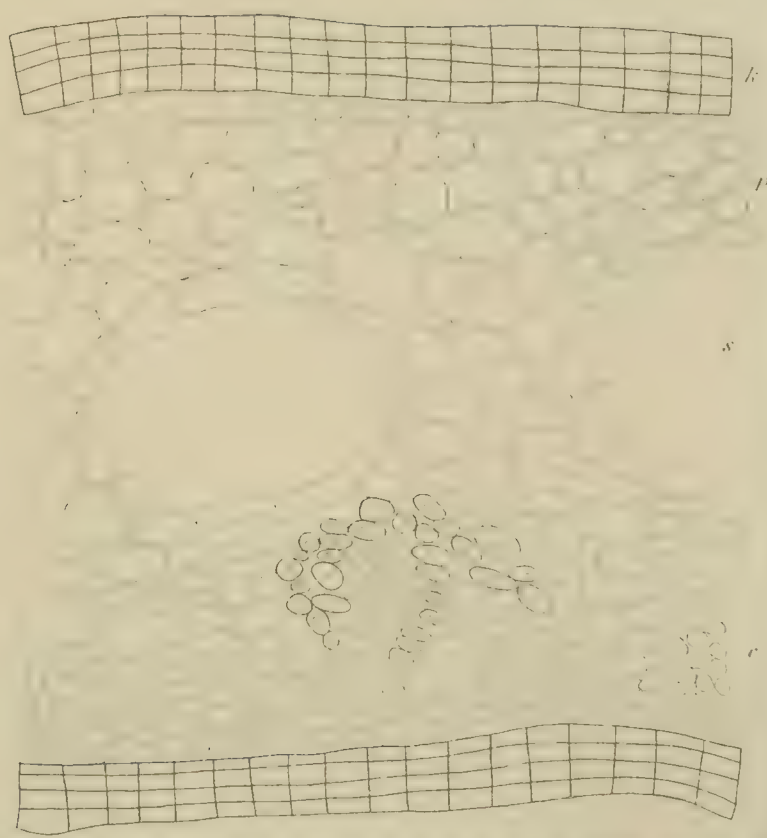


6

2

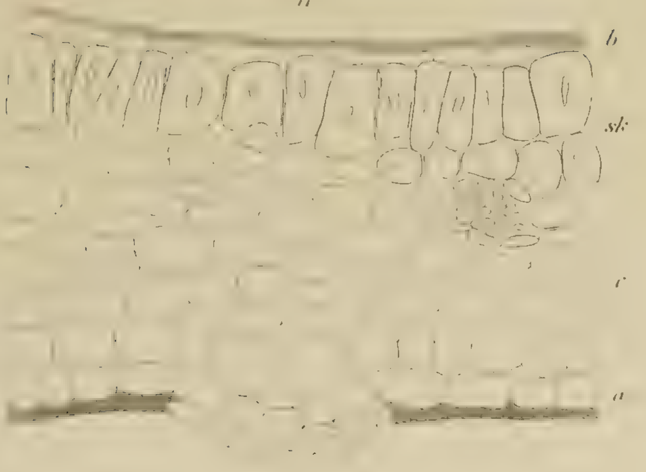


1

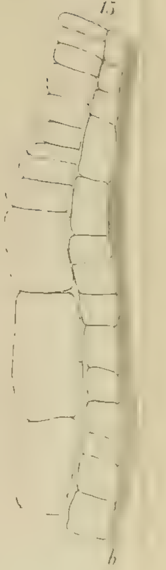


Lith. W. Schlachter, Stockh.

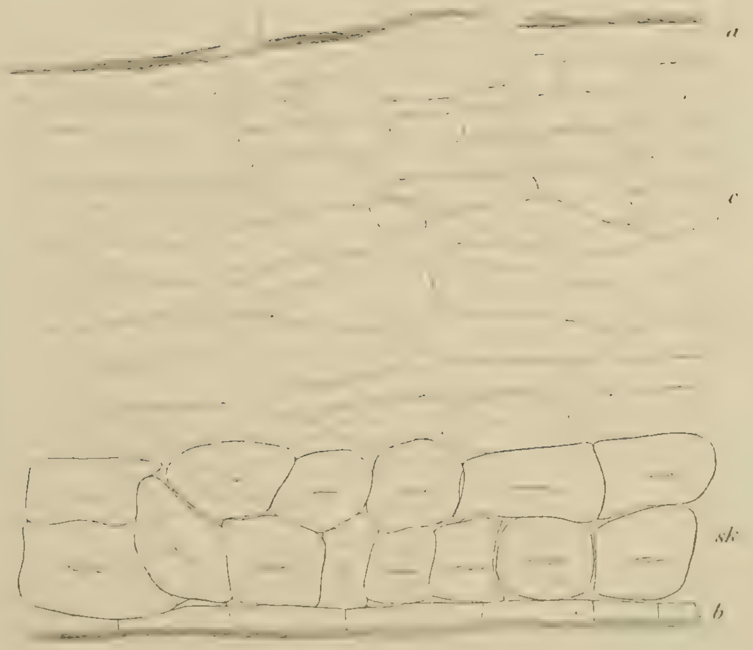
11



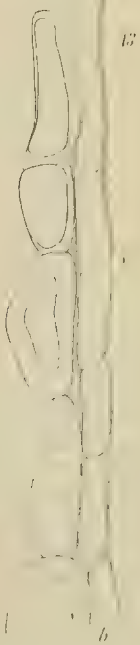
15



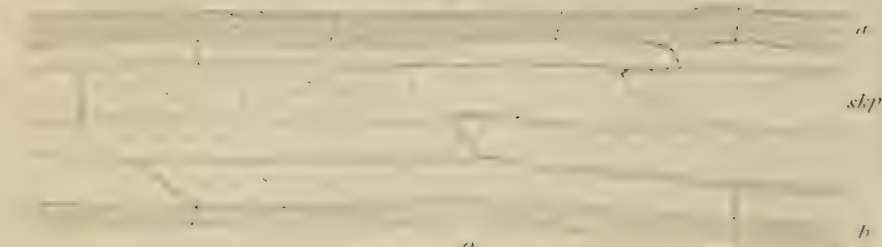
12



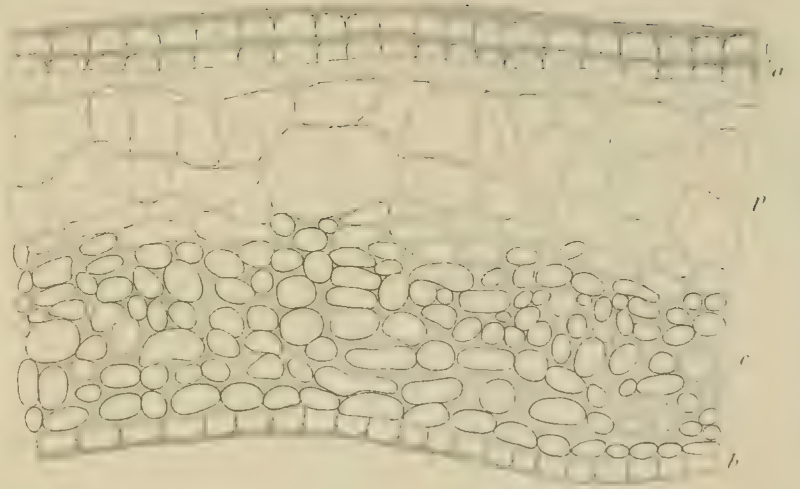
13



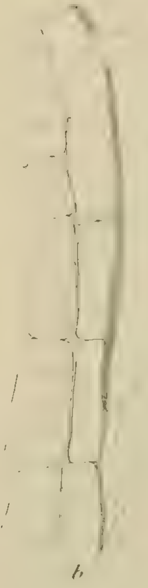
10



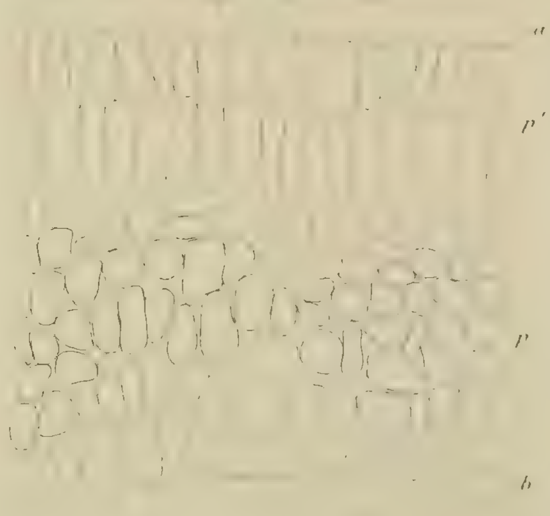
9



14

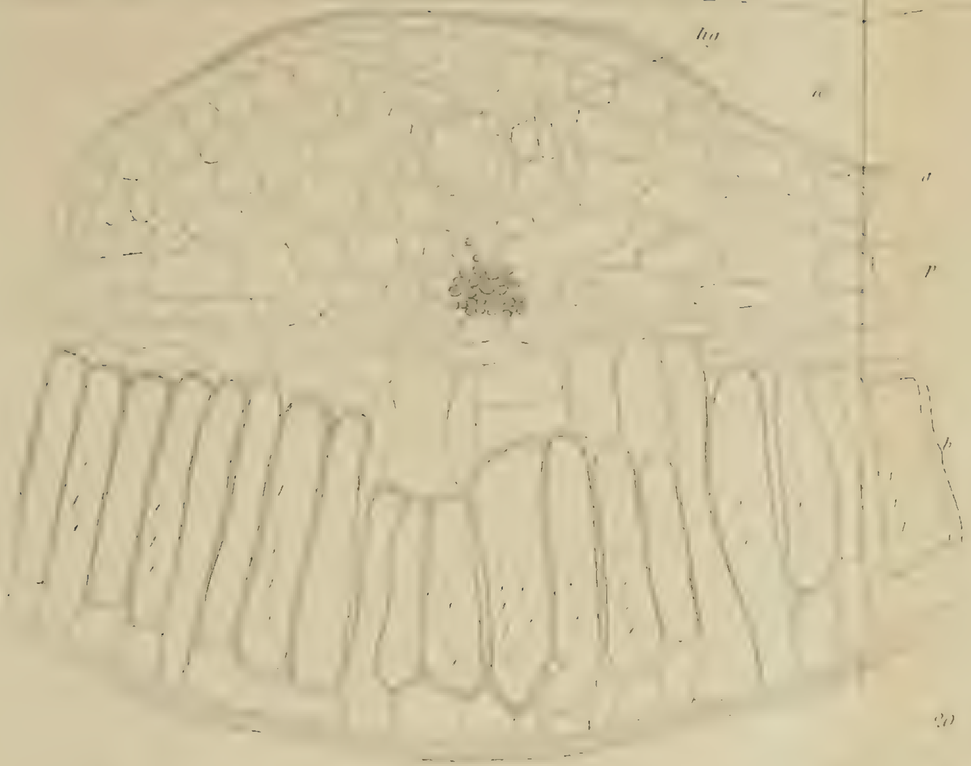


8

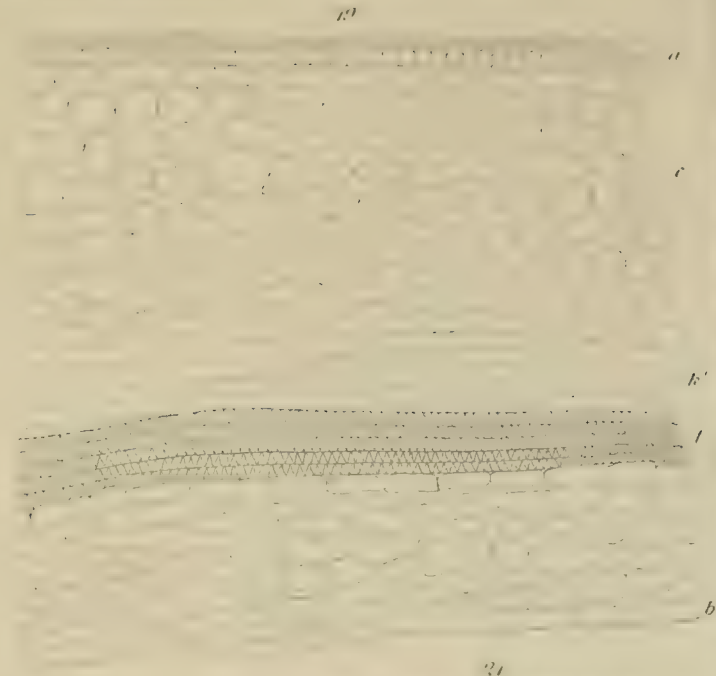


E. Adlerz del.

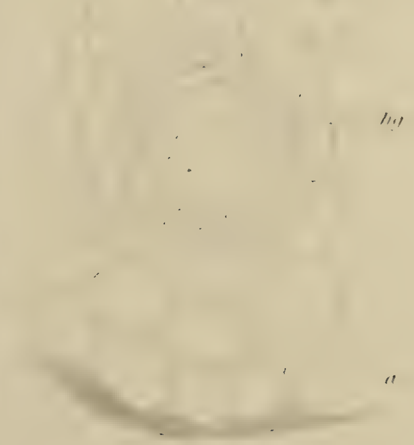
Lith W. Schlachter, Stockh.



19

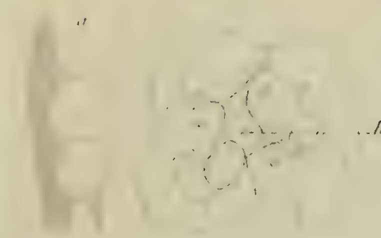


18

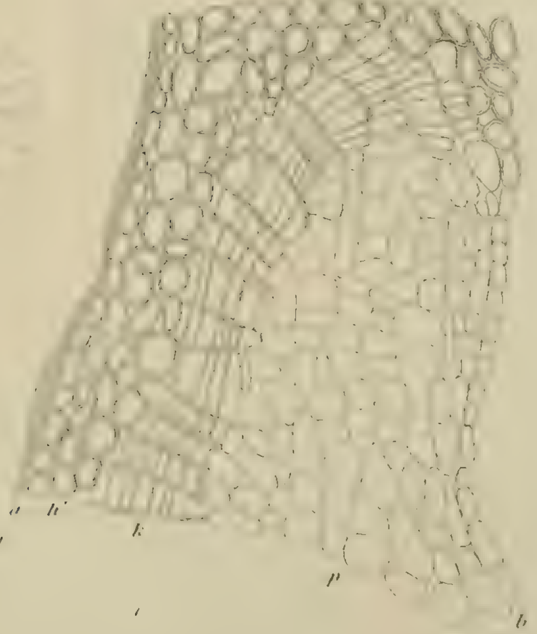


20

17



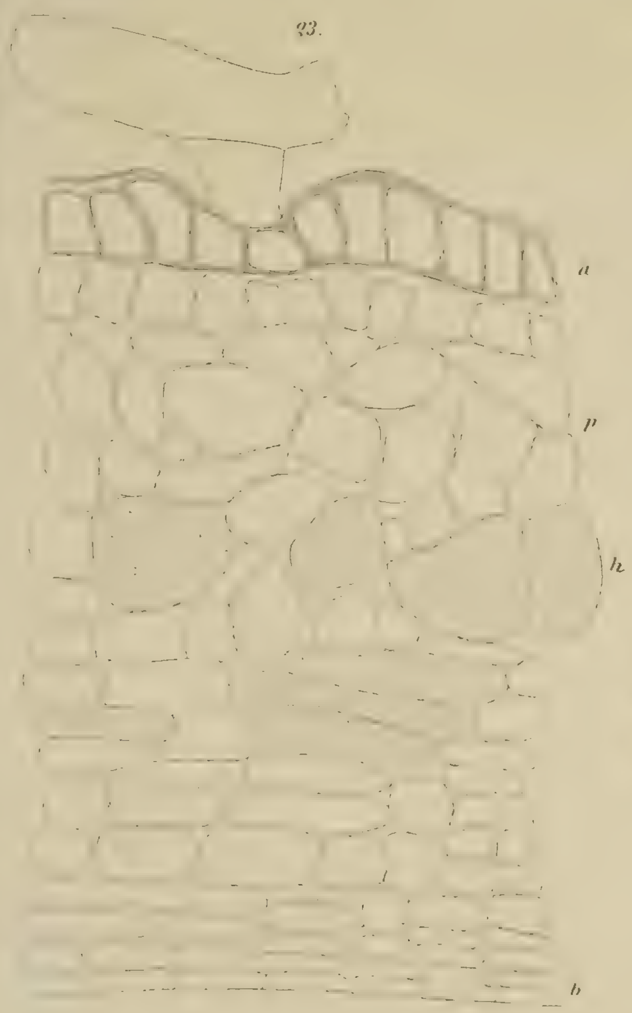
21



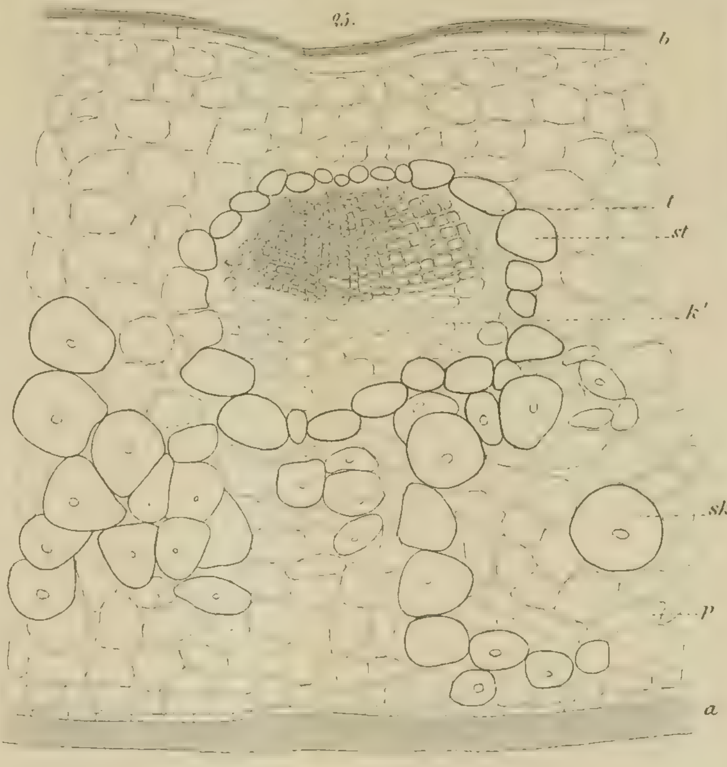
E. Adlerz del.

Lith. W. Schlachter, Stockholm.

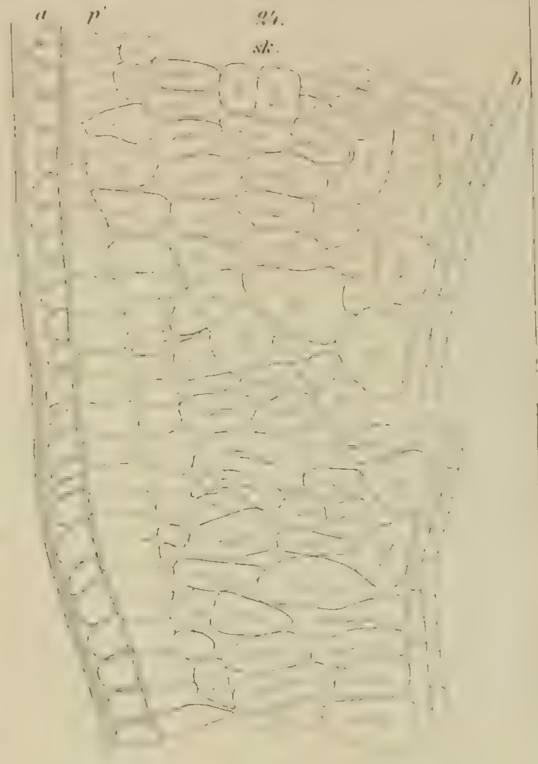
23.



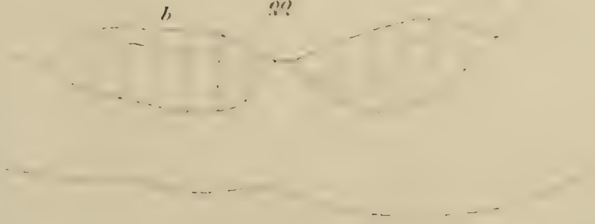
25.



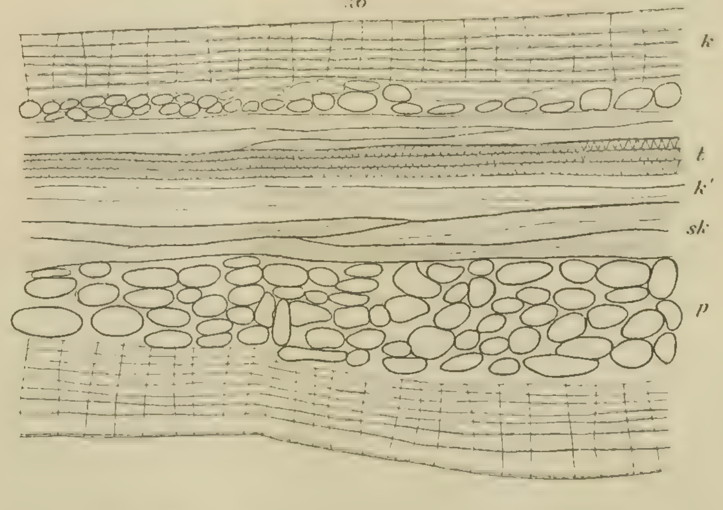
24.



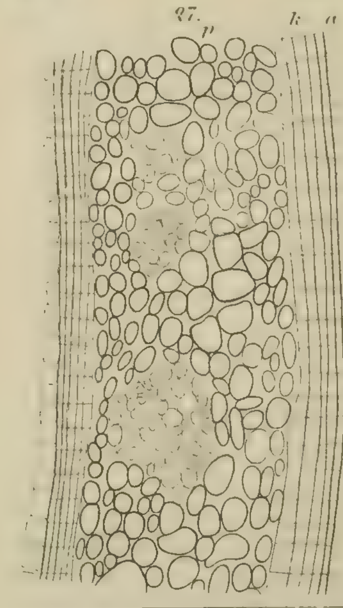
22.



26



27.



E. Adlerz del.

Lith. W. [illegible]

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 16.

UNDERSÖKNINGAR

AF

THEORIEN FÖR HIMLAKROPPARNAS RÖRELSER

II

AF

HUGO GYLDÉN.

MEDDELADT DEN 9 NOVEMBER 1881.

STOCKHOLM 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

I den första afdelningen af föreliggande undersökningar hafva grunddragen till ett förfarande blifvit angifna, hvilket synes erbjuda större utsigter att uppdaga naturen af himlakropparnas rörelser, än de hittills, inom den s. k. störingstheorien brukliga methoderna visat sig mäktiga till. Sjelfva utgångspunkten var i denna afhandling en väsentligen annan än den, som ligger till grund för föregående bearbetningar af det ifrågavarande problemet. Då man nämligen förut, i den första approximationen endast tagit sådana termer i betraktande, som icke varit multiplicerade med den störande massan, så medtogs vid den i nyssnämnda afhandling inledda undersökningen genast i sjelfva utgångsformeln en term, beroende af den störande kroppens massa. I öfverensstämmelse med den princip, som legat till grund för denna åtgärd, uppställdes fundamentalformlerna för de följande approximationerna under en sådan form, att vissa termer af högre ordning tillgodosågos på samma gång som de af lägre, och att sålunda, med rörelsens natur väsentligen mer öfvensstämmande uttryck kunde ernås.

Härigenom vanns omedelbart en annan föreställning om den störda kroppens bana än den, som blifvit utbildad på grund af förutsättningen, att det s. k. trekroppars problemet lämpligast löses genom utvecklingar efter potenserna af den störande kraften. I stället att i den första approximationen finna banan vara en ellips, i hvilken rörelsen försiggår i enlighet med de keplerska lagarna, föranleddes man att upptaga föreställningen af en intermediär bana af den beskaffenhet, att apsidernas medelrörelse i densamma redan funnit sitt uttryck. Det är utan vidare bevis genast tydligt, att den fingerade rörelsen i en sådan bana skall kunna närmare ansluta sig till den verkliga, än rörelsen i en keplersk ellips.

I den föreliggande afhandlingen skall undersökningen föras till den punkt, der numeriska tillämpningar kunna vidtaga. Det är dock isynnerhet ett visst slag af termer, hvilkas härledning här åsyftas. I de allmänna uttryck, som angifva den störda kroppens koordinater såsom funktioner af någon, af tiden beroende variabel, förefinnes nämligen periodiska termer af tvenne väsentligen skilda slag. Till det förra räknar jag dem, hvilka icke försvinna, om den störande massan sättes lika med noll, utan i denna händelse antaga konstanta värden samt förena sig med de elliptiska elementen. Sådana termer skola i det följande benämnas *elementära termer*. De till det andra slaget hörande termerna försvinna med den störande massan och skola kallas *koordinerade*. Det är termer af det första slaget, hvilkas bestämning undersökningarna i denna afhandling hufvudsakligen afse. Ofta äro de väsentligaste af de elementära termerna vida större än någon af de koordinerade samt erfordra i följd häraf en omsorgsfull undersökning. Desamma uppträda nämligen — såvida man icke utvecklar efter den störande kraftens potenser — under sådan form, att den störande massan endast förekommer såsom faktor till argumenten för de trigometriska funktionerna. Koefficienterna innehålla deremot icke denna massa såsom faktor, utan äro de största af dem af samma ordning som den störande kroppens banexcentricität. Anordnar man deremot de successiva approximationerna efter potenserna af den störande kraften, så uppträda de elementära termerna under formen af sekularstöringar, hvilkas konvergens åtminstone icke är bevisad.

Om en elementär terms koefficient innehåller första potensen af excentriciteten såsom faktor, säga vi denna term vara af första ordningen; innehåller en sådan koefficient någon af excentriciteternas qvadrater eller deras produkt såsom faktor, säga vi termen vara af andra ordningen, o. s. v.

Det är tydligt att man ej, utan att göra våld på problemets natur, får anse elementen i den intermediära, och än mindre i den elliptiska banan såsom absoluta konstanter. Sekularstöringarne skulle under sådan förutsättning uppgå till belopp, hvilka i det förra fallet vore af samma storleksordning, som den störande kroppens banexcentricitet, i sednare fallet som summan af den störandes och den stördas. Men tänker man sig uttrycken för koordinaterna i den intermediära banan innehålla konstanta element jemte dertill hörande elementära termer, så vinner man föreställning om en absolut bana, d. v. s. om en bana, hvars element äro absoluta konstanter, samt i hvilken rörelsen så nära ansluter sig till den verkliga, att afvikelserna alltid äro och förblifva i samma storleksordning som den störande kraften.

I den theoretiska astronomien har man således att särskilja emellan tre olika betraktelsesätt:

1:o *den keplerska ellipsen;* beräknas en himlakropps koordinater under förutsättning, att integrationskonstanterna äro elliptiska element, så finner man sekularstöringar, hvilka i maximum uppgå till en qvantitet af samma storleksordning som summan af de båda excentriciteterna;

2:o *den intermediära banan;* denna karakteriseras deraf, att apsidernas medelrörelse här redan funnit sitt uttryck; afvikelserna emellan de intermediära koordinaterna och de sanna kunna uppgå till belopp, hvilka i storlek äro jemförbara med den störande kroppens banexcentricitet;

3:o *den absoluta banan;* i denna äro, förutom apsidernas medelrörelse, äfven de af den störande kroppens banexcentricitet beroende, mycket långsamma periodiska ändringar af apsidriktningen och excentriciteten upptagna, och äfvenså en liknande ändring af medellängden för fundamentalepoken; beräknar man således koordinaterna i den absoluta banan under förutsättning af konstanta element, så finner man afvikelser från de sanna koordinaterna, hvilka äro af samma storleksordning som de störande krafterna, eller andra med dessa jemförbara qvantiteter.

I rent praktiskt hänseende vore det emellertid mindre lämpligt att i de, för den absoluta banan gällande uttryck upptaga alla elementära termer; det är tvärtom vida fördelaktigare, att med det stora antalet koordinerade termer förena sådana elementära termer, som i följd af koefficienternas ringhet äro jemförbara med dessa. På så sätt erhåller man visserligen en mindre fullständig föreställning om den absoluta banan, men man finner uttrycken för koordinaterna i densamma representerade genom temligen enkla formler, utan att derföre härledningen af de koordinerade termerna blifver väsentligen försvårad.

Ofta blifver det dock nödvändigt att i uttrycken för koordinaterna i den absoluta banan medtaga vissa termer, som kunna kallas halfelementära, och om hvilka man understundom utan en djuptgående undersökning icke kan säga, huruvida de böra räknas till de elementära termerna eller icke. Dylika fall inträda alltid då, när medelrörelserna äro så nära kommensurabla att de på grund häraf uppkommande termerna med lång period erhålla koefficienter, hvilka i storlek äro jemförbara med de elementära termernas. Detaljundersökningen af dylika termer skall jag emellertid icke meddela nu, utan uppskjuta detta till en följande afhandling.

Emedan de absoluta elementen i allmänhet förete ganska betydande olikheter i jemförelse med de för en viss epok gällande elliptiska elementen, så blifver det fram för allt nödvändigt att omarbeta theorierna för de åtta hufvudplaneterna. I synnerhet, innan en sådan omarbetning för Jupiter ägt rum, hvarigenom uttryck för koordinaterna i denna planets absoluta bana blifvit funna, låta sig ej heller dylika uttryck för de små planeterna fullständigt uppställas. I hufvudplaneternas banor äro emellertid excentriciteterna så små, att en ganska väsentlig förenkling af det i den föregående afhandlingen afsedda förfaringssättet kan äga rum. Denna förenkling beror väsentligen derpå, att man alltid, så ofta excentriciteten ej öfverskrider ett visst belopp, med fördel kan uttrycka den intermediära radiusvektor såsom en periodisk funktion af den intermediära längden. Härigenom vinnes den ej ovigtiga fördelen, att de olika argument, som uppträda vid utvecklingen af störingsfunktionen, med största lätthet kunna reduceras till hvarandra. Vi erhålla emellertid nu nya former för koordinaterna i den intermediära banan; och i det vi tillse att hithörande uttryck blifva så enkla som möjligt, fästa vi intet afseende dervid, att de nya formerna ej motsvara alldeles samma utgångspunkt, som den, hvilken ligger till grund för undersökningarne i § II. Skilnaden emellan resultaten, som blifver en följd af dessa båda undersökningar, är för öfrigt ytterst obetydlig och kan lätt sammanslås med de koordinerade termerna. Öfvergången från den ena formen till den andra är äfven en ganska enkel operation, som kan verkställas när man finner det lämpligt, och motsvarar i viss mån, dock utan fullständig analogi, öfvergången från den sanna anomalien till den excentriska i den keplerska ellipsen. Vi kunna slutligen lägga märke dertill, att man medelst de nya uttrycken kan ernå en något större anslutning till den verkliga rörelsen, än det är möjligt medelst de i § II anförda formlerna.

Den första paragrafen i föreliggande afhandling, eller i fortlöpande nummerföljd § V kommer derföre att innehålla en undersökning om den nya formen för radius-vektor i den intermediära banan. Den derpå följande paragrafen innehåller störingsfunktionens utveckling, hvilken måste föregå undersökningarne af den absoluta banan. § VII innehåller en förberedande undersökning af den absoluta banan, samt § VIII, med hvilken denna afhandling afslutas, en numerisk tillämpning på planeten Hecuba.

§ V. Härledning af radius-vektor i den intermediära banan såsom funktion af den intermediära längden.

31.

På grund af de i art. 5 anförda relationerna finner man

$$\Xi_0 = -\sqrt{c_0}\,\frac{d\frac{1}{r_0}}{dv_0};\quad H_0 = \frac{\sqrt{c_0}}{\sqrt{r_0}} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c_0}}$$

eller, om man med a betecknar en konstant,

$$\Xi_0 = -\frac{\sqrt{c_0}}{a}\,\frac{d\frac{a}{r_0}}{dv_0};\quad H_0 = \frac{\sqrt{c_0}}{a}\,\frac{a}{r} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c_0}}$$

Härmed erhålla vi ur den första af likheterna (7) den följande

$$\frac{d^2\frac{a}{r_0}}{dv_0{}^2} + \frac{a}{r_0} - \frac{\mu_1 a}{c_0} = \frac{\mu_1 a}{c_0}\,F_0$$

I denna eqvation införa vi i stället för $\frac{a}{r}$ en ny variabel ϱ_0, hvilken vi definiera medelst likheten

$$\frac{a}{r_0} = \frac{\mu_1 a}{c_0}\,(1 + \varrho_0),$$

men i stället för hvilken vi i denna § helt enkelt skrifva ϱ. Vi erhålla nu

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0{}^2} + \varrho = F_0$$

Då nu F_0 antages vara en funktion af endast r_0, och ϱ är af samma storlek som excentriciteten, hvilken antages vara en liten qvantitet, så kan denna funktion utvecklas i en konvergent serie af formen

$$\beta_0 + \beta_1\,\varrho + \beta_2\,\varrho^2 + \ldots;$$

och vi erhålla härmed följande likhet:

$$\frac{d^2\varrho}{dv_0{}^2} + (1 - \beta_1)\,\varrho = \beta_0 + \beta_2\,\varrho^2 + \beta_3\,\varrho^3 + \ldots$$

32.

Vi sönderdela nu först och främst ϱ i tvenne termer, i det vi sätta

$$\varrho = R_0 + S_0$$

samt bestämma R_0 ur likheten

$$\text{(A)} \qquad \frac{d^2 R_0}{dv_0^2} + (1 - \beta_1) R_0 = \beta_3 R_0^3;$$

för den andra termen finna vi då nedanstående differentialeqvation:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 S_0}{dv_0^2} + (1 - \beta_1) S_0 = \beta_0 + \beta_2 R_0^2 + \beta_4 R_0^4 + \beta_5 R_0^5 + \ldots \\ + S_0 [2 \beta_2 R_0 + 3 \beta_3 R_0^2 + 4 \beta_4 R_0^3 + \ldots] \\ + S_0^2 [\beta_2 + 3 \beta_3 R_0 + 6 \beta_4 R_0^2 + \ldots\ldots] \\ + S_0^3 [\beta_3 + 4 \beta_4 R_0 + 10 \beta_5 R_0^2 + \ldots\ldots] \\ + \ldots\end{aligned}$$

För att förenkla framställningen af denna likhets behandling beteckna vi koefficienterna till de olika potenserna af S_0 på följande sätt:

$$\begin{aligned}B_0 &= \beta_0 + \beta_2 R_0^2 + \beta_4 R_0^4 + \beta_5 R_0^5 + \ldots \\ B_1 &= 2\beta_2 R_0 + 4\beta_4 R_0^3 + 5\beta_5 R_0^4 + \ldots. \\ B_2 &= \beta_2 + 3\beta_3 R_0 + 6\beta_4 R_0^2 + \ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

o. s. v.,

hvarigenom erhålles:

$$\frac{d^2 S_0}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 - 3\beta_3 R_0^2) S_0 = B_0 + B_1 S_0 + \ldots$$

Sätta vi vidare

$$S_0 = R_1 + S_1$$

samt låta eqvationen

$$\text{(B)} \qquad \frac{d^2 R_1}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 - 3 \beta_3 R_0^2) R_1 = B_0$$

gälla såsom definition för R_1, så erhålla vi för bestämmelsen af S_1 en likhet af nedanstående form:

$$\frac{d^2 S_1}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 - 3\beta_3 R_0^2) S_1 = C_0 + C_1 S_1 + C_2 S_1^2 + \ldots,$$

der vi betecknat

$$\begin{aligned}C_0 &= B_1 R_1 + B_2 R_1^2 + B_3 R_1^2 + \ldots \\ C_1 &= B_1 + 2 B_2 R_1 + 3 B_3 R_1^1 + \ldots \\ C_2 &= B_2 + 3 B_3 R_1 + 6 B_4 R_1^2 + \ldots\end{aligned}$$

o. s. v.

En ny sönderdelning, i hvilken vi sätta

$$S_1 = R_2 + S_2$$

samt bestämma R_2 ur likheten

$$\text{(C)} \qquad \frac{d^2 R_2}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + 3\beta_3 R_0^2) R_2 = C_0$$

gifver oss ett resultat i afseende på S_2, analogt med det, vi funno för S_1, nämligen

$$\frac{d^2 S_2}{dv_0^2} + (1 - \beta_1 + 3\beta_3 R_0^2) S_2 = D_0 + D_1 R_2 + \ldots,$$

der D-kofficienterna äro bildade alldeles på samma sätt som de föregående. Man har nämligen

$$D_0 = C_1 R_2 + C_2 R_2^2 + \ldots$$

o. s. v.

Dessa operationer kunna tydligen fortsättas, och om de äfven äro konvergenta, något som här förutsättes, erhålles ett resultat af formen

$$(40) \qquad \varrho = R_0 + R_1 + R_2 + \ldots$$

33.

Tvenne väsentligen olika differentialeqvationer föreligga oss nu till integration, likheterna (A) och (B); med den sednare är likheten (C), och de derpå följande af samma beskaffenhet, identiska.

Till likheten (A) erhålles omedelbart en första integral, nämligen:

$$\left(\frac{dR_0}{dv_0}\right)^2 = g^2 - (1-\beta_1) R_0^2 + \tfrac{1}{2}\beta_3 R_0^4,$$

der vi med g^2 betecknat en integrationskonstant. — Detta resultat kunna vi omedelbart sätta under följande form:

$$\left(\frac{dR_0}{dv_0}\right)^2 = g^2 \left(1 - \frac{R_0^2}{\varkappa^2}\right) \left(1 - k^2 \frac{R_0^2}{\varkappa^2}\right),$$

om vi nämligen tänka oss konstanterna $\varkappa$ och k bestämda på så sätt att likheterna

$$\frac{g^2}{\varkappa^2} (1 + k^2) = 1 - \beta_1$$

$$\frac{g^2}{\varkappa^4} k^2 = \tfrac{1}{2}\beta_3$$

blifva satisfierade.

Ur dessa likheter framgå äfven de följande

$$\frac{1}{\varkappa^2}\,\frac{k^2}{1+k^2} = \tfrac{1}{2}\,\frac{\beta_3}{1-\beta_1}$$

$$\frac{1}{g^2}\,\frac{k^2}{(1+k^2)^2} = \tfrac{1}{2}\,\frac{\beta_3}{(1-\beta_1)^2},$$

hvaraf följer

$$\frac{\varkappa}{g} = \sqrt{\frac{1+k^2}{1-\beta_1}}$$

Det funna uttrycket för $\frac{dR_0}{dv_0}$ leder nu omedelbart till följande bestämning af R_0:

$$\frac{R_0}{\varkappa} = \operatorname{sn}\frac{g}{\varkappa}(v_0 - v^0), \text{ mod. } k,$$

om vi nämligen med $\frac{g}{\varkappa}\,v^0$ beteckna en integrationskonstant. Beteckna vi vidare:

$$\frac{g}{\varkappa}v_0 = x; \quad \frac{g}{\varkappa}\,v^0 = x_0,$$

samt bortlemna vi för korthetens skull konstanten x_0, hvilken vi kunna tänka oss förenad med x, så erhålla vi

(41) $$R_0 = \varkappa \operatorname{sn} x$$
$$= \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}\sqrt{\frac{2(1-\beta_1)}{\beta_3}}\operatorname{sn} x$$

34.

Sedan vi sålunda, medelst den utförda bestämningen af funktionen R_0, integrerat likheten (A), gå vi att söka integralen till likheterna af formen (B). För detta ändamåls vinnande införa vi i besagde likhet argumentet x samt derjemte det nyss funna värdet af R_0; i stället för likheten (B) hafva vi då att integrera denna

$$\frac{d^2R_1}{dx^2} + \frac{\varkappa^2}{g^2}\left[1 - \beta_1 - 3\beta_3\,\varkappa^2 \operatorname{sn} x^2\right] R_1 = \frac{\varkappa^2}{g^2}\,B_0,$$

eller, om man här inför värdena

$$\frac{\varkappa^2}{g^2}(1-\beta_1) = 1 + k^2$$

$$\frac{3\,\beta_3\,\varkappa^4}{g^2} = 2\,.\,3\,k^2,$$

den följande

$$\text{(D)} \qquad \frac{d^2 R_1}{dx^2}\left[2\,.\,3\,k^2 \operatorname{sn} x^2 - 1 - k^2\right] R_1 = \frac{\varkappa^2}{g^2}\, B_0$$

Detta är emellertid den LAMÉ'SKA eqvationen i ett af de fall, der man kan angifva en integral till densamma under formen af en nationel kombination af enkla elliptiska funktioner. Denna integral är, om termen till höger om likhetstecknet tills vidare tänkes bortlemnad, och om $+\,C_1$ betecknar en integrationskonstant,

$$R_1 = C_1 \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x$$

Den andra partikulära integralen finna vi nu ur formeln

$$R_1 = C_2 \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \int \frac{dx}{\operatorname{cn} x^2 \operatorname{dn} x^2},$$

der C_2 betecknar den andra integrationskonstanten. För den vidare utvecklingen af denna formel hafva vi att företaga följande operationer.

I den identiska likheten

$$\frac{1}{\operatorname{cn} x^2 \operatorname{dn} x^2} = \frac{1}{k'^2}\,\frac{1}{\operatorname{cn} x^2} - \frac{k^2}{k'^2}\,\frac{1}{\operatorname{dn} x^2}$$

införa vi de från theorien för de elliptiska funktionerna bekanta värdena

$$\frac{k'^2}{\operatorname{cn} x^2} = \frac{\mathrm{K} - \mathrm{E} - k^2\,\mathrm{K}}{\mathrm{K}} - \frac{d\,\dfrac{\mathrm{H}_1'\,(x)}{\mathrm{H}_1\,(x)}}{dx}$$

$$-\,\frac{k'^2}{\operatorname{dn} n^2} = -\,\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} - \frac{d\,\dfrac{\Theta_1'\,(x)}{\Theta_1\,(x)}}{dx},$$

der K och E, såsom betecknande de fullständiga elliptiska integralen af första och andra slaget, kunna angifvas medelst följande serieuttryck:

$$\frac{2\,\mathrm{K}}{\pi} = 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\,k^2 + \frac{1\,.\,3}{1\,.\,4}\cdot\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\,k^4 + \frac{1\,.\,3\,.\,5}{2\,.\,4\,.\,6}\cdot\frac{1\,.\,3\,.\,5}{2\,.\,4\,.\,6}\,k^6 + \ldots$$

$$\frac{2\,\mathrm{E}}{\pi} = 1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\,k^2 - \frac{1}{8}\,\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\,k^4 - \frac{1}{16}\cdot\frac{1\,.\,3\,.\,5}{2\,.\,4\,.\,6}\,k^6 - \ldots$$

Af dessa följer

$$\frac{2}{\pi}\,(\mathrm{K} - \mathrm{E}) = \frac{1}{2}\,k^2 + \frac{1}{2}\,\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\,k^4 + \frac{3}{8}\,\frac{1\,.\,3\,.\,5}{2\,.\,4\,.\,6}\,k^6 + \ldots$$

samt

$$\frac{2}{\pi}(\mathrm{K}-\mathrm{E}-k^2\,\mathrm{K}) = -\tfrac{1}{2}k^2 - \frac{1}{16}k^4 - \frac{3}{128}k^6 - \dots,$$

hvaraf synes att qvantiteten

$$\frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}-k^2\,\mathrm{K}}{\mathrm{K}}$$

är af samma storleksordning som k^2.

De anförda uttrycken gifva oss vidare

$$\frac{1}{\mathrm{cn}\,x^2\,\mathrm{dn}\,x^2} = \frac{1}{k'^4}\left\{\frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}-k^2\,\mathrm{K}}{\mathrm{K}} - \frac{d\,\dfrac{\mathrm{H}_1'(x)}{\mathrm{H}_1(x)}}{dx} - k^2\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} - k^2\,\frac{d\,\dfrac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}}{dx}\right\}$$

Nu är emellertid

$$\frac{\mathrm{H}_1'(x)}{\mathrm{H}_1(x)} = \frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)} - \frac{k'^2\,\mathrm{sn}\,x}{\mathrm{cn}\,x\,\mathrm{dn}\,x},$$

på grund hvaraf man, i stället för det föregående uttrycket, finner det följande

$$\frac{1}{\mathrm{cn}\,x^2\,\mathrm{dn}\,x^2} = \frac{1}{k'^4}\left\{\frac{(1-k^2)\,\mathrm{K}-(1+k^2)\,\mathrm{E}}{\mathrm{K}} + \frac{d\,\dfrac{k'^2\,\mathrm{sn}\,x}{\mathrm{cn}\,x\,\mathrm{dn}\,x}}{dx} - (1+k^2)\,\frac{d\,\dfrac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}}{dx}\right\}$$

Derjemte angifva vi värdet

$$\frac{(1-k^2)\,\mathrm{K}-(1+k^2)\,\mathrm{E}}{\mathrm{K}} = -\frac{1}{\mathrm{K}}\left\{\frac{3}{2}k^2 - \frac{3}{16}k^4 - \frac{3}{128}k^6 - \dots\right\},$$

för hvilket vi i det följande skola använda en kortare beteckning, i det vi sätta

$$l = \frac{3k^2}{2\,\mathrm{K}}\left\{1 - \frac{1}{8}k^2 - \frac{1}{128}k^4 - \dots\right\}.$$

Till likheten (D), då vi i densamma fortfarande tänka oss termen till höger om likhetstecknet vara lika med noll, hafva vi således följande fullständiga integral:

$$R_1 = C_1\,\mathrm{cn}\,x\,\mathrm{dn}\,x + C_2\left\{\frac{\mathrm{sn}\,x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\,\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}\,\mathrm{cn}\,x\,\mathrm{dn}\,x - \frac{l}{k'^4}\,\mathrm{cn}\,x\;x\;\mathrm{dn}\,x\right\}$$

35.

Integralen till den fullständiga likheten (D) erhålles numer enligt bekanta regler. Man finner för densamma följande uttryck

$$(42,\ \mathrm{a})\qquad R_1 = \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x \Big\{ C_1 - \frac{\varkappa^2}{g^2}\int B_0 \Big[\frac{\mathrm{sn}\, x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x - \frac{l}{k'^4}\, x\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\Big] dx \Big\}$$
$$+ \Big\{\frac{\mathrm{sn}\, x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x - \frac{l}{k'^4}\, x\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\Big\}$$
$$\times \Big\{ C_2 + \frac{\varkappa^2}{g^2}\int B_0\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\, dx \Big\}$$

Detta uttryck är emellertid såtillvida lämpligt, som x här förekommer under integraltecknet; medelst en enkel transformation kan denna olägenhet likväl undvikas. Efter delvis integration finner man nämligen ur ofvanstående uttryck det följande

$$(42)\qquad R_1 = C_1\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x$$
$$+ C_2 \Big\{\frac{\mathrm{sn}\, x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x - \frac{l}{k'^4}\, x\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\Big\}$$
$$- \frac{\varkappa^2}{g^2}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x \int B_0 \Big[\frac{\mathrm{sn}\, x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\Big] dx$$
$$+ \frac{\varkappa^2}{g^2}\Big[\frac{\mathrm{sn}\, x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\Big]\int B_0\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\, dx$$
$$- \frac{\varkappa^2}{g^2}\frac{l}{k'^4}\mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x \int dx \int B_0\, \mathrm{cn}\, x\, \mathrm{dn}\, x\, dx$$

Denna formel företer en egendomlighet, hvilken vi genast här skola omnämna, och hvilken i det följande blifver af en ganska väsentlig betydelse. För att framhålla denna egendomlighet betrakta vi först de udda termerna af B_0. Dessa kunna vi tänka oss angifna medels följande serie:

$$b_5\, \mathrm{sn}\, x^5 + b_7\, \mathrm{sn}\, x^7 + \ldots,$$

der koefficienten b_5 är multiplicerad med femte potensen af excentriciteten e, b_7 med den 7:de, o. s. v. Hvarje koefficient innehåller dessutom en faktor af samma storleksordning som den störande kraften.

Insättes nu denna serie i stället för B_0 i likheten (42), så finna vi, förutom en term af formen

$$Ax \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x$$

och den första, med C_1 multiplicerade termen, endast udda sinus-termer.

Insättas åter i stället för B_0 termerna i serien

$$b_0 + b_2 \operatorname{sn} x^2 + b_4 \operatorname{sn} x^4 + \dots,$$

så finner man endast jemna cosinus-termer. Oafsedt de båda särskildt omnämnda termerna, antager således R_1 följande form

$$R_1 = a_0 + a_1 \sin\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x + a_2 \cos 2\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x + a_3 \sin 3\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x + \dots$$

Och då derjemte, såsom man lätt inser, funktionerna B_1, B_2, o. s. v. hafva samma form, så följer att funktionen C_0 icke kan innehålla någon term af formen

$$c_2 \cos\frac{\pi}{2\mathrm{K}}x$$

Men en sådan vore likväl den enda, som i följd af den, i likheten (42) postulerade dubbla integrationen skulle föranleda en med x^2 multiplicerad term. Genom att derföre sätta konstanten C_1 lika med noll, samt genom att bestämma konstanten C_2 på så sätt att summan af de med x multiplicerade termerna försvinna, erhålla vi, ej allenast för R_1, utan äfven för R_2 rent periodiska uttryck. Och på samma sätt sluter man, att äfven de följande funktionerna R_3, R_4, . . . äro rent periodiska.

36.

Den omständighet, att vi disponerat öfver konstanterna C_1 och C_2, föranleder en, mot dessa konstanter svarande ändring af elementerna i R_0; men vi kunna visa att dylika ändringar föranleda termer i R_0 af alldeles samma beskaffenhet som de, med C_1 och C_2 multiplicerade termerna i likheten (42). Härtill differentiera vi uttrycket (41) i afseende på k och x_0 samt erinra oss dervid de af HERMITE gifna formlerna för differentiation af elliptiska funktioner i afseende å modylen. Vi finna sålunda:

$$\sqrt{\frac{\beta_3}{2(1-\beta_1)}}\, dR_0 = -\frac{k\,dx_0}{\sqrt{1+k^2}} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x + \frac{dk}{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}} \operatorname{sn} x$$

$$-\frac{k^2\,dk}{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{1-\beta_1}{1+k^2}}\, v_0 \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x$$

$$-\frac{dk}{k'^2\sqrt{1+k^2}} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x \left[\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)} - \frac{\mathrm{K}-\mathrm{E}-k^2\mathrm{K}}{\mathrm{K}}\, x\right],$$

ett uttryck, hvilket omedelbart kan bringas under formen

$$\sqrt{\frac{\beta_3}{2(1-\beta_1)}}\, dR_0 = -\frac{k}{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}}\left[(1+k^2)\,dx_0 + x_0\,k\,dk\right] \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x$$

$$+\frac{k'^2\,dk}{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}}\left\{\frac{\operatorname{sn} x}{k'^2} - \frac{1+k^2}{k'^4}\frac{\Theta_1'(x)}{\Theta_1(x)} \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x - \frac{l}{k'^4}\, x \operatorname{cn} x \operatorname{dn} x\right\}$$

Jemföres nu detta uttryck med likheten (42), så befinnes, att dk och dx_0 böra bestämmas ur formlerna

$$\frac{k'^2\,dk}{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{\frac{\beta_3}{2(1-\beta_1)}}\, C_2$$

$$-\frac{k}{(1+k^2)^{\frac{3}{2}}}\left[(1+k^2)\,dx_0 + x_0\,k\,dk\right] = \sqrt{\frac{\beta_3}{2(1-\beta_1)}}\, C_1 = 0$$

37.

Sedan konstanterna $\varkappa$ och således äfven k och förhållandet $\sqrt{\frac{1-\beta_1}{1+k^2}}\,\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}}$ blifvit bestämda, kunna alla termer, som icke äro af elementär beskaffenhet, vanligen till en början bortlemnas. Emellertid är det fördelaktigt att af dessa dock genast medtaga en enda, nämligen den konstanta termen i $R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots$ Vi kunna då, om denna konstant betecknas med $\varkappa_0$, samt om man sätter

$$\sqrt{\frac{1-\beta_1}{1+k^2}}\,\frac{\pi}{2\,\mathrm{K}} = 1 - \varsigma,$$

uppställa följande uttryck

$$\varrho = \varkappa_0 + \varkappa_1 \cos\left[(1-\varsigma)\,v_0 - \pi\right],$$

der π är en af v^0 beroende konstant, hvars geometriska betydelse är longituden för perihelium, gällande för en gifven epok. Produkten ςv_0 betecknar härvid apsidernas medelrörelse, men det anförda värdet för ς är icke fullständigt, utan saknar bland andra äfven en, af den störande kroppens banexcentricitet beroende term. Det fullständiga värdet af ς kan endast genom upprepade approximationer erhållas.

Af föregående uttryck för ϱ synes, att denna funktion i maximum antager värdet $\varkappa_0 + \varkappa_1$ samt i minimum värdet $\varkappa_0 - \varkappa_1$; låta vi nu de motsvarande värdena af $\frac{a}{r_0}$ vara $\frac{1}{1-e}$ och $\frac{1}{1+e}$, så hafva vi följande relationer

$$\frac{1}{1-e} = \frac{\mu_1 a}{c_0}(1 + \varkappa_0 + \varkappa_1)$$

$$\frac{1}{1+e} = \frac{\mu_1 a}{c_0}(1 + \varkappa_0 - \varkappa_1);$$

och häraf erhålles

$$\frac{\mu_1 a}{c_0} = \frac{1}{(1+\varkappa_0)(1-e^2)}$$

$$\frac{\varkappa_1}{1+\varkappa_0} = e$$

Uttrycket för radius-vektor i den intermediära banan blifver således, sedan alla periodiska koordinerade, d. v. s. med den störande massan multiplicerade termer blifvit bortlemnade,

$$(43) \qquad \frac{a}{r_0} = \frac{1 + e\cos[(1-\varsigma)v_0 - \pi]}{1-e^2}$$

Med undantag deraf att längden här förekommer multiplicerad med faktorn $(1-\varsigma)$ är denna form fullkomligt identisk med den för den keplerska ellipsen gällande.

För tiden, uttryckt såsom funktion af v_0 finner man på grund af formeln

$$dt = \frac{r_0^2\, dv_0}{\sqrt{c_0}}$$

följande likhet

$$dt = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}\,(1+\varkappa_0)}\;\frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}\, dv_0}{(1 + e\cos[(1-\varsigma)v_0 - \pi])^2};$$

och häraf synes, att man för medelrörelsen i den intermediära banan har uttrycket

$$n = \sqrt{\mu_1 (1 + \varkappa_0)}\, a^{-\frac{3}{2}},$$

der a betecknar det arithmetiska mediet af den största och den minsta radius-vektor.

§ VI. Utveckling af störingsfunktionen.

38.

För att förbereda undersökningarna af den absoluta banan gå vi först och främst att sönderdela den s. k. störingsfunktionen i en följd af termer af sådan beskaffenhet, att vi erhålla differentialeqvationer, hvilka åtminstone medelst fortsatta approximationer låta integrera sig. — Den method, som här skall användas för ifrågavarande utveckling, är densamma, hvars grundprincip jag redan 1867 meddelat i tidskriften »Astronomische Nachrichten». Denna method är synnerligen lämplig då excentriciteterna ej äro alltför stora, d. v. s. ej större, än man finner dem hos flertalet af de små planeternas banor. Men äfven om excentriciteten af den störda kroppens bana har ett än betydligare värde, så är denna method dock användbar så ofta förhållandet emellan de båda medelafstånden är mycket litet, d. v. s. mindre än $\frac{1}{4}$. För beräkningen af rörelserna inom vissa partiella stjernsystem, såsom t. ex. ζ Cancri, torde derföre ifrågavarande method äfven kunna användas.

Koordinaternas begynnelsepunkt anse vi fortfarande sammanfalla med centralkroppens tyngdpunkt, samt beteckna vinkeln emellan r och r' med H. Låta vi då $(\varDelta)$ betyda afståndet emellan den störda och den störande kroppen, så har man:

$$(\varDelta)^2 = r^2 + r'^2 - 2\,rr' \cos H;$$

och för sjelfva störingsfunktionen erhålla vi då, i enlighet med det i art. 1 fastställda beteckningssättet,

$$a\,(\Omega) = \frac{\mu' a}{(\varDelta)} - \frac{\mu' ar}{r'^2} \cos H;$$

för $\cos H$ hafva vi slutligen det bekanta uttrycket

$$\cos H = \cos (v + \Pi) \cos (v' + \Pi') + \cos J \sin (v + \Pi) \sin (v' + \Pi'),$$

der J betecknar lutningen emellan de båda planer, i hvilka den störda och den störande kroppens ögonblickliga banor ligga. Vinkeln J är således föränderlig, och likaså vinklarna

Π och Π', hvilkas geometriska betydelse längre fram skall fastställas. Deremot är, såsom vi blifva i tillfälle att öfvertyga oss om, differensen $\Pi - \Pi'$ i det allra närmaste konstant, såvida den ömsesidiga lutningen är en liten qvantitet. I det vi då sätta

$$\Pi - \Pi' = \varDelta,$$

anse vi $\varDelta$ såsom en konstant, likväl under förbehåll att framdeles taga i betraktande de små förändringar, denna vinkel kan vara underkastad.

I afseende på förhållandet $\frac{r}{r'}$ kan man särskilja tre fall: 1:o då $\frac{r}{r'}$ ständigt är mindre än 1; 2:o då $\frac{r}{r'}$ ständigt är större än 1, och slutligen 3:o då detta förhållande ibland kan vara mindre, ibland större än enheten. Utvecklingen af $\frac{a}{(\varDelta)}$ gestaltar sig i de båda första fallen väsentligen lika; i det tredje fallet måste deremot methoder användas, hvilka förete få likheter med dem, vi här nedan skola utveckla. I den föreliggande afhandlingen inskränka vi oss till det fall, då olikheter

$$r < r'$$

ständigt eger rum.

39.

För den händelse att förhållandet $\frac{r}{r'}$ ständigt vore väsentligen mindre än $\frac{1}{2}$ skulle man med fördel kunna anordna utvecklingen af funktionen $\frac{a}{(\varDelta)}$ efter de stigande potenserna af detta förhållande; men då dylika fall, med några få undantag, inom solsystemet icke äro de vigtigaste, skola vi ordna hufvudutvecklingen efter multiplerna af vinkeln H. Denna utveckling beteckna vi på följande sätt:

$$\text{(a)} \qquad \frac{a}{(\varDelta)} = \frac{a'}{r'} C_0 + 2\left(\frac{a'}{r'}\right)^2 \left(\frac{r}{a}\right) C_1 \cos H$$
$$+ 2\left(\frac{a'}{r'}\right)^3 \left(\frac{r}{a}\right)^2 C_2 \cos 2H + \ldots,$$

och hafva då, om vi tillika sätta

$$\frac{a}{a'} = \alpha,$$

med stöd af ett bekant theorem:

$$C_n = \frac{2}{\pi}\,\alpha^{n+1}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2\sin\varphi^2}}.$$

Under förutsättning att de båda excentriciteterna äro tillräckligt små, finner man att differensen

$$1-\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2$$

ej kan blifva väsentligen större än $2\,(e+e')$; man kan derföre, allt under samma förutsättning, antaga att produkten

$$\alpha^2\left(1-\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)$$

är nog liten, att utvecklingen efter de stigande potenserna af densamma blifver tillräckligt konvergent för numeriska tillämpningar. Denna utveckling antager följande form

$$\text{(b)}\quad C_n = \alpha^{n+1}\left\{\beta_n^{(1)} - \tfrac{1}{2}\,\alpha^2\,\beta_{n+1}^{(3)}\left[1-\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]\right.$$
$$\left. + \frac{1.\,3}{2.\,4}\,\alpha^4\,\beta_{n+2}^{(3)}\left[1-\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]^2 - \ldots\right\},$$

der vi, såsom lätt inses, betecknat

$$\text{(c)}\qquad \beta_n^{(s)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\sin\varphi^{2n}\,d\varphi}{\left\{1-\alpha^2\sin\varphi^2\right\}^{\frac{s}{2}}}$$

I anseende till den supponerade ringheten af den produkt, efter hvars stigande potenser funktionen C_n blifvit utvecklad, skola vi stanna vid en viss potens af densamma, och kunna då betrakta C_n såsom en ändlig funktion af $\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2$, samt rangera detta polynom efter potenserna af samma qvantitet, om ock en sådan anordning icke skulle förete någon konvergens.

Vi beteckna då

$$\text{(d)}\quad C_n = \mathrm{M}_0^{(n)} + \mathrm{M}_2^{(n)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2 + \mathrm{M}_4^{(n)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\left(\frac{r}{a}\right)^4 + \ldots$$

samt hafva för M-koefficienterna följande uttryck

$$
(e)\begin{cases}
M_0^{(n)} = \alpha^{n+1}\left[\beta_n^{(1)} - \frac{1}{2}\alpha^2\beta_{n+1}^{(3)} + \frac{1.3}{2.4}\alpha^4\beta_{n+2}^{(5)} - \ldots\right] \\
M_2^{(n)} = \alpha^{n+3}\left[\frac{1}{2}\beta_{n+1}^{(3)} - 2\,\frac{1.3}{2.4}\alpha^2\beta_{n+2}^{(5)} + 3\,\frac{1.3.5}{2.4.6}\alpha^4\beta_{n+3}^{(7)} - \ldots\right] \\
M_4^{(n)} = \alpha^{n+5}\left[\frac{1.3}{2.4}\beta_{n+2}^{(5)} - 3\,\frac{1.3.5}{2.4.6}\alpha^2\beta_{n+3}^{(7)}\right. \\
\qquad\qquad\qquad\left. + 6\,\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\alpha^4\beta_{n+4}^{(9)} - \ldots\right] \\
\text{o. s. v.;}
\end{cases}
$$

och låter man dessa uttryck gälla med det enda undantag, att man i formeln för koefficienten $M_0^{(1)}$ inför $\beta_1^{(1)} - \frac{1}{2}$ i stället för $\beta_1^{(1)}$, så anger högra sidan af likheten (a) utvecklingen af $\frac{1}{\mu'}\, a\, (\Omega)$.

40.

Innan vi gå vidare, skola vi något närmare angifva de formler, som egna sig för den numeriska beräkningen af koefficienterna $\beta_n^{(s)}$. Härtill tjenar först och främst serien

$$
\beta_n^{(s)} = \frac{1.3.5..(2n-1)}{2.4.6..2n}\left\{1 + \frac{s}{2}\frac{2n+1}{2n+2}\alpha^2 \right.
$$
$$
\left. + \frac{s(s+2)}{2.4}\frac{(2n+1)(2n+3)}{(2n+2)(2n+4)}\alpha^4 + \ldots\right\},
$$

samt den följande, i hvilken vi beteckna

$$
\beta^2 = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2},
$$

$$
\beta_n^{(s)} = \frac{1}{(1-\alpha^2)^{\frac{s}{2}}}\frac{1.3..(2n-1)}{2.4..2n}\left\{1 - \frac{s}{2}\frac{1}{2n+2}\beta^2 \right.
$$
$$
\left. + \frac{s(s+2)}{2.4}\frac{1.3}{(2n+2)(2n+4)}\beta^4 - \ldots\right\}
$$

Denna sist anförda utveckling är i synnerhet då användbar, när n är ett stort tal i förhållande till s.

Det är emellertid hvarken nödvändigt eller ändamålsenligt att medelst någon af de anförda eller någon annan independent formel härleda hvarje särskild β-koefficient. Tvärtom, medelst en rekursionsformel, som vi här nedan skola angifva, erhåller man, då alla $\beta_n^{(1)}$ samt de mot de största n-indices svarande $\beta_n^{(s)}$ äro på annan väg kända, alla $\beta_n^{(s)}$ medelst en ytterligt enkel, och derjemte felförminskande räkning. Denna rekursionsformel erhålles omedelbart på grund af uttrycket (c). Multipliceras nämligen täljare och nämnare under integraltecknet med $1 - \alpha^2 \sin\varphi^2$, så framgår

$$\beta_n^{(s)} = \beta_n^{(s+2)} - \alpha^2 \beta_{n+1}^{(s+2)} .$$

eller

$$\beta_n^{(s+2)} = \beta_n^{(s)} + \alpha^2 \beta_{n+1}^{(s+2)} ,$$

hvilken är den ifrågavarande formeln. — Genom ett upprepadt användande af densamma erhåller man den följande

$$\beta_n^{(s+2)} = \beta_n^{(s)} + \alpha^2 \beta_{n+1}^{(s)} + \alpha^4 \beta_{n+2}^{(s)} + \dots + \alpha^{2m} \beta_{n+m}^{(s+2)} ,$$

hvaraf man kan begagna sig för att kontrollera de enligt den föregående formeln utförda räkningarna.

För härledningen af koefficienterna $\beta_n^{(1)}$ skola vi använda ett förfarande, som blifvit angifvet af HANSEN, och hvilket äfven med fördel kan tillämpas då andra s-värden komma ifråga.

41.

Man inser omedelbart, att funktionen

$$U = \sin\varphi^{2n+1} \left\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\right\}^{-\frac{s}{2}+1} \cos\varphi$$

försvinner såväl för $\varphi = o$ som för $\varphi = \frac{1}{2}\pi$. Differentieras i fråga varande likhet, så befinnes

$$dU = (2n+1)\sin\varphi^{2n} \cos\varphi^2 \frac{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2}{\left\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\right\}^{\frac{s}{2}}} d\varphi$$

$$+ (s-2)\,\alpha^2 \sin\varphi^{2n+2} \cos\varphi^2 \frac{d\varphi}{\left\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\right\}^{\frac{s}{2}}}$$

$$- \sin\varphi^{2n+2} \frac{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2}{\left\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\right\}^{\frac{s}{2}}} d\varphi$$

eller

$$dU = (2\,n + 1)\,\frac{\sin\varphi^{2\,n}\,d\varphi}{\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\}^{\frac{s}{2}}}$$

$$- \{(2\,n + 1)\,(1 + \alpha^2) + 1 - \alpha^2(s - 2)\}\,\frac{\sin\varphi^{2\,n+2}\,d\varphi}{\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\}^{\frac{s}{2}}}$$

$$+ \alpha^2\,(2n - s + 4)\,\frac{\sin\varphi^{2\,n+4}\,d\varphi}{\{1 - \alpha^2 \sin\varphi^2\}^{\frac{s}{2}}}$$

Ur denna likhet finner man, genom att integrera densamma emellan gränserna o och $\frac{1}{2}\pi$, samt på grund af det anmärkta förhållandet i afseende å försvinnandet af funktionen U och med hänseende till eqv. (c), följande relation:

$$o = (2n + 1)\,\beta_n^{(s)} - [2n + 2 + \alpha\,(2n - s + 3)]\,\beta_{n+1}^{(s)}$$

$$+ \alpha^2\,[2n - s + 4]\,\beta_{n+2}^{(s)}$$

Med stöd af denna likhet härledes på bekant sätt ett kedjebråk, hvarmed förhållandet emellan tvenne på hvarandra följande β-koefficienter erhålles.

Man inför följande beteckningar

$$p_n = \frac{\beta_{n+1}^{(s)}}{\beta_n^{(s)}}$$

$$\lambda_n = \frac{2n + 1}{2n + 2 + \alpha^2\,(2n - s + 3)}$$

$$\vartheta_n = \frac{p_n}{\lambda_n}$$

$$f_n = \alpha^2\,\frac{2n - s + 4}{2n + 1}\,\lambda_n\,\lambda_{n+1}$$

och erhåller, sedan dessa blifvit införda i ofvanstående likhet, den följande

$$1 = \vartheta_n - f_n\,\vartheta_n\,\vartheta_{n+1}\,,$$

hvarur det ifrågavarande kedjebråket omedelbart framgår.

Man finner nämligen

$$\vartheta_n = \frac{1}{1 - f_n \vartheta_{n+1}}$$

eller

$$\vartheta_n = \cfrac{1}{1 - \cfrac{f_n}{1 - \cfrac{f_{n+1}}{1 - \ldots}}}$$

I händelse detta kedjebråk är tillräckligt starkt konvergerande, finner man, genom att fortsätta detsamma, omedelbart värdena för de olika ϑ_n, och således äfven de sökta förhållandena p_n, hvarefter β-koefficienterna beräknas med stöd af formeln

$$\beta_n^{(s)} = \beta_0^{(s)} p_0 \, p_1 \ldots p_{n-1}$$

Konvergerar det för ϑ_n anförda kedjebråket deremot icke, eller är dess konvergens så långsam, att den numeriska tillämpningen af detsamma blifver alltför besvärlig, så kan man använda ett annat kedjebråk, hvilket äfven härledes i öfverensstämmelse med Hansens föreskrifter.

För växande n konvergera qvantiteterna ϑ_n mot gränsen $1 + \alpha^2$; sätta vi derför:

$$\vartheta_n = \frac{2n + 2 + \alpha^2 (2n - s + 3)}{(2n + 2)(1 + \alpha^2)} (1 + \alpha^2) q_n ,$$

så konvergera qvantiteterna q_n tydligen mot gränsen 1. Genom att insätta detta värde för ϑ_n i den likhet, hvarur det ofvan anförda kedjebråket erhölls, finner man under beaktande af betydelsen af f_n denna relation

$$1 = q_n \left\{ 1 + \frac{2n - s + 3}{2n + 2} \alpha^2 - \frac{(2n - s + 4)(2n + 3)}{(2n + 2)(2n + 4)} \alpha^2 q_{n+1} \right\} ,$$

hvilken gifver anledning till följande kedjebråk

$$q_n = \cfrac{1}{1 - \cfrac{\alpha_n}{1 - \cfrac{\beta_n}{1 - \cfrac{\gamma_n}{1 - \ldots}}}},$$

der man betecknat

$$\alpha_n = \frac{s\alpha^2}{(2n+2)(2n+4)}; \qquad \beta_n = \frac{(2n+3)(2n+4-s)}{(2n+4)(2n+6)}\alpha^2$$

$$\gamma_n = \frac{3(s+2)\alpha^2}{(2n+6)(2n+8)}; \qquad \delta_n = \frac{(2n+5)(2n+6-s)}{(2n+8)(2n+10)}\alpha^2$$

etc. etc.

För $s = 1$ gestalta sig ofvan anförda formler något enklare; man finner:

$$\lambda_n = \frac{2n+1}{2n+2}\frac{1}{1+\alpha^2}$$

$$f_n = \alpha^2 \frac{2n+3}{2n+1}\lambda_n \lambda_{n+1} = \frac{(2n+3)(2n+3)}{(2n+2)(2n+4)}\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2}$$

$$\vartheta_n = (1+\alpha^2)\, q_n$$

o. s. v.

42.

Det återstår oss nu att uppsöka de räkneföreskrifter, som särskildt för de fall, då n har värdet noll, leder till independenta bestämningar af de till denna index hörande β-koefficienterna. För detta ändamål komma naturligtvis i främsta rummet de, i början af artikeln 40 anförda serieutvecklingarna i fråga, men från theorien för de elliptiska integralen erhålles formler, hvilka för detta ändamål äro fördelaktigare. — Fram för allt erinras att

$$\beta_0^{(1)} = \frac{2\,\mathrm{K}}{\pi},$$

då K betecknar den fullständiga elliptiska integralen, motsvarande modylen $k = \alpha$. Beräknas derför:

$$\begin{aligned} \sin\theta &= k; & k_1 &= \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\theta^2 \\ \sin\theta_1 &= k_1; & k_2 &= \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\theta_1^2 \\ \sin\theta_2 &= k_2; & k_3 &= \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\theta_2^2 \\ &\text{o. s. v.,} & &\text{o. s. v.,} \end{aligned}$$

så finner man $\beta_0^{(1)}$ genom att använda formeln

$$\beta_0^{(1)} = (1 + k_1)\,(1 + k_2)\,(1 + k_3)\,\ldots$$

För andra s-värden har man

$$\beta_0^{(s)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\mathrm{K}} \frac{du}{(\operatorname{dn} u)^{s-1}},$$

från hvilken formel åtskilliga, för numerisk räkning lämpliga uttryck kunna härledas. Vi inskränka oss likväl här till att framhålla det vigtigaste af dessa, nämligen det, som erhålles om s sättes lika med 3. För detta fall finner man på grund af formeln

$$\frac{1}{(\operatorname{dn} u)^2} = \frac{1}{k'^2}\,\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}} + \frac{1}{k'^2}\,\frac{d\,\dfrac{\Theta_1'(u)}{\Theta_1(u)}}{du}$$

följande värde för $\beta_0^{(3)}$:

$$\begin{aligned} \beta_0^{(3)} &= \frac{2\,\mathrm{E}}{\pi}\,\frac{1}{1 - k^2} \\ &= \frac{\beta_0^{(1)}}{1 - k^2}\left[1 - \tfrac{1}{2}k^2\left(1 + \tfrac{1}{2}k_1 + \tfrac{1}{4}k_1 k_2 + \ldots\right)\right] \end{aligned}$$

43.

Vi återgå nu till framställningen af störingsfunktionen och dess partiella differentialkoefficienter. Den form för besagde funktion, hvilken omedelbart erhålles på grund af de i art. 39 meddelade uttryck, är följande

$$\begin{aligned} (44)\quad \frac{1}{\mu'}\,a\,(\Omega) = {} & \mathrm{M}_0^{(0)}\frac{a'}{r'} + \mathrm{M}_2^{(0)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^3\left(\frac{r}{a}\right)^2 + \mathrm{M}_4^{(0)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\left(\frac{r}{a}\right)^4 + \ldots \\ & + 2\left[\mathrm{M}_0^{(1)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right) + \mathrm{M}_2^{(1)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\left(\frac{r}{a}\right)^3 + \ldots\right]\cos H \\ & + 2\left[\mathrm{M}_0^{(2)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^3\left(\frac{r}{a}\right)^2 + \mathrm{M}_2^{(2)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\left(\frac{r}{a}\right)^4 + \ldots\right]\cos 2H \\ & + \ldots \end{aligned}$$

Medelst differentiation erhålles häraf vidare:

$$(45)\quad \frac{1}{\mu'}\frac{r^2}{c_0}\frac{a\partial(\Omega)}{\partial r} = \frac{a}{c_0}\left[2M_2^{(0)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^3\left(\frac{r}{a}\right)^3 + 4M_4^{(0)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\left(\frac{r}{a}\right)^5 + \ldots\right]$$

$$+ 2\frac{a}{c_0}\left[M_0^{(1)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^2 + 3M_2^{(1)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\left(\frac{r}{a}\right)^4 + \ldots\right]\cos H$$

$$+ 2\frac{a}{c_0}\left[2M_0^{(2)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^3\left(\frac{r}{a}\right)^3 + 4M_2^{(2)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\left(\frac{r}{a}\right)^5 + \ldots\right]\cos 2H$$

$$+ 2\frac{a}{c_0}\left[3M_0^{(3)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\left(\frac{r}{a}\right)^4 + 5M_2^{(3)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^6\left(\frac{r}{a}\right)^6 + \ldots\right]\cos 3H$$

$$+ \ldots$$

$$(46)\quad \frac{1}{\mu'}\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v} = 2\frac{a}{c_0}\left[M_0^{(1)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\left(\frac{r}{a}\right)^3 + M_2^{(1)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\left(\frac{r}{a}\right)^5 + \ldots\right]\frac{\partial\cos H}{\partial v}$$

$$+ 2\frac{a}{c_0}\left[M_0^{(2)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^3\left(\frac{r}{a}\right)^4 + M_2^{(2)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^5\left(\frac{r}{a}\right)^6 + \ldots\right]\frac{\partial\cos 2H}{\partial v}$$

$$+ 2\frac{a}{c_0}\left[M_0^{(3)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^4\left(\frac{r}{a}\right)^5 + M_2^{(3)}\left(\frac{a'}{r'}\right)^6\left(\frac{r}{a}\right)^7 + \ldots\right]\frac{\partial\cos 3H}{\partial v}$$

$$+ \ldots$$

Den partiella differentialkoefficienten i afseende å cos H, hvilken erfordras för härledning af uttrycket för bredden öfver ett fundamentalplan, utelemnas här, emedan vi, äfven i denna afhandling inskränka oss till undersökningarne af rörelsen i banans plan.

44.

Den form, vi i art. 31 antagit för radius-vektor i den intermediära banan, skola vi äfven använda för den absoluta. I det vi nu beteckna

$$\frac{\mu_1 a}{c_0} = \frac{1}{p_0}$$

hafva vi, i enlighet med uttrycken i den åberopade artikeln,

$$\frac{a}{r_0} = \frac{1+\varrho_0}{p_0}$$

Radius vektor i den absoluta banan skola vi beteckna med (r) samt sätta

$$\frac{a}{(r)} = \frac{1 + (\varrho)}{(p)}$$

Qvantiteten (p) tänka vi oss emellertid icke såsom en konstant utan anse densamma vara en funktion af samma föränderliga som ingå i uttrycket för (ϱ). Det kommer dock att visa sig, det de föränderliga termerna i (p) äro af en högre ordning än (ϱ), så att man i en första approximation kan sätta p_0 i stället för (p). Denna sist anförda funktion anse vi för öfrigt definierad genom likheten

$$\frac{\mu_1 a}{(c)} = \frac{1}{(p)},$$

dervid (c) betecknar summan af vissa i den fullständiga funktionen c förekommande termer.

Slutligen beteckna vi

$$\frac{a}{r} - \frac{a}{(r)} = \frac{(R)}{(p)}$$

så att

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + (\varrho) + (R)}{(p)};$$

och sätta vi dessutom

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + \varrho}{p_0},$$

så har man

$$\varrho = \frac{p_0}{(p)} - 1 + \frac{p_0}{(p)}[(\varrho) + (R)]$$

Det är efter potenserna af ϱ — hvilken qvantitet vi förutsätta alltid förblifva tillräckligt liten — samt en analog qvantitet ϱ', som vi nu gå att utveckla koefficienterna i likheterna (45) och (46). Dessa utvecklingar skola vi beteckna på följande sätt:

$$(47) \quad \frac{r^2}{c_0} \frac{a \partial (\Omega)}{\partial r} = \left[\sum \sum \mathfrak{B}^{(0)}_{s,\, s'} \varrho^s \varrho'^{s'}\right]$$
$$+ \left[\sum \sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s,\, s'} \varrho^s \varrho'^{s'}\right] \cos H$$
$$+ \left[\sum \sum \mathfrak{B}^{(2)}_{s,\, s'} \varrho^s \varrho'^{s'}\right] \cos 2H$$
$$+ \ldots$$

$$\frac{r^2}{c_0}\,\frac{\partial\,(\Omega)}{\partial v} = \left[\sum\sum \mathfrak{A}^{(1)}_{s,\,s'}\;\varrho^{s}\;\varrho'^{\,s'}\right]\frac{\partial\,\cos H}{\partial v} + \left[\sum\sum \mathfrak{A}^{(2)}_{s,\,s'}\;\varrho^{s}\;\varrho'^{\,s'}\right]\frac{\partial\,\cos 2H}{\partial v} + \ldots, \tag{48}$$

i hvilka uttryck s och s' såsom indices betyda hela tal.

För uppställandet af uttryck för koefficienterna $\mathfrak{A}_{s,\,s'}$ och $\mathfrak{B}_{s,\,s'}$ erinra vi oss att

$$\left(\frac{r}{a}\right)^{n} = p_0^{n}\left\{1 - \frac{n}{1}\,\varrho + \frac{n\,(n+1)}{1\,.\,2}\,\varrho^2 - \,.\,.\right\}$$

$$\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m} = \frac{1}{p_0'^{\,m}}\left\{1 + \frac{m}{1}\,\varrho' + \frac{m\,(m-1)}{1\,.\,2}\,\varrho'^{\,2} + \,.\,.\right\}$$

Koefficienten till ϱ^s i utvecklingen af $\left(\frac{r}{a}\right)^n$ blifver således

$$(-1)^s\,\frac{n\,(n+1)\,(n+2)\ldots(n+s-1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,s} = (-1)^s\;B_s^{(-n)}$$

samt koefficienten till $\varrho'^{s'}$ i utvecklingen af $\left(\frac{a'}{r'}\right)^m$:

$$\frac{m\,(m-1)\ldots(m-s'+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,s'} = B_{s'}^{(m)}$$

Med stöd af dessa värden finna vi för de i fråga varande koefficienterna följande uttryck

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\;\mathfrak{A}^{(1)}_{s,\,s'} = (-1)^s\,\frac{2}{p_0}\left\{\mathrm{B}_s^{(-3)}\;\mathrm{B}_{s'}^{(2)}\;p_0^{3}\;p_0'^{\,-2}\;\mathrm{M}_0^{(1)} + \mathrm{B}_s^{(-5)}\;\mathrm{B}_{s'}^{(4)}\;p_0^{5}\;p_0'^{\,-4}\;\mathrm{M}_2^{(1)} + \,.\,.\,.\right\}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\;\mathfrak{A}^{(2)}_{s,\,s'} = (-1)^s\,\frac{2}{p_0}\left\{\mathrm{B}_s^{(-4)}\;\mathrm{B}_{s'}^{(3)}\;p_0^{4}\;p_0'^{\,-3}\;\mathrm{M}_0^{(2)} + \mathrm{B}_s^{(-6)}\;\mathrm{B}_{s'}^{(5)}\;p_0^{6}\;p_0'^{\,-5}\;\mathrm{M}_2^{(2)} + \,.\,.\,.\right\}$$

O. S. V.

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\ \mathfrak{B}^{(0)}_{s,\,s'} = (-1)^s\ \frac{1}{p_0}\left\{2\mathrm{B}_s^{(-3)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(3)}\ p_0^3\ p_0^{\prime -3}\ \mathrm{M}_2^{(0)}\right.$$

$$\left.+ 4\mathrm{B}_s^{(-5)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(5)}\ p_0^5\ p_0^{\prime 5}\ \mathrm{M}_4^{(0)} + \ldots\right\}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\ \mathfrak{B}^{(1)}_{s,\,s'} = (-1)^s\ \frac{2}{p_0}\left\{\mathrm{B}_s^{(-2)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(2)}\ p_0^2\ p_0^{\prime -2}\ \mathrm{M}_0^{(1)}\right.$$

$$\left.+ 3\mathrm{B}_s^{(-4)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(4)}\ p_0^4\ p_0^{\prime -4}\ \mathrm{M}_2^{(1)} + \ldots\right\}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\ \mathfrak{B}^{(2)}_{s,\,s'} = (-1)^s\ \frac{2}{p_0}\left\{2\mathrm{B}_s^{(-3)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(3)}\ p_0^3\ p_0^{\prime -3}\ \mathrm{M}_0^{(2)}\right.$$

$$\left.+ 4\mathrm{B}_s^{(-5)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(5)}\ p_0^5\ p_0^{\prime -5}\ \mathrm{M}_2^{(2)} + \ldots\right\}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\ \mathfrak{B}^{(3)}_{s,\,s'} = (-1)^s\ \frac{2}{p_0}\left\{3\mathrm{B}_s^{(-4)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(4)}\ p_0^4\ p_0^{\prime -4}\ \mathrm{M}_0^{(3)}\right.$$

$$\left.+ 5\mathrm{B}_s^{(-6)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(6)}\ p_0^6\ p_0^{\prime -6}\ \mathrm{M}_2^{(3)} + \ldots\right\}$$

$$\frac{\mu_1}{\mu'}\ \mathfrak{B}^{(4)}_{s,\,s'} = (-1)^s\ \frac{2}{p_0}\left\{4\mathrm{B}_s^{(-5)}\ \mathrm{B}_s^{(5)}\ p_0^5\ p_0^{\prime -5}\ \mathrm{M}_0^{(4)}\right.$$

$$\left.+ 6\mathrm{B}_s^{(-7)}\ \mathrm{B}_{s'}^{(7)}\ p_0^5\ p_0^{\prime -5}\ \mathrm{M}_2^{(4)} + \ldots\right\{$$

o. s. v.

45.

Vore funktionerna (p) och (p') redan kända, så kunde man vidtaga den ändring af de i föregående artikel anförda formlerna, att man insatte dessa funktioner i stället för p_0 och p'_0 i uttrycken för $\mathfrak{A}_{s,\,s'}$ och $\mathfrak{B}_{s,\,s'}$. Härefter skulle dessa qvantiteter ej mer vara konstanter. Om man derjemte insatte (ϱ) och (ϱ') i stället för ϱ och ϱ' i likheterna (47) och (48), så skulle man erhålla de uttryck för de respektive differentialkoefficienterna, hvilka erfordras för bestämningen af den absoluta banan. Vid undersökningens början känner man emellertid icke funktionen (p), hvilken i någon mån är arbiträr och måste väljas i ändamål att åvägabringa vissa förenklingar i uttrycket för (ϱ) eller för $\frac{(r)}{a}$. Men just för att finna den ändamålsenliga formen för (p) är det lämpligt att använda de konstanta värdena för koefficienterna $\mathfrak{A}_{s,\,s'}$ och $\mathfrak{B}_{s,\,s'}$, samt att i likheterna (47) och (48) i stället för ϱ införa qvantiteten

$$\bar{\varrho} = \frac{-[(p) - p_0] + p_0\,(\varrho)}{(p)},$$

ur hvilken relation erhålles

$$(\varrho) = \frac{(p)}{p_0}\left[1 - \frac{p_0}{(p)} + \bar{\varrho}\right]$$

Har man funnit ett uttryck för ϱ, så kommer det an på att, med ledning af denna formel, välja (p) på så sätt, att uttrycket för (ϱ) blifver möjligast enkelt.

För det följande fastställa vi tvenne parallela system af beteckningar. Vi sätta dels

$$(R) = (\varrho_1) + (\varrho_2) + (\varrho_3) + \ldots;$$

dels

$$\frac{p_0}{(p)}\,(R) = \bar{R} = \bar{\varrho}_1 + \bar{\varrho}_2 + \bar{\varrho}_3 + \ldots,$$

så att man har, antingen:

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + (\varrho) + (\varrho_1) + (\varrho_2) + \ldots}{(p)} \tag{49}$$

eller:

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + \bar{\varrho} + \bar{\varrho}_1 + \bar{\varrho}_2 + \ldots}{p_0} \tag{50}$$

Antingen vi nu införa (ϱ) eller $\bar{\varrho}$ i likheterna (47) och (48), så erhålla vi dock ej de fullständiga uttrycken för de respektive differentialkoefficienterna, utan måste för att vinna detta ändamål, till de sålunda erhållna värdena foga termer, beroende af $(\varrho_1), (\varrho_2), \ldots$ eller $\bar{\varrho}_1, \bar{\varrho}_2, \ldots$ För att göra de härtill erforderliga operationerna — hvilka i båda fallen äro fullkomligt analoga — möjligast öfverskådliga, beteckna vi

$$\left\{\begin{aligned} \frac{r^2}{c_0}\,\frac{a\partial\,(\Omega)}{\partial r} &= P \\ \frac{r^2}{c_0}\,\frac{a\partial\,(\Omega)}{\partial v} &= Q, \end{aligned}\right. \tag{51}$$

och utmärka derjemte med $P_{i,\,i'}$ och $Q_{i,\,i'}$ de värden af ifrågavarande funktioner, hvilka innehålla qvantiteterna (ϱ), (ϱ_1), (ϱ_2) . . till och med (ϱ_i) samt de analoga qvantiteterna (ϱ'), (ϱ'_2) . . $(\varrho'_{i'})$. Sålunda beteckna $P_{0.0}$ och $Q_{0.0}$ de värden af P och Q, hvilka äro funktioner af endast de, för de absoluta banorna gällande värden af ϱ och ϱ'.

I afsigt att erhålla differentialeqvationer af sådan form, att deras integration medelst successiva approximationer ej leder till termer, der den oberoende variabeln förekommer utom sinus- och cosinustecknen, sätta vi slutligen

$$(52) \qquad \begin{cases} P = \overline{S} + \overline{T}\,\varrho \\ Q = \overline{U} + \overline{V}\,\varrho, \end{cases}$$

eller

$$(52,\ a) \qquad \begin{cases} P = (S) + (T)\,[(\varrho) + (R)] \\ Q = (U) + (V)\,[(\varrho) + (R)], \end{cases}$$

dervid vi tänka oss S och U såsom funktioner af endast ϱ', men $\overline{T}$ och $\overline{V}$ såsom innehållande samma föränderliga, men derjemte ϱ, d. v. s. qvantiteterna $\overline{\varrho}$ $\overline{\varrho}_1$, o. s. v.

Funktionerna (S), (T), (U) och (V) kunna ganska lätt härledas ur $\overline{S}$, $\overline{T}$, $\overline{U}$ och $\overline{V}$. Härtill insätta vi i likheten (52) värdet

$$\varrho = -\frac{(p) - p_0}{(p)} + \frac{(p)}{p_0}\,[(\varrho) + (R)];$$

jemföras sedan resultaten med likheten (52, a), så finner man, att

$$(S) = \overline{S} - \frac{(p) - (p_0)}{(p)}\,\overline{T}$$

$$(T) = \frac{p_0}{(p)}\,\overline{T}$$

$$(U) = \overline{U} - \frac{(p) - p_0}{(p)}\,\overline{V}$$

$$(V) = \frac{p_0}{(p)}\,\overline{V}$$

I analogi med det ofvan införda beteckningssättet låta vi nu äfven $(S)_{i'}$, $(U)_{i'}$, $(T)_{i,\,i'}$ och $(V)_{i,\,i'}$ betyda värden af (S), (U), (T) och (V), hvilka innehålla qvantiteterna (ϱ'), (ϱ'_1) . . . $(\varrho'_{i'})$ och de tvenne sednare derjemte (ϱ), (ϱ_1), . . . (ϱ_i).

46.

Medelst successiva substitutioner bildas funktionerna $P_{i,\,i'}$, $Q_{i,\,i'}$, $(S)_{i'}$, $(U)_{i'}$, $(T)_{i,\,i'}$ samt $(V)_{i,\,i'}$ ur de till lägre indices hörande funktioner af samma art. Då följden af operationer härvid alltid är densamma, så kunna vi inskränka oss till att angifva härledningen af en enda af dessa t. ex. af $P_{i,\,i'}$. Funktionen $P_{0.\,0}$ erhålles först och främst omedelbart genom att i likheten (47) insätta (ϱ) [eller $\bar{\varrho}$] i stället för ϱ samt (ϱ') i stället för ϱ'. Härefter bildas $P_{1,\,1}$ genom att insätta $(\varrho) + (\varrho_1)$ och $(\varrho') + (\varrho_1')$ i stället för ϱ och ϱ'; och utvecklar man resultatet efter de stigande potenserna af (ϱ_1) och (ϱ_1'), så erhålles

$$\begin{aligned} P_{1,\,1} = P_{0.\,0} &+ \frac{d\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho)}\,(\varrho_1) + \frac{d\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho')}\,(\varrho'_1) \\ &+ \frac{1}{1.\,2}\,\frac{d^2\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho)^2}\,(\varrho_1)^2 + \frac{d\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho)}\,\frac{d\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho')}\,(\varrho_1)\,(\varrho') \\ &+ \frac{1}{1.\,2}\,\frac{d^2\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho')^2}\,(\varrho'_1)^2 \\ &+ \ldots \end{aligned}$$

Nu finner man ur likheten (47):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1\,.\,2\,.\,.\,n\,.\,1\,.\,2\,.\,.\,m}\,\frac{d^{n+m}\,P_{0.\,0}}{d\,(\varrho)^n\,d\,(\varrho')^m} \\ &= \sum\sum \mathrm{B}_n^{(s)}\,\mathrm{B}_m^{(s')}\,\mathfrak{D}_{s,\,s'}^{(0)}\,(\varrho)^{s-n}\,(\varrho')^{s'-m} \\ &+ \left[\sum\sum \mathrm{B}_n^{(s)}\,\mathrm{B}_m^{(s')}\,\mathfrak{D}_{s,\,s'}^{(1)}\,(\varrho)^{s-n}\,(\varrho')^{s'-m}\right]\cos H \\ &+ \ldots, \end{aligned}$$

då vi nämligen fortfarande med $\mathrm{B}_n^{(s)}$ och $\mathrm{B}_m^{(s')}$ beteckna binomialkoefficienter. Sätta vi derföre:

$$\begin{aligned} (53) \qquad P_{1,\,1} = &\sum\sum \mathfrak{D}_{s,\,s'}^{(0)}\,(\varrho_1)^s\,(\varrho'_1)^{s'} \\ &+ \left[\sum\sum \mathfrak{D}_{s,\,s'}^{(1)}\,(\varrho_1)^s\,(\varrho'_1)^{s'}\right]\cos H \\ &+ \ldots \end{aligned}$$

så äro, såsom man lätt öfvertygar sig, funktionerna $\mathfrak{D}_{s,\,s'}$ på följande sätt sammansatta:

$$\mathfrak{D}^{(0)}_{s,\,s'} = \sum_{n=s}^{n=\infty} \sum_{m=s'}^{m=\infty} \mathrm{B}^{(n)}_{s}\ \mathrm{B}^{(m)}_{s'}\ \mathfrak{B}^{(0)}_{n,\,m}\ (\varrho)^{n-s}\ (\varrho')^{m-s'}$$

$$\mathfrak{D}^{(1)}_{s,\,s'} = \sum_{n=s}^{n=\infty} \sum_{m=s'}^{m=\infty} \mathrm{B}^{(n)}_{s}\ \mathrm{B}^{(m)}_{s'}\ \mathfrak{B}^{(1)}_{n,\,m}\ (\varrho)^{n-s}\ (\varrho')^{m-s'}$$

o. s. v.

På alldeles analogt sätt bildas funktionen $P_{2,\,2}$, i det densamma utvecklas efter potenserna af (ϱ_2) och (ϱ'_2); att utsätta de resulterande formlerna är derför lika så litet nödvändigt som att anföra uttrycken för $Q_{i,\,i'}$, $(S)_{i'}$, o. s. v. Vi anteckna endast utvecklingarne:

$$(54)\qquad (S) = \sum \mathfrak{B}^{(0)}_{0,\,s'}\ \varrho'^{s'} + \left[\sum \mathfrak{B}^{(1)}_{0,\,s'}\ \varrho'^{s'}\right] \cos H + \ldots$$

$$(55)\qquad (T) = \sum \sum \mathfrak{B}^{(0)}_{s,\,s'}\ \varrho^{s-1}\ \varrho'^{s'} + \left[\sum \sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s,\,s'}\ \varrho^{s-1}\ \varrho'^{s'}\right] \cos H + \ldots,$$

hvartill komma analoga uttryck för (U) och (V), dem vi ej behöfva anföra.

47.

Vår nästa uppgift är att uttrycka cos H, cos $2H$, o. s. v. såsom funktioner af de sanna längderna i banan v och v'. Då H betecknar vinkeln emellan r och r' samt J banornas lutning mot hvarandra, så inses på grund af formeln

$$\cos H = \cos(v + \Pi) \cos(v' + \Pi') + \sin(v + \Pi) \sin(v' + \Pi') \cos J$$

att Π betecknar afståndet från den uppstigande noden af den störda kroppens bana öfver den störandes till den punkt, hvarifrån v räknas, samt Π' afståndet från samma nod till den punkt, hvarifrån v' räknas.

Ofvan anförda uttryck för cos H omgestaltas lätt till följande:

$$\cos H = \mu \cos (v - v' + \Delta) + \nu \cos (v + v' + \Pi + \Pi'),$$

der vi betecknat:

$$\mu = \cos \tfrac{1}{2} J^2; \quad \nu = \sin \tfrac{1}{2} J^2,$$

och derjemte, såsom i art. 39,

$$\Pi - \Pi' = \Delta$$

Genom att upphöja föregående uttryck till qvadrat finner man:

$$\begin{aligned} \cos 2 H = & - 2 \mu \nu \\ & + \mu^2 \cos 2 (v - v' + \Delta) \\ & + \nu^2 \cos 2 (v + v' + \Pi + \Pi') \\ & + 2 \mu\nu \cos 2 (v + \Pi) \\ & + 2 \mu\nu \cos 2 (v' + \Pi'), \end{aligned}$$

och likaså funne man, medelst vanlig multiplikation uttrycken för cos 3 H, cos 4 H, o. s. v. Man förfar dock fördelaktigare, då man härleder koefficienterna i dessa uttryck medelst den rekursionsformel, som blifvit angifven af Herr TISSERAND (Comtes rendus, Tome LXXXVIII). Med honom beteckna vi

$$\begin{aligned} \cos n H = Q^{(n)}_{0,0} & + 2 \sum Q^{(n)}_{i,0} \cos i (v - v' + \Delta) \\ & + 2 \sum Q^{(n)}_{0,j} \cos j (v + v' + \Pi + \Pi') \\ & + 2 \sum Q^{(n)}_{i,j} \cos [(i+j)(v+\Pi) - (i-j)(v'+\Pi')] \\ & + 2 \sum Q^{(n)}_{i,j} \cos [(i-j)(v+\Pi) - (i+j)(v'+\Pi')] \end{aligned}$$

der n, i och j äro hela tal; den ifrågavarande rekursionsformeln är då den följande

$$Q^{(n+1)}_{i,j} + Q^{(n+1)}_{i,j} = \mu \left[Q^{(n)}_{i-1,j} + Q^{(n)}_{i+1,j} \right] + \nu \left[Q^{(n)}_{i,j-1} + Q^{(n)}_{i,j1+} \right]$$

Vid begagnandet af denna formel måste äfven termerna med negativa indices medtagas, dervid man har att lägga märke till relationerna

$$Q_{i,j}^{(n)} = Q_{-i,j}^{(n)} = Q_{i,-j}^{(n)} = Q_{-i,-j}^{(n)}$$

För $i = j = 0$ har man således

$$Q_{0,0}^{(1)} + Q_{0,0}^{(n-1)} = 2\,\mu\, Q_{1,0}^{(n)} + 2\,\nu\, Q_{0,1}^{(n)}$$

De anförda värdena för $\cos H$ och $\cos 2\,H$ gifva oss

$$Q_{0,0}^{(1)} = 0$$

$$Q_{1,0}^{(1)} = \tfrac{1}{2}\,\mu$$

$$Q_{0,1}^{(1)} = \tfrac{1}{2}\,\nu$$

$$Q_{0,0}^{(2)} = -\,2\,\mu\,\nu$$

$$Q_{1,0}^{(2)} = 0$$

$$Q_{2,0}^{(2)} = \tfrac{1}{2}\,\mu^2$$

$$Q_{0,1}^{(2)} = 0$$

$$Q_{0,2}^{(2)} = \tfrac{1}{2}\,\nu^2$$

$$Q_{1,1}^{(2)} = \mu\,\nu$$

och utgående från dessa erhåller man, med stöd af den anförda rekursionsformeln, de öfriga Q-värdena.

§ VII. Förberedande undersökningar af den absoluta banan.

48.

Genom att från störingsfunktionen afsöndra vissa termer och förena desamma med fundamental-differentialeqationerna vans den utgångspunkt, hvarifrån man leddes till föreställningen om den intermediära banan; ett analogt förfarande skall äfven leda oss till kännedom af den absoluta. Men då det förstnämnda ändamålet vans genom afskiljandet af ett uttryck, som var en funktion af endast r (eller ϱ_0), är det för vår nuvarande afsigt erforderligt att från störingsfunktionen afskilja termer, hvilkas summa utgör en funktion af både r (eller (ϱ) eller $\overline{\varrho}$) och v_0.

Då emellertid (ϱ) slutligen kommer att uttryckas såsom funktion af v_0, så kunna alla de frånskilda termerna anses såsom funktioner af endast v_0, d. v. s. såsom oberoende af variationen. Den del af variationen, som skulle bero af dessa frånskilda termer, erhålles derföre medelst en ren qvadratur. Men då försvinner nödvändigheten att betrakta dessa termer särskildt; ty ändamålet med variationens frånskiljande var endast det, att erhålla en differentialeqvation, genom hvars integration ett strängare resultat kunde erhållas, än medelst de förut brukliga successiva qvadraturerna. I den absoluta banan behöfva vi derföre icke angifva någon särskild del af längden under formen af variationstermer, men deremot blifver det då nödvändigt att i stället modifiera uttrycket för tidsreduktionen. Vi gå nu att uppsöka de differentialeqvationer, som komma till användning, då man utgår från ofvan antydda förutsättningar.

Den i art. 2 uppstälda likheten

$$\frac{d\sqrt{c}}{dt} = \frac{\partial(\Omega)}{\partial v} *$$

gifver oss:

$$\frac{d\frac{1}{\sqrt{c}}}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{d\sqrt{c}}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v}$$

härmed erhålles ur den andra af likheterna (6) den följande

$$r\frac{d^2 v_0}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{dv_0}{dt} = -r\frac{d^2\chi}{dt^2} - 2\frac{dr}{dt}\frac{d\chi_0}{dt} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v}$$

en relation, som äfven igenfinnes med stöd af den första likheten (2). Vi beteckna nu summan af de termer, vi vilja af-

---

* Det torde erinras, att

$$\frac{\partial(\Omega)}{\partial v} = \frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

skilja från $\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v}$ med $[Q_{0.\,0}]$ och bestämma χ ur likheten

$$(56)\qquad r\frac{d^2\chi}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\chi}{dt}=\frac{c_0}{r^3}\left\{\frac{r^2}{c_0}\frac{\partial(\Omega)}{\partial v}-[Q_{0.\,0}]\right\};$$

det återstår då:

$$r\frac{d^2v_0}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{dv_0}{dt}=\frac{c_0}{r^3}[Q_{0.\,0}]$$

I denna likhet införa vi i stället för t en ny föränderlig z, hvilken — i det vi med $\mathfrak{Z}$ beteckna en ännu till vårt förfogande stående funktion af v_0 — vi bestämma medelst likheten

$$(57)\qquad dt=dz\,(1+\mathfrak{Z})$$

Härmed erhålles

$$\frac{dv_0}{dt}=\frac{1}{1+\mathfrak{Z}}\frac{dv_0}{dz}$$

$$r\frac{d^2v_0}{dt^2}=\frac{1}{(1+\mathfrak{Z})^2}\,r\frac{d^2v_0}{dz^2}-\frac{\frac{d\mathfrak{Z}}{dv_0}}{(1+\mathfrak{Z})^3}\,r\left(\frac{dv_0}{dz}\right)^2;$$

och således blifver

$$\frac{d^2v_0}{dz^2}+\left[\frac{2}{r}\frac{dr}{dv_0}-\frac{\frac{d\mathfrak{Z}}{dv_0}}{1+\mathfrak{Z}}\right]\left(\frac{dv_0}{dz}\right)^2=\frac{c_0(1+\mathfrak{Z})^2}{r^4}[Q_{0.\,0}]$$

Med G beteckna vi en annan funktion af v_0, hvilken vi för ögonblicket endast definiera medelst likheten

$$\frac{dv_0}{dz}=\frac{\sqrt{c_0}}{r^2}G,$$

hvarigenom emellertid inses, att $\mathfrak{Z}$ och G på så sätt äro beroende af hvarandra, att om den ena blifvit bestämd, så är den andra ej heller mer vilkorlig.

Ur den anförda relationen följer

$$\begin{aligned}\frac{d^2v_0}{dz^2}&=\frac{\sqrt{c_0}}{r^2}\frac{dG}{dv_0}\frac{dv_0}{dz}-2\frac{\sqrt{c_0}}{r^3}G\frac{dr}{dv_0}\frac{dv_0}{dz}\\&=\frac{c_0}{r^4}G\frac{dG}{dv_0}-2\frac{c_0}{r^5}G^2\frac{dr}{dv_0}\end{aligned}$$

Dessa värden för $\frac{dv_0}{dz}$ och $\frac{d^2v_0}{dz^2}$, insatta i den föregående likheten af andra ordningen, gifva oss

$$\frac{1}{G}\frac{dG}{dv_0} - \frac{1}{1+\mathfrak{Z}}\frac{d\mathfrak{Z}}{dv_0} = \frac{(1+\mathfrak{Z})^2}{G^2}[Q_{0.0}]$$

Tänka vi oss $[Q_{0.0}]$ vara en bekant funktion af v_0, så kunna vi integrera denna likhet. Sättes nämligen

$$y = \frac{1+\mathfrak{Z}}{G},$$

så följer:

$$\frac{1}{G}\frac{dG}{dv_0} - \frac{1}{1+\mathfrak{Z}}\frac{d\mathfrak{Z}}{dv_0} = -\frac{1}{y}\frac{dy}{dv_0};$$

således äfven:

$$-\frac{1}{y^3}\frac{dy}{dv_0} = [Q_{0.0}],$$

en likhet hvars integral är

$$\frac{1}{2}\frac{1}{y^2} = C + \int [Q_{0.0}]\, dv_0$$

Vårt resultat blifver således det följande

$$G = (1+\mathfrak{Z})\sqrt{2C + 2\int [Q_{0.0}]\; dv_0}$$

Öfver integrationskonstanten C kunna vi tydligen fritt förfoga, alldenstund en förändrad bestämning af denna konstant endast skulle medföra ett förändradt värde af funktionen $\mathfrak{Z}$, öfver hvilken vi ännu kunna fritt disponera. Vi sätta då $2C = 1$, och erhålla efter denna bestämning följande relation emellan $\mathfrak{z}$ och v_0:

$$dz = \frac{r^2\, dv_0}{\sqrt{c_0}\,(1+\mathfrak{Z})\sqrt{1 + 2\int [Q_{0.0}]\, dv_0}}$$

Den reducerade tiden skola vi nu beteckna med ζ samt definiera densamma genom uppställandet af likheten

$$dz = \frac{r^2}{(r)^2}\, d\zeta;$$

vi erhålla då

$$(58)\qquad d\zeta = \frac{(r)^2\, dv_0}{\sqrt{c_0}\,(1+\mathbf{Z})\sqrt{1+2\int[Q_{0.0}]\,dv_0}}$$

samt dessutom följande relation emellan den sanna och den reducerade tiden:

$$(59)\qquad dt = \frac{(r)^2}{r^2}\,(1+\mathbf{Z})\,d\zeta;$$

49.

Med stöd af de funna relationerna gå vi nu först och främst att införa v_0 såsom oberoende variabel i likheten (56). Härtill hafva vi relationerna:

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{1}{1+\mathbf{Z}}\,\frac{d\chi}{dz}$$

$$\frac{d^2\chi}{dt^2} = \frac{1}{(1+\mathbf{Z})^2}\,\frac{d^2\chi}{dz^2} - \frac{1}{(1+\mathbf{Z})^3}\,\frac{d\mathbf{Z}}{dz}\,\frac{d\chi}{dz};$$

och om vi för korthetens skull beteckna

$$\frac{r^2}{c_0}\,\frac{\partial\,(\Omega)}{\partial v} - [Q_{0.0}] = X,$$

så gifver oss nu likheten (56):

$$r\,\frac{d^2\chi}{dz^2} + \left\{2\,\frac{dr}{dz} - \frac{r}{1+\mathbf{Z}}\,\frac{d\mathbf{Z}}{dz}\right\}\frac{d\chi}{dz} = (1+\mathbf{Z})^2\,\frac{c_0}{r^3}\,X$$

Men vi hafva vidare:

$$\frac{d\chi}{dz} = \frac{\sqrt{c_0}}{r^2}\,G\,\frac{d\chi}{dv_0}$$

$$\frac{d^2\chi}{dz^2} = \frac{c_0}{r^4}\,G^2\,\frac{d^2\chi}{dv_0^2} - 2\,\frac{c_0}{r^5}\,G^2\,\frac{dr}{dv_0}\,\frac{d\chi}{dv_0} + \frac{c_0}{r^4}\,G\,\frac{dG}{dv_0}\,\frac{d\chi}{dv_0}$$

Genom att införa dessa värden i den föregående likheten erhålla vi:

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \left\{\frac{1}{G}\,\frac{dG}{dv_0} - \frac{1}{1+z}\,\frac{d\mathbf{Z}}{dv_0}\right\}\frac{d\chi}{dv^0} = \frac{(1+\mathbf{Z})^2}{G^2}\,X;$$

och om vi nu erinra oss relationen

$$\frac{1}{G}\,\frac{dG}{dv_0} - \frac{1}{1+z}\,\frac{d\mathbf{Z}}{dv_0} = \frac{[Q_{0.0}]}{1+2\int[Q_{0.0}]\,dv_0}$$

så finna vi:

$$(60) \qquad \frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \frac{[Q_{0\cdot 0}]}{1 + 2\int[Q_{0\cdot 0}]\, dv_0} \frac{d\chi}{dv_0} = \frac{X}{1 + 2\int[Q_{0\cdot 0}]\, dv_0}$$

Det är ej utan intresse att uppställa den stränga integralen till denna likhet för den händelse att funktionen χ bortlemnas, der densamma förekommer i X. Man kan då anse denna sistnämnda funktion vara bekant, och erhåller i sådant fall, om med L betecknas en integrationskonstant,

$$\frac{d\chi}{dv_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\int[Q_{0\cdot 0}]\, dv_0}} \left[L + \int \frac{X\, dv_0}{\sqrt{1 + 2\int[Q_{0\cdot 0}]\, dv_0}} \right]$$

Vid användandet af denna formel måste konstanten L bestämmas på sätt, att den konstanta termen i resultatet försvinner. Vi äro härtill befogade på den grund, att v_0 skall beräknas med den sanna medelrörelsen, och någon mot v_0 proportionel term derföre icke får förekomma i uttrycket för χ.

Åtskilliga af de formler, vi dels redan funnit, dels i nästkommande artikel gå att uppsöka, gestalta sig väsentligen förenklade, om vi begagna oss af beteckningen

$$(61) \qquad c_1 = c_0\, (1 + 2\int[Q_{0\cdot 0}]\, dv_0);$$

Vi erhålla härmed

$$\frac{G}{1 + \mathfrak{Z}} = \sqrt{\frac{c_1}{c_0}}$$

Vidare finna vi ur formeln

$$\frac{dv_0}{dt} = \frac{\sqrt{c_0}}{r^2} \frac{G}{1 + \mathfrak{Z}}$$

ögonblickligen:

$$\frac{dv_0}{dt} = \frac{\sqrt{c_1}}{r^2}$$

Då man dessutom alltid har

$$\frac{dv_0}{dt} + \frac{d\chi}{dt} = \frac{\sqrt{c}}{r^2},$$

så befinnes

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\sqrt{c_1}}{r^2} \left(\sqrt{\frac{c}{c_1}} - 1 \right)$$

eller

$$\frac{d\chi}{dv_0} = \sqrt{\frac{c}{c_1}} - 1$$

Med användning af detta beteckningssätt erhålla vi i stället för likheten (58):

$$d\zeta = \frac{(r)^2\, dv_0}{\sqrt{c_1}\,(1 + \mathbf{Z})}, \tag{62}$$

och i stället för (60)

$$\frac{d^2\chi}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\,\frac{d\log c_1}{dv_0}\,\frac{d\chi}{dv_0} = \frac{c_0}{c_1}\,X \tag{63}$$

50.

För att nu äfven erhålla en differentialeqvation för radiusvektor af samma natur som den, vi funnit för variationen, erinra vi oss till en början att likheterna (6) bibehålla sin giltighet, hvilken betydelse man än må gifva åt funktionen χ, endast densamma definieras medelst relationen

$$v = v_0 + \chi;$$

ifrågavarande likheter komma således äfven nu, utan någon ändring till användning.

Under begagnande af de i föregående artikel förklarade beteckningar, samt på grund af betydelsen af funktionerna $\boldsymbol{\Xi}$ och $\boldsymbol{H}$ har man:

$$\boldsymbol{\Xi} = -\sqrt{c_1}\,\frac{d\frac{1}{r}}{dv_0}$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{\sqrt{c_1}}{r} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c}}$$

och härmed erhålles ur den första af dessa likheter

$$-\sqrt{c_1}\,\frac{d^2\frac{1}{r}}{dv_0^2} - \frac{d\sqrt{c_1}}{dv_0}\,\frac{d\frac{1}{r}}{dv_0} - \frac{\sqrt{c_1}}{r} + \frac{\mu_1}{\sqrt{c}} = \left[\frac{\sqrt{c_1}}{r} + \frac{\sqrt{c}}{r} - \frac{\mu_1}{\sqrt{c}}\right]\frac{d\chi}{dv_0}$$
$$+ \frac{r^2}{\sqrt{c_1}}\,\frac{\partial\,(\Omega)}{\partial r}$$

eller

$$(64)\quad \frac{d^2\frac{a}{r}}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\frac{a}{r}}{dv_0} + \frac{a}{r} - \frac{\mu_1 a}{c_1} + \frac{a}{r}\left[2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right]$$
$$= -\frac{c_0}{c_1}P$$

Ur denna differentialeqvation skola vi härleda tvenne andra, af hvilka den första kommer till användning, då $\bar{\varrho}$ sökes, den andra åter då man söker (ϱ).

Vi införa derföre först

$$\frac{a}{r} = \frac{1+\varrho}{p_0} = \frac{1+\bar{\varrho}+\bar{R}}{p_0}$$

och hafva då att identifiera p_0 med $\frac{c_0}{\mu_1 a}$; sätta vi derjemte

$$p_1 = \frac{c_1}{\mu_1 a},$$

så befinnes:

$$(65)\quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\varrho}{dv_0} + \varrho$$
$$= -\left(1-\frac{p_0}{p_1}\right) - (1+\varrho)\left\{2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right\} - p_0\frac{p_0}{p_1}P;$$

och, då man betecknat (art. 45)

$$P = \bar{S} + \bar{T}\varrho,$$

så kan man angifva ofvanstående likhet under följande form

$$(66)\quad \frac{d^2\varrho}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\frac{d\log c_1}{dv_0}\frac{d\varrho}{dv_0} + \left\{1 + p_0\frac{p_0}{p_1}\bar{T} + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right\}\varrho$$
$$= -\left(1-\frac{p_0}{p_1}\right) - 2\frac{d\chi}{dv_0} - \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 - p_0\frac{p_0}{p_1}\bar{S}$$

Denna likhet sönderfaller i tvenne andra, då vi insätta

$$\varrho = \bar{\varrho} + \bar{R};$$

och emedan någon annan relation emellan dessa funktioner ännu ej blifvit uppstäld, är ifrågavarande sönderdelning vilkorlig. Vi beteckna då med Σ_0 summan af alla de i $\overline{S}$ förekommande termer, hvilka skola tagas i betraktande vid bestämningen af den absoluta banan; likaledes beteckna vi med $1 - \beta_1 + \Psi_1$ summan af de, i ofvanstående likhet med ϱ multiplicerade termer, hvilka för samma ändamål medtagas; för $\overline{\varrho}$ uppställa vi nu likheten

$$(67) \qquad \frac{d^2\overline{\varrho}}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\,\frac{d\log c_1}{dv_0}\,\frac{d\overline{\varrho}}{dv_0} + [1-\beta_1 + \Psi_1]\,\overline{\varrho}$$

$$= -\left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right) - \frac{p_0^2}{p_1}\,\Sigma_0 + \gamma_0,$$

der vi dessutom med γ_0 betecknat den konstanta termen i utvecklingen af $\left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2$

Den för $\overline{R}$ gällande likheten antager härefter följande form

$$(68) \qquad \frac{d^2\overline{R}}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\,\frac{d\log c_1}{dv_0}\,\frac{d\overline{R}}{dv_0} + \left\{1 + \frac{p_0^2}{p_1}\,\overline{T} + 2\,\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right\}\overline{R}$$

$$= -2\,\frac{d\chi}{dv_0} - \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 - \gamma_0 - \frac{p_0^2}{p_1}\,[\overline{S} - \Sigma_0].$$

$$+ \left\{\frac{p_0^2}{p_1}\,\overline{T} + 2\,\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + \beta_1 - \Psi_1\right\}\overline{\varrho}$$

Dessa båda likheter kunna endast medelst fortsatta approximationer lösas. Ty funktionerna $\overline{T}$ och χ äro icke ursprungligen bekanta, utan kunna för desamma mer och mer exakta uttryck härledas endast i mån, som man finner riktiga uttryck för $\overline{\varrho}$ och $\overline{R}$.

Men den form, vi ofvan angifvit för likheten (67), är icke under alla omständigheter den fördelaktigaste; det är dock lätt att ur densamma härleda andra former, der den olägenhet är undviken, som vidlåder den anförda, och hvilken består deri, att den direkta integrationen leder till termer, hvilka innehålla v_0 utanför de trigonometriska funktionstecknen. För att åvägabringa den, för det antydda ändamålet erforderliga transformationen gifves det åtskilliga medel; vi välja för tillfället det följande, hvilket synes vara det enklaste. Man inför en ny föränderlig $\mathfrak{r}$, i det man sätter

$$\bar{\varrho} = -\frac{p_1 - p_0}{p_1} + \frac{p_0}{p_1}\,\mathfrak{r}$$

Medelst differentiation erhålles häraf

$$\frac{d\bar{\varrho}}{dv_0} = -\frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1}\,\frac{dp_1}{dv_0} + \frac{p_0}{p_1}\,\frac{d\mathfrak{r}}{dv_0} - \frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1}\,\frac{dp_1}{dv_0}\,\mathfrak{r}$$

$$\frac{d^2\bar{\varrho}}{dv_0^2} = -\frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1}\,\frac{d^2 p_1}{dv_0^2} + 2\,\frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2 + \frac{p_0}{p_1}\,\frac{d^2\mathfrak{r}}{dv_0^2}$$

$$-2\,\frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1}\,\frac{d\mathfrak{r}}{dv_0}\,\frac{dp_1}{dv_0} + 2\,\frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2\mathfrak{r} - \frac{p_0}{p_1}\,\frac{1}{p_1}\,\frac{d^2 p_1}{dv_0^2}\,\mathfrak{r}$$

Insättas nu dessa värden i likheten (67), och lägges derjemte märke till relationen

$$\frac{dc_1}{c_1} = \frac{dp_1}{p_1},$$

så erhålles

$$(69)\qquad \frac{d^2\mathfrak{r}}{dv_0^2} - \tfrac{3}{2}\,\frac{d\log p_1}{dv_0}\,\frac{d\mathfrak{r}}{dv_0}$$

$$+\left\{1 - \beta_1 + \Psi_1 - \frac{1}{p_1}\,\frac{d^2 p_1}{dv_0^2} + \tfrac{3}{2}\,\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2\right\}\mathfrak{r}$$

$$= \frac{1}{p_1}\,\frac{d^2 p_1}{dv_0^2} - \tfrac{3}{2}\,\frac{1}{p_1^2}\left(\frac{dp_1}{dv_0}\right)^2$$

$$+\frac{p_1 - p_0}{p_0}\left[-\beta_1 + \Psi_1\right] - p_0\,\Sigma_0 + \gamma_0\,\frac{p_1}{p_0}$$

Den nu införda qvantiteten $\mathfrak{r}$ skiljer sig ej mycket från (ϱ), för hvilken funktion vi nu gå att uppsöka den bestämmande differentialeqvationen.

51.

I artikeln 45 hade vi

$$\bar{\varrho} = -\frac{(p) - p_0}{(p)} + \frac{p_0}{(p)}\,(\varrho);$$

jemföres detta uttryck för $\bar{\varrho}$ med det i föregående artikel angifna, så erhålles följande relation emellan $\mathfrak{r}$ och (ϱ)

$$\mathrm{r} = -\frac{(p) - p_1}{(p)} + \frac{p_1}{(p)}(\varrho)$$

Vi skulle, med tillhjelp af detta värde, genom att insätta detsamma i likheten (69), lätt nog finna den sökta eqvationen för (ϱ), men vi föredraga, att härleda ett allmännare resultat genom att i likheten (64) insätta

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + (\varrho) + (R)}{(p)},$$

dervid vi, för korthetens skull beteckna

$$[\varrho] = (\varrho) + (R)$$

Vi hafva då

$$\frac{a}{r} = \frac{1 + [\varrho]}{(p)}$$

$$\frac{d\frac{a}{r}}{dv_0} = -\frac{1}{(p)^2}\frac{d(p)}{dv_0}(1 + [\varrho]) + \frac{1}{(p)}\frac{d[\varrho]}{dv_0}$$

$$\frac{d^2\frac{a}{r}}{dv_0^2} = \left\{-\frac{1}{(p)^2}\frac{d^2(p)}{dv_0^2} + \frac{2}{(p)^3}\left(\frac{d(p)}{dv_0}\right)^2\right\}(1 + [\varrho])$$
$$-\frac{2}{(p)^2}\frac{d(p)}{dv_0}\frac{d[\varrho]}{dv_0} + \frac{1}{(p)}\frac{d^2[\varrho]}{dv_0^2}$$

Dessa värden insätta vi i likheten (64) och erhålla då, med hänseende till relationerna emellan p_0 och c_0, p_1 och c_1, följande resultat:

$$(70)\quad \frac{d^2[\varrho]}{dv_0^2} - \left\{\frac{2}{(p)}\frac{d(p)}{dv_0} - \tfrac{1}{2}\frac{1}{p_1}\frac{dp_1}{dv_0}\right\}\frac{d[\varrho]}{dv_0} + \left\{1 - \frac{1}{(p)}\frac{d^2(p)}{dv_0^2}\right.$$
$$\left. + \frac{2}{(p)}\left(\frac{d(p)}{dv_0}\right)^2 - \tfrac{1}{2}\frac{1}{p_1(p)}\frac{dp_1}{dv_0}\frac{d(p)}{dv_0} + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2\right\}[\varrho]$$
$$= \frac{(p)}{p_1} - 1 + \frac{1}{(p)}\frac{d^2(p)}{dv_0^2} - \frac{2}{(p)^2}\left(\frac{d(p)}{dv_0}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\frac{1}{p_1(p)}\frac{dp_1}{dv_0}\frac{d(p)}{dv_0}$$
$$-2\frac{d\chi}{dv_0} - \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 - p_0\frac{(p)}{p_1}P;$$

och slutligen, då vi här insätta värdet för P ur likheten (52, a) finna vi:

$$
\begin{aligned}
(70,\ \mathrm{a})\quad & \frac{d^2[\varrho]}{dv_0^2} - \left\{\frac{2}{(p)}\frac{d(p)}{dv_0} - \tfrac{1}{2}\frac{1}{p_1}\frac{dp_1}{dv_0}\right\}\frac{d[\varrho]}{dv_0} \\
& + \Big\{1 - \frac{1}{(p)}\frac{d^2(p)}{dv_0^2} + \frac{2}{(p)}\left(\frac{d(p)}{dv_0}\right)^2 - \tfrac{1}{2}\frac{1}{p_1(p)}\frac{dp_1}{dv_0}\frac{d(p)}{dv_0} \\
& \qquad + 2\frac{d\chi}{dv_0} + \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 + p_0\frac{(p)}{p_1}(T)\Big\}[\varrho] \\
& = \frac{(p)}{p_1} - 1 + \frac{1}{(p)}\frac{d^2(p)}{dv_0^2} - \frac{2}{(p)^2}\left(\frac{d(p)}{dv_0}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\frac{1}{p_1(p)}\frac{dp_1}{dv_0}\frac{d(p)}{dv_0} \\
& - 2\frac{d\chi}{dv_0} - \left(\frac{d\chi}{dv_0}\right)^2 - p_0\frac{(p)}{p_1}(S)
\end{aligned}
$$

Denna eqvation skulle nu äfven, såsom likheten (66, a) kunna sönderdelas i tvenne andra, af hvilka den första gåfve (ϱ) och den andra (R). Då emellertid resultaten erhållas särdeles lätt och äro analoga med de i föregående artikel angifna, så torde de här kunna förbigås.

52.

Det förberedande resultat i afseende å den absoluta banan, som åsyftas i denna paragraf, skall jag uppsöka genom att i likheten (67) införa periodiska termer med obestämda koefficienter. Denna likhet sönderfaller då, för så vidt hon skall vara identisk, i flere andra, ur hvilka de obestämda koefficienterna kunna bestämmas. Men skulle det visa sig, att en sådan bestämning icke blefve utförbar, så vore härigenom antydt, att formen af de införda termerna ej hade varit den riktiga. — I alla händelser blifver en koefficient obestämd, nämligen den, som motsvarar integrationskonstanten $\varkappa$ i den intermediära banan. Den likhet, ur hvilken nämnde konstant bortfaller, qvarstår emellertid och innehåller en betingelse, hvarur apsidernas medelrörelse, eller den qvantitet, vi i det föregående betecknat med ς, måste bestämmas.

Argumenten till de elementära termerna innehålla i allmänhet icke den störande kroppens medelrörelse eller längd, men väl medelrörelsen af dess apsider. Dylika termer, hvilka vi fram för allt måste uppsöka, uppkomma tydligen ur produkter $\varrho' \cos v'$, $\varrho' \sin v'$, $\varrho'^2 \cos 2v'$, o. s. v.

Vi känna ännu icke uttrycket för ϱ' i den absoluta banan, och måste således i den förberedande undersökningen begagna oss af det värde, vi funno i § V. Vi hafva då, alldenstund den konstanta termen här får bortlemnas, emedan den ej föranleder någon term af elementär beskaffenhet,

$$\varrho' = \varkappa' \cos\,[(1 - \varsigma')\, v_0' - \Gamma'];\,^{*)}$$

och härmed blifva de termer, hvarom nu är fråga:

$$\text{i produkten } \varrho' \cos v' \colon \tfrac{1}{2}\, \varkappa' \cos\,(\varsigma'\, v_0' + \Gamma');$$

$$\text{i produkten } \varrho' \sin v' \colon \tfrac{1}{2}\, \varkappa' \sin\,(\varsigma'\, v_0' + \Gamma');$$

de följande termerna bortlemna vi tills vidare, såsom varande af högre ordning.

I en följande afhandling skall jag utveckla en fullständig theori för sambandet emellan v_0' och v_0, hvarigenom den förra vinkeln kan uttryckas såsom funktion af den andra; för ögonblicket är det oss nog att känna, det denna relation har formen

$$v_0' = \mu v_0 + \text{const.} + \text{per. termer},$$

der μ betecknar förhållandet af den störande kroppens medelrörelse till den stördas. Då nu v_0' förekommer multiplicerad med den lilla faktorn ς', så bortlemna vi tills vidare alla termer, med undantag af den första, hvilken växer proportionelt mot v_0. Vi hafva då att i uttrycken för P och Q, i stället för $\varrho' \cos v'$ och $\varrho' \sin v'$ insätta värdena

$$\tfrac{1}{2}\, \varkappa' \cos\,(\mu\varsigma'\, v_0 + \Gamma')$$

och

$$\tfrac{1}{2}\, \varkappa' \sin\,(\mu\varsigma'\, v_0 + \Gamma')$$

Af funktionen $\cos H$ betrakta vi nu äfven endast termen

$$\cos H = \cos \tfrac{1}{2} J^2 \cos\,(v_0 - v_0' + \varDelta)$$

och hafva då äfven

$$\frac{\partial \cos H}{\partial v} = - \cos \tfrac{1}{2} J^2 \sin\,(v - v_0' + \varDelta)$$

i hvilka uttryck vi till en början kunna använda ett konstant, intermediärt värde för J. På grund häraf finna vi, att följande termer skola komma till användning:

---

*) Med Γ beteckna vi det absoluta värdet af π.

$$\varrho' \cos H = \tfrac{1}{2}\, \varkappa' \cos \tfrac{1}{2} J^2 \cos (v_0 - \mu\varsigma' v_0 + \Delta - \Gamma')$$

$$\varrho' \frac{\partial \cos H}{\partial v} = - \tfrac{1}{2}\, \varkappa' \cos \tfrac{1}{2} J^2 \sin (v_0 - \mu\varsigma' v_0 + \Delta - \Gamma')$$

53.

I öfverensstämmelse med den grad af approximation, som vid denna förberedande undersökning åsyftas, betrakta vi af funktionerna P och Q endast de delar, som uppstå, då i båda insättes det intermediära värdet för ϱ'; i den sednare äfven det intermediära värdet för ϱ, men i den förra den ännu obekanta funktionen $\overline{\varrho}$ i stället för ϱ. Vidare utelemna vi alla termer, hvilka uppkomma genom multiplikation med funktionerna $\cos 2H$, $\cos 3H$, o. s. v. $\frac{\partial \cos 2H}{\partial v}$, o. s. v., emedan dessa gifva anledning till elementära termer af högre ordning, än dem vi nu afse, nämligen af minst fjerde ordningen.

De termer, vi medtaga, äro således att hämta ur följande uttryck

$$P = \sum \mathfrak{B}^{(0)}_{s,\,0}\, \overline{\varrho}^{\,s}$$

$$+ \tfrac{1}{2}\, \varkappa' \cos \tfrac{1}{2} J^2 \cos (v_0 - \mu\varsigma' v_0 + \Delta - \Gamma') \sum \mathfrak{B}^{(1)}_{s,\,1}\, \overline{\varrho}^{\,s}$$

$$Q = - \tfrac{1}{2}\, \varkappa' \cos \tfrac{1}{2} J^2 \sin (v_0 - \mu\varsigma' v_0 + \Delta - \Gamma') \sum \mathfrak{A}^{(1)}_{s,\,1}\, \varrho_0^s$$

På grund af undersökningarne om den intermediära banan veta vi att ϱ_0 är gifven medelst uttrycket

$$\varrho_0 = \varkappa_0 + \varkappa_1 \cos\, [(1 - \varsigma)\, v_0 - \Gamma];$$

vi erhålla härmed ur ofvan anförda uttryck för Q följande termer, hvilkas summa vi identifiera med $[Q_{0.\,0}]$,

$$(\alpha) \qquad [Q_{0.\,0}] = - a_2 \sin (\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) + a_3 \sin \mathrm{v}_1$$

Och härvid hafva vi betecknat

$$\mathrm{v}_0 = (1 - \varsigma)\, v_0 - \Gamma$$

$$\mathrm{v}_1 = (\varsigma - \mu\varsigma')\, v_0 + \Delta + \Gamma - \Gamma'$$

$$
\begin{aligned}
a_2 = &+ \tfrac{1}{2}\, \varkappa'\, \cos \tfrac{1}{2} J^2\, \mathfrak{A}^{(1)}_{0.\,1} \\
&+ \tfrac{1}{2}\, \varkappa'\, \varkappa_0\, \cos \tfrac{1}{2} J^2\, \mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1} \\
&+ \tfrac{1}{4}\, \varkappa'\, \varkappa_1^2\, \cos \tfrac{1}{2} J^2\, \mathfrak{A}^{(1)}_{2.\,1} \\
&+ \ldots \\
a_3 = &- \tfrac{1}{4}\, \varkappa_1\, \varkappa'\, \cos \tfrac{1}{2} J^2\, \mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1} \\
&- \tfrac{3}{8}\, \varkappa_1^3\, \varkappa'\, \cos \tfrac{1}{2} J^2\, \mathfrak{A}^{(1)}_{3.\,1} \\
&- \ldots
\end{aligned}
$$

Ett analogt resultat för P skulle vi erhålla, om ϱ_0 insattes i ofvan anförda uttryck för denna funktion i stället för $\overline{\varrho}$.

På grund af likheten (61) finna vi nu äfven

$$(\beta) \qquad \frac{c_1}{c_0} = \frac{p_1}{p_0} = 1 + \mathfrak{a}_2 \cos (\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) - \mathfrak{a}_3 \cos \mathrm{v}_1$$

då vi nämligen beteckna

$$\mathfrak{a}_2 = \frac{2 a_2}{1 - \mu\varsigma'}$$

$$\mathfrak{a}_3 = \frac{2 a_3}{\varsigma - \mu\varsigma'}$$

54.

Vid betraktandet af den lätt funna form, funktionen P skulle antaga, om man införde det intermediära värdet ϱ_0 i stället för $\overline{\varrho}$ inser man omedelbart att de förnämsta termerna i uttrycket för $\overline{\varrho}$ måste innehålla argumenten v_0, $\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1$ och v_1; vi sätta derföre

$$(\gamma) \quad \overline{\varrho} = \varkappa_0 + \varkappa_1 \cos \mathrm{v}_0 + \varkappa_1 \cos (\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) + \varkappa_3 \cos \mathrm{v}_1 + \overline{\overline{\varrho}}$$

och anse $\overline{\overline{\varrho}}$ betyda summan af alla icke utsatta termer i $\overline{\varrho}$. Koefficienten $\varkappa_1$ är en integrationskonstant, men de öfriga kunna bestämmas genom att införa detta värde för $\overline{\varrho}$ i likheten (67). Vi hafva då först och främst att bilda funktionen P, hvartill vi åter äro nödsakade att uppställa uttryck för potenserna af $\overline{\varrho}$. Om vi härvid bortlemna $\overline{\overline{\varrho}}$, såsom innehållande termer af högre ordning än de utsatta befinnes

$$
\begin{aligned}
\bar{\varrho}^2 = {} & \varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2 \\
& + [2\,\varkappa_0\,\varkappa_1 + \varkappa_2\,\varkappa_3] \cos \mathrm{v}_0 \\
& + [2\,\varkappa_0\,\varkappa_2 + \varkappa_1\,\varkappa_3] \cos (\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) \\
& + [2\,\varkappa_0\,\varkappa_3 + \varkappa_1\,\varkappa_2] \cos \mathrm{v}_1 \\
& + \varkappa_2\,\varkappa_3 \cos (\mathrm{v}_0 + 2\,\mathrm{v}_1) \\
& + \varkappa_1\,\varkappa_3 \cos (\mathrm{v}_0 - \mathrm{v}_1) \\
& + \varkappa_1\,\varkappa_2 \cos (2\,\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) \\
& + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 \cos 2\,\mathrm{v}_0 \\
& + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 \cos 2\,(\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) \\
& + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2 \cos 2\,\mathrm{v}_1
\end{aligned}
$$

Det kommer att visa sig, att om man anser qvantiteterna $\varkappa_1$ och $\varkappa_2$ vara storheter af första ordningen, så blifver $\varkappa_3$ en qvantitet af andra ordningen; $\varkappa_0$ måste under samma antagande anses såsom en storhet af fjerde ordningen. Bortlemna vi derföre, i koefficienterna till de termer, hvilka ej direkt inverka på bestämningen af koefficienterna $\varkappa_0$, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ och $\varkappa_3$, alla qvantiteter, som öfverstiga den tredje storleksordningen, så erhålles följande uttryck för $\bar{\varrho}^3$:

$$
\begin{aligned}
\bar{\varrho}^3 = {} & \varkappa_0\,(\varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2) \\
& + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_1 + \varkappa_2\,\varkappa_3) \\
& + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_2 + \varkappa_1\,\varkappa_3) \\
& + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_3 + \varkappa_1\,\varkappa_2) \\
& + \left\{
\begin{array}{l}
\quad \varkappa_0\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_1 + \varkappa_2\,\varkappa_3) \\
+ \varkappa_1\,(\varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2) \\
+ \tfrac{1}{4}\,\varkappa_1^3 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\varkappa_3^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\varkappa_2^2 \\
+ \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_3 + \varkappa_1\,\varkappa_2) \\
+ \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_2 + \varkappa_1\,\varkappa_3)
\end{array}
\right\} \cos \mathrm{v}_0
\end{aligned}
$$

$$+\left\{\begin{aligned}&\varkappa_0\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_2+\varkappa_1\,\varkappa_3)\\&+\varkappa_2\,(\varkappa_0^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2)\\&+\tfrac{1}{4}\,\varkappa_2^3+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\varkappa_3^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\varkappa_1^2\\&+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_3+\varkappa_1\,\varkappa_2)\\&+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_1+\varkappa_2\,\varkappa_3)\end{aligned}\right\}\cos\,(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1)$$

$$+\left\{\begin{aligned}&\varkappa_0\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_3+\varkappa_1\,\varkappa_2)\\&+\varkappa_3\,(\varkappa_0^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2)\\&+\tfrac{1}{4}\,\varkappa_3^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2\,\varkappa_3+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,\varkappa_3^2\\&+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_2+\varkappa_1\,\varkappa_3)\\&+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,(2\,\varkappa_0\,\varkappa_1+\varkappa_2\,\varkappa_3)\end{aligned}\right\}\cos\,\mathrm{v}_1$$

$$+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,\varkappa_2\,\cos\,(\mathrm{v}_0-\mathrm{v}_1)$$

$$+\tfrac{3}{4}\,\varkappa_1\,\varkappa_2^2\,\cos\,(\mathrm{v}_0+2\,\mathrm{v}_1)$$

$$+\;\ldots$$

55.

De angifna utvecklingarne för $\overline{\varrho}$, $\overline{\varrho}^2$ och $\overline{\varrho}^3$ insätta vi nu i det i art. 53 uppställda uttrycket för P. Beteckna vi:

$$(\delta)\quad [P_{1.\,0}]=\mathrm{b}_0+\mathrm{b}_1\cos\mathrm{v}_0+\mathrm{b}_2\cos(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1)+\mathrm{b}_3\cos\mathrm{v}_1+[[P_{1.\,0}]],$$

och anse $[[P_{1.\,0}]]$ betyda summan af de icke utsatta termerna, så hafva vi följande uttryck

$$\begin{aligned}\mathrm{b}_0=\;&\mathfrak{B}^{(0)}_{0.\,0}+\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}\\&+\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\left[\varkappa_0^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2\right]\\&+\mathfrak{B}^{(0)}_{3.\,0}\left\{\begin{aligned}&\varkappa_0\left[\varkappa_0^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2\right]\\&+\varkappa_0\left[\varkappa_1^2+\varkappa_2^2+\varkappa_3^2\right]+\tfrac{3}{2}\,\varkappa_1\,\varkappa_2\,\varkappa_3\end{aligned}\right\}\\&+\;\ldots\\&+\tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}\,J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\,\varkappa_2+\mathfrak{B}^{(1)}_{2.\,1}\,[2\,\varkappa_0\,\varkappa_2+\varkappa_1\,\varkappa_3]+\ldots\right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{b}_1=\;&\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}\,\varkappa_1\\&+\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,[2\,\varkappa_0\,\varkappa_1+\varkappa_2\,\varkappa_3]\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ \mathfrak{B}^{(0)}_{3,\,0} \left\{ \begin{aligned} &\varkappa_1 \left[\varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2\right] \\ &+ \varkappa_1 \left[2\,\varkappa_0^2 + \varkappa_2^2 + \varkappa_3^2\right] + \tfrac{1}{4}\,\varkappa_1^3 \\ &+ 3\,\varkappa_0\,\varkappa_2\,\varkappa_3 \end{aligned} \right\} \\
&+ \ldots \\
&+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\,\varkappa_3 + 2\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2,\,1}\left[\varkappa_0\,\varkappa_3 + \varkappa_1\,\varkappa_2\right] + \ldots\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{b}_2 = {} & \mathfrak{B}^{(0)}_{1,\,0}\,\varkappa_2 \\
&+ \mathfrak{B}^{(0)}_{2,\,0}\left[2\,\varkappa_0\,\varkappa_2 + \varkappa_1\,\varkappa_3\right] \\
&+ \mathfrak{B}^{(0)}_{3,\,0} \left\{ \begin{aligned} &\varkappa_2 \left[\varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2\right] \\ &+ \varkappa_2 \left[2\,\varkappa_0^2 + \varkappa_1^2 + \varkappa_3^2\right] + \tfrac{1}{4}\,\varkappa_2^3 \\ &+ 3\,\varkappa_0\,\varkappa_1\,\varkappa_3 \end{aligned} \right\} \\
&+ \ldots \\
&+ \tfrac{1}{2}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{0,\,1} + \mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\,\varkappa_0 + \mathfrak{B}^{(1)}_{2,\,1}\left[\varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 \right.\right. \\
&\qquad\qquad\qquad \left.\left. + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2\right] + \ldots\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{b}_3 = {} & \mathfrak{B}^{(0)}_{1,\,0}\,\varkappa_3 \\
&+ \mathfrak{B}^{(0)}_{2,\,0}\left[2\,\varkappa_0\,\varkappa_3 + \varkappa_1\,\varkappa_2\right] \\
&+ \mathfrak{B}^{(0)}_{3,\,0} \left\{ \begin{aligned} &\varkappa_3 \left[\varkappa_0^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_3^2\right] \\ &+ \varkappa_3 \left[2\,\varkappa_0^2 + \varkappa_1^2 + \varkappa_2^2\right] + \tfrac{1}{4}\,\varkappa_3^2 \\ &+ 3\,\varkappa_0\,\varkappa_1\,\varkappa_2 \end{aligned} \right\} \\
&+ \ldots \\
&+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\,\varkappa_1 + 2\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2,\,1}\left[\varkappa_0\,\varkappa_1 + \varkappa_2\,\varkappa_3\right] + \ldots\right\}
\end{aligned}
$$

56.

Sedan dessa värden blifvit funna äro alla förberedelser undangjorda, och vi kunna nu öfvergå till integration af likheten (67), hvilken vi för vårt nuvarande ändamål skrifva, såsom följer:

$$
\text{(A)} \qquad \frac{c_1}{c_0}\,\frac{d^2\bar{\varrho}}{dv_0^2} + \tfrac{1}{2}\,\frac{d\,\dfrac{c_1}{c_0}}{dv_0}\,\frac{d\bar{\varrho}}{dv_0} + \frac{c_1}{c_0}\,\bar{\varrho} = 1 - \frac{c_1}{c_0} - p_0\,[P_{1,\,0}]
$$

Med hänseende till likheterna (β), (γ) och (δ) erhålles häraf först och främst de fyra följande relationerna, hvilka, såsom det kommer att visa sig, innehålla bestämningar af qvantiteterna ς, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ och $\varkappa_0$,

$$(\mathrm{I})\ \left\{\begin{array}{llll} -\varkappa_1\,(1-\varsigma)^2 & +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_3\,(1-\mu\varsigma')^2 & -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_2\,(\varsigma-\mu\varsigma')^2 & \\ \quad -\tfrac{1}{4}\,(\varkappa_2\,\mathrm{a}_3-\varkappa_3\,\mathrm{a}_2)\,(1-\mu\varsigma')\,(\varsigma-\mu\varsigma') & & & \\ +\varkappa_1 & -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_3 & +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_2 & =-p_0\,\mathrm{b}_1 \end{array}\right.$$

$$(\mathrm{II})\ \left\{\begin{array}{llll} -\varkappa_2\,(1-\mu\varsigma')^2 & +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_3\,(1-\varsigma)^2 & & \\ +\varkappa_2 & -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_3 & +\varkappa_0\,\mathrm{a}_2 & =-\mathrm{a}_2-p_0\,\mathrm{b}_2 \end{array}\right.$$

$$(\mathrm{III})\ \left\{\begin{array}{lll} -\varkappa_3\,(\varsigma-\mu\varsigma')^2 & -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_2\,(1-\varsigma)^2 & \\ & +\tfrac{1}{4}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_2\,(1-\varsigma)\,(1-\mu\varsigma') & \\ +\varkappa_3 & +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_2 & =\mathrm{a}_3\,(1+\varkappa_0)-p_0\,\mathrm{b}_3 \end{array}\right.$$

$$(\mathrm{IV})\ \left\{\begin{array}{llll} -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_2\,(1-\mu\varsigma')^2 & +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_3\,(\varsigma-\mu\varsigma')^2 & & \\ +\tfrac{1}{4}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_2\,(1-\mu\varsigma')^2 & -\tfrac{1}{4}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_3\,(\varsigma-\mu\varsigma')^2 & & \\ +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_2 & -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_3 & +\varkappa_0 & =-p_0\,\mathrm{b}_0 \end{array}\right.$$

samt dessutom differentialeqvationen

$$\begin{aligned}
(\mathbf{B})\quad & (1+\mathrm{a}_2\cos(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1)-\mathrm{a}_3\cos\mathrm{v}_1)\,\frac{d^2\overline{\overline{\varrho}}}{dv_0^2} \\
& -\tfrac{1}{2}\,((1-\mu\varsigma')\,\mathrm{a}_2\sin(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1)-(\varsigma-\mu\varsigma')\,\mathrm{a}_3\sin\mathrm{v}_1)\,\frac{d\overline{\overline{\varrho}}}{dv_0} \\
& +(1+\mathrm{a}_2\cos(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1)-\mathrm{a}_3\cos\mathrm{v}_1)\,\overline{\overline{\varrho}} \\
& =-\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_2\,[(1-\varsigma^2)-\tfrac{1}{2}(1-\varsigma)\,(1-\mu\varsigma')-1]\cos(2\,\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) \\
& +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\mathrm{a}_3\,[(1-\varsigma)^2+\tfrac{1}{2}\,(1-\varsigma)\,(\varsigma-\mu\varsigma')-1]\cos(\mathrm{v}_0-\mathrm{v}_1) \\
& +\left\{\begin{array}{l} \quad\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_3\,[(1-\mu\varsigma')^2+\tfrac{1}{2}\,(1-\mu\varsigma')\,(\varsigma-\mu\varsigma')-1] \\ -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_2\,[(\varsigma-\mu\varsigma')^2+\tfrac{1}{2}\,(1-\mu\varsigma')\,(\varsigma-\mu\varsigma')-1] \end{array}\right\}\cos(\mathrm{v}_0+2\,\mathrm{v}_1) \\
& -\tfrac{1}{2}\,\varkappa_2\,\mathrm{a}_2\,[(1-\mu\varsigma')^2+\tfrac{1}{2}\,(1-\mu\varsigma')^2-1]\cos 2\,(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) \\
& +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_3\,\mathrm{a}_3\,[(\varsigma-\mu\varsigma')^2+\tfrac{1}{2}\,(\varsigma-\mu\varsigma')^2-1]\cos 2\,\mathrm{v}_1 \\
& -p_0\,[[P_{1,\,0}]]
\end{aligned}$$

Här äro emellertid upptagna termer af högre ordning än den vi nu afse; vi bortlemna derföre först och främst alla sådana termer, som icke genom integrationen antaga elementär natur; vidare utelemna vi äfven de termer, hvilkas koefficienter äro af högre ordning än den fjerde i afseende på exentriciteterna. Såsom qvantiteter af första ordningen hafva vi att anse koefficienterna $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ samt koefficienten a_2 dividerad med en qvantitet af samma ordning som ς. Koefficienterna $\varkappa_3$ och a_3 äro deremot af andra ordningen och $\varkappa_0$ af fjerde. Då vi nu kunna antaga, att $\bar{\bar{\varrho}}$ icke innehåller någon term af andra ordningen, så följer, om man tänker sig termerna af femte ordningen utelemnade, att qvantiteten $\bar{\bar{\varrho}}$ erhålles ur eqvationen

$$
\begin{aligned}
\text{(C)} \qquad & [1 - a_2 \cos (v_0 + v_1) + a_3 \cos v_1] \frac{d^2 \bar{\bar{\varrho}}}{dv_0^2} \\
& - \tfrac{1}{2} [(1 - \mu\varsigma') a_2 \sin (v_0 + v_1) - (\varsigma - \mu\varsigma') a_3 \sin v_1] \frac{d\bar{\bar{\varrho}}}{dv_0} \\
& + [1 - a_2 \cos (v_0 + v_1) + a_3 \cos v_1] \bar{\bar{\varrho}} \\
= & - p_0 [[P_{1.0}]] \\
& - \frac{3\varsigma + \mu\varsigma'}{4} \varkappa_1 a_3 \cos (v_0 - v_1) \\
& + \left[\frac{\varsigma - 5\mu\varsigma'}{4} \varkappa_2 a_3 + \tfrac{1}{2} \varkappa_3 a_2\right] \cos (v_0 + 2 v_1) \\
& + \tfrac{1}{2} \varkappa_3 a_3 \cos 2 v_1
\end{aligned}
$$

De termer i uttrycket för funktionen $[[P_{1.0}]]$, hvilka motsvara de i denna likhet utsatta, skola vi längre fram uppsöka.

57.

I ändamål att förenkla lösningen af likheterna (I), (II), (III) och (IV) införa vi nedanstående beteckningar.

Vi sätta:

$$
\begin{aligned}
b_1 &= \varkappa_1 K_1 + \varkappa_3 K'_1 \\
b_2 &= K_2 + \varkappa_2 K'_2 \\
b_3 &= \varkappa_1 K_3 + \varkappa_3 K'_3 \\
a_3 &= \varkappa_1 L_3
\end{aligned}
$$

och hafva då, på grund af de i art. 55 anförda värden för b_1, b_2, b_3 samt värdet för a_3, följande uttryck:

$$K_1 = \mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0} + 2\,\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_0 + \mathfrak{B}^{(0)}_{3.\,0}\,[3\,\varkappa_0^2 + \tfrac{3}{4}\,\varkappa_1^2 + \tfrac{3}{2}\,\varkappa_2^2 + \tfrac{3}{2}\,\varkappa_3^2] + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{2\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2.\,1}\,\varkappa_2 + \ldots\right\}$$

$$K'_1 = \mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_2 + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1.\,1} + \ldots\right\}$$

$$K_2 = \mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_1\,\varkappa_3 + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{2}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa_{,}\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{0.\,1} + \mathfrak{B}^{(1)}_{1.\,1}\,\varkappa_0 + \ldots\right\}$$

$$K'_2 = \mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0} + 2\,\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_0 + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{2.\,1}\,\varkappa_2 + \ldots\right\}$$

$$K_3 = \mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_2 + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1.\,1} + 2\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2.\,1}\,\varkappa_0 + \ldots\right\}$$

$$K'_3 = \mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0} + 2\,\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_0 + \ldots$$
$$+ \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{2\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2.\,1}\,\varkappa_2 + \ldots\right\}$$

$$L_3 = -\tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left\{\mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1} + \tfrac{3}{2}\,\mathfrak{A}^{(1)}_{3.\,1}\,\varkappa_1^2 + \ldots\right\}\frac{2}{\varsigma - \mu\varsigma'}$$

Med hänseende till dessa former för koefficienterna b_1, b_2, b_3 och a_3 erhålles ur likheten (III):

$$\varkappa_3\,(1 - (\varsigma - \mu\varsigma')^2 + p^0\,K'_3) = \varkappa_1\,[L_3\,(1 + \varkappa_0) - p_0\,K_3$$
$$+ \tfrac{1}{2}\,\mathrm{a}_2\,((1 - \varsigma)^2 - \tfrac{1}{2}\,(1 - \varsigma)\,(1 - \mu\varsigma') - 1)];$$

eller, om man betecknar:

$$\text{(a)}\quad \vartheta_3 = \frac{L_3\,(1 + \varkappa_0) - p_0\,K_3 - \frac{1}{2}\,\mathrm{a}_2\,((1 - \varsigma)^2 + \frac{1}{2}\,(1 - \varsigma)\,1 - \mu\varsigma') - 1)}{1 - (\varsigma - \mu\varsigma')^2 + p^0\,K'_3},$$

så befinnes

$$\text{(b)}\quad \varkappa_3 = \varkappa_1\,\vartheta_3$$

På grund af denna relation samt de ofvan anförda uttrycken för b_1, b_2, o. s. v. gifver oss likheten (I) ett resultat, ur hvilket $\varkappa_1$ såsom en gemensam faktor helt och hållet bortfaller. Man finner:

$$
(c) \quad 2\varsigma - \varsigma^2 + \tfrac{1}{2}\varkappa_2 L_3 (1-\mu\varsigma')^2 - \tfrac{1}{2}\mathrm{a}_2 \vartheta_3 (\varsigma - \mu\varsigma')^2
$$

$$
- \tfrac{1}{4}(\varkappa_2 L_3 - \vartheta_3 \mathrm{a}_2)(1-\mu\varsigma')(\varsigma-\mu\varsigma')
$$

$$
- \tfrac{1}{2}\varkappa_2 L_3 + \tfrac{1}{2}\vartheta_3 \mathrm{a}_2 = -p_0 (K_1 + \vartheta_3 K'_1)
$$

Vidare gifver oss likheten (II):

$$
(d) \quad \varkappa_2 (2\mu\varsigma' - \mu^2\varsigma'^2 + p_0 K'_2) - \frac{2\varsigma - \varsigma^2}{2}\varkappa_1^2 L_3 = -\mathrm{a}_2(1+\varkappa_0) - p_0 K_2;
$$

och slutligen finner man ur likheten (IV) omedelbart qvantiteten $\varkappa_0$, hvars värde, om man bortlemnar alla med den störande massan multiplicerade termer, representeras af en enda term; man har nämligen då

$$
(e) \quad \varkappa_0 = \tfrac{1}{2}\varkappa_1 \varkappa_3 L_3
$$

$$
= \tfrac{1}{2}\varkappa_1^2 \vartheta_3 L_3
$$

58.

Härledningen af de obekanta storheterna ur likheterna (*a*), (*b*), (*c*), (*d*) och (*e*) medelst successiva approximationer skulle ej vara förenad med någon väsentlig svårighet, derest icke $\varkappa_1$ inginge i dessa formler såsom en obestämd konstant. Emellertid ingår denna qvantitet på så sätt i de ifrågavarande uttrycken, att värdena för ς, ϑ_3 och $\varkappa_2$ kunna anses oberoende af densamma, om man bortlemnar alla termer, hvilkas ordning öfverstiger den andra. Man finner först och främst ur likheten (*a*), om man der bortlemnar alla termer, hvilka försvinna med den störande massan,

$$
\vartheta_3 = (1 + \varkappa_0) L_3,
$$

och vi skola visa att

$$
\varkappa_2 = \tfrac{1}{2} L_3
$$

utgör ett approximativt värde för $\varkappa_2$.

Härtill behöfva vi en relation, hvars riktighet ganska lätt inses på grund af de i art. 44 angifna uttryck för koefficienterna $\mathfrak{A}$ och $\mathfrak{B}$, nämligen den nedanstående

$$
2\mathfrak{A}^{(1)}_{0.1} + p_0 \mathfrak{B}^{(1)}_{0.1} = -\mathfrak{A}^{(1)}_{1.1}
$$

Vidare erfordras för besagde ändamål att vi transformera koefficienten till $\varkappa_2$ i likheten (*d*) genom att uttrycka produkten $p_0\ K'_1$ medelst ς.

En blick på de uttryck, vi anfört i art. 57, låter oss insc att man har

$$K'_2 = K_1 - \tfrac{1}{4} \cos \tfrac{1}{2} J^2\ \varkappa' \left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\ \varkappa_2 + \,.\,.\right\};$$

härmed erhålla vi, då detta värde insättes i likheten (*c*);

$$\begin{aligned}2\,\mu\varsigma' - (\mu\varsigma')^2 + p_0\ K'_2 = & - 2\,(\varsigma - \mu\varsigma') \\ & + \varsigma^2 - (\mu\varsigma')^2 \\ & - \tfrac{1}{4} \cos \tfrac{1}{2} J^2\ \varkappa' \left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\ \varkappa_2 + \,.\,.\,.\right\} p_0 \\ & + \frac{2\,\mu\varsigma' - (\mu\varsigma')^2}{2}\ \varkappa_2\ L_3 \\ & + \tfrac{1}{2}\ \mathrm{a}_2\ \vartheta_3\ (\varsigma - \mu\varsigma')^2 \\ & + \tfrac{1}{4}\,(\varkappa_2\ L_3 - \vartheta_3\ \mathrm{a}_2)\ (1 - \mu\varsigma')\ (\varsigma - \mu\varsigma') \\ & - \tfrac{1}{2}\ \vartheta_3\ \mathrm{a}_2 \\ & - p_0\ \vartheta_3\,.\,K'_1;\end{aligned}$$

och emedan K'_1, oafsedt den med den störande massan multiplicerade faktorn, är en qvantitet af första ordningen, så inses, att om man sätter

$$2\,\mu\varsigma' - (\mu\varsigma')^2 + p_0\ K'_2 = - 2\,(\varsigma - \mu\varsigma')\ (1 + \eta'),$$

qvantiteten η' måste vara en storhet af andra ordningen. Uttrycket för denna qvantitet erhålles omedelbart på grund af det föregående, hvarföre detsamma ej behöfver anföras.

I stället för likheten (*d*) hafva vi nu den följande

$$\text{(f)}\quad 2\,\varkappa_2\ (\varsigma - \mu\varsigma')\ (1 + \eta') = \mathrm{a}_2\ (1 + \varkappa_0) + p_0\ K_2 - \frac{2\,\varsigma - \varsigma^2}{2}\ \varkappa_1^2\ L_3$$

och här måste, i stället för a_2 och K_2 insättas de värden, vi i art. 53 och art. 57 angifvit för dessa qvantiteter. Vi hafva:

$$\mathrm{a}_2 = \tfrac{1}{2} \cos \tfrac{1}{2} J^2\ \varkappa' \left\{\mathfrak{A}^{(1)}_{0,\,1} + \varkappa_0\ \mathfrak{A}^{(1)}_{1,\,1} + \tfrac{1}{2}\ \varkappa_1^2\ \mathfrak{A}^{(1)}_{2,\,1} + \,.\,.\right\} \frac{2}{1 - \mu\varsigma'}$$

$$\begin{aligned}K_2 \doteq\ & \varkappa_1^2\ \vartheta_3\ \mathfrak{B}^{(0)}_{2,\,0} + \,.\,. \\ & + \tfrac{1}{2} \cos \tfrac{1}{2} J^2\ \varkappa' \left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{0,\,1} + \varkappa_0\ \mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1} + \tfrac{1}{2}\ \varkappa_1^2\ \mathfrak{B}^{(1)}_{2,\,1} + \,.\,.\right\}\end{aligned}$$

Om vi nu tillämpa den ofvan anförda relationen, så befinnes

$$\begin{aligned} \mathrm{a}_2\,(1+\varkappa_0)+p_0\,K_2 = & -\tfrac{1}{2}\cos\tfrac{1}{2}J^2\;\varkappa'\;\mathfrak{A}^{(1)}_{1,\,1} \\ & + \frac{\mu\varsigma'}{1-\mu\varsigma'}\cos\tfrac{1}{2}J^2\;\varkappa'\left\{\mathfrak{A}^{(1)}_{0,\,1}+\ldots\right\} \\ & + \varkappa_0\;\mathrm{a}_2 \\ & + p_0\;\varkappa_1^2\;\vartheta_3\;\mathfrak{B}^{(0)}_{2,\,0} \\ & + \tfrac{1}{2}\,p_0\cos\tfrac{1}{2}J^2\;\varkappa'\left\{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,\,1}\;\varkappa_0+\tfrac{1}{2}\;\mathfrak{B}^{(1)}_{2,\,1}\;\varkappa_1^2+\ldots\right\} \end{aligned}$$

På grund af de anförda uttrycken och likheten (a) finner man lätt, att såväl L_3 som ϑ_3 och $\varkappa_2$ innehåller den gemensamma faktorn $\varkappa'\cos\frac{1}{2}J^2$. Denna faktor skola vi utbryta, men derjemte några andra faktorer, hvarigenom alla formler vinna i beqvämlighet då de skola användas. Vi sätta

$$f = -\tfrac{1}{2}\cos\tfrac{1}{2}J^2\;\varkappa'\;\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1}}{\varsigma-\mu\varsigma'};$$

faktorn f är således en qvantitet af första ordningen, alldenstund den störande massan och dermed jemförbara storheter få anses försvunna i förhållandet $\dfrac{\mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1}}{\varsigma-\mu\varsigma'}$; vidare beteckna vi

$$\text{(g)}\qquad \begin{cases} L_3 = \;f\cdot(L_3) \\ \vartheta_3 = \;f\cdot(\vartheta_3) \\ \varkappa_2 = \tfrac{1}{2}f\cdot(\varkappa_2) \end{cases}$$

då (L_3), (δ_3) och $(\varkappa_2)$ beteckna qvantiteter, hvilka ej mycket skilja sig från enheten. Uttrycken för desamma skola vi efterhand uppsöka.

Det i föregående artikel angifna uttrycket för L_3 gifver oss omedelbart

$$\text{(h)}\qquad (L_3) = 1+\tfrac{3}{2}\;\varkappa_1^2\;\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{3.\,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1}}+\ldots$$

För K_3 finna vi äfven omedelbart:

$$\text{(i)}\qquad \begin{aligned} K_3 = {} & \tfrac{1}{2} f \left\{(\varkappa_2)\ \mathfrak{B}^{(0)}_{2,0} + \ldots\right\} \\ & - \tfrac{1}{2} f (\varsigma - \mu\varsigma') \left\{\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + 2\,\varkappa_0\,\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{2,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \ldots\right\} \end{aligned}$$

Åfvenså erhålles ur de ofvan anförda värdena af $\mathfrak{a}_2$ och K_2:

$$\text{(j)}\qquad \mathfrak{a}_2 = -\,2\,\frac{\varsigma - \mu\varsigma'}{1 - \mu\varsigma'}\, f \left\{\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{0,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \varkappa_0 + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{2,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \ldots\right\}$$

$$\text{(k)}\qquad \begin{aligned} K_2 = {} & f\,\varkappa_1^2\,(\vartheta_3)\ \mathfrak{B}^{(0)}_{2,0} + \ldots \\ & - f (\varsigma - \mu\varsigma') \left\{\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{0,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \varkappa_0\,\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{2,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \ldots\right\} \end{aligned}$$

Härmed finner man ur likheten (b):

$$\text{(l)}\qquad \begin{aligned} (1 - (\varsigma - \mu\varsigma')^2 + p_0\,K'_3)\,(\vartheta_3) = {} & (L_3)\,(1 + \varkappa_0) \\ & - \tfrac{1}{2}\,p_0 \left\{(\varkappa_2)\ \mathfrak{B}^{(0)}_{2,0} + \ldots\right\} \\ & + \tfrac{1}{2}\,p_0\,(\varsigma - \mu\varsigma') \left\{\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \ldots\right\} \\ & + \tfrac{1}{2}\,\frac{\varsigma - \mu\varsigma'}{1 - \mu\varsigma'} \left\{\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{0,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} + \ldots\right\} + \ldots \end{aligned}$$

Insättes värdet $\varkappa_2 = \frac{1}{2} f(\varkappa_2)$ i likheten (f), så erhålles

$$f(\varsigma - \mu\varsigma')\,(\varkappa_2)\,(1 + \eta') = \mathfrak{a}_2\,(1 + \varkappa_0) + p_0\,K_2 - \frac{2\,\varsigma - \varsigma^2}{2}\,\varkappa_1^2\, f\,(L_3);$$

och nu härledes på grund af redan anförda relationer:

$$\text{(m)}\qquad \begin{aligned} (\varkappa_2)\,(1 + \eta') = 1 + \varkappa_1^2 \Bigg\{ & p_0\,(\vartheta_3)\,\frac{\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0}}{\varsigma - \mu\varsigma'} + \ldots \\ & - \tfrac{1}{2}\,\frac{2\,\varsigma - \varsigma^2}{\varsigma - \mu\varsigma'}\,(L_3) \\ & - \frac{1}{1 - \mu\varsigma'}\,\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{2,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} - \tfrac{1}{2}\,p_0\,\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{2,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}} - \ldots \Bigg\} \end{aligned}$$

$$-\varkappa_0 \left\{ \frac{2}{1-\mu\varsigma'} + p_0 \frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{1.\,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1}} \right.$$

$$\left. - \frac{2\,\mu\varsigma'}{1-\mu\varsigma'} \frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{0.\,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1.\,1}} + \ldots \right\},$$

hvilket värde vi skola beteckna med $1 + \eta$, så att man har

$$(\varkappa_2) = \frac{1+\eta}{1+\eta'}$$

I afseende på qvantiteterna η och η', hvilka båda äro af andra ordningen, kan anmärkas, att den väsentligaste delen af η är af samma ordning som qvadraten af den störda kroppens banexcentricitet, och att den väsentligare delen af η' är af samma ordning som qvadraten af den störande kroppens banexcentricitet.

Resultatet af undersökningarne i denna artikel består väsentligen af relationen

$$(\mathbf{n}) \qquad \vartheta_3 = 2\,\varkappa_2\, \frac{1+\eta}{1+\eta'}\, (\vartheta_3),$$

i stället för hvilken den approximativa likheten

$$L_3 = \vartheta_3 = 2\,\varkappa_2$$

i en första tillnärmelse kan användas.

59.

Ett approximativt värde för ς erhålles medelst användande af de formler, som gälla för den intermediära banan. Af tvenne orsaker kan detta värde dock icke fullständigt angifva apsidernas värkliga medelrörelse. För det första ingår nämligen i dessa formler icke den störande kroppens banexcentricitet, och för det andra kunna dessa formler, äfven om de vore fullständigare, ej gifva det sökta resultatet, då den absoluta excentriciteten ännu ej är känd. Vi hafva, för att komma till kännedom om beloppet af denna qvantitet, först och främst att uppsöka relationerna emellan de absoluta och de intermediära elementen: excentricitet och perihelii longitud för epoken.

Till en början bortlemna vi alla termer, hvilkas storleksordning öfverstiger den andra, och hafva då

$$\bar{\varrho} = \varkappa_1 \cos \mathrm{v}_0 + \varkappa_2 \cos (\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) + 2\varkappa_1 \varkappa_2 \cos \mathrm{v}_1$$

Tänker man sig vidare uttrycket för den intermediära radiusvektor äfven gälla för den absoluta banan, i det man antager elementen e och π vara föränderliga, så kan man på grund af likheten (43) [art. 37] uppställa följande relation

$$\frac{1+\bar{\varrho}}{p_0} = \frac{1+(\varrho)}{(p)} = \frac{1 + e \cos (\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi)}{1-e^2} \tag{71}$$

eller

$$\bar{\varrho} = \frac{p_0}{1-e^2} - 1 + \frac{p_0}{1-e^2}\left[e \cos (\pi - \Gamma) \cos \mathrm{v}_0 + e \sin (\pi - \Gamma) \sin \mathrm{v}_0\right]$$

För att detta uttryck skall vara identiskt med det föregående erfordras att följande vilkorseqvationer blifva satisfierade

$$\left\{\begin{aligned} \frac{p_0}{1-e^2}\, e \cos (\pi - \Gamma) &= \varkappa_1 + \varkappa_2 \cos \mathrm{v}_1 \\ \frac{p_0}{1-e^2}\, e \sin (\pi - \Gamma) &= -\varkappa_2 \sin \mathrm{v}_1 \\ \frac{p_0}{1-e^2} &= 1 + 2\varkappa_1 \varkappa_2 \cos \mathrm{v}_1 \end{aligned}\right. \tag{72*}$$

Med bortlemnande af qvantiteter af tredje ordningen finner man häraf

$$e^2 = \varkappa_1^2 + 2\varkappa_1 \varkappa_2 \cos \mathrm{v}_1 + \varkappa_2^2,$$

hvaraf vidare följer

$$p_0 = 1 - \varkappa_1^2 - \varkappa_2^2 + \ldots$$

De egentliga obekanta äro emellertid $\varkappa_1$ och Γ, af hvilka den sednare äfven ingår i argumentet v_1. För att finna dessa, omställa vi ofvan anförda likheter på följande sätt

$$\left|\begin{aligned} \varkappa_1 \cos \Gamma &= \frac{p_0}{1-e^2}\, e \cos \pi - \varkappa_2 \cos [(\varsigma - \mu\varsigma') v_0 + \varDelta - \Gamma'] \\ \varkappa_1 \sin \Gamma &= \frac{p_0}{1-e^2}\, e \sin \pi - \varkappa_2 \sin [(\varsigma - \mu\varsigma') v_0 + \varDelta - \Gamma'] \end{aligned}\right. \tag{72}$$

Sättes i en första approximation förhållandet $\frac{p_0}{1-e^2}$ lika med enheten, så erhallas ur dessa likheter omedelbart värden för

$\varkappa_1$ och Γ. Med dessa beräknas p_0, hvarefter man ur samma likheter finner noggrannare värden för $\varkappa_1$ och Γ.

Sedan $\varkappa_1$ blifvit bestämd finner man $\varkappa_0$ ur formeln

$$\varkappa_0 = \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,\vartheta_3\,L_3 - p_0\,\mathrm{b}_0 + \ldots$$

och denna term skola vi äfven medtaga, ehuru densamma är af högre ordning än de förut betraktade. I stället för den tredje af likheterna (72*) hafva vi nu

$$\frac{p_0}{1-e^2} = 1 + \varkappa_0 + 2\,\varkappa_1\,\varkappa_2 \cos \mathrm{v}_1$$

och härmed erhålles

$$p_0 = 1 + \varkappa_0 - \varkappa_1^2 - \varkappa_2^2;$$

och således har man, med den approximationsgrad, som här blifvit afsedd,

$$c_0 = \mu_1\,a\,(1 + \varkappa_0 - \varkappa_1^2 - \varkappa_2^2)$$

60.

Vi skola nu äfven härleda ett approximativt resultat i afseende på funktionen $\mathfrak{Z}$. Likheten (58) skrifva härtill på följande sätt:

$$(1 + \mathfrak{Z})\,d\zeta = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}}\,\frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{(1 + e\cos(\mathrm{v}_0 + \Gamma - \pi))^2}\sqrt{\frac{1-e^2}{p_0}\,\frac{p_0}{p_1}}\,dv_0;$$

men innan vi i densamma införa de för $\frac{1-e^2}{p_0}$ och $\frac{p_0}{p_1}$ gällande uttrycken, skola vi med det förra vidtaga en, till sina följder ganska väsentlig förändring. Vi erinra oss, att värdet $2\,\varkappa_1\,\varkappa_2$ blifvit, såsom approximativt riktigt, insatt i stället för $\varkappa_3$, hvarigenom alla periodiska termer af andra ordningen i uttrycket för p_0 bortföllo; insättes nu åter det stränga värdet, och betecknar man derjemte

$$\vartheta_3 = L_3\,(1 + \varkappa_0) + (\varsigma - \mu\varsigma')\,\lambda_3,$$

der λ_3 betyder en qvantitet, hvars värde vi genast skola angifva, så befinnes

$$\frac{1-e^2}{p_0} = \frac{1}{(1+\varkappa_0)\left\{1 + \varkappa_1\left[L_3 + \frac{\varsigma - \mu\varsigma'}{1+\varkappa_0}\,\lambda_3\right]\cos \mathrm{v}_1\right\}}$$

Värdet för λ_3 finner man omedelbart ur likheten (l), efter att hafva multiplicerat densamma med faktorn f; man erhåller:

$$
\begin{aligned}
\text{(o)}\quad \frac{1}{f}\,\lambda_3 = {} & \frac{(\varsigma-\mu\varsigma')^2 - p_0\,K'_3}{\varsigma-\mu\varsigma'}\,(L_3)\,(1+\varkappa_0) \\
& - \frac{1}{1-(\varsigma-\mu\varsigma')^2+p_0\,K'_3}\left\{\tfrac{1}{2}\,p_0\,\left\{(\varkappa_2)\,\frac{\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0}}{\varsigma-\varsigma\mu'}+\ldots\right\}\right. \\
& \qquad + \tfrac{1}{2}\,p_0\left\{\frac{\mathfrak{B}^{(1)}_{1,1'}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}+\ldots\right\} \\
& \qquad \left. + \tfrac{1}{2}\,\frac{1}{1-\mu\varsigma'}\left\{\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{0,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}+\ldots\right\}\right\}
\end{aligned}
$$

För att äfven hafva funktionen $\frac{p_0}{p_1}$ angifven under en, för vårt nuvarande ändamål lämplig form, beteckna vi

$$
\text{(p)}\qquad L_2 = -\frac{2f}{1-\mu\varsigma'}\left\{\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{0,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}+\varkappa_0+\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,\frac{\mathfrak{A}^{(1)}_{2,1}}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}+\ldots\right\}
$$

och hafva då, på grund af likheten (j),

$$
\mathrm{a}_2 = (\varsigma-\mu\varsigma')\,L_2
$$

Formeln (β) [art. 53] blifver nu

$$
\frac{p_1}{p_0} = 1 + (\varsigma-\mu\varsigma')\,L_2\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) - \varkappa_1\,L_3\,\cos\,\mathrm{v}_1\,,
$$

och härefter erhålla vi, genom multiplikation af denna likhet med uttrycket för $\frac{p_0}{1-e^2}$,

$$
\begin{aligned}
\text{(q)}\quad \frac{p_0}{1-e^2}\,\frac{p_1}{p_0} = (1+\varkappa_0)\,\Bigg\{1 & + (\varsigma-\mu\varsigma')\,\frac{\varkappa_1\,\lambda_3}{1+\varkappa_0}\,\cos\,\mathrm{v}_1 \\
& + (\varsigma-\mu\varsigma')\,L_2\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) \\
& - \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,L_3\,\left(L_3+\frac{\varsigma-\mu\varsigma'}{1+\varkappa_0}\,\lambda_3\right) \\
& - \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,L_3\,\left(L_3+\frac{\varsigma-\mu\varsigma'}{1+\varkappa_0}\,\lambda_3\right)\cos\,2\,\mathrm{v}_1
\end{aligned}
$$

$$+\tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,L_2\left[L_3+\frac{\varsigma-\mu\varsigma'}{1+\varkappa_0}\right]\cos \mathrm{v}_0$$

$$+\tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,L_2\left[L_3+\frac{\varsigma-\mu\varsigma'}{1+\varkappa_0}\right]\cos(\mathrm{v}_0+2\mathrm{v}_1)\Big\}$$

Här äro emellertid termer af högre ordning upptagna, än den, intill hvilken våra resultat kunna vara riktiga. Hit hör i främsta rummet den term, hvars argument är $2\,\mathrm{v}_1$. Denna term utelemna vi således, men dessutom alla de, hvilka innehålla faktorn $(\varsigma-\mu\varsigma')$ antingen upphöjd till qvadrat eller multiplicerad med en qvantitet af fjerde ordningen i afseende på excentriciteterna. Erinra vi oss dessutom att man har

$$\varkappa_0=\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,L_3^2+\bar{\varkappa}_0,$$

der $\bar{\varkappa}_0$ betecknar en med den störande massan multiplicerad qvantitet, hvars värde på grund af föregående uttryck lätt kan angifvas, och hvars hufvudsakliga term är $-p_0\,\mathfrak{B}^{(0)}_{0,\,0}$, så antager vårt resultat följande form

$$\text{(r)}\quad \frac{1-e^2}{p_0}\,\frac{p_0}{p_1}=(1+\bar{\varkappa}_0)\Big\{1+(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,\lambda_3\cos\mathrm{v}_1$$

$$+(\varsigma-\mu\varsigma')\,L_2\cos(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1)$$

$$+\tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\cos\mathrm{v}_0$$

$$+\tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\cos(\mathrm{v}_0+2\mathrm{v}_1)\Big\}$$

Efter dessa förberedelser kunna vi lätt uppställa ett uttryck för funktionen $\mathbf{Z}$, vid hvilken vi fästa det vilkor, att genom densammas införande den reducerade tiden ζ blifver befriad från termer med lång period, hvilka i följd af integrationen skulle blifva af elementär beskaffenhet. Vi kunna då anse ζ vara bestämd medelst likheten

$$(73)\qquad d\zeta=\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1}\,(1+\bar{\varkappa}_0)}\,\frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+e\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi))^2}\,d\mathrm{v}_0$$

och finna, med utelemnande af termer, som innehålla faktorn $\varsigma-\mu\varsigma'$ upphöjd till qvadrat eller till högre potenser,

$$(74)\qquad \mathbf{Z}d\zeta = -\tfrac{1}{2}\,\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1\,(1+\varkappa_0)}}\,\frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+e\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi))^2}\,(\varsigma-\mu\varsigma')$$
$$\times\left\{\begin{array}{l} \quad\varkappa_1\,\lambda_3\,\cos\,\mathrm{v}_1 \\ +\quad L_2\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) \\ +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\,\cos\,\mathrm{v}_0 \\ +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\,\cos\,(\mathrm{v}_0+2\,\mathrm{v}_1) \end{array}\right\}dv_0$$

61.

Den del af tidsreduktionen, vi i sednaste artikel tagit i betraktande, motsvarar hvad man förut kallat medellängdens sekularändring, och denna är af periodisk natur. Vid utvecklingen af likheten (74) kommer emellertid en med v_0 multiplicerad term att uppstå, hvilken bör förenas med medelrörelsen. Vi bestämma derföre, i det vi med σ_0 beteckna en ännu obestämd konstant, $d\zeta$ ur likheten

$$(73,\ \mathrm{a})\qquad d\zeta = \frac{a^{\frac{3}{2}}\,(1+\sigma_0)}{\sqrt{\mu_1\,(1+\bar{\varkappa}_0)}}\,\frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+e\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi))^2}\,dv_0,$$

hvaraf följer att $\mathbf{Z}$ blifver bestämd genom likheten

$$(74,\ \mathrm{a})\qquad \mathbf{Z}d\zeta = -\tfrac{1}{2}\,\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_1\,(1+\bar{\varkappa}_0)}}\,\frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+e\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi))^2}\,(\varsigma-\mu\varsigma')$$
$$\times\left\{\begin{array}{l} \quad\dfrac{2\,\sigma_0}{\varsigma-\mu\varsigma'} \\ +\quad\varkappa_1\,\lambda_3\,\cos\,\mathrm{v}_1 \\ +\quad L_2\,\cos\,(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) \\ +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\,\cos\,\mathrm{v}_0 \\ +\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\,\cos\,(\mathrm{v}_0+2\,\mathrm{v}_1) \end{array}\right\}dv_0$$

och qvantiteten σ_0 bör nu bestämmas sålunda att ingen konstant term i utvecklingen af $\mathbf{Z}d\zeta$ förekommer.

För medelrörelsen i den absoluta banan har man således uttrycket

$$n = \frac{a^{-\frac{3}{2}}\,\sqrt{\mu_1\,(1+\bar{\varkappa}_0)}}{1+\sigma_0}$$

Utvecklingen af funktionen

$$\frac{(1-e)^{\frac{3}{2}}}{(1+e\cos(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi))^2}$$

efter multiplerna af $\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi$ är, såsom bekant

$$1-2e\cos(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)+\ldots,$$

och vi behöfva för närvarande ej flere än de utsatta termerna, emedan de följande icke gifva anledning till någon, vare sig konstant term, eller term med lång period.

Då man nu, i öfverensstämmelse med uttrycken i art. 59 har:

$$e\cos(\mathrm{v}_0+\Gamma-\pi)=\varkappa_1\cos\mathrm{v}_0+\varkappa_2\cos(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1),$$

så finner man, med hänseende till likheten (74, a),

$$n\mathfrak{Z}d\zeta=\left(\frac{2\sigma_0}{\varsigma-\mu\varsigma'}-\varkappa_2L_2-\tfrac{1}{2}\varkappa_1^2L_2L_3\right)(\varsigma-\mu\varsigma')\,dv_0$$

$$+(\varkappa_1\lambda_3-\varkappa_1L_2)(\varsigma-\mu\varsigma')\cos\mathrm{v}_1\,dv_0,$$

dervid de periodiska termerna af fjerde ordningen tillika med dem, hvilka icke genom integrationen förlora faktorn $(\varsigma-\mu\varsigma')$, blifvit förbigångna.

Konstanten σ_0 bör nu tydligen bestämmas ur formeln

$$\sigma_0=\tfrac{1}{2}(\varkappa_2L_2+\tfrac{1}{2}\varkappa_1^2L_2L_3)(\varsigma-\mu\varsigma');$$

densamma är således en qvantitet af andra ordningen oafsedt den sista faktorn.

Sätta vi slutligen

$$L=A+n\int\mathfrak{Z}d\zeta,$$

der A betecknar en integrationskonstant, så blifver vårt resultat

$$(75)\quad L=A+(\varkappa_1\lambda_3-\varkappa_1L_2)\sin((\varsigma-\mu\varsigma')v_0+\Delta+\Gamma-\Gamma')$$

62.

Den hittills följda vägen skola vi fortsätta ännu ett stycke, churu densamma ganska snart blifver i högsta grad obeqväm. Det vore visserligen icke förenadt med så synnerligen stora svårigheter, att medelst införandet af obestämda koefficienter drifva approximationen vida längre än det hittills skett, men deremot blefve det ytterst mödosamt att bevisa realiteten af de vilkorseqvationer, hvilka måste äga rum, på det att uttrycket för $n\mathbf{Z}d\varsigma$ ej må innehålla någon term, som icke vore multiplicerad med den störande massan. Om nämligen en sådan term förekomme, så skulle densamma ingå i uttrycket för L dividerad med nämnda massa. Man inser lätt, att denna omständighet skulle lägga mycket alvarsamma hinder för lösningen af vårt problem på den väg, som ledt oss till ett åtminstone approximativt resultat; men omöjlig blefve lösningen dock icke. Det kommer nämligen att visa sig, det den nu ernådda formen för radius-vektor framkallar termer i uttrycket för variationen, hvilkas koefficienter äro arbiträra konstanter och hvilkas perioder äro mycket långa. Man kan då tänka sig dylika termer kompensera dem, hvilkas koefficienter innehölle den störande massan i nämnaren, så att resultatet, för den händelse att denna massa blefve noll, reducerades till en konstant, och således hade karaktären af en enskild elementär term. Emellertid föreligger intet skäl till antagandet att dylika termer verkligen förekomma; det låter tvärtom bevisa sig, att om ϱ kan framställas såsom en funktion af rent periodiska termer — och detta antagande hafva vi stillatigande gjort, då vi utvecklat störingsfunktionen efter potenserna af $(1 + \varrho)$ — så äro alla termer i uttrycket för hastighetens qvadrat, hvilkas argument äro multiplicerade med den störande massan, äfven multiplicerade med samma massa.

Vi gå nu att söka termerna af tredje och fjerde ordningen i utvecklingen af funktionen $\overline{\overline{\varrho}}$, och beteckna desamma såsom följer

$$\overline{\overline{\varrho}} = \delta_2 \cos(\mathrm{v}_0 - \mathrm{v}_1) + \delta_3 \cos 2\mathrm{v}_1 + \delta_4 \cos(\mathrm{v}_0 + 2\mathrm{v}_1)$$

Med stöd af de redan anförda uttrycken för $\overline{\varrho}$, $\overline{\varrho}^2$ och $\overline{\varrho}^3$ erhålles, på grund af det i art. 53 anförda uttrycket för P,

$$\begin{aligned}[[P_{0,0}]] = {} & \mathfrak{B}_{1,0}^{(0)} \overline{\overline{\varrho}} \\ & + 2\, \mathfrak{B}_{2,0}^{(0)} \left\{ \varkappa_0 + \varkappa_1 \cos \mathrm{v}_0 + \varkappa_2 \cos(\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) + \varkappa_3 \cos \mathrm{v}_1 \right\} \overline{\overline{\varrho}} \\ & + \ldots \\ & + \tfrac{1}{2} \cos \tfrac{1}{2} J^2\ \varkappa' \cos(\mathrm{v}_0 + \mathrm{v}_1) \left\{ \mathfrak{B}_{1,1}^{(1)} + \ldots \right\} \overline{\overline{\varrho}} \\ & + \mathfrak{B}_{2,0}^{(0)} \left\{ \varkappa_1 \varkappa_3 \cos(\mathrm{v}_0 - \mathrm{v}_1) + \tfrac{1}{2} \varkappa_3^2 \cos 2\mathrm{v}_1 \right. \\ & \qquad \left. + \varkappa_2 \varkappa_3 \cos(\mathrm{v}_0 + 2\mathrm{v}_1) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ \mathfrak{B}_{3.\,0}^{(0)} \Big\{\tfrac{1}{2}\, \varkappa_1^2\, \varkappa_2 \cos\, (\mathrm{v}_0 - \mathrm{v}_1) + \tfrac{3}{2}\, \varkappa_1\, \varkappa_2\, \varkappa_3 \cos\, 2\,\mathrm{v}_1 \\
&\qquad\qquad + \tfrac{3}{4}\, \varkappa_1\, \varkappa_2^2 \cos\, (\mathrm{v}_0 + 2\,\mathrm{v}_1)\Big\} \\
&+ \ldots \\
&+ \tfrac{1}{4} \cos\, \tfrac{1}{2} J^2\, \varkappa'\, \mathfrak{B}_{1.\,1}^{(1)}\, \varkappa_3 \cos\, (\mathrm{v}_0 + 2\,\mathrm{v}_1) \\
&+ \tfrac{1}{8} \cos\, \tfrac{1}{2} J^2\, \varkappa'\, \mathfrak{B}_{2.\,1}^{(1)} \Big\{\tfrac{1}{2}\, [\varkappa_1^2 + \varkappa_3^2] \cos\, (\mathrm{v}_0 - \mathrm{v}_1) \\
&\qquad\qquad\qquad + \varkappa_1\, \varkappa_3 \cos\, 2\,\mathrm{v}_1 + \varkappa_1\, \varkappa_2 \cos\, (\mathrm{v}_0 + 2\,\mathrm{v}_1)\Big\} \\
&+ \tfrac{1}{4} \cos\, \tfrac{1}{2} J^2\, \varkappa'\, \mathfrak{B}_{3.\,1}^{(1)} \Big\{\tfrac{1}{2}\, \varkappa_1^2\, \varkappa_2 \cos\, 2\,\mathrm{v}_1 + \,.\,.\Big\}
\end{aligned}$$

Här äro alla termer af tredje och fjerde ordningen utsatta, som kunna förekomma i det art. 53 anförda uttrycket för P. Derjemte äro tvenne termer af femte ordningen medtagna, nämligen:

$$2\, \mathfrak{B}_{2.\,0}^{(0)}\, \varkappa_3\, \overline{\overline{\varrho}} \cos\, \mathrm{v}_1 \quad \text{samt} \quad + \tfrac{1}{8} \cos\, \tfrac{1}{4} J^2\, \varkappa'\, \varkappa_3^2\, \mathfrak{B}_{2.\,1}^{(1)} \cos\, (\mathrm{v}_0 - \mathrm{v})$$

Den sednare har blifvit utsatt endast för symmetriens skull, men hade utan ringaste inkonseqvens kunnat utelemnas; den första deremot är medtagen, emedan densamma föranleder en term i uttrycket för $\overline{\overline{\varrho}}$, der antingen argumentet förekommer utanför cosinustecknet eller ock koefficienten blifver af lägre ordning än den femte. Det är för att visa huruledes uppkomsten af dylika termer kan undvikas, som vi öfverskridit den utsatta gränsen.

Det funna värdet för $[[\mathrm{P}_{1.\,0}]]$, äfvensom det anförda uttrycket för $\overline{\overline{\varrho}}$ införa vi nu i likheten (C) [art. 56], och erhålla då, med bortlemnande af faktorn p_0 samt af termer, som icke hafva elementär beskaffenhet, följande vilkorseqvationer:

$$(\mathrm{I}^*) \left\{\begin{aligned}
&\Big[- (1 - 2\varsigma + \mu\varsigma')^2 + 1 + \mathfrak{B}_{1.\,0}^{(0)} + 2\, \mathfrak{B}_{2.\,0}^{(0)}\, \varkappa_0\Big]\, \delta_2 \\
&\qquad = - \tfrac{1}{8} \Big[2\, \mathfrak{B}_{2.\,0}^{(0)}\, \varkappa_2 + \tfrac{1}{2} \cos\, \tfrac{1}{2} J^2\, \varkappa'\, \mathfrak{B}_{1.\,1}^{(1)}\Big]\, \delta_3 \\
&\qquad\quad - \mathfrak{B}_{2.\,0}^{(0)}\, \varkappa_1\, \varkappa_3 - \tfrac{1}{2}\, \mathfrak{B}_{3.\,0}^{(0)}\, \varkappa_1^2\, \varkappa_2 - \ldots \\
&\qquad\quad - \tfrac{1}{8} \cos\, \tfrac{1}{2} J^2\, \varkappa'\, \mathfrak{B}_{2.\,1}^{(1)}\, [\varkappa_1^2 + \varkappa_3^2] \\
&\qquad\quad - \frac{3\varsigma + \mu\varsigma'}{4}\, \varkappa_1^2\, L_3
\end{aligned}\right.$$

$$(\mathrm{II}_*)\ \begin{cases} \left[1 + \mathfrak{B}^{(0)}_{1,0} + 2\,\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0}\,\varkappa_0 - 4\,(\varsigma - \mu\varsigma')^2\right]\delta_3 \\ \qquad = \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,\varkappa_3\,L_3 + \ldots \end{cases}$$

$$(\mathrm{III}_*)\ \begin{cases} \left[-(1 + \varsigma - 2\mu\varsigma')^2 + 1 + \mathfrak{B}^{(0)}_{1,0} + 2\,\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0}\,\varkappa_0\right]\delta_4 \\ \qquad = -\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0}\,\varkappa_2\,\varkappa_3 - \tfrac{3}{4}\,\mathfrak{B}^{(0)}_{3,0}\,\varkappa_1\,\varkappa_2^2 \\ \qquad - \tfrac{1}{4}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa'\left[\mathfrak{B}^{(1)}_{1,1}\,\varkappa_3 + \mathfrak{B}^{(1)}_{2,1}\,\varkappa_1\,\varkappa_2 + \ldots\right] \\ \qquad + \dfrac{\varsigma - 5\mu\varsigma'}{4}\,\varkappa_1\,\varkappa_2\,L_3 + \dfrac{\varsigma - \mu\varsigma'}{2}\,\varkappa_1\,L_2\,L_3 \end{cases}$$

Användes här de approximativa värdena

$$\tfrac{1}{2}\cos\tfrac{1}{2}J^2\,\varkappa' = -\frac{\varsigma - \mu\varsigma'}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}\,L_3$$

$$\varkappa_2 = \tfrac{1}{2}\,L_3$$

$$\varkappa_3 = \varkappa_1\,L_3,$$

så erhålles, med bortlemnande af termer af högre ordning än nu afses,

$$\delta_2 = -\frac{\varkappa_1^2\,L_3}{2\,(\varsigma - \mu\varsigma')}\left\{\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0} + \tfrac{1}{4}\,\mathfrak{B}^{(0)}_{3,0} + \ldots \right.$$
$$\left. \qquad - \tfrac{1}{4}\,\frac{\varsigma - \mu\varsigma'}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2,1} + \frac{3\varsigma + \mu\varsigma'}{4}\right\}$$

$$\delta_3 = \tfrac{1}{2}\,\varkappa_1^2\,L_3^2$$

$$\delta_4 = \frac{\varkappa_1\,L_3^2}{8\,(\varsigma - \mu\varsigma')}\left\{\mathfrak{B}^{(0)}_{2,0} + \tfrac{3}{8}\,\mathfrak{B}^{(0)}_{3,0} \right.$$
$$\qquad - \frac{\varsigma - \mu\varsigma'}{\mathfrak{A}^{(1)}_{1,1}}\left[\mathfrak{B}^{(1)}_{1,1} + \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{B}^{(1)}_{2,1} + \ldots\right]$$
$$\left. \qquad - \frac{\varsigma - 5\mu\varsigma'}{4} - (\varsigma - \mu\varsigma')\,\frac{L_2}{L_3}\right\}$$

63.

Förutom likheterna (I_*), (II_*) och (III) härflyta ur likheten (C) några andra vilkorseqvationer, hvilka ej omedelbart blifva satisfierade. Sålunda gifver oss först och främst koefficienterna till alla termer med argumentet v_0 vilkorseqvationen

$$\tfrac{1}{2}\,\varkappa_1\,[(1-2\varsigma+\mu\varsigma')^2-\tfrac{1}{2}\,(\varsigma-\mu\varsigma')\,(1-2\varsigma+\mu\varsigma')-1]\,\delta_2\,L_3$$
$$=-\,\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\varkappa_1\,\vartheta_3\,\delta_2$$

För att göra denna identisk vidtaga vi följande åtgärder. På grund af likheten (δ) [art. 55] inse vi omedelbart, att om det i uttrycket för koefficienten b_1 sättes $\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}+\varDelta\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}$ i stället för $\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}$, då måste till det, i föregående artikel angifna uttrycket för funktionen $[[P_{0.\,0}]]$ fogas termen

$$-\,\varkappa_1\,\varDelta\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}\cos v_0;$$

för bestämningen af $\varDelta\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}$ finna vi då likheten

$$\varDelta\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}=\mathfrak{B}^{(0)}_{2.\,0}\,\vartheta_3\,\delta_2-\tfrac{1}{2}\,\delta_2\,L_3\,[2\,(2\varsigma-\mu\varsigma')$$
$$+\tfrac{1}{2}\,(\varsigma-\mu\varsigma')\,(1-2\varsigma+\mu\varsigma')-(2\varsigma-\mu\varsigma')^2]$$

I följd af denna bestämning upphör den ifrågavarande vilkorseqvationen att existera, men en annan följd är den, att koefficienterna K_1, K'_2 och K'_3 erhålla något förändrade värden, hvaraf vidare korrektioner af fjerde, respektive femte ordningen till qvantiteterna ς, $\varkappa_2$, o. s. v. härflyta. Genom ett liknande förfarande kunde termer med argumentet v_0, då de vid fortsatta utvecklingar uppträda i funktionen P, undanskaffas, och man erhåller sålunda, medelst upprepade operationer, en fullständig bestämning af apsidernas medelrörelse. Dylika termer, men multiplicerade med den störande massans qvadrat, blifva i synnerhet då märkliga, när mycket små integrationsdivisorer förekomma samtidigt med det, att de tillhörande koefficienterna ej äro af allt för hög ordning med hänseende till excentriciteterna eller lutningen.

De öfriga vilkorseqvationerna, hvilka ej blifva omedelbart satisfierade, kunna sammanslås med likheterna (II) och (III) [art. 56], hvarigenom något förändrade värden för $\varkappa_2$ och ϑ_3 föranledas. Då dessa ändringar emellertid äro af högre ordning än här afses, utelemnar jag vid detta tillfälle ifrågavarande vilkorseqvationer.

64.

Införa vi det i art. 62 uppstälda uttrycket för $\overline{\overline{\varrho}}$ i likh. (γ) [art. 54], så erhålles, då vi derjemte på grund af likh. (71) sätta

$$\overline{\varrho} = \frac{p_0}{1-e^2} - 1 + \frac{p_0}{1-e^2}\,[e\cos(\pi - \Gamma)\cos \mathrm{v}_0$$

$$+ e \sin(\pi - \Gamma)\sin \mathrm{v}_0],$$

följande relationer

$$(76^*)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{p_0}{1-e^2}\, e\cos(\pi - \Gamma) &= \varkappa_1 + (\varkappa_2 + \delta_2)\cos \mathrm{v}_1 + \delta_4 \cos 2\mathrm{v}_1 \\ \frac{p_0}{1-e^2}\, e\sin(\pi - \Gamma) &= -(\varkappa_2 - \delta_2)\sin \mathrm{v}_1 - \delta_4 \sin 2\mathrm{v}_1 \\ \frac{p_0}{1-e^2} &= 1 + \varkappa_3 \cos \mathrm{v}_1 + \delta_3 \cos 2\mathrm{v}_1 \end{aligned}\right.$$

Genom att bilda summan af de båda första eqvationernas qvadrater finner man

$$\left(\frac{p_0}{1-e^2}\right) e^2 = \varkappa_1^2 + \varkappa_2^2 + \delta_2^2 + \delta_4^2$$

$$+ 2[\varkappa_1(\varkappa_2 + \delta_2) + \delta_2\,\delta_4]\cos \mathrm{v}_1$$

$$+ 2[\varkappa_2\,\delta_2 + \varkappa_1\,\delta_4]\cos \mathrm{v}_1\,;$$

och insättes värdet af $\frac{p_0}{1-e^2}$, så befinnes, då i de periodiska termerna alla qvantiteter af högre ordning än den fjerde bortlemnas,

$$e^2 = (\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2 + \delta_2^2 + \delta_4^2)(1 + \tfrac{3}{2}\varkappa_3^2) - 2\varkappa_3\,[\varkappa_1(\varkappa_2 + \delta_2) + \delta_2\,\delta_4]$$

$$+ 2[\varkappa_1(\varkappa_2 + \delta_2) - \varkappa_3(\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2)]\cos \mathrm{v}_1$$

$$+ 2[\varkappa_2\,\delta_2 + \varkappa_1\,\delta_4 - \varkappa_1\,\varkappa_2\,\varkappa_3]\cos 2\mathrm{v}_1$$

Då slutligen detta värde insättes i den tredje af likheterna (76*) framgår följande uttryck för p_0

$$\begin{aligned}p_0 = 1 &+ \varkappa_0 - (1 + \tfrac{3}{2}\varkappa_3^2)(\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2 + \delta_2^2 + \delta_4^2)\\ &+ \varkappa_3[\varkappa_1(\varkappa_2 + \delta_2) + \delta_2\delta_4]\\ &+ \varkappa_3^2(\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2)\\ &+ \{\varkappa_3(1 + \varkappa_1^2 + \varkappa_2^2) - 2\varkappa_1(\varkappa_2 + \delta_2)\}\cos \mathrm{v}_1\\ &+ \{\delta_3 - 2(\varkappa_1\delta_2 + \varkappa_2\delta_4) + \varkappa_1\varkappa_2\varkappa_3\}\cos 2\mathrm{v}_1\end{aligned}$$

Koefficienterna till de periodiska termerna i detta uttryck skall jag i denna afhandling icke närmare undersöka, ehuru en diskussion af deras beskaffenhet visst icke skulle sakna ett väsentligt intresse, då en sådan borde leda till det resultat att desamma försvinna. Men för närvarande reduceras dock intresset af en sådan undersökning till ett minimum, då vi ännu i utvecklingen af funktionerna P och Q hafva utelemnat vissa termer, som äro multiplicerade med tredje potensen af den störande kroppens banexcentricitet. Genom en annan behandling af den differentialeqvation, som här blifvit integrerad genom upplösandet af vilkorseqvationer emellan obestämda koefficienter, kommer ifrågavarande undersökning för öfrigt att i viss mån göras öfverflödig, enär det resultat, hvartill densamma skulle leda, blifver en följd af det på annan väg erhållna integrationsresultatet.

Af eqvationerna (76*) härledas omedelbart de följande

$$(76)\begin{cases}\varkappa_1 \cos\Gamma = \dfrac{p_0}{1-e^2} e\cos\pi - \varkappa_2\cos[(\varsigma - \mu\varsigma')v_0 + \varDelta - \Gamma']\\ \qquad\qquad - \delta_2\cos[(\varsigma - \mu\varsigma')v_0 + 2\Gamma + \varDelta - \Gamma']\\ \qquad\qquad - \delta_4\cos[2(\varsigma - \mu\varsigma')v_0 + \Gamma + 2\varDelta - 2\Gamma']\\ \varkappa_1 \sin\Gamma = \dfrac{p_0}{1-e_2} e\sin\pi + \varkappa_2\sin[(\varsigma - \mu\varsigma')v_0 + \varDelta - \Gamma']\\ \qquad\qquad - \delta_2\sin[(\varsigma - \mu\varsigma')v_0 + 2\Gamma + \varDelta - \Gamma']\\ \qquad\qquad + \delta_4\sin[2(\varsigma - \mu\varsigma')v_0 + \Gamma + 2\varDelta - 2\Gamma'],\end{cases}$$

hvilka eqvationer, i likhet med eqvationerna (72) måste lösas medelst fortsatta approximationer. I den första har man att i termerna till höger insätta π i stället för Γ, för så vidt man ej redan känner ett noggrannare värde af denna vinkel.

65.

På grund af den formel, vi i föregående artikel kunnat uppställa för $\frac{p_0}{1-e^2}$ finna vi nu ett fullständigare uttryck för den intermediära medellängden L, än det i artikeln 61 anförda. Vi finna först och främst med stöd af likheten

$$\delta_3 = \tfrac{1}{2}\varkappa_1^2 L_3^2$$

att den term i likheten (q), som icke innehåller faktorn $\varsigma - \mu\varsigma'$, försvinner, och i öfrigt finna vi

$$\begin{aligned}\frac{p_0}{1-e^2}\cdot\frac{p_1}{p_0} = (1+\bar{\varkappa}_0)\Big\{1 &+ (\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,\lambda_3\cos \mathrm{v}_1 \\ &+ (\varsigma-\mu\varsigma')\,L_2\cos(\mathrm{v}_0+\mathrm{v}_1) \\ &+ \tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\delta_3\,L_2\cos(\mathrm{v}_0-\mathrm{v}_1) \\ &+ \tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\cos \mathrm{v}_1 \\ &+ \tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1\,L_2\,L_3\cos(\mathrm{v}_0+2\mathrm{v}_1) \\ &- \tfrac{1}{2}(\varsigma-\mu\varsigma')\,\varkappa_1^2\,L_3\,\lambda_3\cos 2\mathrm{v}_1\Big\}\end{aligned}$$

Detta värde insätta vi i differentialeqvationen för $(1+\mathrm{Z})\,d\zeta$ och finna då genom åtgärder, hvilka blifvit beskrifna i artiklarna 60 och 61, följande uttryck

$$(77)\qquad \begin{aligned} L = \varLambda + \varkappa_1 &\left\{\begin{matrix}\lambda_3 - L_2 - \tfrac{1}{2}L_2\,\delta_3 \\ \qquad - \tfrac{1}{2}\varkappa_2\,L_2\,L_3\end{matrix}\right\}\sin \mathrm{v}_1 \\ - \tfrac{1}{4} &\left\{\begin{matrix}\varkappa_1^2\,L_2\,L_3 + \varkappa_2\,L_2\,\delta_3 \\ \qquad - \varkappa_1^2\,L_3\,\lambda_3\end{matrix}\right\}\sin 2\mathrm{v}_1\end{aligned}$$

§ VIII. Numerisk användning af de i föregående paragrafer utvecklade formler.

66.

De numeriska resultat, hvilka i denna paragraf komma att meddelas, innebära en förberedande bestämning af planeten Hecubas absoluta elementer. Orsaken, hvarför just denna planet blifvit vald, ehuru de elliptiska elementen för dess bana ännu ej äro så säkert bestämda, som fallet är med flera andra af de små planeternas, ligger deri, att dess omloppstid är ganska nära dubbelt så stor som Jupiters. Härigenom föranledes en högst betydlig ojemnhet, bunden vid ett argument, som igenfinnes temligen i början af störingsfunktionens utveckling, och hvars undersökning kommer att blifva af ett synnerligt intresse. Dessutom äro planetens banexcentricität och lutningen af dess bana mot Jupitersbanan af så måttliga belopp, att redan den tillnärmelse, som erhålles då endast termer af andra ordningen tagas i betraktande, måste komma det definitiva resultatet ganska nära.

Följande, af Herr Schulhoff beräknade elementsystem har legat till grund för de i det följande meddelade undersökningarna.

108. Hecuba.

1875 Febr. 24.

$$\begin{aligned}
L &= 192^\circ\ 56'\ 18''.3 \\
M &= 19\ \ 25\ \ 35.6 \\
\pi &= 173\ \ 30\ \ 42.7 \\
\varphi &= 5\ \ 53\ \ 18.4 \\
\log e &= 9.011113 \\
-\ a &= 0.5067768 \\
n &= 616''.36986 \\
\theta &= 352^\circ\ 25'\ 31''.5 \\
i &= 4\ \ 24\ \ 7.9
\end{aligned}$$

Elementen osculera för den utsatta epoken, men längderna och lutningen äro hänförda till den för 1880 gällande vårdagjemningspunkt ock ekliptika. Efter reduktion till epokens eqvinoktium och ekliptika erhöllos

$$\begin{aligned}
L &= 192^\circ\ 52'\ 13''.3 \\
\pi &= 173\ \ 26\ \ 37.9 \\
\theta &= 352\ \ 21\ \ 26.2 \\
i &= 4\ \ 24\ \ 5.6
\end{aligned}$$

De vid samma epok gällande elementen för Jupitersbanan äro enligt Leverriers tabeller följande

$$\begin{aligned}
L' &= 203^\circ\ 33'\ 47''.69 \\
M' &= 191\ \ 14\ \ 33.0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi' &= 12^\circ\ 19'\ 14''.7 \\
\varphi' &= 2\ \ 46\ \ 5.18 \\
\log e' &= 8.683891 \\
-a' &= 0.7162371 \\
n' &= 299''.1283 \\
\theta' &= 99^\circ\ 11'\ 31''.6 \\
i' &= 1\ \ 18\ \ 36.21
\end{aligned}$$

Enligt bekanta formler (Hansen, Auseinandersetsung H. I, p. 107) beräknades vinklarne Π, Π' och J, och erhöllos för desamma följande värden:

$$\begin{aligned}
\Pi &= 22^\circ\ 21'\ 25''.5 \\
\Pi' &= 22\ \ 18\ \ 32.0 \\
J &= 4\ \ 56\ \ 32.5
\end{aligned}$$

67.

De anförda värdena för a och a' gifva oss

$$\log \alpha = 9.7905397$$

och härmed beräknades β-koefficienterna enligt de i art. 40—42 uppstälda formler. Resultaten, hvilka här nedan meddelas, äro redan multiplicerade med Jupiters massa, för hvilken värdet

$$m' = \frac{1}{1050}$$

blifvit antaget. De sålunda funna värdena äro de följande

n	$\text{Log}\, m'\, \beta_n^{(1)}$	$\text{Log}\, m'\, \beta_n^{(3)}$	$\text{Log}\, m'\, \beta_n^{(5)}$
0	7.0293517	7.138778	7.262393
1	6.7535473	6.909944	7.072204
2	6.6374194	6.809454	6.984945
3	6.5628114	6.743023	6.925540
4	6.5076401	6.692947	6.879912
5	6.4638027	6.652611	6.842674
6	6.4274082	6.618780	6.811135
7	6.3962828	6.589615	6.783742
8	6.3690867	6.563970	6.759508
9	6.3449351	6.541077	6.737768
10	6.3232127	6.520396	6.718048

n	$\text{Log}\, m' \beta_n^{(7)}$	$\text{Log}\, m' \beta_n^{(9)}$	$\text{Log}\, m' \beta_n^{(11)}$	$\text{Log}\, m' \beta_n^{(13)}$
0	7.39646	7.54089	7.69439	7.85565
1	7.23960	7.41146	7.58716	7.76617
2	7.16347	7.34466	7.52818	7.71374
3	7.11010	7.29648	7.48446	7.67388
4	7.06836	7.25814	7.44912	7.64117
5	7.03387	7.22609	7.41924	7.61323
6	7.00439	7.19845	7.39327	7.58876
7	6.97860	7.17412	7.37025	7.56695
8	6.95565	7.15235	7.34956	7.54725
9	6.93497	7.13264	7.33075	7.52927
10	6.91614	7.11463	7.31350	7.51273

I enlighet med föreskrifterna i art. 39 beräknades härmed vidare

n	$\text{Log}\, m' \text{M}_0^{(n)}$	$\text{Log}\, m' \text{M}_2^{(n)}$	$\text{Log}\, m' \text{M}_4^{(n)}$	$\text{Log}\, m' \text{M}_6^{(n)}$	$\text{Log}\, m' \text{M}_8^{(n)}$
0	——	5.663898	5.475967	5.081139*n*	4.809859
1	4.09649	5.305463	5.218611	4.850432*n*	4.568347
2	5.928157	4.999938	4.972320	4.62068*n*	4.331351
3	5.639735	4.72017	4.73202	4.39190*n*	4.097545
4	5.372973	4.45432	4.49704	4.16511*n*	3.86622
5	5.118056	4.19877	4.26474	3.93919*n*	3.63606

Man har ansett sig kunna afbryta utvecklingen af funktionen C_n [likheten (*b*), art. 39] med den term, som innehåller 3:dje potensen af excentriciteterna multiplicerade med α^6. Härigenom bortfalla alla *M*-koefficienter, hvilkas nedre index är större än 6.

För den nu följande beräkningen af utvecklingskoefficienterna i likheterna (47) och (48) vore det egentligen erforderligt att känna värdet af de konstanter, som ingå i qvantiteterna p_0 och p'_0. Då dessa emellertid icke äro bekanta, måste vi i den första approximationen använda värdena

$$p_0 = 1 - e^2;\ p'_0 = 1 - e'^2$$

och i stället för *e* och *e'* insätta deras intermediära eller osculerande värden, om de förra ej äro bekanta. Det intermediära värdet för *e'* kunna vi anse identiskt med det för epoken gällande elliptiska värdet; för *e* känna vi endast det osculerande värdet.

De $\mathfrak{A}$- och $\mathfrak{B}$-koefficienter, vi för det närvarande behöfva, äro de följande

s	Log $\mathfrak{B}_{s.\,0}^{(0)}$	Log $\mathfrak{B}_{s.\,1}^{(1)}$	Log $\mathfrak{A}_{s.\,1}^{(1)}$
0	6.270610	7.114924	6.494517
1	6.906487n	7.893360n	7.281835n
2	7.404010	8.503423	7.862518
3	7.855572n	9.038459n	8.368742n
4	8.278372		
5	8.672249n		

Beräknas med de anförda värdena af $\mathfrak{A}_{0.\,1}^{(1)}$ och $\mathfrak{B}_{0.\,1}^{(1)}$ koefficienten $\mathfrak{A}_{1.\,1}^{(1)}$ enligt den i art. 58 anförda formeln, så återfinnes:

$$\text{Log } \mathfrak{A}_{1.\,1}^{(1)} = 7.281875n$$

Jag har ej ansett nödigt att efterforska anledningen till den lilla skilnaden emellan de båda anförda värdena, då hela denna räkning ej kan vara annat än provisorisk och delvis måste utföras å nyo. Att så är förhållandet, beror på flere omständigheter, hvilka lämpligen här torde kunna sammanställas.

1. Det elementsystem för den störda kroppen, hvilket här blifvit anfördt, hänför sig icke till en intermediär bana utan till en oskulerande ellips. Skilnaden emellan de oskulerande elementen och de intermediära, hvilka vi i det närmaste kunna identifiera med elliptiska medel-element, kan först angifvas sedan komplexen af koordinerade termer är känd. Dessa skilnader uppgå emellertid sannolikt till sådana belopp, att en helt och hållet ny beräkning af $\mathfrak{A}$- och $\mathfrak{B}$-koefficienterna kommer att utfalla beqvämare än att förbättra de redan anförda värdena för desamma medelst differentialformler.

2. Vid den förnyade behandlingen af vår uppgift synes det fördelaktigt att göra ifrågavarande koefficienter beroende af den intermediera excentriciteten *e* och sålunda behandla dem såsom blifvit antydt i art. 45. De redan anförda numeriska värdena för dessa koefficienter blifva således obehöfliga efter det provisoriska bruk, vi nu komma att göra af desamma.

3. Hvarken Jupiterbanans absoluta elementer, ej heller de analytiska uttrycken för dess intermediära elementer äro bekanta. Vi hafva derföre i de föregående undersökningarne förutsatt den intermediära excentriciteten vara konstant, och hafva för densamma antagit det för den utsatta epoken gällande elliptiska medelvärdet. Denna förutsättning måste tydligen vid en strängare undersökning uppgifvas. Så snart Jupiters-banans excentricitet kommer att anses såsom föränderlig, blifver det nödvändigt att i funktionen $\frac{p_1}{p_0}$ upptaga flera termer än dem vi utsatt i art. 53. En motsvarande komplikation af uttrycken för $e \cos \pi$ och $e \sin \pi$ blifver den naturliga följden häraf.

68.

Enligt de formler, som finnas anförda i § V söktes det första resultatet i afseende på apsidernas medelrörelse. Det kom härvid ej an på någon synnerligt stor skärpa, hvarför ς helt enkelt beräknades ur formeln

$$\varsigma = \tfrac{1}{2}\,\beta_1 + \tfrac{3}{4}\,k^2,$$

vid hvilken räkning man använde värdena

$$\beta_1 = -\mathfrak{B}^{(0)}_{1.\,0}$$

$$\beta_3 = -\mathfrak{B}^{(0)}_{3.\,0}$$

Härmed erhölls

$$\text{Log } \varsigma = 6.63493$$

Man hade dessutom

$$\text{Log } \mu = 5.686016$$

$$\text{—} \quad \varsigma' = 9.842205$$

och erhöll sålunda följande begynnelsevärden

$$\text{Log } \varkappa_2 = 8.7638$$

$$\text{—} \quad L_3 = 9.0648$$

$$\text{—} \quad \mathfrak{a}_2 = 5.1776$$

Medelst användning af likheterna (72) erhölls slutligen

$$\text{Log } \varkappa_1 = 9.1954$$

$$\Gamma = 180^\circ\ 16'.7$$

En ny beräkning af ς enligt formeln (c) [art. 57] ledde nu till följande värde:

$$\text{Log } \varsigma = 6.66031$$

och härmed befanns

$$\text{Log } \varkappa_2 = 8.84410$$
$$— \quad \varkappa_1 = 9.22497$$
$$\Gamma = 181° \, 7' \, 40''$$

Enligt formeln (o) [art. 60] beräknades vidare λ_3 och det erhölls:

$$\text{Log } (\lambda_3 - L_2) = 9.24954,$$

hvarmed slutligen koefficienten till $\sin v_1$ i uttrycket (75) beräknades till:

$$+ 6150''.9$$

69.

Med de i föregående artikel anförda värden har en förnyad beräkning af de sökta qvantiteterna blifvit utförd, dervid termerna af tredje och fjerde ordningen medtagits i räkningen. Man har sålunda visserligen icke ansett sig ernå något i realiteten säkrare resultat än det föregående, då ju de orsaker, hvilka omnämndes i art. 67, allt fortfarande lägga hinder i vägen för öfverskridandet af en viss noggrannhetsgräns. De värden vi medelst fortsatta approximationer närma oss, äro derföre icke de i verkligheten gällande, men detta oaktadt saknar genomförandet af en ny approximation ej sitt intresse. Man vinner nämligen genom densamma en öfverblick af inverkan af de högre termerna på de redan utförda bestämningarna, samt derjemte en föreställning om de elementära termernas konvergens.

Man beräknade först och främst qvantiteten ς, och fann för densamma värdet

$$\log \varsigma = 6.67259$$

Genom att multiplicera ς med $n \times 365{,}25$ finner man apsidernas medelrörelse under ett Julianskt år; densamma är:

$$105''.93$$

men detta värde kommer ännu väsentligen att ändras genom en term, som är multiplicerad med den störande massans qvadrat.

Med detta nya värde af ς beräknades

$$\log f = 9.02409;$$

vidare erhölls

$$\begin{aligned}
\log\ (L_3) &= 0.18079 \\
—\ (1+\eta) &= 0.19995 \\
—\ (1+\eta') &= 0.08539 \\
—\ L_3 &= 9.20488 \\
—\ L_2 &= 8.66103 \\
—\ \varkappa_2 &= 8.83762 \\
—\ \vartheta_3 &= 9.20518 \\
—\ \varkappa_0 &= 6.15104 \\
—\ \overline{\varkappa}_0 &= 6.34418n
\end{aligned}$$

Koefficienterna af tredje och fjerde ordningen beräknades dessutom det befanns

$$\begin{aligned}
\log\ \delta_2 &= 7.59463 \\
—\ \delta_3 &= 6.55867 \\
—\ \delta_4 &= 7.26694
\end{aligned}$$

Det vilkor, att koefficienterna till de periodiska termerna uttrycket för p_0 [art. 64] böra försvinna, uppfylles af dessa värden ej strängt, utan qvarlemna skilnader, som uppgå till några enheter i tredje decimalen, hvilket antyder, att här ännu saknas termer af samma ordning, som vi medtagit, nämligen af fjerde ordningen, en omständighet, hvilken vi redan förutsett.

Då vi nu ånyo beräkna $\varkappa_1$ och Γ och dervid använda likheterna (76) skola vi insätta ett strängare värde för argumentet v_1 än i det föregående blifvit utsatt. Den konstant, vi utelemnat i uttrycket för v'_0 [art. 52], är nämligen, då Λ och Λ' beteckna Hecubas och Jupiters absoluta medellängder, gällande för den gifna epoken:

$$\Lambda' - \mu\Lambda;$$

ifrågavarande argument är derföre på följande sätt sammansatt

$$\mathrm{v}_1 = (\varsigma - \mu\varsigma')\ v_0 + \Delta + \Gamma - \Gamma' - \varsigma'\ (\Lambda' - \mu\Lambda)$$

Den här tillkomna termen kan lätt medtagas, derigenom att man i likheterna (76) använder värdet

$$\Gamma' + \varsigma'\ (\Lambda' - \mu\Lambda)$$

i stället för Γ'. Då nu v_0, $\varLambda$ och L med tillräcklig noggrannhet för det nu åsyftade ändamålet kunde identifieras med hvarandra, och likaledes $\varLambda'$ med L', så erhölls:

$$(\varsigma - \mu\varsigma')\, v_0 = 5'\ 3''.0$$

$$\varsigma'\, (\varLambda' - \mu\varLambda) = 27.9$$

och härefter beräknades, med användning af likheterna (76) följande värden:

$$\log \varkappa_1 = 9.22709$$

$$\Gamma = 180^\circ\ 33'\ 24''$$

Den relativt största ändringen vidfares uttrycket för L; man finner nämligen nu:

$$\log \lambda_3 = 9.30769$$

samt

$$\begin{aligned} L = \varLambda &+ 5463''.4 \sin \mathrm{v}_1 \\ &- 36.8 \sin 2\mathrm{v}_1 \end{aligned}$$

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 17.

UN NOUVEAU GÉOTHERMOMÈTRE

PAR

H.-E. HAMBERG.

AVEC PLANCHE.

NOTE COMMUNIQUÉE
A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE SUÈDE, LE 9 NOVEMBRE 1881.

STOCKHOLM, 1881.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Le besoin d'une méthode commode, peu coûteuse et surtout exacte pour déterminer la température du sol de $0^{\mathrm{m}},50$ à plusieurs mètres de profondeur — méthode garantie également contre l'humidité et la congélation du sol —, m'a amené à construire un nouveau géothermomètre. Cet instrument est employé depuis un an pour les observations météorologiques forestières en Suède. Les quarante exemplaires dont on a fait usage ont pleinement répondu à leur but, et il nous a semblé qu'il ne serait pas sans intérêt d'en présenter une description à l'Académie, d'autant plus que les méthodes usitées jusqu'à présent laissent à désirer sous plusieurs rapports. Notre méthode a de commun avec celle de LAMONT que le thermomètre est mobile et plonge dans un tube.

Le *thermomètre* même, dont on voit la tige ainsi que l'échelle dans la fig. 1 en *a*, est muni d'un réservoir oblong, entouré de mousseline, et d'un tube externe de verre mesurant 8 à 10 millim. de diamètre à l'extérieur. Il est renfermé dans un étui cylindrique *b* en bois de hêtre, dont la partie inférieure a environ 15 centim. de long et 15 millim. de diamètre extérieur; la partie supérieure mesure environ 28 centim. de long et 28 millim. de diamètre extérieur.

Passons au *tube* qu'on enfonce dans le sol à la profondeur en vue, et dans lequel on fait descendre, au moyen d'une ficelle ou d'une corde, l'étui de bois renfermant le thermomètre que nous venons de décrire. Ce tube (fig. 2) se compose des parties suivantes: un cylindre de cuivre *c* d'environ 3 centimètres de diamètre intérieur et de longueur convenable; un petit cylindre de fer *d*, long de 9 centim. avec un fond vissé hermétiquement, qui reçoit le réservoir du thermomètre; un tube de verre très solide *e*, du même genre que ceux qu'on emploie pour les indicateurs de niveau dans les chaudières à vapeur; ce tube, inséré au moyen d'un tuyau *f* de caoutchouc dans les deux autres cylindres, sert à les isoler, en prévenant l'échange de calorique à craindre entre eux. L'étui de bois *b*, qui forme la première enveloppe du thermomètre, s'oppose lui-même d'ailleurs à ce qu'un courant d'air amène un échange de température entre la partie supérieure du tube et celle du bas. Le tout est entouré d'une armature *j* (fig. 3) de bois, et l'orifice au-dessus du sol se ferme par un bouchon *i* (fig. 1), dans lequel est fixée la corde servant à descendre et à monter le thermomètre; un couvercle *k* en métal peint, protège l'ouverture supérieure de l'appareil et peut se fermer au moyen d'un cadenas.

Le tube une fois dans le sol, on y verse une petite quantité de *mercure g*, pour faciliter la communication de chaleur entre la terre et le thermomètre. Jusqu'ici les instruments ont été construits pour des profondeurs de $0^{m},50$, 1 et 2 mètres. Il va sans dire que cette dernière limite peut facilement être dépassée.

Les observations se font d'une manière très simple: on retire vivement le thermomètre, on le lit, puis on le redescend avec précaution. Il n'y a pas lieu d'apporter d'autre correction que pour le 0°.

Il nous reste à examiner si cet instrument nous fournit des valeurs parfaitement exactes. Pour cela, il faut le comparer à un autre thermomètre d'une exactitude incontestée. Or, comme nous n'en possédons et n'en connaissons même pas un seul qui réponde à ce but, il nous semble que le seul moyen possible de contrôle est l'observation directe de la température du sol où se trouve l'instrument. C'est ce que nous avons fait pour la profondeur de $0^{m},50$, où il y a le plus à craindre de fâcheuses influences; tout le géothermomètre en a été retiré avec précaution, et un thermomètre ordinaire fixé au bout d'une canne a été descendu au fond du trou, puis retiré rapidement et lu. Des expériences réitérées ont toujours fourni le même résultat: les valeurs étaient les mêmes aux deux genres d'instruments.

L'expérience suivante prouve qu'il n'y a pas de communication calorique notable entre la partie supérieure du tube et celle d'en bas. Des géothermomètres à armure complète sont plongés par leur extrémité inférieure dans la neige fondante, tandis que la partie supérieure est entourée d'air à la température ordinaire de la chambre. Malgré ces circonstances défavorables pour le thermomètre — elles ne se présentent assurément jamais dans la nature — l'instrument accusa le zéro à $\frac{1}{10}$ de degré près, lorsqu'on le retira. Enfin, l'isolement complet de la partie supérieure du tube où se trouve le réservoir du thermomètre est prouvé par les observations elles-mêmes. Pendant des mois de grandes variations diurnes dans la température de l'air, on devrait s'attendre à voir le géothermomètre accuser, au moins à $0^{m},50$ de profondeur, des changements correspondants. Mais c'est ce qu'on ne peut guère remarquer, comme on le voit par l'extrait suivant (voir les tableaux I et II des pages 6 et 7) des observations faites à une des stations météorologiques forestières, à Dalboda près d'Upsal: il n'y a évidemment pas d'échange notable de chaleur à travers le tube. A un mètre de profondeur, on remarque une influence extrêmement faible des changements accidentels de la température atmosphérique; à 2 mètres, la marche est d'une égalité parfaite.

Toutes les observations faites aux autres stations où l'on emploie notre géothermomètre s'accordent avec celles que nous venons de rapporter. En un mot, tout parle en faveur de cet instrument comme indiquant des valeurs parfaitement exactes.

On pourrait peut-être se demander s'il est bien sensible. On ne peut naturellement pas le comparer sous ce rapport aux thermomètres à l'air libre lors des changements brusques de température. Mais il est plus que suffisant pour les variations lentes qui se produisent aux profondeurs dont il s'agit. Nous nous en sommes assuré de plusieurs manières, entr'autres en comparant la marche de notre instrument à celle d'un thermomètre nu à mercure, les deux étant enfoncés à côté l'un de l'autre à une profondeur égale, c'est-à-dire à 27 centimètres: les variations y sont, on le sait, beaucoup plus sensibles qu'à $0^{m},50$.

En terminant, il ne sera peut-être pas inutile de dire qu'un géothermomètre, de la construction que nous venons de décrire, revient environ à 40 francs à Stockholm pour une profondeur de $0^{m},50$, et à quelques francs en sus pour de plus grandes longueurs. Les instruments sont montés et essayés sous nos yeux.

Tab. I. *Observations à Dalboda près d'Upsal.*

	Température du sol					Températ. de l'air.		Eau tombée en millim.
	$0^m,50$.			1 mètre.	2 mètres.	Maximum.	Minimum.	
1881	8 h. m.	2 h. soir.	9 h. soir.	2 h. soir.	2 h. soir.			
Mars 1 ...	—1,6	—1,5	—1,7	+0,9	+3,6	—10,3	—20,8	—
» 2 ...	—1,7	—1,6	—1,6	+0,8	+3,6	— 2,0	—19,8	—
» 3 ...	—1,6	—1,7	—2,1	+0,7	+3 5	+ 2,0	—23,7	—
» 4 ...	—2,1	—1,9	—1,9	+0,7	+3,5	— 6,3	—29,1	—
» 5 ...	—2,1	—2,3	—2,1	+0,7	+3,5	— 5,3	—15,0	—
» 6 ...	—2,2	—2,0	—1,9	+0,7	+3,5	— 4,8	—16,1	0,1
» 7 ...	—2,1	—2,0	—1,9	+0,6	+3,5	+ 1,0	—19,7	3,6
» 8 ...	—1,9	—1,7	—1,7	+0,6	+3,5	— 5,7	—19,0	2,2
» 9 ...	—1,9	—1,5	—1,7	+0,6	+3,5	— 7,1	—17,2	—
» 10 ...	—1,7	—1,7	—1,7	+0,5	+3,4	± 0,0	—25,7	—
» 11 ...	—1,7	—1,7	—1,7	+0,7	+3,4	— 0,3	—19,0	0,1
» 12 ...	—1,8	—1,7	—1,7	+0,6	+3,4	— 6,1	—15,1	—
» 13 ...	—1,9	—1,6	—1,7	+0,5	+3,4	+ 3,1	—18,0	—
» 14 ...	—1,7	—1.7	—1,7	+0,5	+3,4	+ 1,0	—17,0	—
» 15 ...	—1,7	—1,7	—1,7	+0,5	+3,3	+ 5,0	—15,0	—
» 16 ...	—1,5	—1,5	—1,5	+0,5	+3,3	+ 7,3	—11,9	—
» 17 ...	—1,5	—1,3	—1,3	+0,5	+3,3	+11,1	—10,0	—
» 18 ...	—1,1	—1,1	—0,9	+0,5	+3,3	+ 8,5	— 7,6	—
» 19 ...	—0,8	—0,8	—0,7	+0,5	+3,3	+ 7,0	— 5,2	—
» 20 ...	—0,7	—0,7	—0,7	+0,5	+3,3	+ 1,0	—11,6	—
» 21 ...	—0,8	—0,8	—0,9	+0,5	+3,3	+ 2,7	—15,9	—
» 22 ...	—1,1	—1,3	—1,3	+0,5	+3,2	+ 1,5	—16,8	—
» 23 ...	—1,5	—1,3	—1,3	+0,6	+3,2	+ 2,8	—19,0	—
» 24 ...	—1,5	—1,5	—1,5	+0,5	+3,2	0,5	—18,0	1,4
» 25 ...	—1,5	—1,5	—1,5	+0,5	+3,2	+ 5,3	— 3,7	1,2
» 26 ...	—1,4	—1,2	—1,2	+0,5	+3,2	+ 0,8	—12,0	0,2
» 27 ...	—1,3	—1,0	—1,0	+0,5	+3,2	+ 3,5	—20,0	—
» 28 ...	—1,1	—1,0	—1,0	+0,5	+3,2	+ 2,9	—10,0	0,8
» 29 ...	—1,0	—1,0	—0,9	+0,5	+3,1	+ 1,8	—10,2	2,3
» 30 ...	—0,9	—0,9	—0,9	+0,5	+3,1	+ 2,8	— 8,0	—
» 31 ...	—1,0	—0,9	—0,9	+0,5	+3,1	+ 3,0	—15,6	—
Moyennes	—1,50	—1,42	—1,43	+0,57	+3,34	+ 0,8	—15,7	—

Tab. II. *Observations à Dalboda près d'Upsal.*

	Température du sol					Températ. de l'air.		Eau tombée en millim.
	$0^m,50$.			1 mètre.	2 mètres.	Maximum.	Minimum.	
1881	8 h. m.	2 h. soir.	9 h. soir.	2 h. soir.	2 h. soir.			
Juillet 1...	+13,4	+13,4	+13,5	+ 9,9	+6,2	+25,2	+10,1	—
» 2...	+13,6	+13,6	+13,6	+10,1	+6,3	+25,8	+ 9,7	—
» 3...	+13,7	+13,7	+13,7	+10,2	+6,3	+26,5	+10,3	2,1
» 4...	+13,7	+13,7	+13,5	+10,3	+6,4	+20,4	+11,4	2,1
» 5...	+13,5	+13,4	+13,4	+10,5	+6,5	+23,0	+ 9,1	5,5
» 6...	+13,3	+13,1	+13,1	+10,5	+6,6	+20,1	+ 8,1	—
» 7...	+13,0	+12,9	+12,7	+10,5	+6,7	+14,8	+ 3,6	0,9
» 8...	+12,5	+12,3	+12,2	+10,5	+6,7	+14,1	+ 6,0	—
» 9...	+12,1	+12,1	+12,1	+10,5	+6,8	+16,2	+ 8,0	1,9
» 10...	+12,1	+12,1	+12,1	+10,4	+6,9	+20,0	+ 8,2	11,1
» 11...	+12,3	+12,3	+12,5	+10,4	+7,0	+21,1	+ 9,5	—
» 12...	+12,6	+12,6	+12,9	+10,4	+7,1	+28,5	+ 6,3	—
» 13...	+13,2	+13,3	+13,5	+10,4	+7,1	+27,8	+12,2	—
» 14...	+13,7	+13,7	+13,7	+10,5	+7,2	+24,0	+11,7	—
» 15...	+13,8	+13,8	+13,8	+10,7	+7,2	+28,4	+ 7,8	—
» 16...	+14,1	+14,1	+14,1	+10,8	+7,3	+23,9	+13,0	—
» 17...	+14,2	+14,2	+14,2	+11,0	+7,3	+20,9	+ 7,3	—
» 18...	+14,1	+13,9	+13,8	+11,1	+7,4	+18,8	+ 8,2	—
» 19...	+13,7	+13,5	+13,5	+11,2	+7,5	+25,0	+ 2,2	—
» 20...	+13,6	+13,6	+13,6	+11,2	+7,5	+20,0	+13,0	3,7
» 21...	+13,7	+13,7	+13,7	+11,3	+7,6	+22,3	+12,4	—
» 22...	+13,7	+13,7	+13,7	+11,3	+7,7	+24,2	+ 9,3	—
» 23...	+13,8	+13,9	+13,9	+11,3	+7,7	+25,8	+10,0	—
» 24...	+14,0	+14,0	+14,0	+11,4	+7,7	+26,0	+ 7,5	3,4
» 25...	+14,1	+14,1	+14,1	+11,4	+7,8	+23,0	+11,8	4,0
» 26...	+14,1	+14,1	+14,1	+11,5	+7,9	+21,7	+12,0	2,1
» 27...	+14,0	+14,0	+13,9	+11,6	+7,9	+17,9	+10,1	22,4
» 28...	+13,9	+13,7	+13,6	+11,6	+8,0	+18,0	+ 7,3	—
» 29...	+13,4	+13,3	+13,3	+11,6	+8,0	+19,9	+ 6,8	—
» 30...	+13,2	+13,2	+13,3	+11,6	+8,1	+20,3	+ 7,9	—
» 31...	+13,3	+13,3	+13,3	+11,5	+8,2	+23,2	+ 9,4	1,2
Moyennes	+13,46	+13,43	+13,43	+10,88	+7,25	+22,2	+ 9,0	—

Fig. 1

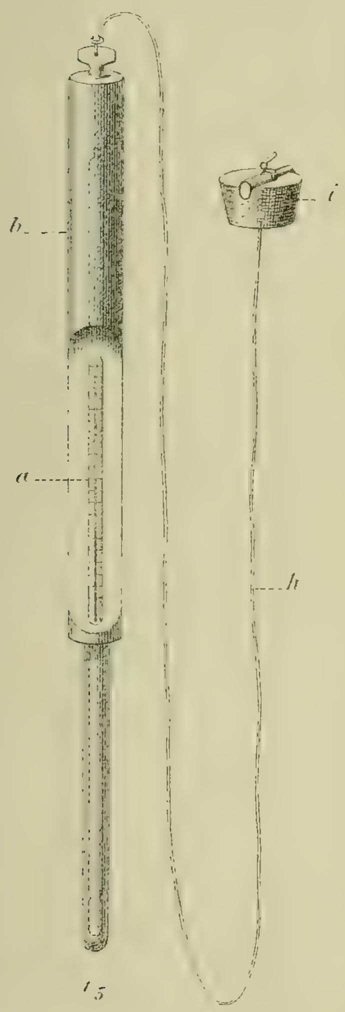


Fig. 2

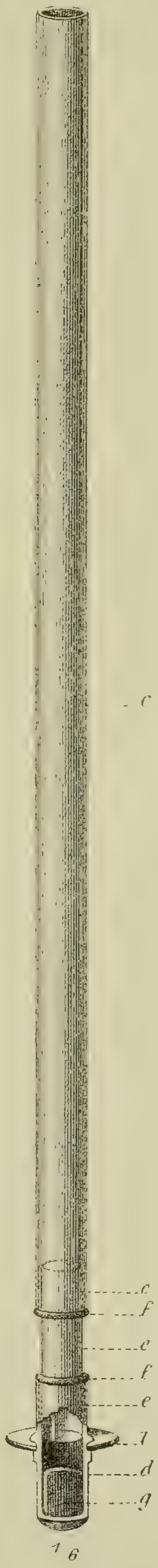
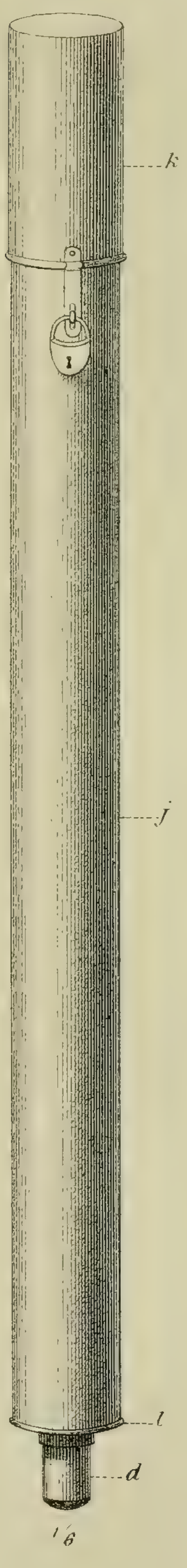


Fig. 3



a	*thermomètre*	*e*	*tube de verre*	*i*	*bouchon*
b	*étui de hêtre*	*f*	*tuyau de caoutchouc*	*j*	*armature de bois*
c	*cylindre de cuivre*	*g*	*mercure*	*k*	*couvercle de l'armature*
d	*„ de fer*	*h*	*corde*	*l*	*anneau d'appui*

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 18.

SILURISCHE KORALLEN

AUS

NORD-RUSSLAND UND SIBIRIEN

VERZEICHNET

VON

G. LINDSTRÖM.

MIT EINER TAFEL.

AN DIE KÖNIGL. AKAD. DER WISS. EINGEREICHT DEN 11 JANUAR 1882.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Mit freundlichster Liberalität hat der Herr Akademiker Friedrich Schmidt in St. Petersburg einige Suiten von Silurkorallen aus vier verschiedenen und von einander sehr entlegenen Punkten des umfangreichen russischen Kaiserthums mir zur Bearbeitung übergeben. Zu diesen Sammlungen füge ich der Vollständigkeit wegen noch eine fünfte, welche die wenigen Formen enthält, die von der schwedischen Expedition nach dem Karischen Meere unter Nordenskiölds Leitung im Jahre 1875 auf Waigatsch gefunden wurden.

Obwohl die Zahl der bestimmbaren Arten nicht besonders gross ist, kann dies Verzeichniss doch als ein kleiner Beitrag zur Kenntniss von der Verbreitung der fossilen Reste dieser während der Silurzeit so wichtigen Thiere gelten.

Wie aus der unten gegebenen Uebersicht des Vorkommens hervorgeht, sind 27 Arten und Varietäten aus dem ganzen Gebiete bestimmt worden und von allen Lokalitäten ist, wie ersichtlich, die an der mittleren Tunguska am ergiebigsten gewesen. Eine Menge anderer vor der Hand unbestimmbarer Korallen zeugen auch von dem grossen Reichthume der Formen in dieser Gegend. Der Bezirk bei Olenek bietet unter seinen 13 Arten auch manches Eigenthümliche.

Auffallend ist, unter einer so geringen Zahl von Arten, so viele, nicht weniger als drei, neue Gattungen vorzufinden, welche vorher gänzlich unbekannt waren und von denen bei zweien der systematische Platz noch nicht genau festzustellen ist. Wie zu erwarten war, haben Arten aus solchen kosmopolitischen Gattungen wie Heliolites und Favosites die grösste Verbreitung. Einige von diesen sind über das ganze Silurgebiet verbreitet, sowohl in Asien, wie in Nord-Europa und Nord-Amerika.

Was die geologische Stellung der verschiedenen Punkte betrifft, so enthalten die Lokalitäten an der mittleren Tunguska theils Arten, welche entschieden untersilurisch sind, wie Calapœcia cribriformis, Plasmopora affinis, theils solche, welche die ältesten obersilurischen Schichten kennzeichnen, wie Columnaria alveolata, und es ist wohl den genannten Lokalitäten eine solche Stufe zu ertheilen wie etwa bei uns in Schweden dem Leptænakalke oder nach Fr. Schmidt, den Borkholmer Schichten in Ehstland, dem Nordamerikanischen Hudson River Group annähernd entsprechend. Wahrscheinlich hört die Korallenfauna von Olenek einer tiefen Stufe des obersilurischen Schichtensystems an, da solche Formen wie Dinophyllum involutum, Cyathophyllum angustum und Halysites escharoides darin obwalten, welche auch auf Gotland dem ältesten Mergelschiefer bei Wisby eigenthümlich sind. Die Faunen von Waigatsch, Petschora und der unteren Tunguska enthalten wenig Charakteristisches, gehören aber jedenfalls der obersilurischen Abtheilung an.

		Waigatsch.	Petschora.	Untere Tunguska.	Mittlere Tunguska.	Olenek.	Anderwärtiges Vorkommen.							
							Untersilur.				Obersilur.			
							Ehstland.	N.-Amerika.	England.	Schweden.	N.-Amerika.	England.	Schweden.	Oesel.
1.	Palæaræa Lopatini n.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.	Favosites Forbesi Edw. H.	+	+	+	+	+	+	—	—	+	+	+	+	+
3.	F. gotlandicus L.	—	—	+	+	+	—	—	—	—	+	+	+	—
4.	F. Hisingeri Edw. H.	—	—	+	+	+	—	—	—	—	—	—	+	—
5.	F. asper Goldf.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+	+	—
6.	F. Lonsdalei D'Orb.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+	+	—
7.	F. Labechei Edw. H.	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	+	+	—
8.	Heliolites interstinctus L.		+	+	—	+	—	—	—	—	+	+	+	—
9.	Plasmopora affinis Bill.	—	—	—	—	+	—	+	—	+	—	—	—	—
10.	Halysites catenularius L.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+	+	+
11.	H. escharoides Lamk.	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	+	+	—
12.	Rhaphidophyllum constellatum n.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13.	Calapœcia cribriformis Nicholson	—	—	—	+	—	—	+	—	—	—	—	—	—
14.	Syringopora fenestrata n.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15.	S. bifurcata Lonsd.	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	+	+	+
16.	S. sp.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17.	Columnaria alveolata Goldf.	—	—	—	+	—	—	+	—	—	—	—	—	—
18.	Cyathophyllum articulatum His.	—	—	—	+	+	—	—	—	—	—	+	+	+
19.	C. angustum Lonsd.	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	+	+	—
20.	Zaphrentis conulus Lindstr.	—	—	+	+	+	—	—	—	—	—	—	+	+
21.	Z. obesa n.	—	—	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22.	Z. complanata n.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
23.	Dinophyllum involutum n.	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+	—
24.	Acervularia mixta n.	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—
25.	Cyrtophyllum densum n.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—
26.	Cystiphyllum cylindricum Lonsd.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+	+	—
27.	C. cylindricum var. expansum		—		—	+	—		—	—		—	+	+

1. Waigatsch.

Auf der Südspitze dieser Insel, Cap Grebenij genannt, entdeckte NORDENSKIÖLD[1]) eine mächtige Reihe beinahe senkrecht gehobener Schichten aus fünf verschiedenen Unterabtheilungen bestehend, welche er mit *A* bis *E* bezeichnete. Die in dem schwarzgrauen Kalksteine eingeschlossenen Trilobiten, Proetus conspersus ANGELIN, und ein Lichas, zahlreiche Leperditien, Atrypa didyma und andere Versteinerungen zeigen hier offenbar obersilurische Zeitalter an. Aber es ist auch wahrscheinlich, dass zugleich Devonische Schichten hier vorkommen, wenigstens deuten einige Spiriferen und zwei Korallenarten dahin und rühren diese vermuthlich von *D* und *E* her, da NORDENSKIÖLD ausdrücklich sagt, dass die Arten in *D* von denen in *A* verschieden sind. Von diesen beiden Korallen zeigt die eine grosse Verwandschaft mit dem devonischen Cyathophyllum cæspitosum GOLDFUSS (EDW. & HAIME Brit. Foss. Corals, Taf. 51, Fig. 2—2 *b*) und die andere Art aus schwarzem, mergligem Kalke zusammen mit Alveolites suborbicularis GOLDF. scheint mir identisch mit einem unbestimmten Devonischen Cyathophyllum, welches das schwedische Reichsmuseum aus Torquay besitzt.

Mit Sicherheit stammen nur zwei andere Korallen aus Silurschichten und diese sind:

1. **Favosites Forbesi** EDW. H.

Kommt in grossen halbkugelförmigen Polyparien vor und scheint recht häufig zu sein. Die Kelche sind polygon mit kurzen Septalspitzen und zwei Längsreihen mittelständiger Wandporen. Durchmesser der Kelche 2 Millim.

---

[1]) Redogörelse för en expedition till mynningen af Jenissej och Sibirien år 1875. Seite 28 in Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handl. Bd. 4, N:r 1.

2. **Syringopora fenestrata** n.

Bildet grosse Massen in dem schwarzgrauen Kalksteine und zeichnet sich sehr charakteristisch aus durch ihre ausserordentlich, 16 Centimeter lange — und doch abgebrochene — Polypieriten, welche in einer geraden Linie das Gestein ununterbrochen durchsetzen und auf regelmässigen Abständen von durchschnittlich 5—6 Millim. wagerechte Verbindungsröhren zu den benachbarten Polypieriten abschicken, indem sie etwa 2 Millim. von einander entlegen sind, wodurch die ganze Colonie ein regulär gitterförmiges Aussehen bekommt, vielmehr so denn in anderen Arten der Gattung. Die Kelche halten im Durchmesser 2 oder 2,5 Millim. Im Querschnitte sind sie kreisförmig, mit einem äusseren Rande von kurzen, geraden, gleichgrossen Septen, welche vier bis fünf schmale, concentrische Kreise in der Mitte des Kelches umschliessen. Diese Kreise sind Segmente von den durchschnittenen, trichterförmigen Böden. Diese, welche wie gewöhnlich am besten im Längsschnitte zum Vorschein kommen, stehen in einem sehr spitzen Winkel gegen die Aussenwände und bilden tiefe trichterähnliche Linien, dichtgedrängt, mit kurzen Septalstrahlen dazwischen.

Es sind auch kleinere Syringoporkolonien auf Favosites festgewachsen, aber durch die schlechte Erhaltung nicht bestimmbar.

2. Petschora.

Diese an der Zahl auch geringe Sammlung stammt aus dem Petschoralande, woselbst sie von Dr. STUCKENBERG, Professor an der Universität in Kasan, gesammelt worden sind. Nach seinem Bericht[1]) findet man die Korallen in massivem Kalksteine etwas oberhalb der Mündung der Waschkina, wo dieselbe ins Eismeer ausfliesst, sodann in demselben Gebiete, wovon Graf A. VON KEYSERLING schon früher[2]) sechs Arten beschrieben hat, unter welchen auch die zwei folgenden.

---

[1]) Nach gütiger Mittheilung des Herrn FRIEDR. SCHMIDT ist dieser Bericht in den auf russisch geschriebenen »Materialien zur Geologie Russlands», von der Mineralogischen Gesellschaft in St. Peterburg ausgegeben, im Jahrgange 1875 enthalten.

[2]) Wissenschaftliche Beobachtungen auf einer Reise in das Petschoraland. S. 159 u. folgende.

1. **Favosites Forbesi** Edw. H.

Calamopora polymorpha Keyserl. Petschora S. 178.

Von dieser äusserst variirenden Art liegen vier Stücke vor, von denen drei mit ziemlich grossen Kelchen ausgerüstet sind, so dass sie in dieser Beziehung dem Favosites gotlandicus nahe kommen.

2. **Heliolites interstinctus** L. p. p.

(Porites) interstincta Keyserl. Petschora S. 175.

Kelchöffnung 2 Millim. Es sind aus demselben Gebiete noch Fragmente und einzelne Exemplare anderer Korallen, aber nicht hinreichend genug zur Bestimmung.

3. Die untere Tunguska.

Während seiner vieljährigen Reisen im östlichen Sibirien sammelte der der Wissenschaft und seinen Freunden zu früh geraubte Herr Czekanowski fleissig Versteinerungen. Leider sind nur wenige von den an der unteren Tunguska gesammelten Korallen bestimmbar. Der grösste Theil der Versteinerungen ist an der Mündung der Temera in einem Kalksteine gefunden, der einer ausgedehnten Trappablagerung untergeordnet ist. Weiter abwärts nach der Mündung der Tunguska zu herrschen die silurischen Kalksteine selbstständig, sind aber weniger petrefaktenreich. Diese Angaben finden sich zerstreut in einem Berichte Czekanowski's an die Geographische Gesellschaft zu St. Petersburg, abgedruckt in den Nachrichten der Gesellschaft Nr. 1. Seite 20—21. 1874. Ich verdanke dies den freundlichen Mittheilungen des Herrn Fr. Schmidt, so wie auch, dass silurische Kalksteine sich noch weit nach Süden und Norden nach Jenissei von der Mündung der Tunguska aus verbreiten, aber wenig bestimmbare Petrefakten liefern.

1. **Favosites Gotlandicus** L.

Syn. Corallinum Gotlandicum L. Corallia Baltica S. 39, Fig. XXVII, Amœnit. Acad. Ed. 1, 1749, Vol. 1, S. 106, Tab. 4, Fig. 7.

Favosites favosa GOLDFUSS nach dessen Originalexemplar im Bonner Museum.

Kelche weit, von gleicher Grösse, die Oeffnungen in den Seitenwänden unregelmässig in 1, 2 oder 3 Reihen, Böden ziemlich dicht gedrängt, wagerecht. Es ist überhaupt ungemein schwierig, die verschiedenen Favositen von einander zu sondern, da sie so viele Uebergänge zeigen, doch scheint es angemessen, die ausgeprägtesten von denselben mit besonderen Namen zu belegen. Diese Art wird auch von FR. SCHMIDT in seiner Mammuthreise S. 17 erwähnt, als von LOPATIN an der Kureika gefunden.

2. **Favosites Forbesi** EDW. H.

Die gewöhnliche obersilurische Species.

3. **Favosites Hisingeri** EDW. H.

4. **Heliolites interstinctus** L. p. p.

Es kommen auch zwei Stück von einem sehr verwandten grosskelchigen Helioliten vor, aber ihre mangelhafte Erhaltung lässt keine sichere Bestimmung zu.

5. **Halysites catenularius** L.

Ein Stück mit sehr reichem Cœnenchyma (= Zwischenwände FISCHER-BENZON).

6. **Zaphrentis obesa** (Fig. 9—10) n.

Einfach, kurz gedrungen, sehr schnell in der Breite zunehmend. Höhe 25 Millim., Breite am Kelchrand 35 Millim. Kelchrand schief gewachsen, bei der grössten Primärcosta beinahe 20 Millim. höher als auf der Gegenseite. Epitheca ziemlich glatt, ohne grosse Centralfalten. Der Septen sind etwa 70—80 und sind es abwechselnd grössere und kürzere, gegen die Mitte des Kelches wirtelförmig zusammengerollt, ohne jedoch eine deutliche Columella zu bilden. Gegen die Aussenwand sind die Septen durch stereoplasmatischen Bindestoff dicht mit einander verbunden ohne dazwischenliegendes Dissepiment. Solches erscheint ein wenig innerhalb in kleinen, nach unten gebogenen Streifen, besteht aber meistens nicht aus kleinen, bläschenförmigen Blättern, sondern aus bodenförmigen, schiefen, ununterbrochenen Querlamellen, welche dem Längsschnitte ein Amplexus-artiges Aussehen verleihen. Die Septalgrube ist recht gross und an der Aussenwand am breitesten. Diese Art kommt in schwarzgrauem Kalksteine mit Encrinurus punctatus und Pentamerus oblongus häufig vor.

4. Die mittlere Tunguska.

Diese, die bedeutendste und reichste Sammlung silurischer Korallen aus Sibirien, rührt von Herrn J. Lopatin her, welcher dieselbe während seiner Reise im Jahre 1877 den Lauf der mittleren Tunguska entlang zusammenbrachte und zwar von einer Menge verschiedener Punkte. Nach den gefälligen Angaben von Fr. Schmidt soll auch hier, wie in dem Gebiete der unteren Tunguska ein häufiger Wechsel zwischen Silurkalksteine und Trappen stattfinden. Nach den Bestimmungen Fr. Schmidts gehören die mitgebrachten Brachiopoden, worunter Atrypa Duboisi Murch. Vern. & Keys., den untersten Schichten der obersilurischen Formation an, und zeigen sie stellenweise eine auffallende Uebereinstimmung mit den Jördenschen Schichten in Ehstland. Damit steht nicht vollkommen das Vorkommen solcher Korallen wie Calapœcia, Columnaria, Plasmopora affinis im Einklang, da diese vielmehr auf eine noch tiefere, untersilurische Stufe deuten, etwa wie den Leptænakalk Dalecarliens oder Hudson River Group Nord-Amerikas. Freilich scheinen die meisten Korallen nur in losen Stücken oder wie Geröllen, selten anstehend gefunden worden zu sein, wodurch einiges als unsicher silurisch betrachtet worden ist und folglich nicht hier zu beschreiben. Meistens sind diese Korallen verkieselt und daher nicht leicht zu untersuchen, einerseits wegen der Umwandlung der feineren Theile, andererseits wegen der grösseren Schwierigkeit des Präparirens. Auffallend ist die bedeutende Menge der zusammen mit diesen Korallen gefundenen Stromatoporen, von denen grosse Stücke aus nicht weniger als dreizehn verschiedenen Localitäten vorliegen. Als nicht zu den Korallen gehörend habe ich dieselben nicht beschrieben. Einige scheinen sich dem Idiostroma zu nähern.

1. **Palæaræa Lopatini** nov. gen. et sp. Fig. 8.

Charakter der Gattung. Polyparium zusammengesetzt aus Kelchen, welche durch ein einem spärlichen Coenenchym ähnliches Gebilde von einander getrennt sind. Septen zahlreich, alle von derselben Grösse und folglich anscheinend nur von einer einzigen Ordnung. Columella gross, die ganze Mittelpartie des Kelches einnehmend, aus zusammengewundenen Trabeculæ bestehend. Äussere Enden der Septen in ein spongiöses Gewebe sich auflösend. Dissepiment reich, spongiös. Diese Gattung nähert sich der tertiären Litharæa, doch scheinen die Septalblätter nicht durchlöchert zu sein.

Charakter der Art. Das Polyparium bildet knollen- oder kugelförmige Stöcke, dicht besetzt mit Kelchen, von einem mittleren Durchmesser von 5 Millimeter; die Kelche sind sehr seicht-concav, in der Mitte mit einer einigermassen erhöhten Columella aus spongiösen, locker zusammengefügten Trabeculæ bestehend. Die Septen, 28—32 an der Zahl, sind kurz, gerade, nach aussen verzweigt und in ein krauses Gewirr von spongiösem, intercalicinalem Gewebe übergehend. Wände zwischen den einzelnen Polypieriten finden sich nicht. Auch ist es mir nicht gelungen zu ermitteln, ob die Septalscheiben durchlöchert sind, wie bei andern nahestehenden Perforaten. Ein feines spongiöses Gewebe füllt die Loculi zwischen den Septen.

Diese Form kommt von vier verschiedenen Lokalitäten vor, nämlich von dem rechten Ufer der Tunguska 40 Werst oberhalb der Mündung von Kudelma, von demselben Ufer 33 Werst oberhalb des Platzes Stoiba, von 11 Werst oberhalb der Mündung von Kudelma, vom rechten Ufer oberhalb der ersten Insel oberhalb Kudelma und auch als Gerölle am rechten Ufer der Tunguska, 10 Werst oberhalb der Ingida. Die Gerölle sind ihrer Erhaltung nach von verschiedener Art, einige sehr schön mit den feinsten Details gut bewahrt, andere verkieselt und folglich im Äussern den vorigen sehr unähnlich.

2. **Favosites Forbesi** Edw. H.

Sehr häufig in Stöcken mit Kelchen von wechselnder Grösse. Vom linken Ufer der mittleren Tunguska zwischen den Flüssen Semljanaja und der kleinen Lebäschja, und 22 Werst oberhalb der Mündung. Von rechtem Ufer 6 Werst unterhalb der Mündung der kleinen Lebäschja.

3. **Favosites gotlandicus** L.

Grosse kuchenförmige Stücke in sehr guter Erhaltung mit einem Kelchdurchmesser von 5 Millim. Die Aussenwände der Polypieriten sind feinkörnig. Die Wandporen sind unregelmässig, in einer Reihe oder zu 2—3 in ungeordneten Reihen. Einige dieser Poren scheinen zugewachsen zu sein, da nur ein schwach erhöhter Ring den früheren Umfang bezeichnet und innerhalb dieses die Kalkmasse die Oeffnung zudeckt. Von der mittleren Tunguska 22 Werst oberhalb der Mündung der Sewarnaja.

4. **Favosites Hisingeri** EDW. H.

Grosse halbkugelförmige Stöcke. Die Grösse der Kelche und die innere Struktur des Polypariums nähern diese Form dem echten Fav. Hisingeri. Doch sind bei dem sibirischen die Kelche viel regelmässiger und alle von derselben Grösse. Von derselben Lokalität wie der vorige.

5. **Favosites asper** D'ORBIGNY.

Zahlreiche, grosse, halbkugelförmige Stöcke. Stimmt recht gut mit den europäischen, doch sind die einzelnen Polypieriten etwas schmäler. Vom rechten Ufer, 33 Werst oberhalb des Platzes Stoiba und vom linken Ufer 22 Werst oberhalb der Mündung.

6. **Favosites Lonsdalei** D'ORBIGNY.
Syn. Calamopora cristata HIS., nicht BLUMENBACH.

Einige Bruchstücke stimmen sehr gut mit den Gotländer Exemplaren von Östergarn überein.

Vom rechten Ufer der mittleren Tunguska 6 Werst unterhalb der Mündung der kleinen Lebäschja, auch von dem linken Ufer 22 Werst oberhalb der Mündung.

7. **Favosites Labechei** EDW. H.

Von der letztgenannten Lokalität sind drei Stücke eingesammelt und diese sind mit den Gotländer Exemplaren identisch.

8. **Calapœcia cribriformis** NICHOLSON (= Columnopora cribriformis NICHOLSON Geolog. Magazine 1874 Seite 253).

Nach Vergleichungen, welche ich angestellt habe, sowohl mit einem schönen Exemplare der Calap. anticostiensis BILLINGS, welche BILLINGS selbst mir gesandt, als auch mit mehreren Exemplaren von Columnopora cribriformis NICHOLSON, welche ich der Gefälligkeit des letztgenannten Gelehrten verdanke, bin ich zu dem Schlusse gekommen, dass beide Arten generisch verwandt sind. Ebenso Verhält es sich mit dem Genus Houghtonia ROMINGER, wovon ich H. huronica durch die Güte des Dr ROMINGER habe untersuchen können. Bei Columnopora und Houghtonia sind die Kelche dichter gestellt und die eigenthümlich durchlöcherten Wände erreichen selten oder gewöhnlich nie eine solche Dicke und Ausdehnung wie bei Calapœcia anticostiensis, wo sie öfters wie eine Art Cœnenchyma zwischen den Kelchen auftreten. Bei Columnopora, selbst in Exemplaren, welche Prof. NICHOLSON gesandt, sieht man auch eine Neigung dazu, obschon, wie gesagt, die Kelchwände gewöhnlich äusserst dünn sind, wie NICHOLSON sie in »Palæozoic Tabulate Corals» Taf. VII, Fig. 2. abgebildet hat. Da die grössere oder mindere Dicke der Wände ein Charakter von untergeordnetem Werth ist, und da sonst keine wesentliche Unterschiede sich vorfinden, scheint es mir folgerecht Columnopora und Houghtonia mit Calapœcia, der zuerst beschriebenen Gattung, zu vereinigen. Auch bei Calap. anticostiensis sind in den Kelchen zahlreiche Böden vorhanden, welches aus der von BILLINGS in »Catalogue Silurian Fossils of Anticosti» S. 32 gegebenen Abbildung Fig. 14 gar nicht zu vermuthen ist. Allen ist die eigenthümliche Struktur der Wände und die Anordnung der Septen gemein.

Von sonstigen palæozoischen Korallen mag wohl die später in der Devonformation auftretende Michelinia, deren Wände auch so eigenthümlich perforirt sind die am nächsten verwandte sein.

Ich habe bei Vergleichung der Amerikanischen Exemplare der Calapœcia cribriformis NICHOLSON mit dem sibirischen keinen nennenswerthen Unterschied finden können und vereinige daher das einzige vorliegende Stück damit. Es ist ein Knollen, halb verkieselt, und die Kelche erreichen einen Durchmesser von 2 Millimeter.

Es kommt von dem Ufer der mittleren Tunguska oberhalb der letzten Stromschnelle vor dem Flusse Tschuna.

9. **Plasmopora** (Propora auct.) **affinis** BILLINGS.

Heliolit. affinis BILLINGS Canad. Geolcgist and Naturalist, Vol. 2 Seite 427. Catal. Palæoz. Fossils Anticosti S. 30, Fig. 12.

Ein Stück von der mittleren Tunguska, 22 Werst oberhalb der Mündung zeigt die vollständigste Uebereinstimmung so wohl mit Exemplaren, welche BILLINGS mir gesandt, wie mit denen von Osmundsberg in Dalecarlien. Die kaum einen Millimeter weiten Kelche sind dicht gedrängt, der zwölffach eingekerbte Rand derselben deutlich abgegrenzt, die Böden mässig horizontal und dicht, das Cœnenchyma spärlich und aus kleinen Bläschen zusammengesetzt.

Diese Art ist auch auf dem linken Ufer zwischen den Flüssen Semljanaja und der kleinen Lebäschja gefunden. Von demselben Ufer, 22 Werst oberhalb der Mündung stammt ein beinahe kopfgrosses Stück, welches auf seiner verwitterten Oberfläche betrachtet, leicht für einen Helioliten angesehen werden könnte, aber in Innerem seine rechte Natur bewahrt hat.

10. **Halysites catenularius** L.

Kommt häufig vor am linken Ufer, 22 Werst oberhalb der Mündung von Sewarnaja und zwischen den Flüssen Semljanaja und der kleinen Lebäschja, von rechtem Ufer 33 Werst oberhalb des Platzes Stoiba, und 19 Werst oberhalb des Flusses Kudelma.

11. **Syringopora** sp.

Zwei verschiedene Formen liegen vor. Die eine von rechtem Ufer 6 Werst unterhalb der Mündung der kleinen Lebäschja, sehr fein mit Polypieriten von kaum 1 Millim. im Durchmesser. Die andere Form ist vom linken Ufer 22 Werst oberhalb der Mündung der Sewernaja und hat Polypieriten mit einem Durchmesser von 2,5 Millim. Beide sind aber so gänzlich verwandelt, verkieselt und verwittert, dass sie nicht gut bestimmbar sind.

12. **Rhaphidophyllum constellatum** nov. gen. et sp. (*Ῥαφίς*, Nadel) (Fig. 3—4).

Charakter der Gattung. Polyparium zusammengesetzt. Kelche polygon, durch eine dünne Aussenwand von einander abgegrenzt. Septen im inneren Rande mit stachel- oder nadelförmige nach oben gerichteten Spitzen, zahlreich, oft mit columellaartigem Gebilde in ihrer Mitte. Schmale, unregelmässige Böden durchziehen den centralen, röhrähnlichen Theil des Kelches. Die Septen verlängern sich nach aussen in dem breiten Gebräme als schmale Scheiben und die zwischen ihnen liegenden Loculi sind mit dichtem, aus kleinen Schuppenblättern bestehendem Dissepiment angefüllt.

Charakter der Art. Polyparium kugelförmig, Kelche polygon, fünf- bis sechseckig, höchstens 4 Millim. im Durchmesser und mit einer ganz dünnen in Zickzacklinien gebogenen Aussenwand versehen. Sie bestehen aus einem centralen, röhrähnlichen Theile durch eine besondere sogenannte Innenwand abgetrennt mit Endodissepiment und aus der umgebenden kragenförmigen Randscheibe mit dem Ectodissepiment. Die etwa zwanzig Septen von zwei Ordnungen, abwechselnd längere und kürzere, vereinigen sich etwas schlängelnd in der Kelchmitte durch ein schwammiges lockeres Gewebe, welches eine Art unächter Columella bildet. Die Septen sind auf ihrem Innenrande zerstückt in einer Menge spitzer, nadelförmiger, nach oben gerichteter Zacken, ihre Verlängerung nach aussen in dem Gebräme ist scheibenförmig und, wie es scheint, nicht perforirt. Das Endodissepiment besteht aus etwas von einander entfernt sitzenden Böden, welche zuweilen in ihrer Mitte unregelmässig geknickt sind. Das Ectodissepiment in den Loculi zwischen den Septen ist aus lauter kleinen Blättchen gebildet, welche im Längsschnitte ein gitterförmiges Bild geben.

Die nähere Verwandtschaft dieser neuen Form mit vorher Bekannten habe ich vor der Hand nicht ermitteln können. Durch die allgemeine Anordnung der Theile erinnert sie einigermassen an Acervularia.

Das beschriebene Exemplar kommt von der mittleren Tunguska oberhalb der letzten Stromschnelle vor dem Flusse Tschuna.

13. **Columnaria alveolata** GOLDFUSS.

Mehrere Stöcke in sehr schöner Erhaltung. Einiger kleinen Abweichungen ungeachtet habe ich nicht umhin können, dieselben mit der schon längst bekannten Amerikanischen Art zusammenzuführen. Einige Stücke stimmen mit den Amerikanischen vollständig überein. Bei andern sieht man zahlreichere Septen, von denen die erste Ordnung bis an die Mitte des Kelches reichen und mit diesen sind kleinere Septen in einem spitzen Winkel verwachsen in der Art, dass diese sekundären Septen mit den grösseren primären kleine Büschel bilden. Während die Zahl der Septen bei den Amerikanischen selten mehr als 24 ist, steigt dieselbe zuweilen bei den Sibirischen bis auf 28—30. Die Böden sind bei einigen unregelmässig gewachsen und biegen sich wellenförmig. Durchmesser eines Kelches 6 Millim.

Die Art wurde auf nicht weniger denn fünf verschiedenen Stellen gesammelt, nämlich auf dem rechten Ufer, 18 Werst unterhalb der Insel Tschernyi, 11 Werst oberhalb des Flusses Kudelma, 40 Werst oberhalb der Kudelma, auf dem linken Ufer 7 Werst unterhalb der ersten Stromschnelle oberhalb des Flusses Welzma, und oberhalb der letzten Stromschnelle vor dem Flusse Tschuna.

14. **Cyathophyllum articulatum** HIS.

Verschiedene Exemplare, worunter ein grosses Prachtstück, kommen vor, die meisten von aussen ziemlich zerstört und undeutlich, aber durch Schliffe erkenntlich.

Vom rechten Ufer 6 Werst unterhalb der Mündung der kleinen Lebäschja und vom linken Ufer zwischen den Flüssen Semljanaja und der kl. Lebäschja.

15. **Zaphrentis conulus** LINDSTRÖM. (Öfversigt Vet.-Akad:s Förhandl. 1868. S. 428. Taf. VI, Fig. 8.)

Mehrere Stücke in verschiedenen Varietäten, von denen einige, in Grösse die gewöhnlichen weit übertreffen. Länge 40 Millim., Breite am Kelchrande 23 Millim. Die grössten Exemplare sind mehr erweitert nach oben, nicht so länglich konisch, auch ein wenig gekrümmt. Die Längs- und Querschliffe sind mit den Gotländer Exemplaren vollständig übereinstimmend.

Von dem rechten Ufer 33 Werst oberhalb des Platzes Stoiba und vom linken Ufer, oberhalb der Mündung von Sewarnaja.

Eine Varietät kommt auch vor von der letztgenannten Lokalität, kurz, breit, mit gebogener Spitze.

16. **Zaphrentis obesa** LINDSTR. (Fig. 9, 10.)

Zahlreiche Exemplare scheinen mir in dem hauptsächlichsten mit der von der unteren Tunguska und oben beschriebenen Art vereinbar zu sein, jedoch als eine besondere Varietät. In der allgemeinen Anordnung der Septen stimmt sie mit

Z. conulus überein. Das Polyparium ist einfach, sehr ausgebreitet, die Breite beinahe um's fünffache die Länge übertreffend. Der Kelch ist flach und unbedeutend vertieft, die Septalgrube ausgeprägt, Septen scharf hervorstehend, gegen die Mitte des Kelches etwas schlängelnd gedreht, ohne Columella oder Pseudocolumella zu bilden. Zwei der grössten gegenstehenden Septen sind zuweilen mit einander zusammengewachsen. Höhe des Polypariums 12 Millim., Breite desselben 50 Millim.

Von dem linken Ufer 22 Werst oberhalb der Mündung der Sewernaja.

17. **Zaphrentis complanata** n. Fig. 5, 11—13.

Polyparium einfach, breit konisch, Bodenseite etwas abgeflacht. Kelch tief, schief gewachsen, mit den Wänden der Bodenseite mehr als doppelt so hoch wie die der Oberseite. Kelchrand folglich schräg abnehmend gegen der Oberseite. Septalgrube auf der Oberseite mässig tief, Septen sehr dünn und schmal, zahlreich. Das Innere sehr dicht und compact, geschlossen ohne deutliche Böden und stehen die Septen dort sehr dicht an einander. Höhe 33 Millim., Kelchbreite 18 Millim. Von derselben Lokalität wie die vorhergehende Art.

18. **Cyrtophyllum densum** n. gen. et sp., Fig. 1—2. (*Κυρτός*, gebogen, gewölbt.)

Charakter der Gattung. Polyparium zusammengesetzt aus kleinen Kelchen, welche mit kurzen, undeutlichen Septen versehen sind, die nach innen bald aufhören und nach aussen sich verlängern und verzweigen oder sich mit denen der umgebenden Kelche vereinigen. Ein äusserst feinblättriges Dissepiment ist in den Loculi vorwiegend. Keine äussere Mauer, welche jeden einzelnen Polypieriten umgiebt, ist vorhanden. Das innerste Rohr der Polypieriten ist durch regelmässige, stets nach oben gewölbte Böden abgetheilt und eben dies ist ein Kennzeichen, welches die grösste Eigenthümlichkeit dieser Gattung ausmacht, da sonst die Böden wagerecht verlaufen oder, wie öfters vorkommend, nach unten gewölbt sind.

Charakter der Art. Das Polyparium kommt in grossen halbkugelförmigen Stöcken vor, deren Basis flach oder concav ist, mit dünner, concentrisch gewachsener Epitheca bekleidet.

Die Kelche oder vielmehr der innere röhrenförmige Theil derselben, sind gewöhnlich sehr dicht sitzend, von ungleichmässiger Grösse, die meisten kreisförmig, aber auch oval oder in der Länge ausgezogen von unregelmässiger Form. Der Durchmesser der grössten beträgt 4 Millimeter. Die Septen sind zahlreich, bis vierzig, kurz und ragen nur ein wenig vom inneren Rande hervor. Ihre Fortsetzung nach Aussen ist gerade und zwischen ihnen ist das Ectodissepiment sehr dicht aus kleinen Bläschen zusammengesetzt. Die zahlreichen Böden sind ziemlich stark nach oben gewölbt, eine Form, welche bei den palæozoischen Korallen selten vorkommt und meines Wissens nur unregelmässig bei einigen Acervularien. Mit diesen scheint auch wirklich das neue Genus verwandt zu sein, scheidet sich aber durch das Fehlen einer äusseren Mauer, welche die einzelnen Polypieriten von einander abgrenzt.

Kommt in zahlreichen Stücken vor in verschiedener Art von Erhaltung, verkieselt oder schön bewahrt. Exemplare wurden gesammelt auf dem rechten Ufer, 33 Werst oberhalb des Platzes Stoiba, 18 Werst unterhalb der Insel Tschernyi, 40 Werst oberhalb der Kudelma, 52 Werst oberhalb der dritten Insel, oberhalb des Flusses Welsma, zwischen den Flüssen Tainaja und Tschunaja und oberhalb der letzten Stromschnelle vor dem Flusse Tschuna, von dem linken Ufer 22 Werst oberhalb der Mündung der Sewernaja und auch als Gerölle auf dem rechten Ufer 10 Werst oberhalb der Ingida.

19. **Cystiphyllum cylindricum** LONSDALE.

Einige schlecht erhaltene Stücke von dem linken Ufer gehören aller Wahrscheinlichkeit nach dieser Art an.

5. Olenek.

Diese recht bedeutende Sammlung ist von Herrn CZEKANOWSKI während des Sommers 1874 im Quellengebiete des Olenek zusammengebracht. An der Toruba, Nebenfluss des Olenek, eine Werst unterhalb der Mündung der Welingra, entdeckte er einige Korallen in einem mergeligen Kalksteine anstehend. In den Geröllen des Ufers kommen zahlreiche Korallen vor, welche CZEKANOWSKI aus den Nebenflüssen ableitet und für silurisch hält, da einzelne von ihnen deutlich Silurformen sind und alle einen gemeinschaftlichen Charakter in der Versteinerungsart haben. Darin kann man ihm nur beistimmen.

1. **Favosites Gotlandicus** LAMK.

Ein Stück mit 8—10 Seitengruben auf den Böden.

2. **Favosites Forbesi** EDW. H.

3. **Favosites Hisingeri** EDW. H.

4. **Heliolites interstinctus** L. p. p.

Millepora subrotunda etc. L., Corallia Baltica p. 30, fig. XXIV.
Madrepora interstincta L. p. p. S. N. XII, p. 1276.
Heliol. interstinctus EDW. H. p. p. Fossil Corals of Gr. Britain pl. 57, fig. 5 c, 5 d.

Einige Stücke, theilweise verkieselt, stimmen mit den Gotländer Exemplaren überein. In die Linnéische Species schliesse ich alle diejenigen Helioliten ein, welche der von LINNÉ gegebenen Abbildung in »Corallia Baltica» entsprechen. Später hat er viele andere Formen darunter eingeräumt. Die Hauptcharaktäre dieser Art sind: die Kelche haben einen schmalen erhabenen Rand, welcher wie ein Stern mit zwölf kurzen Septen versehen ist. Das umgebende Cœnenchym ist sehr unregelmässig mit Röhren von wechselnder Grösse. Der Kelch ist sehr seicht, die Böden dicht gedrängt, etwas gewölbt. Die Exemplare von Olenek sind kleiner als die von Petschora und halten nur 1 Millim. im Durchmesser.

5. **Halysites escharoides** Lamk.

Die kettenförmigen Kelchreihen sind sehr eng aneinander liegend. Diese Varietät gleicht am nächsten der von Fischer-Benzon (Structur der Halysiten, Taf. III, Fig. 1—2) abgebildeten.

6. **Cyathophyllum angustum** Lonsdale.

Ist von der gewöhnlichen Cyathophyllform C. mitratum His. durch die gerade Gestalt und die Grösse unterschieden und besonders durch eine ganz eigenthümliche Bildung der Septen in der Mitte des Kelches.

7. **Cyathophyllum articulatum** His. p. p.

C. articulatum Hisinger, Lethæa Tab. XXIX, Fig. 4, S. 102.

Nicht von Wahlenberg, denn dessen Madreporites articulatus Petrf. Tell. Suec. S. 97 ist eine Mischung von vielen Korallen verschiedener Gattungen, welche gitterförmig durch seitliche Erweiterung des Kelchrandes mit einander zusammengewachsen.

Diese steht auch dem Cyath. mitratum sehr nahe und mag vielleicht nur als eine Varietät desselben angesehen werden. Die Basis ist breit und der Polypenstock gewöhnlich zusammengesetzt von auseinander knospenden Kelchen. Uebrigens ist die ganze innere Structur wie in C. mitratum.

8. **Syringopora bifurcata** Lonsdale.

9. **Zaphrentis conulus** Lindstr.

Regelmässig konisch und gerade. Der Durchschnitt in der Nähe des Kelches elliptisch, oder auch öfters kreisförmig. Kelch in der Mitte trichterförmig vertieft, da wo der innerste Rand der Septalgrube sich befindet. Ringsum dieser drehen die Septen ihre Endlamellen. Die Septen sind 34—35 an der Zahl von der ersten Ordnung und ebenso viele von der zweiten oder von denen, welche nicht bis an die Septalgrube reichen. Die Septalgrube ist immer, wie öfters bei den Rugosen, auf der Innenwand der Oberseite zu finden, sie ist sehr gross und wie ein Schlüsselloch gestaltet. Die Böden sind unregelmässig, gegen die Mitte hin gewölbt, zuweilen in mehrere, kleine Dissepimentalblasen zerfallen.

Diese Art scheint mit Zaphr. Marcoui M. Edw. Haime verwandt zu sein. — Die gewöhnlichen Exemplare haben eine Länge von 16 Millim. Ganz typische Exemplare sind auch in einem Felsen an der oberen Toruba, einem Nebenflusse des Olenek anstehend gefunden. Nach Angabe des Herrn Friedr. Schmidt liegen sie dort mit Strophom. pecten und Atrypa Duboisi zusammen, was auf Gleichaltrigkeit mit der Ehstländischen Zone 4 oder Jördenschen Schicht, Basis des Obersilur, deutet.

10. **Dinophyllum involutum** nov. gen. et sp.
(*Δίνος*, Strudel).

Diese weitverbreitete Koralle, denn sie kommt auch auf Gotland vor, ist bisher allgemein mit einer ganz verschiedenen, Clisiophyllum Hisingeri Edw. H., verwechselt worden. Das Originalexemplar zu den Beschreibungen und Abbildung dieser Verfasser (Polyp. Terrains palæozoïques S. 410, Pl. 7, Fig. 3) wird in dem Museum des »Jardin des Plantes» zu Paris aufbewahrt und ist, wie ich mich durch eigene Anschauung überzeugt habe, eine Koralle, welche mit der Gotländischen in keiner Beziehung verwandt ist. Aus der aufgeklebten Etikette geht nämlich hervor, dass das Original »*Du calcaire devonien de Ferques*» stammt. Auch zeigt die schöne und getreue Abbildung in der angeführten Arbeit hinreichend die grosse Verschiedenheit des inneren Baues. Die Koralle ist immer einfach, ohne Knospen, beinahe gerade oder unbedeutend gebogen. Die Pseudocostæ sind sehr deutlich. Die Septen zwischen 55—60 von der ersten Ordnung. Von diesen erhebt sich das Primärseptum, wenn es die Mitte des Kelches erreicht, in eine hohe schmale Leiste und verbindet sich dort unmittelbar mit dem daselbst begegnenden Gegenseptum. Zuweilen ist es auch eins von den andern Septen, welches diese centrale Leiste bildet. Diese Leiste wird nun zum Centrum einer columellaren Erhöhung, da alle übrigen Septen sich damit vereinigen. Das Dissepiment ist sehr eigenthümlich gegen die Mitte erhoben, aus grossen Blättern bestehend. Zwischen den Septen, gleich innerhalb der Mauer und ausserhalb des eigentlichen Dissepiments, läuft ein langer Streif von einer lockeren schwammigen Masse, welche zuweilen den ganzen Interseptalraum erfüllt.

Länge des Polypariums 41 Millim., Breite 31 Millim.

Da die Gattung Clisiophyllum wie DANA sie begrenzt, nicht diese Art einschliessen kann, weil besonders das Dissepiment grundverschieden ist und aus zwei scharf ausgeprägten Schichten besteht, habe ich diese Art als Representanten einer neuen Gattung aufgestellt, welche in einer späteren Arbeit über die Gotländer Silurkorallen näher charakterisirt werden wird. Noch weniger kann sie zu Streptelasma gerechnet werden, wie KUNTH in seinem »Wachsthumsgesetz der Rugosen» S. 647 meint, wo auch eine gute Abbildung in Taf. 18, Fig. 1 a, 2 gegeben wird.

11. **Acervularia mixta** n. Fig. 6, 7.

Liegt in zahlreichen Stücken vor. Sie bildet zusammengesetzte Polyparien mit dicht an einander gedrängten polygonen Kelchen. Nur im Querschnitte sind die Scheidewände zwischen denselben sichtbar, auf der Oberfläche fliessen sie anscheinend zusammen. Die Kelche sind sehr vertieft, mit einer Columella, gebildet durch das Zusammentreffen der Septen. Die Septen sind gegen die Aussenwände erweitert und breit. Im Querschliffe zeigen sie sich aber viel dünner als die andern Acervularien mit Ausnahme einer Gotländer Art. Die sogenannte innere Wand ist hier schwächer ausgeprägt als in den übrigen, wesshalb man bisweilen ein Cyathophyllum zu sehen glaubt. In der Wirklichkeit sind auch die Grenzen zwischen diesen beiden Gattungen sehr schwankend, da es Cyathophyllen, besonders Devonische, giebt, welche eine Andeutung dieses inneren Stereoplasmaringes haben. Die sogenannte innere Wand oder Mauer ist nämlich nur eine Art von Dissepiment, welches an Dichtigkeit zunimmt, so dass es in einen Ring von Stereoplasma übergeht.

Besondere Kennzeichen dieser Art sind sodann die dünnen, fadenfeinen, mit einander in der Mitte verwachsenen Septen, der schwache stereoplasmatische Ring und die stark ausgeprägte Verdickung der Septalenden. Die Längsschliffe zeigen eine äussere Zone von Ectodissepiment aus niedrigen, nach unten schief stehenden dichtgedrängten Blättchen und eine innere Schicht, wo horizontal gestellte Blättchen zwischen den Septen liegen. Diameter der Kelche 8 Millim.

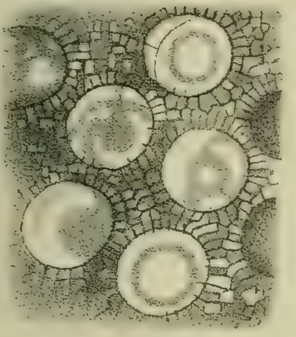
12. **Cystiphyllum cylindricum** LONSDALE var. **expansum**.

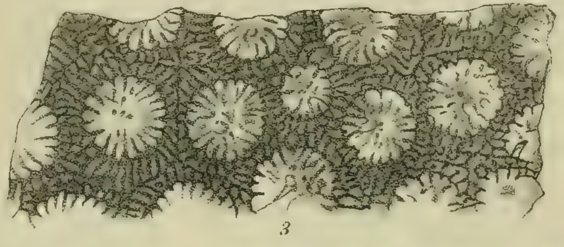
Ein Stück aus zwei zusammengewachsenen Polypieriten gehört dieser Varietät. Dieselbe kommt eben so wohl auf Gotland bei Östergarn, wie auf Oesel bei Ohhesaare pank, vor und zeichnet sich von der gewöhnlichen Form dadurch aus, dass die Lippen der Kelche sich nach der einen Seite ausbreiten und mit dem angrenzenden Kelche verwachsen. Der Kelchdurchschnitt ist folglich etwas elliptisch.

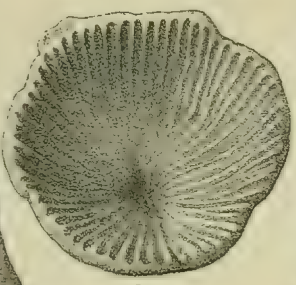
Figurenerklärung.

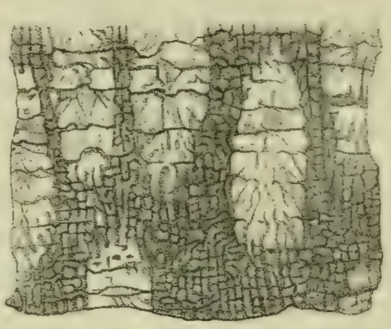
Fig. 1. *Cyrtophyllum densum* n. Querschnitt. Die dunkleren Ringe und Flecken innerhalb der centralen Theile der Kelche rühren von durchschnittenen Böden her.
» 2. — — Längsschnitt. Links in dem Dissepiment erscheinen Septalstreifen.
» 3. *Rhaphidophyllum constellatum* n. Querschnitt.
» 4. — — Längsschnitt.
» 5. *Zaphrentis complanata* n. Kelch.
» 6. *Acervularia mixta* n. Querschnitt.
» 7. — — Längsschnitt eines einzigen Kelches; in der Mitte unregelmässiges, gehobenes Dissepiment, das seitliche Ectodissepiment rechts oben nicht deutlich abgegrenzt.
» 8. *Palæaræa Lopatini* n. Ansicht von vier Kelchen, von der Oberfläche aus gesehen.
» 9. *Zaphrentis obesa* n. Seitenansicht des Polypariums.
» 10. — — Ansicht des Kelches.
» 11. *Zaphrentis complanata* n. Umrisse des Querschnittes.
» 12. — — } Umrisse von Polyparien, von der Seite betrachtet, um die Abflachung zu zeigen.
» 13. — — }

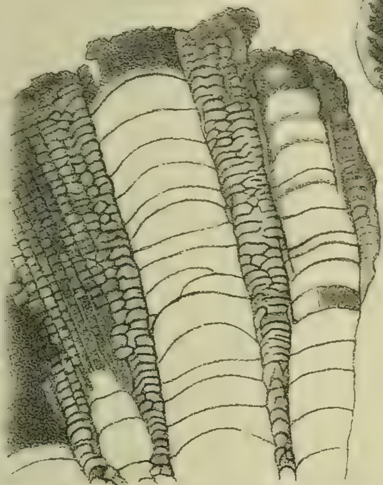
Alle Figuren mit Ausnahme von Figg. 9, 11—13 sind vergrössert nach den in dem Texte mitgetheilten Angaben.

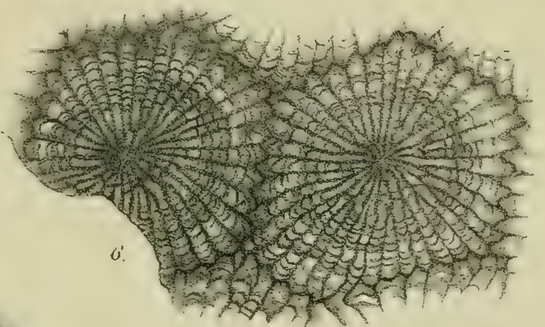

1.

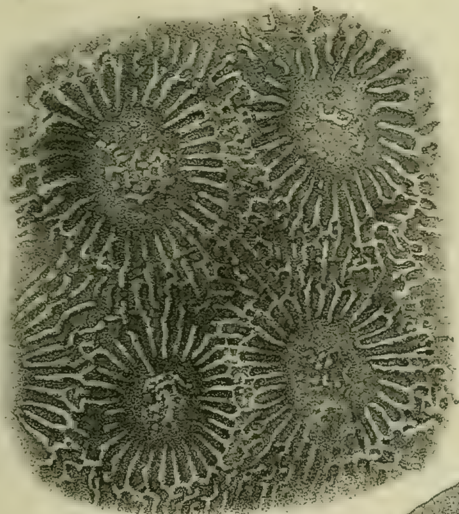

3

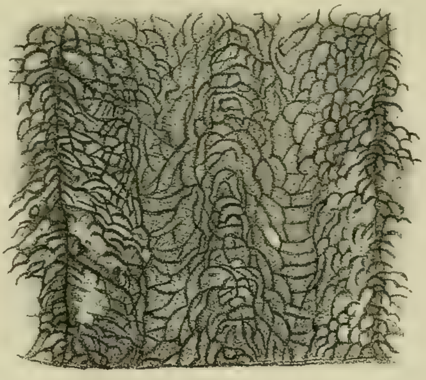

5

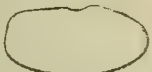

4.

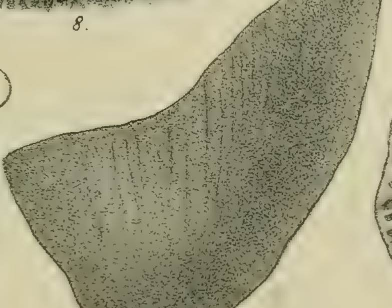

2

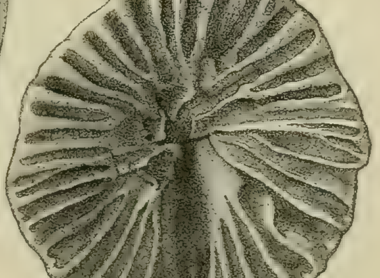

6.

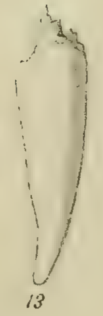

8.

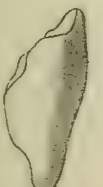

7


11


9


10


13


12

J. Hedelin del Lith. W. Schlachter Stockholm.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 19.

DIE
FAMILIEN UND GATTUNGEN
DER
LAUBMOOSE (BRYINEAE)
SCHWEDENS UND NORWEGENS

HAUPTSÄCHLICH NACH DEM LINDBERGSCHEN SYSTEME

ÜBERSICHTLICH BESCHRIEBEN

VON

N. CONRAD KINDBERG.

DER KÖNIGL. SCHWEDISCHEN AKAD. DER WISS. MITGETHEILT DEN 8 FEBRUAR 1882.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

BRYINEÆ.

(Vergl. S. O. Lindberg, Musci Scandin. 1879.)

Hauptabtheilung I.

Seitenfrüchtler (*Bryineæ pleurocarpæ*).

Frucht seitenständig (auf der Seite des Stengels oder eines Astes); Deckel abfallend; Mundbesatz doppelt (bei *Fissidens* einfach, bei *Hedvigia* fehlend); die Saftfäden (Paraphysen) der Antheridien fast immer haarförmig; Mütze halbseitig (nur bei *Pterygophyllum* und *Fontinalis*, mitunter auch bei *Hedvigia*, haubenförmig). Stengel meist sehr ästig, oft niederliegend.

Diese Moose kommen meist an Waldboden, mitunter in Sümpfen oder auf Steinen, selten oben auf Baumstämmen oder im Wasser vor. In den höheren Gebirgen oberhalb der Baumgrenze sind sie meist in Bächen und Sümpfen oder auf feuchten Felsenwänden zu suchen.

Die Familien der Seitenfrüchtler.

I. Die oberen oder die meisten (mitunter auch die sämmtlichen) Blattzellen[1]) kurz (rundlich, rautenförmig, quadratisch oder breit sechseckig).

A. Blätter (wenigstens die meisten) zweireihig, nicht papillös (warzig).

1. ***Neckeraceæ.***

---

[1]) Bei der Beschreibung der »Blattzellen» sind die Zellen der Rippe nicht einbegriffen.

B. Blätter allseitig oder einseitswendig (nicht zweireihig), mitunter papillös.

a. Die obersten Blattzellen quadratisch. Frucht zahnlos, fast ungestielt.

2. ***Hedvigiaceæ.*** Blätter rippenlos und papillös.

b. Die obersten Blattzellen rautenförmig oder rundlich. Frucht mit Zähnen und verlängertem Stiele.

3. ***Pseudoleskeaceæ.*** Blätter nicht papillös, oft rippenlos.
4. ***Leskeaceæ.*** Blätter papillös und dunkel, nicht oft rippenlos.

c. Die obersten (meist sehr wenige) Blattzellen länglich, die übrigen ziemlich kurz.

5. ***Pterogoniaceæ.*** Blätter zuweilen papillös, oft mit undeutlicher Rippe.

II. Die meisten (immer die oberen) Blattzellen langgedehnt (prosenchymatisch), oft fast linear, zuweilen verschmälert länglich — rautenförmig, sehr selten papillös.

6. ***Hypnaceæ.*** Blätter allseitig, einseitswendig oder zweireihig (nicht dreireihig); die Zellen des Blattgrundes oft ungleichförmig, die Eckzellen oft quadratisch. Frucht mit verlängertem Stiele; die inneren Zähne oben abstehend, oder wenigstens frei.
7. ***Fontinalaceæ.*** Blätter dreireihig oder (bei einer Art) zweireihig; Zellen schmal, die Eckzellen mitunter verlängert rechteckig. Frucht meist ungestielt; die inneren Zähne oben kegelförmig vereinigt. Zweihäusig.

Die Gattungen der Seitenfrüchtler.

Fam. 1. ***Neckeraceæ.***

1. **Pterygophyllum** Brid.

Blätter zweireihig, ganzrandig; Zellen gross und fast gleichförmig, die meisten breit sechseckig. Frucht langgestielt, schief und nickend; der innere Mundbesatz ohne Cilien (Wimpern); Mütze haubenförmig.

Stengel mit wenigen Wurzelfäden (Trichomen), unregelmässig verästelt, mit wenigen und niedergedrückten Ästen.

2. **Neckera** Hedw. (fasst auch *Homalia* ein).

Blätter zweireihig, selten etwas einseitswendig, meist gezähnelt; Zellen klein, die unteren langgedehnt, die oberen meist rautenförmig. Frucht oft ungestielt oder kurzgestielt, zuweilen langgestielt, gerade und aufrecht, fast ohne Cilien; Mütze halbseitig.

Stengel kriechend, meist doppelt gefiedert mit zahlreichen, selten niedergedrückten Ästen.

3. **Porotrichum** Brid.

Blätter oft dreireihig, auf einigen Ästen zweireihig, gezähnelt; Zellen klein, die meisten des Grundes lang, die Eckzellen quadratisch, die oberen rundlich. Frucht langgestielt, etwas schief und geneigt; der innere Mundbesatz mit langen Cilien; Mütze halbseitig.

Hauptstamm einem Wurzelstocke ähnlich, mit unten fast nackten, nicht niedergedrückten, palmenähnlichen oder gefiederten Ästen.

Fam. 2. *Hedvigiaceæ.*

4. **Hedvigia** Ehrh.

Blätter mit gezähnelter, oft durchsichtiger oder haarförmiger Spitze. Mütze haubenförmig oder halbseitig, sehr kurz nur den Deckel umschliessend.

Stengel nur am Grunde wurzelnd, sehr ästig.

Fam. 3. *Pseudoleskeaceæ.*

I. Blätter mit kurzer, oft gabelig gespaltener Rippe, ganzrandig, am Rande kaum zurückgerollt.

5. **Pseudoleskea** Bryol. eur. (*Leskea tectorum* Lindb. Musci Scand.).

Blätter zugespitzt; die meisten Zellen fast länglich. Frucht unbekannt.

Stengel kriechend, unregelmässig verästelt.

II. Blätter mit undeutlicher oder fehlender Rippe, ganzrandig. Stengel kriechend, unregelmässig verästelt.

A. Die meisten Blattzellen kurz. Blätter am Rande kaum zurückgerollt.

6. **Helicodontium** SCHWÆGR.

Die meisten Blätter kurz und stumpf; die meisten Zellen rautenförmig. Frucht etwas gekrümmt; der innere Mundbesatz orangefarbig.

7. **Thedenia** SCHIMP. (*Stereodon suecicus* LINDB.).

Die meisten Blätter lang und zugespitzt; die meisten Zellen erweitert länglich. Frucht nicht gekrümmt.

8. **Habrodon** SCHIMP.

Die meisten Blätter lang zugespitzt; die Zellen länglich oder quadratisch; Frucht gerade; der innere Mundbesatz häutig, weisslich.

B. Die meisten Blattzellen schmal. Blätter am Rande zurückgerollt.

9. **Entodon** C. MÜLL. (*E. palatinus* LINDB. Musci Scand.).

Blätter mit ziemlich kurzer Spitze. Frucht gerade, ohne Cilien.

III. Blätter oben gezähnelt, meist stumpf; die meisten Zellen schmal, die obersten rautenförmig; Eckzellen kurz, oft quadratisch; Rippe lang.

10. **Climacium** W. M.

Blätter am Grunde ohrenförmig erweitert, herablaufend. Frucht gerade; der innere Mundbesatz ohne Cilien, trocken eingebogen, feucht kegelförmig zusammenstehend.

Hauptstamm einem Wurzelstocke ähnlich, mit palmenähnlichen Åsten.

11. **Isothecium** BRID. (*I. viviparum* LINDB. Musci Scand.).

Blätter weder ohrenförmig erweitert noch herablaufend. Frucht wenig oder nicht gekrümmt; der innere Mundbesatz fast gerade; Cilien undeutlich.

Hauptstamm oft mit palmenähnlichen Åsten, zuweilen fast niederliegend und unregelmässig getheilt.

Fam. 4. *Leskeaceæ.*

I. Blattrippe undeutlich oder kurz und doppelt. Blätter nicht gestreift. Hauptäste selten kriechend.

12. **Heterocladium** Bryol. eur.

Die inneren Zellen des Blattgrundes meist langgedehnt, die übrigen kurz. Blätter ungleichförmig: Stengelblätter grösser, herablaufend. Frucht schief; der innere Mundbesatz mit langen Cilien.

Stengel meist gefiedert, niederliegend.

13. **Myurella** Bryol. eur.

Blattzellen (fast sämmtliche) elliptisch-rautenförmig. Blätter fast gleichförmig, löffelförmig hohl, nicht herablaufend. Frucht gerade; der innere Mundbesatz mit kurzen Cilien.

Stengel unregelmässig oder wenig verästelt, meist fast aufrecht.

II. Blattrippe einfach, verlängert. Blätter mitunter gestreift.

14. **Thuidium** Bryol. eur.

Blätter ungleichförmig: Stengelblätter grösser (als die Astblätter), meist gestreift, herablaufend. Frucht schief; Cilien lang.

Stengel meist gefiedert, selten mit kriechenden Hauptästen.

15. **Anomodon** Hook. und Tayl.

Blätter ungleichförmig, nicht gestreift: die des Hauptstengels sehr klein. Frucht gerade; Cilien undeutlich oder fehlend.

Stengel unregelmässig verästelt mit nicht wurzelnden Hauptästen.

16. **Leskea** Hedw. (fasst auch *Lesquereuxia filamentosa* ein).

Blätter fast gleichförmig, nicht gestreift. Frucht gerade oder gekrümmt ohne Cilien.

Stengel unregelmässig getheilt mit kriechenden Hauptästen.

Fam. 5. *Pterogoniaceæ.*

A. Blätter meist papillös mit kurzer oder undeutlicher Rippe. Hauptäste meist niederliegend (nicht kriechend), mitunter aufrecht.

17. **Pterogonium** Sw. (mit *Pterygynandrum* Lindb. Musci Scand.).

Blätter gezähnelt, nicht gestreift, am Rande kaum zurückgerollt. Frucht fast gerade, ohne Cilien.

B. Blätter nicht papillös; Rippe fast auslaufend. Hauptäste kriechend.

18. **Rigodium** (Kunze) Kindb. (*Hypnum reflexum* Starcke, Lindb.).

Blätter ringsum gezähnelt, nicht gestreift, am Rande unten zurückgerollt. Frucht schief; der innere Mundbesatz mit Cilien.

19. **Lesquereuxia** (Br. Eur.) Lindb. (*Lescuræa* B. E.).

Blätter oben gezähnelt, oft schwach gestreift, am Rande fast ringsum zurückgerollt. Frucht gerade, ohne Cilien.

Fam. 6. *Hypnaceæ.*

I. Die meisten Blattzellen sehr schmal, oft fast linear.

A. Blätter mit sehr zahlreichen quadratischen Eck- und Randzellen, allseitig oder einseitswendig.

20. **Fissidens** Hedw.

Blätter fast ganzrandig, rippenlos und gestreift, nicht papillös. Frucht gerade ohne Cilien; Mundbesatz einfach.

Stengel kriechend mit aufgebogenen Ästen.

21. **Antitrichia** Brid.

Blätter oben gezähnelt, mit langer Rippe, gestreift und nicht papillös. Frucht fast gerade oder umgedreht; der innere Mundbesatz ohne Cilien.

Hauptäste etwas gefiedert, niederliegend, aber nicht wurzelnd.

22. **Rhytidium** (Sull., De Not.) Kindb. (*Hylocomium rugosum* Lindb. Musci Scand.).

Blätter fast ringsum gezähnelt mit ziemlich kurzer Rippe, papillös und wellig. Frucht schief; der innere Mundbesatz mit langen Cilien.

Stengel fast gefiedert ohne Wurzelfäden.

B. Blätter mit wenigen quadratischen grundständigen Eckzellen, allseitig oder einseitswendig, selten zweireihig.

23. **Hypnum** Dill. (fasst auch Arten von *Amblystegium*, *Stereodon*, *Isopterygium* (Lindb.) u. m. ein).

Blätter nicht oder selten (bei der Abtheilung *Cratoneuron*) papillös. Der innere Mundbesatz der Frucht meist mit Cilien.

C. Blätter ohne quadratische Eckzellen, nur mit schmalen Zellen, oft gestreift, allseitig oder einseitswendig; Rippe meist undeutlich oder kurz und doppelt, selten verlängert oder einfach. (Blüthenstand zweihäusig.)

24. **Hylocomium** Bryol. eur. (mit Ausschlusse von *H. parietinum* und *H. rugosum*).

Blätter mit ziemlich breitem Grunde, sparrig oder ausgebogen, wenigstens oben gezähnelt. Frucht schief ohne Schnabel; der innere Mundbesatz mit Cilien.

Stengel meist gefiedert, oft mit Paraphyllien (Nebenblättern).

25. **Orthothecium** Schimp. (*Stereodon* Lindb. p. p.).

Blätter schmal oval, lanzettenförmig, fast borstenförmig, angedrückt oder wenig abstehend, ganzrandig oder selten mit schwach gezähnelter Spitze, meist gold- oder kupferglänzend. Frucht gerade, mit keinem oder undeutlichem Schnabel; Cilien fehlend oder undeutlich.

Stengel unregelmässig getheilt, ohne Paraphyllien.

II. Die meisten Blattzellen erweitert, verschmälert rautenförmig. Der innere Mundbesatz der Frucht gewöhnlich mit Cilien.

26. **Plagiothecium** Bryol. eur. (mit Ausschlusse von *P. striatellum* und *P. latebricola*).

Blätter zweireihig mit kurzer und doppelter Rippe, meist locker gestellt und gewöhnlich mit quadratischen Eckzellen. Frucht gerade oder schief.

27. **Amblystegium** Bryol. eur. (mit Ausschluss vieler von Lindberg hierzu geführten Arten).

Blätter allseitig mit einfacher oder undeutlicher (nicht doppelter) Rippe, meist dicht angehäuft; die Zellen des Blattgrundes oft gleichförmig. Frucht schief.

Fam. 7. *Fontinalaceæ.*

28. **Fontinalis** Dill.

Blätter meist dreireihig, selten (bei einer Art) zweireihig, rippenlos und ganzrandig. Frucht fast ungestielt, ohne Schnabel; Mütze haubenförmig.

29. **Dichelyma** Myrin.

Blätter dreireihig mit auslaufender Rippe, in der Spitze mitunter gezähnelt; Mütze halbseitig.

Hauptabtheilung II.

Gipfelfrüchtler (*Bryineæ acrocarpæ*).

Frucht gipfelständig (in der Spitze des Stengels oder eines Astes), nicht immer mit abfallendem Deckel, oft mit einfachem Mundbesatze, auch oft mit haubenförmiger Mütze. Die Saftfäden der Antheridien zuweilen keulenförmig. Stenge öfters einfach und aufrecht.

Diese Moose findet man meist auf nackter Erde in Brachfeldern, Haiden und anderen offenen Orten, auch auf Steinen und Baumstämmen u. s. w. In alpinen Gegenden bedecken sie meist die nackte Erde und die Felsen.

Doch ist die Frucht bei *Pleurozygodon*, *Pleurochæte*, *Cinclidotus*, *Oreas* und bei einigen Arten von *Schistophyllum* seitenständig. Die *Andræaceen*, *Archidium*, *Bruchia*, *Pleuridium*, *Phascum*, *Ephemerum*, *Physcomitrella*, *Gymnostomum*, *Sphærangium*, *Tortula bryoides* und *Mollia crispa* haben keinen abfallenden Deckel und also keinen Mundbesatz; Zähne fehlen auch in der Frucht einiger anderen hierzu gehörenden Moose. Der Stengel ist bei *Schistophyllum*, *Schisto stega*, *Grimmia*, *Cinclidotus*, *Andræa* und *Orthotrichum* meis ästig.

Die Familien der Gipfelfrüchtler.

I. Blätter bei der Fruchtreife bleibend.

A. Blattzellen nicht papillös, dadurch meist durchsichtig (nur bei einigen Arten von *Grimmia* und *Andræa* papillös).

a. Blattrippe durch lange Lamellen (bandähnliche Anhängsel) verdickt. Der centrale Theil des Stammes mit einer Gruppe von cambiformartigen Zellensträngen.

8. **Polytrichaceæ.** Blätter allseitig, meist steif (nadelförmig). Mundbesatz der Frucht einfach, durch eine Haut (Epiphragma) verbunden. Mütze halbseitig, oft langhaarig und dadurch die Frucht bedeckend. Die Saftfäden der Antheridien oft keulenförmig.

b. Blattrippe ohne Lamellen (selten mit seitlichen Lamellen: bei zwei Arten von *Grimmia*). Der centrale Theil des Stammes aus einem Strange von cambiformartigen Zellen bestehend.

aa. Blattzellen rautenförmig. Die Blätter der nicht fruchttragenden Äste zusammenfliessend.

9 **Schistostegaceæ.** Blätter zweireihig. Frucht ohne Zähne; Mütze kegelförmig. Saftfäden haarförmig.

bb. Die meisten Blattzellen sechseckig, oft erweitert. Blätter getrennt.

* Blätter am Grunde mit einem doppelten blattähnlichen Anhängsel, zweireihig.

10. **Schistophyllaceæ.** Mundbesatz der Frucht einfach; Mütze meist halbseitig.

** Blätter ohne Anhängsel, meist allseitig.

11. **Bryaceæ.** Mundbesatz der Frucht doppelt (nur bei *Discelium* einfach, bei einigen fehlend); Mütze meist halbseitig; Saftfäden oft haarförmig.

12. **Splachnaceæ.** Mundbesatz einfach, von vielen Zähnen (nur bei *Oedipodium* fehlend); Mütze meist haubenförmig; die Saftfäden der Antheridien meist keulenförmig.

13. **Georgiaceæ.** Mundbesatz einfach von vier Zähnen; Mütze haubenförmig. Saftfäden haarförmig.

cc. Blattzellen rechteckig, erweitert. Blätter getrennt.

14. ***Meeseaceæ.*** Mundbesatz der zuletzt gekrümmten Frucht doppelt; Mütze halbseitig.

dd. Die sämmtlichen oder meisten Zellen des Blattgrundes schmal und langgedehnt, die oberen Blattzellen entweder rundlich sechseckig oder langgedehnt, Eckzellen oft quadratisch. Blätter getrennt.

15. ***Dicranaceæ.*** Frucht mit oder ohne Streifen; Deckel meist abfallend; Mundbesatz einfach und aufrecht, selten fehlend; Mütze lang und halbseitig, nicht gefaltet, selten haubenförmig. Blätter oft mit spärlichem Chlorophyll, ziemlich durchsichtig, meist borstenförmig und pfriemenförmig spitz, selten mit Haarspitze.

16. ***Grimmiaceæ.*** Frucht meist ungestreift; Deckel abfallend; Mundbesatz einfach (bei einer Art fehlend); Zähne (trocken) aufrecht oder wagerecht abstehend; Mütze kurz, meist haubenförmig, nicht gefaltet. Blätter meist blattgrünreich und wenig durchsichtig, selten borstenförmig, oft mit Haarspitze.

17. ***Andræaceæ.*** Frucht in vier oben zusammenhängende Klappen seitlich aufspringend, ungestreift. ohne Deckel und Zähne; Mütze sehr winzig und haubenförmig. Blätter sehr blattgrünreich und dunkel, meist bräunlich oder schwarz, oft papillös und rippenlos, weder borstenförmig noch mit Haarspitze.

B. Blattzellen meist papillös (bei einigen *Tortulaceen* und *Orthotrichaceen*, wie auch bei *Bartramia Oederi* ohne Papillen) und ungleichförmig (bei *Mnium androgynum* fast gleichförmig): die oberen kurz, klein und meist dunkel, die unteren meist schmal rechteckig und durchsichtig.

a. Mütze meist lang und haubenförmig. Mundbesatz meist doppelt, selten fehlend.

18. ***Orthotrichaceæ.*** Frucht meist gestreift; Mütze gefaltet, oft haarig, glockenförmig oder kegelförmig mit kurzer Spitze; die äusseren Zähne (trocken) oft niedergebogen.

19. ***Leersiaceæ.*** Frucht oft ungestreift; Mütze nicht gefaltet, haarlos, schmal kegelförmig mit langer Spitze; Zähne aufrecht oder eingebogen.

b. Mütze meist kurz und halbseitig, immer haarlos, nicht gefaltet.

20. ***Tortulaceæ.*** Mundbesatz der Frucht einfach oder fehlend. Blätter meist kurz und breit.

21. ***Bartramiaceæ.*** Mundbesatz doppelt. Blätter meist borsten- oder nadelförmig.

II. Blätter bei der Fruchtreife verschwunden.

22. ***Buxbaumiaceæ.***

Die Gattungen der Gipfelfrüchtler.

Fam. 8. *Polytrichaceæ.*

A. Blätter starr, mit dem scheidigen Grunde den Stengel umfassend. Die Saftfäden der Antheridien meist ungleichförmig.

30. **Polytrichum** DILL., EHRH.

Blätter flach oder rinnenförmig, mit Lamellen auf der ganzen Oberseite. Frucht eckig oder stielrund; Mütze dicht behaart.

31. **Oligotrichum** DE C.

Blätter hohl, am Rande eingerollt, mit Lamellen nur bei der Rippe. Frucht stielrund; Mütze spärlich oder nicht behaart.

B. Blätter dünn und weich, nicht umfassend. Saftfäden haarförmig.

32. **Catharinea** EHRH.

Blätter wellig, fast linear, mit Lamellen nur bei der Rippe. Frucht stielrund; Deckel lang geschnäbelt; Mütze fast unbehaart.

Fam. 9. *Schistostegaceæ.*

33. **Schistostega** MOHR.

Vorkeim bleibend.

Fam. 10. *Schistophyllaceæ.*

34. **Schistophyllum** LAPYL.

Fam. 11. *Bryaceæ.*

I. Vorkeim bald verschwindend.

A. Mütze kegelförmig. Der innere Mundbesatz der Frucht kegelförmig vereinigt.

35. **Cinclidium** SW.

Blätter am Rande oft zurückgerollt; Zellen breit sechseckig. oft röthlich. Der innere Mundbesatz am Grunde mit breiter Haut. Männliche Blüthen scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien oft keulenförmig.

B. Mütze halbseitig. Der innere Mundbesatz mit freien Zähnen.

a. Frucht ohne Hals; der innere Mundbesatz mit sehr breiter Haut.

36. **Astrophyllum** NECK.

Blätter am Rande nicht zurückgerollt; Zellen meist breit sechseckig. Der innere Mundbesatz mit glatten Cilien. Männliche Blüthen scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien oft keulenförmig.

b. Frucht meist mit einem Halse; der innere Mundbesatz mit schmaler Haut.

* Männliche Blüthen knospenförmig. Saftfäden haarförmig. Pflanzen meist mehrjährig.

37. **Bryum** DILL. (auch *Pohlia* und *Leptobryum* einschliessend).

Sämmtliche oder einige Blattzellen schmal sechseckig. Frucht mit einem Halse und ziemlich dünnem Deckel; der innere Mundbesatz selten länger als der äussere.

38. **Plagiobryum** LINDB.

Blattzellen breit sechseckig. Frucht mit einem Halse und ziemlich dünnem Deckel; der innere Mundbesatz länger als der äussere. Blätter oft silberglänzend.

39. **Argyrobryum** KINDB. (*Bryum argenteum* und *B. bicolor*).

Blattzellen breit sechseckig. Frucht ohne Hals; Deckel verdickt; der innere Mundbesatz nicht länger als der äussere. Blätter oft silberglänzend.

** Männliche Blüthen scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Pflanzen ein- oder zweijährig.

40. **Funaria** SCHREB.

Blattzellen breit sechseckig. Frucht mit einem Halse; der innere Mundbesatz nicht länger als der äussere; Zähne zuweilen wenig ausgebildet.

*** Männliche Blüthen fast scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Pflanzen mehrjährig.

41. **Amblyodon** PALIS. BEAUV.

Blattzellen breit sechseckig. Frucht mit langem Halse; der innere Mundbesatz doppelt länger als der äussere.

C. Mütze aufgeblasen, lang und viereckig, in der Mitte berstend. Frucht ohne Zähne. Die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Blattzellen breit sechseckig.

42. **Pyramidula** BRID.

D. Mütze haubenförmig, kurz abgerundet, nicht berstend. Frucht ohne Zähne. Die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Blattzellen breit sechseckig.

43. **Gymnostomum** H.

Deckel abfallend.

44. **Physcomitrella** BRYOL. EUR.

Frucht ohne abfallenden Deckel.

II. Vorkeim bleibend. Die Saftfäden der Antheridien oft keulenförmig.

45. **Ephemerum** HAMPE.

Frucht ohne Zähne.

46. **Discelium** BRID.

Frucht mit einfachem Mundbesatze, ohne Hals.

Fam. 12. *Splachnaceae.*

I. Frucht mit Zähnen und am Grunde mit einem deutlichen Anhängsel; Mütze haubenförmig. Blattrippe schmal.

A. Frucht schmäler als das anders gefärbte Anhängsel.

47. **Splachnum** L.

Frucht sehr schmal; Zähne gelb. Blätter meist breit; Zellen sehr weit.

48. **Tetraplodon** Bryol. eur.

Frucht wenig schmäler als das Anhängsel; Zähne orangefarbig oder dunkelroth. Blätter meist schmal; Zellen meist etwas verschmälert und nicht so gross (wie bei *Splachnum*).

B. Frucht breiter als das gleichfarbige Anhängsel.

49. **Tayloria** Hook.

Zähne gelb oder dunkelroth.

II. Frucht zahnlos, durch das Anhängsel in den Stiel übergehend; Mütze halbseitig. Blattrippe ziemlich breit.

50. **Oedipodium** Schwægr.

Fam. 13. *Georgiaceae.*

51. **Georgia** Ehrh.

Blätter dreireihig; die Zellen, wenigstens die oberen, rundlich eckig. Frucht gerade mit rothbraunen Zähnen. Blüthenstand einhäusig.

Fam. 14. *Meeseaceae.*

52. **Meesea** Hedw.

Frucht eiförmig, eben so lang wie der Hals; der innere Mundbesatz bedeutend länger als der äussere. Männliche Blüthen scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien keulenförmig.

53. **Catoscopium** Brid.

Frucht fast kugelförmig, durch den Hals in den Stiel übergehend; der innere Mundbesatz wenig entwickelt, der äussere kurz. Männliche Blüthen knospenförmig. Saftfäden haarförmig.

Fam. 15. *Dicranaceae.*

I. Blattrippe sehr breit, den grössten Theil der Blattfläche einnehmend.

54. **Leucobryum** Hampe.

Die meisten Blattzellen (Rippenzellen) in drei Schichten liegend: die äusseren kubisch und durchlöchert, die inneren verschmälert; Randzellen schmal und hell. Zähne der Frucht gespalten.

55. **Campylopus** Brid. (schliesst auch *Didymodon* und *Dicranum enerve, D. longifolium, D. Sauteri* ein).

Rippe oben verschmälert, auslaufend: die Zellen oft in zwei bis vier Schichten liegend, nicht durchlöchert, meist gleichförmig; die Eckzellen des Blattgrundes meist quadratisch; die oberen Blattzellen langgedehnt und schmal. Zähne der Frucht meist gespalten, mitunter getheilt. Zweihäusig.

II. Blattrippe schmal (oder nicht den grössten Theil der Blattfläche einnehmend).

A. Die Zellen des Blattgrundes ungleichförmig: die Eckzellen quadratisch. Frucht gipfelständig; Zähne dicht gestellt; Deckel geschnäbelt. Das Zellennetz der schmalen, pfriemenförmig zugespitzten Blätter dicht.

56. **Dicranum** Hedw.

Die oberen Blattzellen kurz oder langgedehnt. Frucht mit schmalem, nicht erweitertem Munde und undeutlichem oder keinem Halse; Zähne gespalten.

57. **Blindia** Bryol. eur. (schliesst auch *Dicranum fulvellum* und *D. hyperboreum* ein).

Die oberen Blattzellen langgedehnt. Frucht mit erweitertem Munde, zuletzt urnenförmig mit dickem Halse; Zähne gespalten, ganz oder fehlend.

B. Die untersten (nur wenige) Zellen des Blattgrundes fast quadratisch. Frucht seitenständig; Zähne weit getrennt; Deckel ohne Schnabel. Das Zellennetz der kurzen und etwas stumpfen Blätter ziemlich locker.

58. **Oreas** Brid. (Lindb.).

Frucht langhalsig; Zähne nicht gespalten.

C. Die Zellen des Blattgrundes gleichförmig, langgedehnt.

a. Blätter zweireihig; Zellen klein, die oberen kurz. Frucht mit abfallendem Deckel.

59. **Swartzia** Ehrh.

Frucht nicht gestreift, ohne Hals und Schnabel; Zähne gespalten. Einhäusig.

b. Blätter allseitig oder einseitswendig.

aa. Frucht langhalsig; Deckel abfallend. Blattzellen etwas erweitert, die oberen meist kurz.

60. **Trematodon** Michx.

Frucht länglich oder fast cylindrisch, etwas schief und gekrümmt mit langem Schnabel, nicht gestreift; Zähne getheilt oder ganz. Einhäusig.

bb. Frucht mit keinem oder kurzem Halse.

* Frucht kurz und dick mit abfallendem Deckel.

61. **Dicranella** C. Müller.

Blattzellen langgedehnt, zuweilen erweitert. Blattrippe oft auslaufend. Frucht mit langem Schnabel, ohne Hals, zuweilen gestreift; Zähne gespalten.

62. **Ångströmia** Bryol. eur.

Blattzellen langgedehnt, etwas erweitert. Blattrippe nicht auslaufend. Frucht ungestreift mit undeutlichem Schnabel, ohne Hals; Zähne gespalten. Zweihäusig.

63. **Seligeria** Bryol. eur.

Blattzellen ziemlich klein, die oberen oft kurz. Blattrippe oft auslaufend. Frucht ungestreift, mit oft verlängertem Schnabel und kurzem Halse; Zähne ganz (nicht gespalten) oder fehlend. Einhäusig.

64. **Anisothecium** (MITT.) LINDB. p. p. (*A. squarrosum*).

Die obersten Blattzellen kurz, fast rautenförmig. Blattrippe nicht auslaufend. Frucht ungestreift, mit undeutlichem Schnabel, ohne Hals; Zähne gespalten. Zweihäusig.

** Frucht schmal mit abfallendem Deckel, nicht gestreift.

65. **Ditrichum** TIMM.

Blattzellen meist langgedehnt und schmal. Blattrippe meist auslaufend. Frucht schmal eiförmig oder fast cylindrisch, ohne Hals; Deckel kegelförmig; Zähne meist getheilt.

66. **Cynodontium** SCHIMP. p. p. (*Dicranoweisia cirrata*, *Oncophorus virens* und *O. Wahlenbergii* LINDB. Musci Scand.).

Die oberen Blattzellen rundlich, mitunter etwas erweitert. Blattrippe nicht auslaufend. Frucht fast länglich mit kurzem Halse und verlängertem Schnabel; Zähne getheilt oder gespalten. Einhäusig.

67. **Sælania** LINDB.

Die meisten (oberen) Blattzellen kurz. Blattrippe kaum auslaufend. Frucht fast cylindrisch ohne Hals und Schnabel; Deckel kegelförmig; Zähne gespalten.

*** Frucht rundlich ohne Hals und abfallenden Deckel. Blattzellen langgedehnt, etwas erweitert.

68. **Bruchia** NESTL.

Blattrippe weit auslaufend. Frucht mit Spitze; Mütze haubenförmig, ganz abfallend; Sporen klein und zahlreich. Blüthenstand zwittrig.

69. **Pleuridium** BRID.

Blattrippe kaum auslaufend. Frucht mit Spitze; Mütze halbseitig, ganz abfallend; Sporen klein und zahlreich. Blüthenstand einhäusig oder zwittrig.

70. **Archidium** BRID.

Blattrippe kurz auslaufend. Frucht abgerundet ohne Spitze; Mütze zum Theil abfallend; Sporen gross und nicht zahlreich. Blüthenstand einhäusig.

Fam. 16. *Grimmiaceae.*

71. **Grimmia** Ehrh.

Frucht gipfelständig; Zähne meist roth.

72. **Cinclidotus** Palis. Beauv.

Frucht seitenständig; Zähne roth.

Fam. 17. *Andraeaceae.*

73. **Andræa** Ehrh.

Frucht schwarzbraun, gestielt. Die Saftfäden der Antheridien mitunter keulenförmig.

Fam. 18. *Orthotrichaceae.*

74. **Orthotrichum** Hedw. (*Weisia* und *Dorcadion* Lindb. Musci Scand.).

Frucht meist gestreift; Zähne meist gelb (bei einer Art fehlend); Mütze meist behaart. Blätter ganzrandig, nicht gefaltet, selten mit haarähnlicher Spitze; die oberen Zellen meist quadratisch.

75. **Coscinodon** Spreng.

Frucht ungestreift; Zähne roth; Mütze kahl. Blätter ganzrandig, tief gefaltet, mit langer gezähnelter Haarspitze; die oberen Zellen rundlich, die unteren schmal.

76. **Glyphomitrium** Brid.

Frucht ungestreift; Zähne roth; Mütze kahl. Blätter oben gezähnelt ohne Haarspitze, am Grunde gefaltet; die oberen Zellen rundlich, die unteren schmal.

Fam. 19. *Leersiaceae.*

77. **Leersia** Hedw.

Blätter meist stumpf mit mehrmals gespaltenen Papillen, zuweilen mit Haarspitze; die oberen Zellen rundlich, die unteren schmal. Frucht meist röthlich oder braunroth; Zähne röthlich oder bleich.

Fam. 20. *Tortulaceae.*

I. Die Eckzellen des Blattgrundes quadratisch, die übrigen langgedehnt; die oberen Zellen rundlich oder quadratisch. Frucht ungestreift; Zähne gerade.

78. **Dicranoweisia** LINDB. (= *D. crispula* LINDB. Musci Scand.).

Blätter oval lanzettenförmig, lang zugespitzt. Frucht gerade mit langem Schnabel und rothbraunen, oben eingeschnittenen Zähnen. Einhäusig.

79. **Dichodontium** SCHIMP.

Blätter mit scheidenförmig umfassendem Grunde und breiter stumpfer Spitze. Frucht schief mit kürzerem Schnabel und bluthrothen, oben orangefarbigen, tief gespaltenen Zähnen. Zweihäusig.

II. Sämmtliche Zellen des Blattgrundes langgedehnt und durchsichtig.

A. Die oberen Blattzellen erweitert, rautenförmig, ziemlich durchscheinend, gelblich. Frucht zuletzt gefurcht.

80. **Conostomum** SW.

Blätter steif, oben verschmälert und spitz. Frucht elliptisch oder umgekehrt eiförmig, mit kurzem oder undeutlichem Schnabel; Zähne roth, oben kegelförmig vereinigt. Die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Zweihäusig.

B. Die oberen Blattzellen ziemlich klein, fast rundlich, mit ungetheilten (oder keinen) Papillen. Blätter oft mit Haarspitze, meist aus einem schmalen Grunde allmählig breiter und abgestumpft. Zähne der Frucht oft gedreht.

a. Frucht gestielt, meist (nicht bei *Tortula bryoides*) mit abfallendem Deckel; Mütze halbseitig.

81. **Tortula** HEDW.

Blätter am Rande flach oder zurückgerollt; Rippe schmal ohne Lamellen. Zähne der Frucht gedreht oder gerade, mitunter fehlend. Die Saftfäden der Antheridien meist haarförmig.

82. **Aloina** Kindb. (5 Arten von *Tortula* Lindb. Musci Scand.).

Blätter am Rande eingerollt; Rippe meist sehr breit, auf der oberen Seite Lamellen (gegliederte Fäden) tragend. Zähne der Frucht gedreht oder fehlend. Die Saftfäden der Antheridien meist keulenförmig.

b. Frucht oft undeutlich gestielt, ohne abfallenden Deckel.

83. **Phascum** L.

Frucht mit Spitze; Mütze ziemlich gross, halbseitig oder haubenförmig.

84. **Sphærangium** Schimp. (*Acaulon* Lindb. Musci Scand.).

Frucht ohne Spitze; Mütze sehr klein, haubenförmig.

C. Die oberen Blattzellen sehr klein, fast rundlich, oft mit gespaltenen Papillen. Blätter meist aus erweitertem Grunde plötzlich in eine lineare oder pfriemenförmige haarlose Spitze übergehend, trocken kraus oder gedreht. Zähne der Frucht oft gerade oder fehlend.

a. Frucht seitenständig und ungestreift. Blätter am Rande nicht zurückgerollt.

85. **Pleurochæte** Lindb.

Frucht fast cylindrisch ohne Schnabel; Zähne gedreht. Stengel nicht filzig. Blätter feucht sparrig, trocken unregelmässig kraus.

86. **Pleurozygodon** Lindb.

Frucht eiförmig-länglich ohne Zähne, kürzer als der schiefe Schnabel. Stengel sehr filzig. Blätter nicht sparrig, trocken schraubenförmig um den Stengel gedreht.

b. Frucht gipfelständig. Blätter am Rande mitunter zurückgerollt.

* Frucht ungestreift mit gedrehten oder geraden Zähnen. Diese auch fehlend. Blätter am Rande nicht zurückgerollt; Rippe zuweilen auslaufend.

87. **Mollia** Schrank.

Frucht meist langgestielt.

** Frucht meist gestreift oder gefurcht (wenigstens im trocknen Zustande); Zähne gerade oder fehlend. Blätter am Rande meist zurückgerollt; Rippe nicht oder kaum auslaufend.

88. **Oncophorus** Brid.

Frucht langgestielt, fast eiförmig; Zähne gespalten oder getheilt. Einhäusig.

89. **Anoectangium** Hedw.

Frucht kurzgestielt, rundlich birnenförmig, zuletzt urnenförmig und unter dem Munde zusammengezogen, ohne Zähne, anfangs mit einem Halse. Stengel sehr wurzelfilzig. Ein- oder zweihäusig.

90. **Zygodon** Hook. und Tayl.

Frucht langgestielt, elliptisch, unter dem Munde zusammengezogen, ohne Zähne, anfangs mit einem Halse. Stengel nur am Grunde filzig. Die meisten Blattzellen rundlich. Zweihäusig.

III. Die meisten Blattzellen fast quadratisch und am öftesten kaum durchsichtig. Blätter meist aus eiförmigem Grunde allmählig in eine meist pfriemenförmige Spitze verschmälert, trocken meist aufrecht oder eingebogen, selten kraus, am Rande immer zurückgerollt. Zähne der Frucht getheilt, oft gedreht.

91. **Barbula** Hedw.

Frucht ungefurcht, mit Schnabel und mit oft gedrehten Zähnen. Blüthenstand zweihäusig oder (bei einer Art) zwittrig.

92. **Ceratodon** Brid.

Frucht gefurcht, mit undeutlichem Schnabel und mit eingebogenen, nicht gedrehten Zähnen. Zweihäusig.

Fam. 21. *Bartramiaceae.*

I. Blätter mit einigen langen Streifen.

93. **Breutelia** Schimp.

Blätter etwas umfassend. Männliche Blüthen scheibenförmig. Saftfäden haarförmig. Frucht beinahe kugelförmig und gestreift ohne Hals.

II. Blätter mit keinen oder einer bis zwei kurzen Streifen.

A. Blätter fast gleichförmig. Frucht gestielt.

a. Blattzellen fast gleichförmig, rundlich.

94. **Mnium** Dill.

Blätter nicht umfassend. Männliche Blüthen knospenförmig. Saftfäden haarförmig. Frucht verschmälert länglich und gestreift mit kurzem Halse und grossem Deckel.

b. Die Zellen des Blattgrundes langgedehnt.

* Der innere Mundbesatz der Frucht am Grunde mit breiter Haut. Deckel gross.

95. **Sphærocephalus** Neck., Lindb.

Blätter nicht umfassend, am Rande zurückgerollt. Männliche Blüthen scheibenförmig. Die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Frucht länglich oder stielrund, schief und gestreift mit kurzem Halse; Mütze ziemlich kurz.

96. **Timmia** Hedw.

Blätter scheidenförmig den Stengel umfassend, am Grunde eingerollt. Männliche Blüthen knospenförmig. Saftfäden haarförmig. Frucht fast länglich und ungestreift mit undeutlichem Halse; Mütze lang, die Frucht bedeckend.

** Der innere Mundbesatz mit schmaler oder undeutlicher Haut. Deckel meist klein (bei *Paludella* grösser).

97. **Paludella** Brid.

Blätter scheidenförmig umfassend und herablaufend; der obere Theil kurz, breit und niedergebogen. Männliche Blüthen scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Frucht ungestreift, länglich und schief mit einem Halse.

98. **Bartramia** Hedw.

Blätter oft umfassend, lang zugespitzt. Männliche Blüthen knospenförmig. Saftfäden haarförmig. Frucht rundlich, zuletzt gefurcht ohne Hals.

99. **Philonotis** Brid.

Blätter nicht umfassend, zugespitzt; Rippe auslaufend. Männliche Blüthen scheibenförmig; die Saftfäden der Antheridien keulenförmig. Frucht rundlich, zuletzt gefurcht ohne Hals.

B. Blätter ungleichförmig: die der nicht fruchttragenden Sprossen schmal zungenförmig. Frucht ungestielt, mit einer kegelförmigen gefalteten Haut anstatt des inneren Mundbesatzes.

100. **Vebera** Ehrh.

Frucht schief eiförmig und ungestreift.

Fam. 22. *Buxbaumiaceae.*

101. **Buxbaumia** Hall.

Frucht gestielt, einem Pferdehufe ähnlich, mit einer kegelförmigen gefalteten Haut anstatt des inneren Mundbesatzes.

BIHANG TILL K. SVENSKA VET.-AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 20.

BESTÄMNING

AF

UPSALA OBSERVATORIUMS POLHÖJD

AF

KARL BOHLIN.

MEDDELADT DEN 8 FEBRUARI 1882.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Då i saknad af lämpliga instrument hittills icke någon tillfredsställande bestämning af polhöjden för Upsala observatorium kunnat erhållas och frågan härom af angifvet skäl allt för länge blifvit undanskjuten, beslöts ändtligen i slutet af 1870-talet, oaktadt bristen på egna instrumentala hjelpmedel ännu var lika stor som förut, att göra några ansträngningar för erhållande af en någorlunda tidsenlig ny bestämning af i fråga varande konstant. Redan innan jag såsom amanuens blifvit fästad vid institutionen, vidtalades jag af observatoriets nuvarande föreståndare professor SCHULTZ att utföra i fråga varande arbete med en för ändamålet från K. Vet.-Akad. i Stockholm lånad vertikalcirkel af äldre konstruktion. Det framställda förslaget erhöll för mig sitt intresse genom den på senare tider väckta frågan om den möjliga tillvaron af polhöjdsvariationer, då jag genom mitt arbete kunde hoppas att få lemna ett bidrag till denna fråga. Sedan emellertid en preliminär undersökning af Vet.-Akad:ns vertikalcirkel samt zenitalmätningar, som med den samma utfördes under början af hösten 1880, visat, att detta instrument icke var för ändamålet lämpligt, möjliggjordes värkställandet af polhöjdsbestämningen därigenom, att professor ROSÉN till observatoriets förfogande benäget ställde ett Generalstaben tillhörigt och fullt tidsenligt universalinstrument. För att vinna visshet, att intet betydande konstant fel skulle kvarstå i den med detta instrument värkställda polhöjdbestämningen, upptog jag senare med nöje professor ROSÉNS förslag, att, till vinnande af kontroll, med ett Generalstaben tillhörande passageinstrument af aktningsvärda dimensioner äfven utföra en polhöjdsbestämning i första vertikalen.

1.

Det instrument, med hvilket följande bestämning utfördes, är ett modernt universalinstrument af Repsold & Söhne. Följande anmärkningar om det samma må här finna en plats. Instrumentets vertikala axel utgöres af en stark cylinder, från hvars öfre ända utgå tvenne armar, slutande med axellagren. I dessa hvilar den horisontela axeln på hvars midt tubröret är fästadt. Den vertikala cirkeln, hvilkens diameter är 30 centimeter, är med friktion vridbar kring nämda axel, så att man kan ändra dess zenitpunkt efter behag. Graderingen är i afseende på streckens form och skärpa af utmärkt beskaffenhet. Afståndet mellan två på hvarandra följande streck är 4′. För afläsning af cirkeln tjena två mikroskop, fästade i motsatta ändar af en bärare, som med tvenne starka skrufvar fastsättes vid instrumentet. Två gängor af mikroskopskrufvarna motsvara i det närmaste 4′. Mikroskoptrummorna äro delade i sextio minsta delar, hvarför således hvar och en sådan kommer att motsvara ungefär 2″. Instrumentets optiska axel är genom ett prisma bruten, så att okuläret befinner sig i ena ändan af den horisontela axeln, hvarmed den stora fördelen är vunnen, att iakttagarens öga vid alla inställningar bibehåller samma läge. I detta prisma har man sannolikt att söka orsaken till instrumentets jemförelsevis stora böjningskonstant, hvilken för öfrigt möjligen kunde vara underkastad märkbara vexlingar. Objektivets diameter är 62 millimeter. Den använda förstoringen var 60 gånger. Bilderna äro väl definierade, men något svaga, ett förhållande, som i någon mån motvärkades genom användning af röd fältbelysning. Det använda uret var Observatoriets Graham-Kesselska stjärntidspendel.

2.

Vid fastställandet af planen för iakttagelserna hade man naturligen att göra afseende på instrumentets beskaffenhet. Sålunda gjorde t. ex. ovissheten om böjningskonstantens oföränderlighet önskligt, att genom själfva anordningen af mätningarna eliminera denna konstant. Härvid må erinras om följande förhållanden. Låt a' och a'' samt z' och z'' betyda azimuter och zenitafstånd för tvenne stjärnor samt φ' och φ'' motsvarande polhöjdsvärden; antag vidare att $\Delta z'$ och $\Delta z''$ äro små fel i zenitafstånden samt $\Delta\varphi'$ och $\Delta\varphi''$ motsvarande fel hos φ' och φ''. Då gälla följande formler.

$$\Delta\varphi' = \frac{1}{\cos a'} \cdot \Delta z'$$

$$\Delta\varphi'' = \frac{1}{\cos a''} \cdot \Delta z''$$

af hvilka man ser, att

$$\Delta\varphi'' + \Delta\varphi' = o$$

om

$$a'' = 180° + a' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

samt

$$\Delta z'' = \Delta z' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

Om nu

$$\left.\begin{array}{l}\Delta z' = \text{en funktion af } z' \\ \Delta z'' = \text{samma funktion af } z''\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots 3$$

kan vilkoret 2 ersättas af vilkoret

$$z' = z'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$$

Under förutsättning af vilkoren 1 3 4 blir således kvantiteten $\frac{\varphi' + \varphi''}{2}$ fri från inflytandet af felen $\Delta z'$ och $\Delta z''$. Uppmätas således zenitafstånden för tvenne stjärnor, hvilka äro nära lika aflägsna från zenit och hvilkas azimuter skilja sig på ungefär 180° och förbindas de ur dessa båda mätningar erhållna polhöjdsvärdena till *ett* resultat samt man antager, att böjningen är en funktion af zenitafståndet, hvilkens värde åtminstone under tiden för de båda mätningarna endast vexlar med detta, så kommer tydligen böjningens inflytande på mediet att vara nära lika med noll. Det samma gäller under lika förutsättningar om refraktionen, samt äfven om de lagbundna delningsfelen, för så vidt cirkelns zenitpunkt under båda mätningarna varit den samma. I öfverensstämmelse härmed antogs som regel, att med en iakttagelse af α Ursæ min., hvilkens azimut endast föga vexlar kring 180°, förbinda en omedelbart följande eller föregående och för samma zenitpunkt utförd iakttagelse af en söder om zenit kulminerande stjärna, hvilkens zenitafstånd var nära lika med den förras. I ett polhöjdsresultat, som på detta sätt erhölles, skulle emellertid de tillfälliga delningsfelen kvarstå. För att göra sig fri från dessa hade man att förställa cirkeln och utföra mätningar för en mängd olika zenitpunkter. Det naturligaste var att fördela dessa likformigt på cirkelns halfva omkrets. Genom en sådan anordning hade man dessutom ett ytterligare medel, att ur slutresultatet eliminera periodiska delningsfel.

Af följande tillnärmelseformler

$$\frac{d\varphi}{dt} = p.\sin 1''.\sin t$$

$$\frac{d\varphi}{dp} = -\cos t$$

i hvilka φ betyder polhöjden, p och t polafståndet och timvinkeln för en stjärna, hvilken är föga aflägsen från polen, synes, att man genom att fördela iakttagelserna af *α* Ursæ min. på punkter af dess dagliga bana, hvilka två och två äro diametralt motsatta, kan göra sig oberoende så väl af deklinations- och rektascentionsfel för den samma som af ett genomgående konstant fel i urstånden. Af den förra af formlerna ser man äfven, att ett fel i allmänhet i urståndet är af mindre betydelse ju närmare meridianen polstjärnan vid iakttagelsen är. Med fästadt afseende härvid utvaldes ur den bekanta katalogen »Mittlere und scheinbare Oerter von 539 Sternen» sex stjärnor att förbindas med *α* Ursæ min., nemligen:

Stjärnans namn	Rektasc. 1881
	t
δ Andromedæ	0,5
α Trianguli	1,8
o Persei	3,6
43 Comæ	13,1
ϱ Bootis	14,5
β Coronæ	15,4

För hvar och en af dessa uppsattes sex olika zenitpunkter, hvilka i nedanstående skema finnas angifna.

α Ursæ min. —	δ Andromedæ	0°	30°	60°	90°	120°	150°
» » » —	α Trianguli	5	35	65	95	125	155
» » » —	o Persei	10	40	70	100	130	160
» » » —	43 Comæ	15	45	75	105	135	165
» » » —	ϱ Bootis	20	50	80	110	140	170
» » » —	β Coronæ	25	55	85	115	145	175

Inom hvarje enskild iakttagelse bestämde jag mig för tolf enkla inställningar: först tre för ett visst cirkelläge, derefter sex för det motsatta och slutligen åter tre för det första läget af cirkeln. För eliminerande af fel i rektascension och urstånd voro dessa inställningar, hvad de sydliga stjärnorna beträffade, så likformigt som möjligt att fördela på båda sidor om meridianen.

Föreliggande plan för iakttagelserna genomfördes också fullständigt, så när som därpå, att den iakttagelse af *o* Persei, som skulle svara mot zenitpunkten 130°, icke erhölls, emedan kvällarna hade blifvit för ljusa. I stället gjordes en mot denna zenitpunkt svarande iakttagelse af 43 Comæ.

3.

Beräkningen af reduktionen till meridianen för de sydliga stjärnornas zenitafstånd utfördes enligt den välkända formeln

$$\varphi - \delta - z = - A \cdot \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''} + B \cdot \frac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$$

i hvilken

$$A = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin (\varphi - \delta)}$$

$$B = A^2 \,.\, \cot (\varphi - \delta)$$

Den tredje termen af den serie, hvars båda första termer innehållas i högra ledet af denna formel, är

$$\left\{\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin (\varphi - \delta)}\right\}^3 (1 + 3 \cot^2 (\varphi - \delta) \cdot \tfrac{2}{3} \frac{2 \sin^6 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$$

och uppgår för $\varphi = 60°$, $\delta = 30°$, $t = 20^m$ blott till 0″,01. Emedan den iakttagna stjärnans timvinkel sällan och då blott föga öfverstigit 20^m, har denna term lemnats ur räkningen. Kvantiteterna lg$A$ och B beräknades för hvarje stjärna en gång för alla. Lg $\frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$ och $\frac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$ hafva hemtats från ALBRECHTS »Formeln und Hülfstafeln zur geogr. Ortbestimmung». Termen $B \frac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}$ erhölls bekvämt ur tabeller, som för hvarje särskild stjärna öfver den samma upprättades.

Reduktionen af polstjärnans zenitafstånd utfördes enligt den bekanta formeln

$$\varphi = 90^\circ - z - p \cos t + \frac{p^2}{p_0^2} M_0 \sin {}^2 t + \frac{p^3}{p_0^3} N_0$$

i hvilken

$$M_0 = \tfrac{1}{2} p_0^2 \sin 1'' \operatorname{tg} \varphi$$
$$N_0 = \tfrac{1}{6} p_0^3 \sin {}^2 1'' (1 + 3 \operatorname{tg} {}^2 \varphi) \sin {}^2 t \cos t$$

Siffervärdena för $\frac{p^2}{p_0^2}$, $\frac{p^3}{p_0^3}$, M_0, N_0 äro hämtade ur ALBRECHTS ofvannämnda arbete. Den term af fjärde ordningen, som rätteligen skulle tillfogas högra membrum af den anförda reduktionsformeln, är i samma bok (sid. 29) underkastad en diskussion, hvilken visar, att denna term som för $t = 0^\circ$ eller $t = 180^\circ$ är lika med noll, har två maximivärden, nemligen

0'',039 för $t = 90^\circ$, 270°
0'',035 för $t = 40^\circ$, 140°, 220°, 320°

i båda fallen förutsatt, att

$$p = p_0 = 4680''$$
$$\varphi = 60^\circ$$

För alla hithörande iakttagelser af α Ursæ min. skiljer sig t från 0^t eller 12^t med en kvantitet, som vexlar mellan 0 timmar och ett maximum af något öfver 3 timmar. Det är således tydligt, att invärkan af denna term å hvarje enskildt polhöjdsresultat icke blir större än omkring 0'',03, och att dess inflytande på slutresultatet blir ännu mindre, hvarför den icke heller blifvit vid räkningen medtagen. Hvad slutligen beräkningen af själfva zenitafstånden beträffar, må anmärkas, att den horisontela axelns lutning och kollimationen på grund af deras litenhet lemnats utan afseende, samt att refraktionen blifvit hemtad ur de Besselska tabeller, som i ALBRECHTS meranämda arbete finnas.

4.

För bestämmande af värdet på en skaladel af den nivå, som är förenad med mikroskopbäraren utfördes 1880 Dec. 12 några mätningar. Medelst vridning af en af instrumentets fotskrufvar fördes nivåblåsan åt ena sidan af röret; ett aflägset terrestert märke inställdes midt emellan tubens horisontela hår och hvardera mikroskopets hår inställdes öfver delstreck på cirkeln. Sedan nivån och mikroskopen blifvit aflästa, fördes blåsan genom vridning af fotskrufven åt nivårörets andra sida. Det terrestra märket inställdes å nyo mellan tubens horisontela hår och mikroskopens hår öfver samma delstreck på cirkeln, hvarefter nivån och mikroskopen åter aflästes. På detta sätt erhölls 1″,76 såsom värde på en nivådel. Detta resultat var emellertid att betrakta såsom ofullkomligt, emedan mätningarne utfördes på ett enda ställe af hvardera mikroskopskrufven. Det var äfven min mening att efter iakttagelsernas slut fullständiga det samma genom dylika mätningar med andra delar af skrufvarna. Men denna afsigt blef aldrig förvärkligad, emedan instrumentet skulle återlemnas. Jag fann mig derföre hänvisad att såsom reduktionskonstant för nivåafläsningarne använda 1″,63, hvilket värde på en nivådel professor Rosén meddelade. Här må i förväg nämnas, att en osäkerhet i värdet af en nivådel är af ringa inflytande på det slutliga polhöjdsresultatet; ty betecknas detta med φ och med r värdet af en nivådel, så fås af de nedan meddelade nivårättelserna

$$\frac{d\varphi}{dr} = + 0{,}36,$$

en obetydlig koëfficient, emedan man säkert torde kunna antaga att dr icke är större än omkring 0″,1.

Undersökningar af medelvärdet för en del på mikroskoptrummorna företogos 1880 Dec. 12, 1881 Jan. 15 och 1881 April 6. Dessa utfördes så, att afståndet mellan två på hvarandra följande streck af cirkeln uppmättes på olika öfver densamma likformigt fördelade ställen och med olika ekvidistanta delar af skrufvarna. Resultaten af dessa mätningar finnas i nedanstående tabeller. Första kolumnen angifver med vanlig beteckning på ett ungefär mikroskopafläsningarna för de båda strecken, andra, fjärde och sjette kolumnerna de punkter af cirkeln, vid hvilka mätningarna värkställdes, samt tredje, femte och sjunde sjelfva de uppmätta afstånden, uttryckta i mikroskoptrummornas minsta delar.

Mikroskop I.

	1880 Dec. 12.		1881 Jan. 15.		1881 April 6.	
r r						
8.00 — 0.00	360°	121,3	350°	120,1	340°	120,2
8.10 — 0.10	330	119,3	320	119,8	10	119,9
8.20 — 0.20	300	120,0	290	119,5	40	119,9
8.30 — 0.30	270	120,0	260	120,0	70	119,5
8.40 0.40	240	120,2	230	119,8	100	120,1
8.50 — 0.50	210	119,2	200	120,0	130	120.5
9.00 — 1.00	180	119.7	170	119,6	160	119,9
9.10 — 1.10	150	119,0	140	119,6	190	119,5
9.20 — 1.20	120	119,7	110	119,8	220	119,5
9.30 — 1 30	90	119,5	80	119,9	250	119,7
9.40 — 1.40	60	119,8	50	119,9	250	119,5
9.50 — 1.50	30	120,9	20	119,7	310	120,2

Mikroskop II.

	1880 Dec. 12.		1881 Jan. 15.		1881 April 6.	
r r						
8.00 — 0.00	180°	119.5	170°	119,9	160°	120,0
8.10 — 0.10	150	*120,2	140	119,4	190	119,4
8.20 — 0.20	120	120,1	110	120,4	220	119,9
8.30 — 0.30	90	119,4	80	120,2	250	120,9
8.40 — 0.40	60	120,1	50	119,7	280	119,5
8.50 — 0.50	30	119,2	20	120,0	310	120,0
9.00 — 1.00	360	119,7	350	119,9	340	119,7
9.10 — 1.10	330	118,9	320	120.1	10	120,3
9.20 — 1.20	300	119,8	290	119,9	40	120,1
9.30 — 1.30	270	119,2	260	119,9	70	119,8
9.40 — 1.40	240	120,1	230	120,0	100	120,0
9.50 — 1.50	210	119,7	200	120,1	130	119,7

Tagas medeltal af de i tredje, femte och sjunde kolumnerna af ofvanstående tabeller innehållna talen, så fås medelvärdet på afståndet mellan två på hvarandra följande delstreck (=4') uttryckt i medelvärdena af mikroskoptrummornas minsta delar såsom följer.

	1880 Dec. 12.	1881 Jan. 15.	1881 April 6.	Medel-tal.
Mikroskop I	119,88	119,81	119,87	119,85
Mikroskop II	119,66	119,93	119,84	119,84

Emedan denna tabell icke visar någon bestämd vexling hos de där förefintliga talen, har jag såsom gällande för hela iakttagelseföljden antagit de värden på en del af mikroskoptrummorna, som fås af de i samma tabells femte kolumn angifna medeltalen, nemligen för

Mikroskop I $2'' + 0'',0025$

Mikroskop II $2'' + 0'',0027$

Fel i dessa kvantiteter äro för öfrigt för slutresultatet af ingen betydelse, emedan en afläsning åt ena sidan om mikroskopets nollpunkt är lika sannolik som en lika stor afläsning åt den andra, särskildt därföre, att jag under iakttagelserna afsigtligt sökte fördela afläsningarna på båda sidor om nollpunkterna. För skrufvarnas ojemnheter, hvilka äro mycket små, har jag ej rättat iakttagelserna, utan betraktat de till följd häraf möjliga felen såsom tillfälliga. Hvad instrumentets öfriga konstanter beträffar, är redan nämdt, att kollimationen och den horisontela axelns lutning af angifvet skäl icke tagits med i räkningen. Böjnings- och delningsfel komma i det följande att behandlas.

De för beräkning af refraktionen behöfliga barometertrycken erhöllos genom anbringande af rättelsen $+0''',3$ till dem, som fås ur den härvarande meteorologiska anstaltens dagböcker. Denna rättelse svarar mot höjdskilnaden mellan den använda barometerns och instrumentets nivå. Temperaturen aflästes strax före och efter hvarje iakttagelse på en omedelbart utanför meridianrummets södra lucka anbragt termometer, hvars rättelse var — 0°,3. Från observatoriets dagbok öfver det använda urets stånd har jag hemtat följande tabell, af hvilken första kolumnen innehåller datum, den andra den stjärntid, vid hvilken uret hade det i tredje kolumnen angifna ståndet.

Tabell öfver iakttagelseurets stånd.

	Stjärn-tid.	Stånd.		Stjärn-tid.	Stånd.
	t	s		t	s
1880 Dec. 11	2	+17,77	1881 Febr. 27	4	+ 9,97
» » 14	1	+17,05	» Mars 3	7	+10,06
» » 16	4	+16,87	» » 7	7	+10,78
» » 18	2	+16,56	» » 11	7	+ 9,55
» » 22	2	+15,98	» » 13	7	+ 9,13
» » 28	23	+14,02	» » 16	18	+ 8,89
1881 Jan. 3	0	+13,02	» » 22	6	+ 6,51
» » 4	19	+12,16	» » 27	5	+ 5,12
» » 12	1	+12,08	» » 30	17	+ 3,99
» » 18	2	+13,05	» April 1	18	+ 3,80
» » 22	18	+13,99	» » 4	19	+ 4,10
» » 25	9	+14,01	» » 7	20	+ 3,84
» Febr. 7	2	+10,75	» » 10	8	+ 3,90
» » 20	4	+ 9,99			

Värdena på kvantiteterna lg$A$ och B för de olika stjärnorna beräknades under antagande af $\varphi = 59° 51' 30''$ och finnas anförda i nedanstående tabell.

Stjärnans namn.	lg$A$	B
δ Andromedæ	9.94314	1,35
α Trianguli	9.93261	1,23
o Persei	9.95881	1,56
43 Comæ	9.92820	1,18
ϱ Bootis	9.94923	1,43
β Coronæ	9.93697	1,28

Vid beräkningen af iakttagelserna af α Ursæ min. har användts

$$\lg M_0 = 1.96114$$

Hvad stjärnorterna beträffar, äro de samtligen hemtade ur »Mittlere und Scheinbare Oerter von 539 Sternen» för 1880 och 1881. På de orter, som äro tagna ur katalogen för 1880, äro de i samma katalog under rubriken »Corr» angifna rättelserna anbragta. I följande tabell har jag sammanställt de för hvarje iakttagelse behöfliga reduktionskonstanter, som dag för dag vexla. Första kolumnen innehåller stjärnans namn, den andra datum, den tredje zenitpunkten för iakttagelsen (M), den fjärde deklinationen (δ), den femte rektascensionen (α), den sjette iakttagelseurets stånd (γ) för midten af iakttagelsen, den sjunde barometerhöjden (b), reducerad till noll grader Celsius, den åttonde lufttemperaturen (ι) uttryckt i Celsiska grader. Till dessa barometer- och termometerangifvelser äro motsvarande rättelser redan fogade.

Stjärnans namn.	Datum.	M	δ	α	γ	b	ι
		°	° ′ ″	t m s	s	‴	
δ Andr.	1880 Dec. 16	0	30 12 50,96	0 32 59,4	+16,9	747,6	—10,4
	» » 18	30	50,93	59,3	+16,6	59,7	—14,9
	» » 22	60	50,81	59,3	+16,0	50,0	—13,0
	1881 Jan. 4	90	50,13	59,1	+12,2	52,9	+ 2,2
	» » 5	120	50,06	59,1	+12,1	70,9	— 4,3
	» » 16	150	49,05	58,9	+12,7	48,7	—18,0
α Triang.	1880 Dec. 14	5	29 0 8,32	1 46 19,9	+17,0	747,1	—10,8
	» » 16	35	8,36	19,8	+16,9	47,9	—11,3
	» » 18	65	8,40	19,8	+16,6	59,9	—15,4
	1881 Jan. 5	95	8,22	19,7	+12,1	72,0	— 4,9
	» » 23	125	7,27	19,4	+14,0	58,7	—14,1
	» » 25	155	7,12	19,4	+14,0	49,3	— 3,8
o Persei	1880 Dec. 14	10	31 54 44,40	3 36 54,0	+17,0	748,4	—12,7
	» » 16	40	44,53	54,0	+16,9	48,0	—14,1
	1881 Jan. 4	70	45,46	53,9	+12,2	56,5	— 0,1
	» » 6	100	45,53	53,9	+12,1	67,0	— 4,5
	» » 26	160	45,79	53,7	+13,8	52,5	— 2,1
43 Comæ	1880 Dec. 17	15	29 28 39,63	13 6 19,5	+16,7	755,0	—16,6
	1881 Jan. 5	45	35,52	20,2	+12,1	74,3	— 7,8
	» Mars 22	75	34,24	22,2	+ 6,4	51,4	—11,8
	» » 23	105	34,38	22,2	+ 6,1	53,4	—11,8
	» » 28	135	35,12	22,2	+ 4,7	49,0	— 4,3
	» » 30	165	35,43	22,2	+ 4,0	48,9	— 9,0
	» » 31	130	35,59	22,2	+ 3,9	56,3	— 9,2

Stjärnans namn.	Datum.	*M*	*δ*	*α*	*γ*	*b*	*τ*
		°	° ′ ″	t m s	s	‴	°
ϱ Bootis	1881 Mars 23	20	30 53 18,88	14 26 44,8	+ 6,1	752,9	—12,0
	» » 28	50	19,61	44,8	+ 4,7	49,5	— 4,8
	» » 31	80	20,10	44,9	+ 3,9	57,0	—10,7
	» April 4	110	20,78	45,0	+ 4,1	59,7	— 6,8
	» » 8	140	21,54	45,0	+ 3,9	69,3	— 4,7
	» » 9	170	21,72	45,0	+ 3,9	68,0	— 4,7
β Coronæ	1881 Mars 23	25	29 30 39,21	15 22 57,8	+ 6,1	752,4	—12,1
	» » 30	55	40,07	57,9	+ 4,0	48,9	—11,2
	» April 4	115	40,80	58,0	+ 4,1	59,6	— 7,3
	» » 7	85	41,28	58,1	+ 3,8	71,3	—11,0
	» » 8	145	41,45	58,1	+ 3,9	69,2	— 5,1
	» » 9	175	41,62	58,1	+ 3,9	68,2	— 5,5
α Ursæ min.	1880 Dec. 14	5	88 40 51,65	1 15 41,7	+17,0	747,7	—10,5
	» » 14	10	51,66	41,6	+17,0	48,6	—14,1
	» » 16	0	52,06	40,3	+16,9	47,7	— 9,8
	» » 16	35	52,08	40,3	+16,9	48,1	—12,8
	» » 16	40	52,10	40,2	+16,9	47,9	—13,8
	» » 17	15	52,39	39,2	+16,7	54,3	—15,3
	» » 18	30	52,50	38,7	+16,7	59,6	—14,8
	» » 18	65	52,52	38,7	+16,6	60,0	—16,1
	» » 22	60	53,22	35,1	+16,0	50,0	—13,1
	1881 Jan. 4	90	54,95	24,1	+12,2	52,1	+ 2,7
	» » 4	70	54,95	24,0	+12,2	57,3	— 0,9
	» » 5	120	54,99	23,1	+12,1	70,1	— 3,9
	» » 5	95	54,99	23,1	+12,1	72,3	— 5,8
	» » 5	45	55,01	22,6	+12,1	74,5	— 7,8
	» » 6	100	55,05	22,0	+12,1	66,6	— 4,6
	» » 16	150	55,41	13,4	+12,7	48,7	—16,9
	» » 23	125	55,08	6,8	+14,0	58,6	—14,4
	» » 25	155	54,99	5,2	+14,0	49,1	— 3,1
	» » 26	160	54,95	15 4,4	+13,8	52,4	— 1,4
	» Mars 22	75	43,42	14 30,0	+ 6,4	51,3	—11,7
	» » 23	105	43,15	29,8	+ 6,2	53,6	—11,4
	» » 23	20	43,12	29,8	+ 6,1	53,1	—11,8
	» » 23	25	43,10	29,8	+ 6,1	52,0	—11,8
	» » 28	135	41,65	28,6	+ 4,7	48,8	— 4,3

Stjärnans namn.	Datum.	*M*	*δ*	*α*	*γ*	*b*	*τ*
		°	° ′ ″	t m s	s	‴	°
α Ursæ min.	1881 Mars 28	50	88 40 41,63	1 14 28,6	+ 4,7	749,2	— 4,5
	» » 30	165	40,97	28,4	+ 4,0	48,7	— 8,4
	» » 30	55	40,95	28,4	+ 4,0	48,7	—10,6
	» » 31	130	40,63	28,4	+ 3,9	55,7	— 8,5
	» » 31	80	40,61	28,4	+ 3,9	56,7	—10,2
	» April 4	110	39,38	28,6	+ 4,1	59,8	— 6,3
	» » 4	115	39,34	28,6	+ 4,1	59,5	— 7,4
	» » 7	85	38,51	28,7	+ 3,8	71,2	—10,5
	» » 8	140	38,23	28,7	+ 3,9	69,2	— 4,4
	» » 8	145	38,19	28,7	+ 3,9	69,1	— 5,5
	» » 9	170	37,93	28,7	+ 3,9	67,8	— 4,3
	» » 9	175	37,89	28,7	+ 3,9	68,4	— 5,7

5.

Själfva iakttagelserna äro anförda i nedanstående tabeller. Första kolumnen innehåller urtiderna för inställningarna, den andra cirkelafläsningarna, den tredje och fjärde nivårättelser och rättelser för refraktion, den femte lemnar reduktionen till meridian för de sydliga stjärnorna och reduktionen till polen för polstjärnan, den sjette innehåller de reducerade cirkelafläsningarna. Öfver hvarje till en fullständig iakttagelse hörande talgrupp står datum och zenitpunkt. De tre första raderna inom hvarje grupp gälla liksom de tre sista, hvad de sydliga stjärnorna beträffar, cirkelläget venster (*v*) de sex mellanliggande cirkelläget höger (*h*). För polstjärnan är förhållandet omvändt. Vid *δ* Andromedæ 1880 Dec 16 0° och *α* Ursæ min. 1880 Dec. 14 5° finnes detta antydt.

δ Andromedæ.

1880 Dec. 16 0°.

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
0 16 23,8	330 11 51,79	—3,17	35,28	7 37,23	330 18 50,57
19 37,2	14 34,29	− 3,17	22	4 54,63	50,53
21 42,0	16 0,10	--2,84	19	3 28,53	50,60
25 54,5	29 36 43,85	—0,08	14	1 19,62	29 35 59,29
29 36,0	35 42,37	−0,00	12	0 16,64	60,85
32 59,0	35 28,16	+0,73	11	0 0,13	63,87
35 49,0	35 42,38	+0,32	12	0 16,64	61,18
38 19,0	36 19,33	+0,24	13	0 54,17	60,53
40 47,5	37 20,00	+0,08	16	1 52,48	62,76
44 41,6	330 15 22,56	—2,51	20	4 7,12	330 18 51,97
47 56,2	12 49,76	—2,60	25	6 38,63	50,54
0 50 46,8	10 5,15	—2,60	32	9 20,92	48,15

1880 Dec. 18 30°.

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
0 13 17,4	0 11 56,09	—1,46	36,55	10 47,55	0 22 5,63
16 13,1	14 57,12	—0,65	48	7 47,44	7,43
18 47,3	17 8,69	—0,16	43	5 33,36	5,46
23 50,5	59 40 58,78	+1,70	35	2 15,44	59 39 21,39
26 39,0	39 48,49	+1,70	31	1 3,28	23,22
30 52,0	38 51,21	+1,05	29	0 5,86	22,69
34 40,0	38 52,41	+1,05	29	0 6,58	23,17
37 27,0	39 24,46	+0,97	30	0 38,66	23,07
40 6,5	40 18,83	+0,08	33	1 34,20	21,04
45 13,7	0 18 13,56	—1,62	40	4 29,49	0 22 5,03
48 2,4	15 58,20	—0,08	46	6 43,87	5,53
0 51 10,5	12 58,38	+0,08	52	9 45,43	7,37

1880 Dec. 22 60°.

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
0 13 53,3	30 10 37,59	+1,05	35,81	10 9,04	30 20 11,87
18 13,7	14 45,81	+1,38	72	6 1,16	12,63
20 40,0	16 33,84	+2,11	67	4 10,01	10,29
25 23,0	89 38 23,29	+0,16	61	1 32,72	89 37 26,34
28 23,0	37 25,21	—0,08	58	0 32,42	28,29
32 50,0	36 54,07	—1,05	57	0 0,02	28,57
35 16,0	37 5,88	—0,88	58	0 11,16	29,42
38 33,9	37 52,65	- 1,13	59	0 58,80	28,31
41 20,5	39 2,34	—1,13	62	2 7,90	28,93

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
0 46 29,5	30 15 21,15	+ 0,16	35,70	5 26,07	30 20 11,68
50 31,4	11 42,68	+ 0,08	78	9 4,35	11,63
0 53 8,1	8 51,46	+ 0,48	86	11 55,13	11,21

1881 Jan. 4 90°.

0 13 40,0	60 11 11,04	— 8,06	33,98	10 27,35	60 20 56,35
17 17,4	14 44,92	— 8,06	91	6 52,51	55,46
20 55,7	17 35,91	— 7,90	84	4 1,71	55,88
25 5,5	119 39 18,55	+ 2,84	78	1 41,82	119 38 13,35
28 57,0	38 6,05	— 2,11	75	0 25,29	12,40
32 34,0	37 42,72	— 1,70	74	0 0,08	14,68
36 59,0	38 11,66	— 1,54	75	0 30,41	13,46
39 50,3	39 9,04	— 1,86	77	1 25,74	15,21
43 43,7	41 10,09	— 1,70	84	3 26,20	16,03
48 7,7	60 14 51,32	— 5,53	91	6 44,84	60 20 56,72
50 54,2	12 11,92	— 5,70	33,94	9 25,01	57,29
0 55 5,7	7 23,95	— 7,09	34,08	14 13,84	56,62

1881 Jan. 5 120°.

0 12 54,4	90 11 24,96	— 4,64	35,65	11 18,16	90 22 2,83
15 22,0	14 1,26	— 4,31	59	8 42,11	3,47
18 24.2	16 46,06	— 4,23	53	5 55,54	1,84
22 11,5	149 41 51,24	+ 2,60	45	3 13,04	149 39 16,25
26 1,5	40 0,20	+ 0,80	41	1 18,65	17,76
31 9,0	38 46,80	+ 0,24	38	0 4,60	17,82
35 40,5	38 56,92	+ 1,38	38	0 14,40	19,28
38 37,0	39 41,87	+ 0,56	40	0 58,60	19,23
41 28,7	40 52,86	+ 0,80	43	2 10,13	18,96
45 47,0	90 17 50,04	— 4,07	50	4 50,68	90 22 1,15
48 24,2	15 41,78	— 4,07	55	6 59,37	1,59
0 51 44,5	12 23,33	— 4,15	63	10 17,14	0,69

1881 Jan. 16 150°.

0 12 34,3	120 10 52,51	+ 0,73	36,48	11 40,22	120 21 56,98
15 59,3	14 28,18	— 0,24	39	8 3,89	55,44
19 5,0	17 11,78	+ 0,08	33	5 22,14	57,67
24 5,5	179 40 48,55	+ 0,73	25	2 9,64	179 39 15,89
26 40,0	30 40,57	+ 0,73	22	1 4,15	13,37
30 26,0	3 45,60	+ 0,88	20	0 9,40	13,28

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
0 33 52,0	179 38 38,09	+ 1,86	36,20	0 2,07	179 39 14,08
36 38,5	39 3,12	+ 2,27	21	0 25,82	15,78
39 58,3	40 5,61	+ 2,19	23	1 29,30	14,73
45 13,8	120 18 4,96	+ 1,46	31	4 27,06	120 21 57,17
48 5,3	15 49,29	+ 1,38	37	6 43,35	57,65
0 51 39,5	12 18,93	+ 0,73	45	10 12,60	55,81

α Trianguli.

1880 Dec. 14 5°.

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
1 29 11,0	333 57 48,83	+ 3,34	37,09	7 57,06	334 5 12,14
32 18,0	60 28,84	+ 3,26	37,02	5 17,29	12,37
34 23,5	61 57,55	+ 3,26	36,98	3 48,19	12,02
38 32,2	35 48 49,06	— 2,93	93	1 34,82	35 47 48,24
42 23,0	47 37,97	— 2,93	89	0 22,58	49,35
44 55,0	47 17,65	— 4,40	88	0 2,15	47,98
47 35,0	47 19,95	— 4,40	89	0 3,96	48,48
50 17.5	47 44,88	— 3,91	89	0 30,27	47,59
53 35,0	48 50,26	— 3,99	93	1 35,41	47,79
1 58 12,0	333 61 37,43	+ 2,51	36,99	4 7,96	334 5 10,91
2 0 38,0	59 50,39	+ 2,19	37,03	5 57,01	12,56
2 6 20,5	54 14,36	+ 2,19	37,16	11 29,99	9,38

1880 Dec. 16 35°.

1 28 54,0	3 57 54,44	—0,80	37,20	8 13,19	4 5 29,63
31 43,5	60 23,13	—1,38	14	5 44,34	28,95
35 39 5	63 6,83	—0,97	07	3 1,33	30,12
39 18,5	65 48 45,56	+1,21	03	1 16,35	65 48 7,45
42 19,0	47 53,69	+0,32	00	0 23,96	7,05
44 55,0	47 34 37	—0,88	00	0 2,15	8,34
48 18,0	47 40,28	—0,73	00	0 8,52	8,03
51 42,0	48 24,53	—0,08	02	0 53,69	7,78
53 51,0	49 14,90	+0,08	04	1 42,26	9,76
1 57 48,2	3 62 13,88	—1,86	09	3 52,05	4 5 26,98
2 0 30,5	60 16,12	—1,46	14	5 50,93	28,45
2 3 34,4	57 32,52	—0,97	21	8 35,05	29,39

1880 Dec. 18 65°.

h m s	° ' ''	''	''	' ''	° ' ''
1 27 58,7	34 0 29,84	+0,80	38,41	9 7,77	34 8 60,00
30 58,2	3 16,45	+0,97	34	6 21,77	60,85
34 9,0	5 40,03	+1,30	28	3 57,94	60,99
38 48,5	95 52 26,13	+1,05	22	1 28,21	95 51 37,19
41 36,0	51 33,87	+0,56	20	0 33,34	39,29
44 5,5	51 7,03	+0,56	19	0 6,47	39,31
47 25,0	51 2,72	+1,46	19	0 3,12	39,25
49 58,0	51 26,96	+1,46	20	0 25,75	40,87
53 24,5	52 30,04	+0,97	22	1 30,91	38,32
1 58 15,5	34 5 30,02	−0,08	29	4 10,15	34 8 61,80
2 1 14,5	3 11,54	−0,08	34	6 27,09	60,21
2 4 53,9	33 59 43,58	−1,21	43	9 55,30	59,24

1881 Jan. 5 95°.

h m s	° ' ''	''	''	' ''	° ' ''
1 25 53,8	63 56 59,18	−4,56	37,56	11 25,71	64 7 42,77
28 47,5	60 1,50	−4,64	48	8 23,95	43,33
32 7,0	62 55,01	−5,04	41	5 29,47	42,03
35 35,3	125 52 46,66	+3,17	36	3 6,55	125 50 20,64
38 34,8	51 19,07	+1,86	33	1 35,70	22,54
41 44,7	50 14,96	+0,80	30	0 32,28	20,78
46 1,0	49 43,72	+0,56	28	0 0,02	21,54
48 47,5	49 54,34	+1,38	29	0 11,94	21,07
52 23,0	50 49,01	+1,54	31	1 5,79	22,07
1 56 47,8	63 65 12,40	−4,31	34	3 11,23	64 7 41,98
2 0 34,3	62 32,49	−4,80	42	5 50,20	40,47
2 3 31,0	59 54,79	−4,88	49	8 27,15	39,57

1881 Jan. 23 125°.

h m s	° ' ''	''	''	' ''	° ' ''
1 25 59,2	94 0 1,80	−1,62	38,21	11 17,15	94 10 39,12
28 11,2	2 20,17	−1,46	15	8 57,45	38,01
30 39,5	4 39,85	−1,46	09	6 39,58	39,88
34 47,2	155 56 11,01	+3,34	38,01	3 34,58	155 53 17,78
38 41,0	54 10,66	+3,09	37,96	1 32,20	19,51
42 42,0	52 58,87	+1,95	93	0 19,32	19,43
48 1,0	52 46,45	+1,78	93	0 6,24	19,92
52 0,4	53 38,92	+1,46	95	0 58,84	19,49
1 54 42,0	54 44,70	+1,30	37,98	2 4,56	19,42

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
2 0 51,5	94 5 14,09	—3,01	38,08	6 6,03	94 10 39,03
4 9,5	2 9,25	—1,70	16	9 7,36	36,75
2 7 15,3	93 58 46,10	—1,95	38,24	12 30,32	36,23

1881 Jan. 25 155°.

1 28 27,5	124 3 32,67	—8,71	36,25	8 41,31	124 11 29,02
31 23,0	6 9,86	—9,12	19	6 2,99	27,54
33 42,8	7 56,40	—9,52	14	4 17,21	27,95
37 11,0	185 55 38,87	+4,88	10	2 13,29	185 54 6,56
39 57,5	54 29,40	+4,31	07	1 3,21	6,57
42 41,0	53 47,63	+3,66	05	0 19,51	7,83
49 20,0	53 49,83	—1,21	05	0 17,68	6,99
51 33,0	54 22,88	—0,65	07	0 50,11	8,19
55 21,5	55 57,10	—1,62	10	2 24,32	7,26
1 58 35,0	124 7 46,48	—5,04	14	4 22,08	124 11 27,38
2 2 47,6	4 20,83	—5,04	23	7 47,98	27,54
2 5 26,3	1 42,13	—5,04	30	10 27,43	28,22

o **Persei.**

1880 Dec. 14 10°.

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
3 21 31,2	341 54 53,91	—1,70	33,21	6 46,09	342 1 5,09
24 42,0	57 25,61	—1,46	15	4 13,26	4,26
27 25,0	59 8,24	—1,13	11	2 31,04	5,04
31 34,0	37 54 38,40	+2,19	07	0 45,53	37 54 28,13
34 51,0	53 59,85	+2,19	05	0 5,57	29,52
37 12,0	53 54,84	+2,19	05	0 0,61	29,47
40 36,0	54 24,27	+2,19	06	0 28,33	31,19
42 44,5	55 1,83	+2,27	08	1 6,97	30,21
45 16,3	56 8,51	+2,11	11	2 13,68	30,05
51 48,3	341 54 48,50	—1,95	21	6 51,04	342 1 4,34
54 3,3	52 35,45	—1,70	27	9 1,46	1,94
3 56 40,4	49 43,13	—1,30	33	11 55,58	4,08

1880 Dec. 16 40°.

3 21 54,7	11 56 5,91	—1,46	33,36	6 25,43	12 1 56,52
24 26,5	58 6,37	—1,54	31	4 24,42	55,94
27 18,5	59 56,80	—1,21	27	2 34,66	56,98

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
3 32 5,5	67 55 27,46	0,00	33,23	0 36,58	67 55 24,11
34 15,5	55 1,22	+0,40	22	0 9,95	24,89
36 30,0	54 51,82	+0,40	22	0 0,03	25,41
39 0,5	55 0,72	+0,32	22	0 10,20	24,06
41 23,0	55 32,37	+0,32	23	0 40,54	25,38
43 30,0	56 15,02	−0,73	24	1 24,54	22,99
48 20,7	11 58 24,37	−0,80	31	4 5,25	12 1 55,51
51 1,0	56 20,93	0,00	36	6 9,47	57,04
3 53 24,8	54 6,96	0,00	41	8 22,35	55,90

1881 Jan. 4 70°.

3 16 33,0	41 52 14,72	−5,94	32,14	12 1,85	42 3 38,49
20 40,2	56 39,75	−5,70	32,04	7 37,47	39,48
23 21,5	59 0,43	−5,70	31,99	5 17,10	39,84
27 49,0	97 58 48,32	+0,88	93	2 20,66	97 57 0,47
32 2,0	57 11,90	−0,48	90	0 38,80	4,52
35 3,0	56 37,75	−0,97	88	0 4,83	3,83
38 59,0	56 42,05	−0,97	88	0 9,35	3,61
43 3,0	57 45,14	−1,05	91	1 12,10	3,90
45 48,5	59 1,74	−1,05	31,93	2 28,20	3,42
51 17,8	41 57 55,45	−5,61	32,02	6 19,97	42 3 37,79
54 16,2	55 5,64	−5,78	08	9 9,95	37,73
3 57 42,4	51 10,45	−6,27	17	13 5,04	37,05

1881 Jan. 6 100°.

3 18 34,2	71 57 16,60	−4,80	33,07	9 44,89	72 6 23,62
21 13,5	59 54,20	−4,96	33,01	7 6,49	22,72
23 51,3	62 5,25	−5,04	32,95	4 54,02	21,28
28 1,3	127 61 25,60	+1,54	90	2 14,30	127 59 45,74
30 48,0	60 12,62	+1,54	86	1 2,07	44,95
35 13,0	59 16,64	+0,97	84	0 3,91	46,54
38 58,0	59 23,05	+0,80	85	0 9,20	47,50
41 40,5	59 56,99	+0,40	86	0 44,25	46,00
44 27,7	61 1,58	−0,08	89	1 47,62	46,77
49 22,3	71 62 12,27	−6,43	32,98	4 46,45	72 6 19,31
52 59,0	59 7,14	−6,43	33,02	7 52,49	20,18
3 58 15,0	53 15,10	−6,43	33,15	13 45,86	21,38

1881 Jan. 26 160°.

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
3 17 46,0	131 55 33,37	−3,58	32,17	10 35,58	132 5 33,20
20 24,3	58 16,88	−3,42	11	7 50,94	32,29
22 48,0	60 25,63	−3,01	07	5 42,67	33,22
26 51,5	187 61 14,89	+0,16	32,00	2 51,59	187 58 55,46
29 27,0	59 58,20	−1,38	31,97	1 32,92	55,87
32 29,0	58 58,02	−1,86	95	0 31,23	56,88
37 30,0	58 27,78	−2,76	94	0 1,24	55,72
40 51,5	58 59,12	−3,34	95	0 31,40	56,33
43 20,0	59 46,78	−3,58	31,97	1 19,37	55,80
47 3,1	131 62 55,31	−2,76	32,01	3 12,46	132 5 33,00
49 20,8	61 20,20	−2,76	05	4 46,76	32,15
3 51 59,5	59 8,25	−2,68	32,09	6 58,55	32,03

43 Comæ.

1880 Dec. 17 15°.

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
12 52 8,0	343 31 34,56	+0,56	39,05	5 21,67	343 36 17,74
54 54,3	33 28,91	+0,48	39,00	3 26,39	16,78
12 58 13,0	35 12,84	+0,56	38,95	1 42,00	16,45
13 1 57,5	46 21 42,63	0,00	91	0 27,82	46 21 53,72
3 52,5	21 21,81	0,00	91	0 7,85	54,87
6 49,0	21 15,30	+0,48	90	0 0,99	53,69
9 27,0	21 34,22	+0,48	91	0 19,28	54,33
11 24,5	22 1,16	+0,80	92	0 47,83	53,05
14 16,0	23 7,64	+0,40	38,95	1 52,39	54,60
17 42,3	343 33 8,19	+2,35	39,01	3 45,96	343 36 17,49
20 26,5	31 11,04	+2,19	06	5 44,29	18,46
13 22 38,5	29 15,99	+2,27	39,10	7 37,31	16,47

1881 Jan. 5 45°.

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
12 49 15,0	13 32 15,12	−5,37	38,79	7 53,40	13 39 24,36
51 51,5	34 29,28	−4,96	74	5 38,67	24,25
54 32,2	36 18,32	−4,96	69	3 49,46	24,13
12 58 23,0	76 26 8,32	+2,60	63	1 39,95	76 25 9,44
13 1 27,0	25 8,16	+2,19	60	0 36,53	12,45
4 55,0	24 33,04	+2,19	59	0 2,47	11,35

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
13 9 35,5	76 24 41,07	+1,95	38,59	0 10,04	76 25 11,57
12 19,0	25 35,52	+2,35	61	1 3,58	12,90
15 12,3	26 47,21	+2,43	64	2 16,83	11,45
19 19,4	13 35 18,36	—3,91	71	4 49,06	13 39 24,80
21 35,7	33 31,62	—3,91	76	6 37,01	25,96
13 24 34,2	30 42,50	—3,91	83	9 24,04	23,80

1881 Mars 22 75°.

12 47 10,1	43 25 57,45	+1,13	38,27	10 5,03	43 35 25,34
50 30,0	29 12,19	+1,21	19	6 52,71	27,92
53 26,5	31 30,06	+0,88	14	4 33,23	26,03
12 57 35,0	106 22 42,10	—0,73	07	2 5,32	106 21 14,12
13 0 17,0	21 37,23	—1,30	04	0 59,50	14,47
2 59,0	20 56,87	—2,27	02	0 17,90	14,72
7 24,0	20 40,95	—1,30	02	0 2,15	15,52
10 7,5	21 4,08	—2,27	03	0 24,82	15,02
13 35,0	22 7,46	—2,19	05	1 29,14	14,18
17 54,0	43 32 16,62	—0,08	12	3 45,12	43 35 23,54
20 28,5	30 26,07	+0,65	17	5 35,58	24,13
13 23 29,2	27 49,68	+0,88	22	8 12,50	24,84

1881 Mars 23 105°.

12 46 25,7	73 25 10,30	—0,65	38,40	10 53,00	73 35 24,25
49 8,0	27 54,99	—0,73	33	8 7,47	23,40
52 1,5	30 25,07	--0,80	27	5 37,09	23,09
56 2,8	136 23 23,35	+0,97	19	2 53,75	136 21 8,76
12 58 55,7	21 59,65	+0,40	16	1 29,63	8,58
13 2 15,0	20 58,57	—0,40	13	0 26,87	9,43
7 41,0	20 33,04	—0,32	12	0 3,33	7,51
10 23,0	21 0,28	—0,32	13	0 28,18	9,91
12 41,0	21 39,53	—0,24	15	1 8,46	8,98
19 20,0	73 31 18,25	—1,05	24	4 43,68	73 35 22,64
23 46,0	27 33,86	—0,65	34	8 28,32	23,19
13 25 59,2	25 16,50	—0,65	39	10 45,03	22,49

1880 Dec. 16 0°.

12 46 20,8	103 24 59,88	—2,35	37,11	10 59,91	103 35 20,33
49 11,3	27 53,99	—2,19	37,04	8 5,69	20,45
52 25,5	30 40,10	—2,27	36,98	5 19,53	20,38

h m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
12 57 52,3	166 22 20,97	—0,32	36,89	1 57,92	166 20 59,62
13 1 12,5	21 7,39	—0,32	87	0 42,99	60,95
5 20,0	20 26,73	—0,48	85	0 1,53	61,57
7 58,0	20 28,94	—0,08	86	0 4,67	61,05
10 7,0	20 49,06	+0,32	87	0 24,35	61,90
12 50,3	21 35,02	—0,08	88	1 11,30	60,52
16 18,5	103 33 12,60	—2,68	92	2 46,85	103 35 19,85
19 16,5	31 19,76	—3,01	36,97	4 40,15	19,93
13 22 1,2	29 8,39	—3,26	37,01	6 50,88	19,00

1881 Mars 30 165°.

12 46 16,7	133 28 20,03	—2,11	37,76	11 5,19	133 38 45,35
48 45,8	30 55,53	—2,19	69	8 30,73	46,38
51 15,5	33 10,49	—2,19	64	6 16,01	46,67
56 4,5	196 26 44,61	+0,97	55	2 53,98	196 24 29,15
12 59 21,0	25 13,19	+0,88	52	1 20,43	31,16
13 3 37,0	24 4,90	0,00	49	0 12,01	30,38
7 21,0	23 53,09	+0,97	49	0 1,82	29,73
10 28,0	24 21,33	+0,80	49	0 28,85	30,77
13 40,0	25 24,11	+0,80	52	1 30,20	32,23
19 0,7	133 34 55,72	—2,03	59	4 28,43	133 38 44,53
21 41,8	32 50,26	—1,62	65	6 33,59	44,58
13 24 35,8	30 8,17	—1,21	71	9 15,41	44,66

1881 Mars 31 130°,

12 46 4,3	98 29 8,09	—1,30	38,16	11 19,07	98 39 47,70
48 56,0	32 4,31	—1,62	09	8 21,00	45,60
51 58,2	34 45,61	—1,62	38,03	5 41,43	47,39
56 44,6	161 27 22,86	+0,80	37,95	2 32,05	161 25 29,56
12 59 59,0	25 57,24	+0,16	91	1 6,49	28,82
13 2 42,0	25 13,79	—0,08	89	0 21,63	29,97
6 27,0	24 51,36	—0,24	88	0 0,03	28,97
10 11,5	25 16,60	+0,48	89	0 25,14	29,83
13 14,7	26 9,57	+0,80	92	1 20,12	28,17
17 29,0	98 36 59,08	—1,21	37,97	3 27,76	98 39 47,66
20 30,0	34 50,92	—1,21	38,02	5 34,81	46,50
13 23 33,2	32 11,02	—1,46	38,09	8 13,92	45,39

ϱ Bootis.

1881 Mars 23 20°.

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
14 8 29,6	350 49 58,84	+0,65	34,83	9 33,82	350 58 58,48
11 2,8	52 29,33	+0,56	77	7 4,06	59,18
13 22,5	54 26,19	+0,73	73	5 7,12	59,31
17 15,5	48 57 15,29	+0,65	66	2 33,78	48 55 16,82
20 19,7	55 51,19	+0,65	63	1 9,68	16,79
23 15,5	55 2,33	−0,65	61	0 20,04	16,25
27 50,0	54 45,20	−0,65	60	0 2,47	16,68
30 48,2	55 13,64	−0,73	61	0 30,21	17,31
33 33,3	56 6,31	−0,80	64	1 23,37	16,78
37 10,0	350 56 19,52	−1,30	68	3 13,18	350 58 56,72
39 14,5	54 57,02	−1,30	72	4 36,77	57,77
14 42 20,5	52 23,43	−1,05	77	7 9,42	57,03

1881 Mars 28 50°.

14 6 32,3	20 50 45,21	−2,51	33,80	11 45,21	21 1 54,11
9 31,8	53 57,26	−2,51	72	8 31,70	52,73
12 32,0	56 41,95	−2,60	66	5 48,39	54,08
16 1,7	78 60 53,47	+0,97	61	3 17,55	78 58 10,50
18 56,5	59 23,25	−0,08	57	1 44,25	12,49
22 28,5	58 8,86	−0,88	54	0 30,72	10,80
27 29,0	57 40,72	−0,16	53	0 1,16	12,93
31 22,0	58 17,17	−0,32	55	0 38,56	11,84
34 8,0	59 17,45	−0,32	57	1 37,30	13,40
38 14,5	20 58 34,99	−1,70	62	3 53,69	21 1 53,36
41 43,0	55 54,99	−2,03	67	6 34,75	54,04
14 44 12,7	53 34,62	−2,19	73	8 56,10	54,80

1881 Mars 31 80°.

14 7 30,0	50 55 33,96	0,00	34,87	10 40,66	51 5 39,75
10 55,3	59 2,93	0,00	80	7 12,97	41,10
13 52,5	61 30,11	−0,08	74	4 46,14	41,43
18 5,5	109 3 26,57	+1,38	67	2 8,87	109 1 53,75
21 25,5	2 7,47	+0,24	64	0 48,29	54,06
25 18,0	1 25,10	+0,08	62	0 3,34	56,46
30 12,0	1 43,32	+1,38	63	0 21,60	57,73
32 55,0	2 28,88	+0,88	65	1 7,85	56,56
36 9,5	3 58,10	+1,38	69	2 36,69	57,48

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
14 40 43,7	50 60 29,93	—0,32	34,77	5 43,96	51 5 38,80
43 14,0	58 16,88	—0,88	81	7 57,26	38,45
14 47 16,5	53 55,35	—1,05	91	12 17,78	37,17

1881 April 4 110°.

14 6 58,0	80 57 5,09	+1,70	34,50	11 16,55	81 7 48,84
10 32,7	60 46,16	+1,78	41	7 33,78	47,31
13 17,5	63 9,34	+2,27	40	5 12,68	49,89
18 17,3	139 5 31,12	—0,73	28	2 2,98	139 4 1,69
21 10,0	4 21,03	—1,30	26	0 53,12	0,87
24 15,0	3 40,98	—2,03	24	0 10,33	2,86
29 8,5	3 40,48	—2,55	24	0 10,57	1,80
32 3,0	4 19,02	—1,78	26	0 50,33	1,17
34 48,0	5 26,41	—2,11	28	1 55,06	3,52
46 21,5	80 57 6,18	+1,13	50	11 13,92	81 7 46,73
48 58,2	53 56,15	+1,13	58	14 23,83	46,53
14 51 42,0	50 12,27	+0,80	69	18 7,10	45,48

1881 April 8 140°.

14 7 28,7	110 48 56,97	+0,88	34,64	10 42,21	110 59 5,42
10 48,8	52 19,13	+0,97	56	7 19,03	4,57
13 18,4	54 25,78	+0,88	51	5 12,14	4,29
17 57,0	168 56 53,17	—0,80	45	2 13,20	168 55 13,62
21 19,0	55 31,97	—2,11	42	0 50,33	13,95
24 40,0	54 49,01	—2,51	40	0 7,12	13,78
27 55,0	54 44,70	—2,27	40	0 2,65	14,18
31 6,5	55 17,15	—2,43	41	0 34,18	14,95
34 49,0	56 36,95	—2,43	44	1 55,44	13,52
39 2,0	110 55 13,24	—0,32	50	4 25,99	110 59 4,41
42 26,9	52 25,33	—0,32	56	7 13,07	3,52
14 45 17,8	49 35,62	—0,08	62	10 3,19	4,11

1881 April 9 170°.

14 5 51,2	140 45 54,25	—0,40	34,63	12 35,02	140 57 54,24
9 34,8	49 58,76	—0,08	53	8 29,72	53,87
12 37,5	52 44,96	+0,65	48	5 44,70	55,83
16 42,7	198 56 21,03	—0,80	41	2 53,60	198 54 1,04
19 34,0	54 59,22	—1,46	38	1 28,47	3,67
23 27,5	53 48,64	—2,35	35	0 18,19	2,45

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
14 28 17,0	198 53 35,52	—1,54	34,34	0 4,46	198 54 3,86
31 48,5	54 16,77	—1,86	36	0 45,84	3,43
34 33,5	55 20,45	—2,03	39	1 48,24	4,57
39 1,7	140 54 0,45	—0,56	45	4 25,78	140 57 51,22
41 39,8	51 55,79	—0,56	49	6 31,10	51,84
14 44 40,7	49 4,18	—0,40	56	9 23,89	53,11

β Coronæ.

1881 Mars 23 25°.

t m s	° ' "	"	'	' "	° ' "
15 3 0,5	354 26 58,92	+0,40	36,86	11 7,10	354 37 29,56
6 36,8	30 39,10	+0,56	76	7 27,34	30,24
10 1,0	33 27,90	+0,16	70	4 39,81	31,17
14 34,0	55 20 22,93	+1,54	63	1 56,78	55 19 4,32
18 20,5	19 2,93	+0,56	60	0 34,70	5,39
21 11,0	18 32,79	—0,16	59	0 4,78	4,44
24 37,0	18 33,99	+0,08	59	0 5,23	5,43
27 25,7	19 5,83	—0,56	60	0 35,41	6,46
30 50,5	20 16,62	—0,65	63	1 48,09	4,51
34 52,0	354 34 0,46	—0,73	69	4 4,45	354 37 27,49
37 37,6	31 55,29	—0,73	74	6 9,54	27,36
15 40 26,3	29 21,41	—0,65	80	8 43,26	27,22

1881 Mars 30 55°.

t m s	° ' "	"	'	' "	° ' "
15 3 35,2	24 30 58,92	+0,48	36,55	10 31,32	24 40 54,17
6 23,5	33 48,23	+0,88	48	7 41,63	54,26
9 54,5	36 43,85	+0,80	40	4 46,15	54,40
14 38,0	85 23 47,78	+0,88	33	1 55,94	85 22 29,05
17 49,0	22 36,69	0,00	30	0 43,84	29,15
20 48,0	22 0,35	—0,24	29	0 7,48	28,92
26 1,5	22 9,76	+0,80	29	0 16,60	30,25
28 55,0	22 55,12	+0,80	31	1 1,50	30,73
31 11,7	23 50,28	+0,73	33	1 56,83	30,51
35 39,5	24 36 55,07	+0,24	40	4 36,11	25 40 55,02
38 46,0	34 23,29	+0,24	47	7 6,70	53,76
15 41 29,3	31 44,98	+0,24	53	9 45,15	53,84

1881 April 4 115°.

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
15 4 51,6	84 27 37,07	+2,60	36,49	9 11,03	84 36 14,21
8 13,7	30 43,90	+2,51	41	6 4,81	14,81
11 1,5	32 49,96	+2,43	36	3 59,12	15,15
14 51,0	145 18 59,23	+0,65	31	1 49,95	145 17 46,25
18 17,5	17 47,54	—1,46	28	0 36,03	46,33
21 13,0	17 17,10	—2,19	27	0 4,80	46,38
24 18,0	17 14,90	—1,21	26	0 3,34	46,61
27 41,7	17 50,73	—0,80	28	0 39,06	47,15
31 41,0	19 22,96	—1,38	32	2 10,98	46,92
36 4,5	84 31 52,99	+0,88	38	4 54,42	11,91
38 43,7	29 42,93	+0,80	44	7 4,66	11,95
15 41 59,0	26 29,20	+0,80	51	10 16,62	10,11

1881 April 7 85°.

15 4 48,8	54 27 23,26	+2,43	37,57	9 14,28	54 36 2,40
8 15,2	30 33,69	+3,09	50	6 3,89	2,17
11 34,0	33 0,48	+3,17	43	3 38,08	4,30
15 15,5	115 18 40,11	—0,32	38	1 39,25	115 17 37,92
18 10,5	17 37,32	—1,46	35	0 37,99	35,22
20 56,0	17 7,69	—1,95	34	0 6,60	36,48
26 10,0	17 18,90	—0,80	34	0 18,07	37,37
29 26,0	18 12,16	—1,30	36	1 12,35	35,87
33 46,8	20 20,73	—0,48	43	3 20,64	37,04
37 58,0	54 30 12,17	+2,35	51	6 24,51	54 36 1,52
41 31,8	26 50,32	+2,03	58	9 47,33	2,10
15 45 46,9	21 52,45	+2,51	71	14 44,77	2,02

1881 April 8 145°.

15 3 17,8	114 25 31,31	+1,46	36,68	10 50,69	114 35 46,78
6 18,6	28 35,14	+1,46	62	7 46,49	46,47
9 11,0	31 3,52	+1,62	55	5 19,15	47,74
12 55,0	175 19 25,96	0,00	49	2 49,22	175 17 13,23
15 59,0	17 59,25	—1,46	45	1 21,29	12,95
20 18,5	16 51,87	—2,93	43	0 11,44	13,93
24 12,0	16 41,95	—2,43	42	0 2,86	13,08
27 58,0	17 24,81	—3,01	44	0 43,53	14,72
32 32,0	19 17,25	—3,17	48	2 37,37	13,19

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
15 36 38,3	114 31 0,92	—0,56	36,55	5 19,85	114 35 43,66
39 28,5	28 33,94	—0,56	62	7 45,28	42,04
15 43 27,4	24 25,63	—0,56	71	11 54,80	43,16
1881 April 9 175°.					
15 5 27,7	144 25 49,24	+0,40	36,64	8 35,28	144 33 48,29
9 10,0	29 5,19	+1,05	56	5 19,93	49,61
11 58,5	31 2,33	+0,48	51	3 22,60	48,90
17 11,5	205 15 35,77	—1,54	45	0 55,39	205 15 15,29
19 47,0	14 56,82	—1,54	44	0 16,53	15,19
22 45,0	14 40,89	—1,62	43	0 0,04	15,66
26 13,0	14 59,42	—1,30	44	0 18,64	15,92
28 38,5	15 37,87	—0,65	45	0 55,91	17,76
32 41,5	17 24,21	—0,13	50	2 42,57	17,01
36 1,6	144 39 31,12	+0,40	55	4 52,04	144 33 47,01
38 51,0	27 12,94	—0,16	61	7 10,92	47,09
15 41 54,0	24 10,81	—0,16	68	10 10,94	44,91

α Ursæ min.

1880 Dec. 14 5°.

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "	
2 26 0,0	33 49 3,62	+2,27	34,05	1 15 15,89	35 4 55,83	*h*
29 19,0	49 26,35	+1,86	06	14 53,74	56,01	
32 27,0	49 48,08	+2,11	07	14 31,93	56,19	
36 39,0	336 2 39,09	—4,64	09	14 1,34	334 47 59,02	*r*
40 11,0	2 11,86	—5,04	10	13 34,40	58,32	
43 17,0	1 48,43	—5,86	11	13 9,87	58,59	
47 19,0	1 17,69	—5,86	12	12 36,73	60,98	
49 59,0	0 53,27	—6,02	13	12 14,03	59,09	
53 35,0	0 20,93	—6,10	15	11 42,45	58,23	
2 59 16,0	33 53 29,41	+1,78	16	10 50,36	35 4 55,71	*h*
3 1 46,0	53 52,45	+1,95	17	10 26,58	55,15	
3 4 13,0	54 15,77	+1,62	18	10 2,77	54,34	
1880 Dec. 14 10°.						
4 2 14,0	39 7 20,55	—0,97	34,96	0 58 21,95	40 6 16,49	
5 21,0	8 5,01	—2,27	98	57 37,34	15,06	
7 52,5	8 40,15	—2,27	34,99	57 0,77	13,64	

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
4 11 9,0	340 46 1,86	+2,43	35,01	0 56 12,65	339 49 16,63
13 44,0	45 24,71	+2,35	03	55 34.23	17,80
16 9,0	44 48,47	+1,62	05	44 57,88	17,15
19 13,5	44 1,50	+1,21	07	54 11,12	16,52
21 53,5	43 21,75	+1,30	08	53 30,07	17,90
24 19,4	42 44,00	+1,13	10	52 52,27	17,76
29 54,5	39 14 15,27	—2,27	13	51 24,08	40 6 12,23
32 17,0	14 56,72	—2,27	15	50 46,00	15,60
4 34 12,0	15 28,66	—2,27	35,16	50 15,04	16,59

1880 Dec. 16 0°.

23 32 47,5	28 54 21,07	—3,26	34,07	1 11 1,75	30 5 53,63
35 48,5	53 53,74	—3,17	06	11 29,41	54,04
39 1,0	53 25,90	—3,09	05	11 58,01	54,87
42 54,0	331 2 1,95	0,00	03	12 31,45	329 48 56,47
45 19,5	2 22,58	0,00	02	12 51,66	56,90
48 38,0	2 50,31	—0,65	01	13 18,42	57,23
50 50,0	3 7,13	—0,40	01	13 35,69	57,03
53 12,0	3 26,35	—0,24	34,00	13 53,81	58,30
23 55 37,5	3 43,88	—0,40	33,99	14 11,87	57,62
0 0 44,0	28 50 34,30	—3,58	97	14 48,21	30 5 52,90
7 28,0	49 49,34	—3,09	96	15 32,57	52,78
0 10 3,0	49 33,62	—2,68	95	15 48,53	53,42

1880 Dec. 16 35°.

2 12 53,0	63 48 9,31	0,00	34,34	1 16 33,26	65 5 16,91
15 40,0	48 25,53	0,00	35	16 18,03	17,91
19 12,0	48 46,06	—0,08	36	15 57,68	18,02
23 32,0	6 4 23,83	+0,73	37	15 31,18	4 48 19,01
26 3,0	4 7,71	0,00	37	15 15,00	18,34
28 31,0	3 52,59	—0,24	38	14 58,63	19,34
31 1,5	3 36,77	—0,73	39	14 41,41	20,24
33 17,5	3 19,95	—0,73	39	14 25,38	19,45
36 24,5	2 57,62	—0,56	41	14 2,59	20,06
40 50,5	63 51 16,85	—0,80	42	13 28,71	65 5 19,18
43 37,0	51 37,87	—0,32	43	13 6,63	18,61
2 47 21,0	52 6,41	—0,24	44	12 35,87	16,48

1880 Dec. 16 40°.

h m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
4 3 25,5	69 8 29,14	+1,13	34,90	0 58 4,35	7 7 9,52
6 15,0	9 10,19	+1,05	91	57 23,74	9,89
8 39,0	9 45,74	+1,30	93	56 48,82	10,79
12 35,5	10 46 36,09	0,00	95	55 50,64	9 50 10,50
15 25,0	45 54,44	—0,16	97	55 8,34	10,97
17 52,9	45 18,89	—1,38	34,99	54 31,23	11,29
21 14,5	44 25,53	—1,30	35,01	53 39,49	9,73
23 42,5	43 47,18	—1,46	03	53 1,23	9,46
25 56,0	43 13,44	—1,54	04	52 26,41	10,45
31 14,5	69 15 31,36	—0,97	07	51 2,11	70 7 7,57
33 30,2	16 7,61	—0,08	09	50 25,72	8,34
4 36 51,5	17 3,18	0,00	11	49 31,13	9,42

1880 Dec. 17 15°.

11 42 11,0	46 19 52,40	+0,80	38,65	1 12 54,62	45 7 37,23
47 44,0	20 34,74	0,00	66	13 37,25	36,15
50 30,5	20 56,67	—0,08	67	13 57,62	37,64
11 54 44,5	343 36 49,56	0,00	69	14 27,50	344 50 38,37
12 2 2,5	36 1,40	—0,32	70	15 15,55	37,93
5 8,0	35 42,18	—0,80	71	15 34,58	37,85
13 19,5	34 55,01	+0,40	73	16 21,10	37,78
20 2,0	34 20,97	+0,80	75	16 55,02	38,04
24 36,0	33 59,84	+0,56	75	17 15,91	37,56
32 18,0	41 24 44,05	+0,56	77	17 47,15	45 7 36,23
38 20,0	25 3,78	+1,54	78	18 8,08	36,02
12 42 1,0	25 16,30	+1,54	79	18 19,29	37,34

1880 Dec. 18 30°.

23 34 1,0	58 57 27,61	—1,38	35,27	1 11 12,90	60 9 14,40
36 26,5	57 4,18	—1,54	26	11 34,93	12,83
38 55,5	56 41,55	—1,62	25	11 57,00	12,18
42 25,5	1 5 16,70	+1,13	24	12 27,22	359 52 15,37
45 30,0	5 42,43	+1,13	23	12 52,88	15,45
48 6,0	6 2,06	+1,13	22	13 13,95	14,02
52 24,0	6 36,79	+1,46	21	13 47,51	15,53
54 51,0	6 55,82	+1,30	20	14 5,92	16,00
23 56 45,0	7 10,34	+0,30	19	14 19,82	15,89

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
0 2 20,0	58 53 40,93	—0,40	35,18	1 14 58,85	60 9 14,56
5 10,5	53 22,21	—0,56	17	15 17,67	14,49
0 7 50,0	53 4,89	—0,65	17	15 34,60	14,01

1880 Dec. 18 65°.

2 15 30,0	93 51 52,29	+0,48	35,34	1 16 18,41	95 8 46.52
17 59,0	52 6,21	+0,56	34	16 4,25	46,36
20 45,0	52 23,43	+0,56	35	15 47,83	47,17
27 20,0	36 7 30,26	+1,05	37	15 5,98	34 51 49,96
29 59,5	7 12,94	+0,97	37	14 47,99	50,55
33 7,5	6 50,11	+0,97	38	14 25,98	49,72
36 23,0	6 25,28	+0,48	40	14 2,20	48,16
39 2,5	6 6,25	+0,56	40	13 42,09	49,32
44 13,0	5 27,00	+0,56	42	13 1,17	50,97
48 35,5	93 55 47,08	+1,62	43	12 24,80	95 8 48,93
53 8,0	56 25,03	+1,21	45	11 45,28	46,97
2 57 59,0	57 11,89	+0,97	47	11 1,17	49,50

1880 Dec. 22 60°.

23 24 42,5	88 57 2,98	—1,05	34,63	1 9 43,56	90 7 20,12
33 38,5	55 36,07	—0,65	61	11 9,23	19,26
36 24,5	55 11,84	—0,65	60	11 34,42	20,21
41 8,0	31 3 10,14	+1,46	58	12 15,95	29 50 21,07
45 0,0	3 44,48	+0,40	56	12 48,50	21,82
47 20,5	4 2,70	—0,48	56	13 7,59	20,07
50 1,5	4 23,03	—0,65	55	13 28,88	18,95
53 39,0	4 52,56	—1,38	54	13 56,65	19,99
23 56 37,0	5 15,20	—1,46	53	14 18,53	20,68
0 1 57,0	88 51 48,79	—0,65	51	14 55,90	90 7 18,55
4 36,0	51 31,77	+0,16	50	15 13,54	19,97
0 9 12,0	51 1,72	+0,31	49	15 42,68	19,21

1881 Jan. 4 90°.

23 29 33,5	118 57 10,09	—7,17	32,73	1 10 30,49	120 8 6,14
33 23.5	56 33,04	—7,66	72	11 6,48	4,58
35 57,5	56 10,22	—8,06	71	11 30,26	5,13
40 56,0	61 3 50,79	+0,40	70	12 13,68	59 51 4,81
43 40,7	4 15,42	—0,97	69	12 36,92	4,84
46 35,0	4 41,35	—1,54	68	13 0,83	6,30

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
23 49 8,2	61 5 1,28	— 1,54	32,67	1 13 21,24	59 51 5,83
51 22,0	5 19,40	— 1,54	67	13 38,60	6,59
54 44,0	5 44,44	— 1,46	66	14 4,01	6,31
23 59 6,2	118 53 3,48	— 6,43	64	14 35,48	120 8 5,17
0 5 11,0	52 21,13	— 7,25	62	15 16,48	2,98
0 7 57,5	52 5,21	— 7,98	62	15 34,09	3,94
1881 Jan. 4 70°.					
4 5 58,0	99 11 0,13	— 7,01	33,69	0 57 23,00	100 8 49,81
9 8,0	11 46,08	— 6,27	71	56 36,89	50,41
11 59,0	12 28,14	— 6,27	72	55 54,73	50,32
16 8,7	40 47 13,84	+ 2,35	74	54 52,50	39 51 49,95
19 33,0	46 23,97	0,00	76	54 0,64	49,57
23 5,5	45 30,41	— 0,40	78	53 6,10	50,13
26 7,0	44 42,95	— 0,65	80	52 18,66	49,84
29 25,0	43 50,49	— 0,88	82	51 26,26	49,53
32 16,3	43 5,83	— 0,88	84	50 40,69	50,42
38 8,5	99 19 18,05	— 4,88	89	49 5,20	100 8 52,26
42 8,3	20 22,53	— 5,37	91	47 59,07	50,14
4 46 38,8	21 39,93	— 5,86	94	46 43,41	51,42
1881 Jan. 5 120°.					
23 22 53,5	148 59 15,35	— 4,07	34,36	1 9 25,14	150 9 10,78
26 23,0	58 39,79	— 4,48	35	9 59,88	9,54
28 54,3	58 15,07	— 4,56	33	10 24,35	9,19
32 30,0	91 3 41,18	+ 0,16	32	10 58,32	89 52 8,70
35 42,5	4 12,42	+ 0,16	31	11 27,74	10,53
39 7,5	4 42,05	+ 0,08	30	11 58,09	9,74
42 43,5	5 14,90	0,00	29	12 29,02	11,59
45 39,0	5 38,63	+ 0,08	28	12 53,32	11,11
49 19,0	6 7,57	— 0,80	27	13 22,74	9,76
54 42,0	148 54 34,29	— 5,70	25	14 3 84	150 9 6,68
23 57 31,5	54 14,18	— 4,23	24	14 24,39	8,58
0 1 19,0	53 48,34	— 4,40	23	14 50,85	9,02
1881 Jan. 5 95°.					
2 10 36,0	123 50 18,18	— 4,64	34,53	1 16 41,36	125 7 29,43
15 29,5	50 46,10	— 4,56	54	16 15,04	31,12
20 33,0	51 16,35	— 4,80	55	15 45,56	31,66

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
2 25 15,0	66 6 18,97	+2,35	34,56	1 15 16,10	64 50 30,66
28 13,0	6 1,06	+1,86	57	14 56,28	32,07
31 7,0	5 43,03	+1,70	58	14 36,58	33,57
33 24,0	5 26,21	+1,70	59	14 20,37	32,95
36 16,0	5 5,39	+1,70	60	13 59,38	33,11
39 11,0	4 42,25	+1,70	61	13 37,28	32,06
43 32,5	123 53 57,24	—3,17	62	13 2,88	125 7 31,57
46 34,0	54 21,27	—3,17	63	12 38,04	30,77
2 48 59,5	54 42,90	—3,17	63	12 17,55	31,91
1881 Jan. 5 45°.					
12 1 9,0	76 25 25,00	—4,15	38,61	1 15 8,69	75 10 50,77
3 54,0	25 42,32	—3,82	62	15 25,40	51,72
7 9,5	26 0,65	—3,91	63	15 45,25	50,12
13 22,0	13 38 4,45	+3,17	65	16 19,90	14 53 48,87
17 2,5	37 46,94	+1,62	65	16 38,82	48,73
19 48,5	37 33,02	+1,38	66	16 52,35	48,09
22 25,0	37 21,50	+1,30	67	17 4,50	48,63
24 45,0	37 10,99	+1,21	67	17 14,89	48,42
27 14,0	37 0,38	+1,13	68	17 25,42	48,25
33 50,0	76 28 4,91	—4,07	69	17 50,90	75 10 48,63
36 17,0	28 13,02	—3,99	69	17 59,39	48,33
12 44 26,0	28 38,15	—3,50	71	18 23,98	49,38
1881 Jan. 6 100°.					
4 4 22,0	129 13 19,10	—4,96	34,54	0 57 45,54	130 11 34,22
7 11,0	13 58,86	—4,88	56	57 4,86	33,40
9 17,5	14 28,79	—5,04	60	56 34,04	32,39
13 38,5	70 50 35,10	+1,86	62	55 29,59	69 54 32,75
16 17,5	49 57,55	+1,86	63	54 49,73	35,05
19 45,0	49 5,78	+1,05	65	53 57,04	35,14
23 59,5	47 59,50	—0,32	68	52 51,39	33,11
29 29,5	46 32,18	—0,65	72	51 24,65	32,16
32 22,0	45 48,03	—0,08	74	50 38,61	34,60
37 7,5	129 21 41,92	—6,43	76	49 21,30	130 11 31,55
45 30,5	23 59,30	—4,96	82	47 2,02	31,18
4 48 19,0	24 48,56	—4,88	84	46 14,53	33,05

1881 Jan. 16 150°.

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
23 24 0,5	178 58 49,92	+1,30	35,09	1 9 37,70	180 9 4,01
27 9,0	58 18,18	+0,88	07	10 8,69	2,82
29 24,5	57 56,55	+0,73	07	10 30,44	2,79
33 45,0	121 3 53,59	+0,73	05	11 11,10	119 52 8,17
36 54,5	4 22,23	+0,97	04	11 39,67	8,49
39 0,5	4 41,25	+0,97	04	11 58,19	8,99
45 47,5	5 38,43	+0,80	01	12 55,50	8,72
49 30,0	6 6,87	+0,80	35,00	13 25,15	7,52
52 4,5	6 27,39	+0,80	34,99	13 45,03	8,17
55 28,5	178 54 17,58	+0,80	98	14 10,41	180 9 3,77
23 57 50,0	54 0,76	+0,80	97	14 27,41	3,94
0 1 38,5	53 34,92	−0,16	96	14 53,83	3,55

1881 Jan. 23 125°.

2 13 47,0	153 53 31,61	—2,11	35,04	1 16 22,73	155 10 27,27
17 39,0	53 52,83	—0,48	06	16 0,88	28,29
20 6,0	54 7,25	− 0,56	06	15 46,36	27,89
25 48,0	96 9 12,78	+2,76	07	15 10,46	94 53 30,01
29 10,0	8 49,96	+2,76	09	14 47,90	29,73
32 13,5	8 28,64	+1,62	09	14 26,54	28,63
34 47,0	8 10,21	+1,21	10	14 8,03	28,29
37 13,5	7 53,09	+0,88	11	13 49,83	29,03
40 30,0	7 28,76	+0,65	12	13 24,60	29,69
44 25,5	153 57 2,08	—1,62	13	12 53,15	155 10 28,74
48 24,5	57 35,42	—1,30	15	12 19,87	29,16
2 53 14,0	58 15,28	—1,05	16	11 37,73	27,12

1881 Jan. 25 155°.

2 17 23,0	183 54 44,80	−4,40	33,17	1 16 2,36	185 11 15,93
20 11,5	55 2,33	−4,88	17	15 45,74	16,36
22 18,0	55 15,04	—4,88	18	15 32,77	16,11
25 55,0	126 10 1,06	−0,00	19	15 9,60	124 54 18,27
29 47,0	9 37,03	−0,80	20	14 43,56	19,47
32 54,0	9 16,20	—1,30	21	14 21,60	20,09
36 50,0	8 46,86	—1,05	22	13 52,66	19,93
39 33,5	8 25,33	—1,46	23	13 31,82	18,82
43 6,0	7 58,00	—1,62	24	13 3,77	19,37

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
2 48 53,0	183 58 31,19	—6,35	33,26	1 12 15,65	185 11 13,75
52 34,0	59 4,43	—6,35	27	11 43,51	14,86
2 55 10,0	59 28,76	—6,35	28	11 20,13	15,82

1881 Jan. 26 160°.

2 24 10,5	188 54 52,21	—2,51	33,14	1 15 20,88	189 10 43,72
28 7,5	55 18,75	—3,42	15	14 54,85	43,33
30 27,0	55 35,07	—4,23	16	14 38,89	42,89
37 26,0	130 8 8,21	—4,56	18	13 48,07	128 53 42,40
41 3,5	7 42,06	—4,56	19	13 20,03	44,28
44 37,0	7 14,45	—3,58	20	12 51,38	46,29
47 50,5	6 46,40	—3,74	21	12 24,48	44,97
50 35,0	6 22,67	—4,40	22	12 0,90	44,15
53 42,0	5 55,34	—3,74	24	11 33,32	45,04
2 59 44,5	188 59 34,96	—2,43	26	10 37,55	189 10 43,34
3 4 1,5	60 15,72	—3,01	27	9 56,16	42,12
3 7 38,0	60 52,97	—3,34	28	9 20,12	43,03

1881 Mars 22 75°.

11 48 10,5	106 20 7,91	—0,32	37,98	1 13 56,17	105 6 49,40
52 5,0	20 36,05	+0,80	38,00	14 24,30	50,55
55 8,0	20 57,77	+0,88	00	14 45,36	51,29
11 59 47,5	43 35 12,64	—0,80	01	15 16,05	44 49 49,88
12 3 20,0	34 51,31	—1,62	02	15 38,18	49,85
7 0,0	34 29,58	—2,43	03	16 0,01	49,13
12 12,0	34 0,16	—3,09	05	16 29,02	48,04
14 54,0	33 46,64	—3,66	06	16 43,18	48,10
18 21,0	33 30,11	—3,74	07	17 0,37	48,67
22 54,0	106 23 34,07	—0,65	08	17 21,51	105 6 49,99
27 22,0	23 52,99	+0,32	09	17 40,54	50,86
12 31 47,0	24 8,82	+0,88	09	17 57,69	50,10

1881 Mars 23 105°.

11 56 47,5	136 21 5,99	—0,24	38,08	1 14 56,73	135 6 47,10
11 59 34,0	21 23,51	—0,40	08	15 14,85	46,34
12 1 45,0	21 37,23	—0,40	09	15 28,67	46,25
5 23,5	73 34 31,90	+2,03	10	15 50,82	74 49 46,65
8 29,0	34 15,78	+1,21	11	16 8,76	47,64
12 14,0	33 55,55	+0,73	12	16 29,45	47,61

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
12 15 51,0	73 33 37,83	+0,08	38,13	1 16 48,26	74 49 48,04
19 30,0	33 20,91	−0,24	14	17 6,14	48,67
24 27,0	32 58,08	−0,73	15	17 28,58	47,78
29 14,0	136 23 57,00	−1,05	16	17 48,25	135 6 45,86
32 31,5	24 8,82	−0,97	16	18 0,68	45,33
12 35 25,5	24 17,63	−0,73	17	18 10,83	44,24

1881 Mars 23 20°.

13 34 6,0	51 23 58,50	+0,48	38,22	1 18 59,98	50 5 37,22
37 28,0	23 54,09	+0,32	22	18 53,71	38,92
40 19 0	23 48,48	−0,32	21	18 47,63	38,74
43 55,0	348 30 34,49	+2,35	21	18 38,86	349 48 37,49
47 0,0	30 44,10	+2,35	21	18 30,63	38,87
48 55,0	30 50 51	+2,19	21	18 25,04	39,53
51 6,0	30 58,02	+1,13	20	18 18,29	39,24
53 42,0	31 6,33	+0,80	20	18 9,73	38,66
55 53,0	31 14,74	+0,80	20	18 2,07	39,41
13 59 17,0	51 22 51,61	−1,05	19	17 49,35	50 5 39,40
14 1 41,5	22 40,20	−1,05	19	17 39,74	37,60
14 4 24,0	22 27,98	−0,80	19	17 28,34	37,03

1881 Mars 23 25°.

15 54 10,0	56 7 33,77	−0,56	37,72	1 1 24,69	55 6 46,24
57 11,5	6 54,11	−0,65	70	0 45,23	45,93
15 59 53,0	6 18,57	−0,65	69	1 0 9,66	45,95
16 4 22,0	353 51 14,94	+1,54	66	0 59 9,21	354 49 48,03
6 54,5	51 50,79	+1,46	65	58 34,42	49,02
9 47,3	52 29,54	+0,88	63	57 54,46	47,25
12 13,5	53 4,99	+0,88	62	57 20,21	48,46
15 11,5	53 47,54	+0,56	60	56 38,01	48,51
21 44,0	55 23,16	−0,56	56	55 3,02	48,06
25 4,0	55 60 21,93	−2,43	54	54 13,55	55 6 43,49
27 21,0	59 49,48	−2,43	52	53 39,26	45,31
16 30 5,2	59 7,83	−2,60	51	52 57,78	44,96

1881 Mars 28 135°.

11 52 57,5	166 20 36,85	−3,17	36,84	1 14 32,04	165 6 38,48
56 5,5	20 58,88	−3,42	84	14 53,45	38,85
11 58 40,0	21 16,10	−3,42	85	15 10,45	39,08

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
12 2 42,0	103 34 41,91	+1,78	36,86	1 15 35,95	104 49 42,78
6 56,5	34 18,38	—1,38	88	16 1,33	41,45
9 57,0	34 1,06	—1,38	88	16 18,41	41,21
14 44,0	33 37,12	—1,38	89	16 44,04	42,89
17 37,5	33 22,41	—1,46	90	16 58,53	42,58
20 40,0	33 8,59	—1,62	90	17 13,06	43,13
25 34,5	166 23 38,17	—1,95	91	17 34,83	38,30
30 20,0	23 56,70	—1,46	92	17 53,97	38,19
12 32 54,0	24 5,51	—1,46	93	18 3,49	37,49

1881 Mars 28 50°.

13 29 30,0	81 27 8,45	—3,34	36,99	1 19 8,43	80 8 33,67
33 49,0	27 1,23	—3,34	99	19 1,95	32,93
35 46,0	26 57,93	—3,34	99	18 58,49	33,09
38 55,0	18 33 17,30	+2,11	98	18 52,20	19 51 34,63
41 25,0	33 23,81	+1,46	98	18 46,59	34,88
43 56,0	33 31,51	+0,80	98	18 40,40	35,73
46 15,0	33 37,12	+0,73	98	18 34,22	35,09
48 12,0	33 42,93	+0,73	98	18 28,66	35,34
51 29,0	33 51,84	—0,24	97	18 18,55	33,18
55 34,0	81 26 2,06	—2,51	97	18 4,69	80 8 31,83
13 58 23,0	25 52,65	—2,84	97	17 54,30	32,48
14 1 7,0	25 42,22	—3,09	96	17 43,55	32,54

1881 Mars 30 165°.

11 51 51,0	196 23 57,80	—1,86	37,40	1 14 24,87	195 10 8,47
54 42,5	24 16,52	—1,86	41	14 44,83	7,24
11 57 9,0	24 32,14	—1,86	41	15 1,11	6,58
12 1 36,0	133 38 14,38	+0,65	42	15 29,74	134 53 7,35
6 16,0	37 48,04	—0,40	43	15 58,00	8,21
9 16,0	37 32,22	—0,40	44	16 15,20	9,58
33 0,0	37 12,50	—0,56	45	16 35,57	10,06
17 3,0	36 50,56	—0,65	46	16 56,33	8,78
21 5,0	36 30,04	—1,13	47	17 15,63	7,07
26 22,5	196 27 9,94	—3,09	48	17 38,82	195 10 5,51
29 20,0	27 23,95	—3,09	49	17 50,75	7,60
12 32 5,0	27 34,07	—3,09	50	18 1,17	7,31

1880 Mars 30 55°.

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
14 9 27,0	86 26 42,40	—2,03	37,78	1 17 7,56	85 10 10,59
13 36,5	26 21,77	—1,95	77	16 47,06	10,53
16 12,5	26 7,86	—1,86	77	16 33,49	10,28
20 19,0	23 37 35,69	+0,24	76	16 10,88	24 53 9,05
36 46,5	39 22,85	+0,24	72	14 26,20	11,57
40 14,0	39 47,98	+0,24	71	14 1,34	11,85
42 40,5	40 6,01	+0,08	70	13 43,22	11,61
47 19,0	40 41,15	—0,08	68	13 7,42	10,81
49 44,5	41 2,38	—0,08	67	12 48,02	12,65
52 59,5	86 21 55,15	—1,05	66	12 21,29	85 10 10,47
55 28,0	21 35,22	—0,65	66	12 0,36	11,87
14 58 18,5	21 9,39	—0,48	64	11 35,73	10,82

1881 Mars 31 130°.

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
11 49 49,0	161 24 38,15	—0,56	37,76	1 14 10,62	160 11 4,73
52 38,5	25 0,08	—0,24	77	14 30,72	6,89
55 23,5	25 19,91	+0,65	77	14 49,64	8,69
11 59 43,5	98 39 27,96	+1,30	78	15 18,17	99 54 9,65
12 3 0,0	39 8,83	+0,56	79	15 38,71	10,31
5 33,0	38 53,61	—0,65	80	15 54,07	9,23
8 45,0	38 34,39	—0,73	81	16 12,60	8,45
11 22,5	38 20,17	—1,05	82	16 27,16	8,46
14 42,5	38 2,65	—2,19	82	16 44,80	7,44
19 38,5	161 27 39,57	—2,43	83	17 9,19	160 11 5,78
24 0,0	27 57,70	—2,43	84	17 29,01	4,10
12 26 43,0	28 9,69	—2,27	85	17 40,55	4,72

1881 Mars 31 80°.

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
13 30 45,0	111 30 48,81	—1,70	38,17	1 19 7,75	110 12 17,53
33 30,0	30 45,00	—1,54	17	19 3,52	18,11
36 20,0	30 39,80	—1,62	17	18 58,45	17,90
41 0,0	48 37 6,09	+1,62	16	18 48,60	49 55 18,15
43 40,0	37 12,20	+1,38	16	18 42,10	17,52
46 4,0	37 20,01	+0,97	16	18 35,75	18,57
48 28,0	37 26,31	+0,88	16	18 28,91	17,94
50 33,0	37 32,22	+0,80	16	18 22,54	17,40
52 30,0	37 38,13	+0,80	15	18 16,26	17.04

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
13 55 58,0	111 29 44,93	—0,65	38,15	1 18 4,28	110 12 18,15
13 58 29,0	29 36,22	—0,65	14	17 54,94	18,77
14 1 6,0	29 25,71	—0,32	14	17 44,65	18,88
1881 April 4 110°.					
13 10 40,0	141 33 6,89	+1,05	37,77	1 19 20,01	140 14 25,70
14 27,0	33 7,19	+0,56	77	19 20,62	24,90
18 58,0	33 5,48	+1,54	77	19 19,72	25,07
24 35,0	78 38 47,11	—0,56	77	19 16,11	79 57 24,89
28 31,0	38 52,22	—1,05	77	19 11,94	25,34
31 39,0	38 56,83	—1,46	77	19 7,66	25,26
34 0,0	39 1,93	—1,62	77	19 3,91	26,45
36 57,0	39 6,74	—1,95	77	18 58,49	25,51
41 38,0	39 17,05	—2,68	76	18 48,35	24,96
45 20,0	141 32 23,13	+0,73	76	18 38,99	140 14 22,63
48 23,0	32 15,02	+0,73	76	18 30,39	23,12
13 51 17,0	32 6,01	+1,21	75	18 21,45	23,52
1881 April 4 115°.					
15 47 27,5	146 7 41,97	+1,70	37,50	1 2 53,02	145 5 28,15
51 16,5	6 54,01	+1,70	49	2 4,91	28,29
53 36,5	6 22,78	+1,70	47	1 35,00	26,95
15 58 54,0	83 48 40,35	+0,40	45	1 0 25,78	84 48 29,08
16 1 59,0	49 23,51	—0,73	43	0 59 44,57	29,92
5 2,0	50 5,26	—0,88	41	59 3,18	30,15
7 16,0	50 34,89	—1,70	40	58 32,49	28,28
10 2,0	51 15,24	—1,70	38	57 54,00	30,16
12 7,5	51 43,68	—1,78	37	57 24,53	29,06
16 37,0	145 61 10,00	+0,80	34	56 20,45	145 5 27,69
18 58,5	60 35,45	+0,80	33	55 46,27	27,31
16 22 13,0	59 47,98	+0,88	31	54 58,70	27,47
1881 April 7 85°.					
14 18 5,0	116 21 4,18	+1,05	38,89	1 16 25,74	115 5 18,38
21 18 0	20 47,06	+1,38	88	16 7,66	19,66
24 16,0	20 27,33	+1,54	87	15 50,19	17,55
29 30,0	53 33 40,92	+0,16	85	15 17,63	54 48 19,86
34 10,0	34 9,96	+0,08	84	14 46,65	17,85
36 45,0	34 30,48	0,00	84	14 28,74	20,38

t m s	° ' "	"	"	' "	° ' "
14 40 9,0	53 34 55,22	—1,30	38,83	1 14 4,31	54 48 19,40
42 46,0	35 14,04	—1,54	82	13 44.87	18,55
45 33,0	35 36,07	—1,62	81	13 23,59	19,23
50 14,0	116 17 24,91	+0,56	79	12 46,35	115 5 17,91
55 30,0	16 37,45	+1,46	77	12 2,38	15,30
14 59 46,0	16 1,20	+1,54	76	11 25,12	16,38
1881 April 8 140°.					
13 11 30,0	171 24 18,83	+0,65	37,97	1 19 21,40	170 5 36,05
15 33,0	24 19,43	—0,56	97	19 21,71	35,13
18 12,0	24 19,43	—0,65	97	19 21,15	35,60
22 15,0	108 30 0,16	—1,95	97	19 19,08	109 48 39,32
25 16,0	30 3,56	—2,43	97	19 16,63	39,79
27 43,0	30 7,07	—2,51	97	19 14,04	40,63
30 22,0	30 10,37	—2,60	97	19 10,67	40,47
33 36,0	30 16,08	—2,35	97	19 5,72	41,48
36 11,0	30 20,79	—2,51	97	19 1,10	41,41
41 43,0	171 23 46,98	+0,32	96	18 49,30	170 5 35,96
44 53,0	23 39,17	+0,32	96	18 41,33	36,12
13 47 17,0	23 33,16	—0,40	96	18 34,72	36,00
1881 April 8 145°.					
15 49 15,5	176 6 49,61	+1,21	37,71	1 2 31,44	175 4 57,09
52 12,0	6 10,96	+1,30	69	1 54,07	55,88
55 16,5	5 32,71	+1,21	67	1 14,36	57,23
15 58 56,5	113 48 12,32	—0,24	66	1 0 26,18	114 48 0,60
16 2 12,0	48 58,78	—0.80	64	0 59 42,59	2,93
5 31,5	49 44,23	—1,54	62	58 57,38	2,45
7 42,0	50 12,96	—1,62	61	58 27,41	1,14
11 12,5	51 3,03	—1,62	58	57 38,43	2,26
13 44,5	51 39,07	—1,62	57	57 2,58	2,46
19 34,5	175 59 56,20	+1,46	53	55 38,41	175 4 56,78
22 4,0	59 20,95	+1,38	52	55 1,79	58,06
16 24 40,0	58 40,80	+1,46	50	54 23 19	56,57
1881 April 9 170°.					
13 15 45,0	201 23 11,04	—0,80	37,89	1 19 21,99	200 4 26,14
20 0,0	23 9,24	—0,88	89	19 20,70	25,55
24 45,0	23 6,83	—1,54	89	19 17,40	25,78

t m s	° ′ ″	″	″	′ ″	° ′ ″
13 29 10,0	138 28 55,86	−0,88	37,89	1 19 12,56	139 47 29,65
32 3,0	29 0,38	−0,88	89	19 8,50	30,11
35 13,0	29 6,19	—0,88	89	19 3,21	30,63
38 25,0	29 12,89	—1,38	89	18 56,94	36,56
41 25,0	29 19,90	—1,70	88	18 50,29	30,61
46 40,0	29 33,12	−1,86	88	18 36,76	30,14
52 13,0	201 22 6,36	—0,73	87	18 19,85	200 4 23,65
55 45,0	21 55,34	−0,65	87	18 7,72	24,84
13 59 7,0	21 43,33	—0,73	86	17 55,17	25,29
1881 April 9 175°.					
15 46 11,0	206 5 30,42	+1,05	37,72	1 3 10,08	205 2 59,11
48 56,0	4 56,67	+1,05	71	2 35,76	59,67
51 44,0	4 20,93	+0,32	69	2 0,28	58,66
15 56 40,0	143 45 45,92	—1,13	67	0 56,42	144 46 3,54
16 0 9,0	46 31,98	−1,38	65	1 0 10,32	3,27
2 34,0	47 5,13	−1,62	63	0 59 37,87	3,75
5 33,5	47 45,98	—2,19	61	58 57,15	3,33
8 28,0	48 25,73	—2,03	60	58 17,00	3,10
11 36,0	49 10,39	−2,11	58	57 33,13	3,83
15 38,5	205 58 57,23	− 0,56	56	56 35,62	205 2 58,61
18 38,0	58 12,37	—0,48	54	55 52,34	57,09
16 22 18,0	57 21,10	—1,13	52	0 54 58,57	58,92

Af hvar och en af de fullständiga iakttagelser, som ofvan framlagts, erhålles nu ett polhöjdsresultat, hvilket jag vill beteckna med φ' eller φ'', alt efter som det härflyter från en af de sydliga stjärnorna eller från polstjärnan. Dessa kvantiteter φ' och φ'' innehållas i tredje och fjärde kolumnerna af nedanstående tabell.

δ Andromedæ. α Ursæ min.

Datum.	M	φ'	φ''	$\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$	$\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$
	°	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	″
1880 Dec. 16	0	59 51 26,47	59 51 31,83	59 51 29,15	2,68
» » 18	30	29,11	30,82	29,96	0,86
» » 22	60	29,22	30,44	29,83	0,61
1881 Jan. 4	90	29,03	30,56	29,80	0,76
» » 5	120	28,22	30,64	29,43	1,21
» » 16	150	27,91	32,43	30,17	2,26
		α Trianguli. α Ursæ min.			
1880 Dec. 14	5	59 51 26,65	59 51 31,75	59 51 29,20	2,55
» » 16	35	27,93	30 78	29,35	1,43
» » 18	65	27,67	31,10	29,39	1,71
1881 Jan. 5	95	28,09	30,66	29,38	1,28
» » 23	125	27,82	30,56	29,19	1,37
» » 25	155	26,77	31,93	29,35	2.58
		o Persei. α Ursæ min.			
1880 Dec. 14	10	59 51 27,22	59 51 31,18	59 51 29,20	1,98
» » 16	40	28,61	30,57	29,59	0,98
1881 Jan. 4	70	27,99	29,59	28,79	0,80
» » 6	100	27,95	30,58	29,26	1,32
» » 26	160	27,47	30,72	29,10	1,62
		43 Comæ. α Ursæ min.			
1881 Mars 31	130	59 51 26,85	59 51 31,55	59 51 29,20	2,35
1880 Dec. 17	15	28,03	30,52	29,27	1,25
1881 Jan. 5	45	29,01	29,33	29,17	0,16
Mars 22	75	28,93	29,29	29,11	0,18
» » 23	105	27,22	30,94	29,08	1,86
» » 28	135	25,59	31,97	28,78	3,19
» » 30	165	28,03	30,69	29,36	1,33

ϱ Bootis. α Ursæ min.

Datum.	M	φ'	φ''	$\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$	$\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$
	°	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	″
1881 Mars 23	20	59 51 28,23	59 51 30,36	59 51 29,30	1,06
» » 28	50	28,68	31.03	29,85	1,18
» » 31	80	28,38	29,77	29,07	0,70
» April 4	110	28,04	30,62	29,33	1,29
» » 8	140	26,35	32,35	29,35	3,00
» » 9	170	26,63	32,54	29,58	2,96

β Coronæ. α Ursæ min.

Datum.	M	φ'	φ''	$\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$	$\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$
1881 Mars 23	25	59 51 27,34	59 51 31,45	59 51 29,40	2,05
» » 30	55	27,83	30,25	29,04	1,21
» April 4	115	27,59	30,90	29,25	1,65
» » 7	85	28,31	30,84	29,57	1,27
» » 8	145	25,72	32,52	29,12	3,40
» » 9	175	25,87	32,40	29,14	3,26

Antages nu, att zenitafstånden för de sydliga stjärnorna och för polstjärnan äro tillräckligt nära lika för att böjning och lagbundna delningsfel i motsvarande kvantiteter φ' och φ'' blott skola framkalla fel, hvilkas belopp skilja sig på omärkliga storheter, och betecknas med φ_0 polhöjdens värde + sådana fel i detta, som endast härröra från fel i den sydliga stjärnans och polstjärnans deklinationer, så komma kvantiteterna $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$ i femte kolumnen af nyss anförda tabell att inom hvarje grupp blott med tillfälliga fel skilja sig från motsvarande φ_0. Ger man samma vigt åt alla de värden på $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$, som hänföra sig till samma sydliga stjärna, så fås följande sannolika värden och fel.

Stjärnans namn.	φ_0 med sannolikt fel	Sannolikt fel i *en* af kvant. $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$
	° ′ ″ ″	″
δ Andr. — α Ursæ min.	59 51 29,72 ± 0,10	± 0,25
α Triang.	29,31 ± 0,02	0,06
o Persei	29,29 ± 0,09	0,19
43 Comæ	29,14 ± 0,05	0,12
ϱ Bootis	29,41 ± 0,07	0,18
β Coronæ	29,25 ± 0,05	0,13

Ger man alla i andra kolumnen af denna tabell stående tal samma vigt och antagas deklinationsfelen i förhållande till hvarandra vara tillfälliga, så fås för polhöjden värdet

$$\varphi = 59^\circ\ 51'\ 29'',34 \pm 0'',06$$

hvilket tills vidare må gälla såsom ett preliminärt resultat. Antagas *samtliga* kvant. $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$ hafva samma vigt, svarande mot ett visst sannolikt fel i *en* sådan kvantitet, så kunna vi sätta detta sannolika fel lika med

$$\pm\sqrt{\frac{(0'',25)^2+(0,06)^2+\ldots}{6}} = \pm\, 0'',17$$

men hvar och en af kvantiteterna $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$ är erhållen af tillsammans 24 enkla inställningar, hvarför sannolika felet i *en* sådan kan anses vara

$$\pm\, 0'',17\sqrt{24} = \pm\, 0'',8$$

således något mindre än *en* sekund.

6.

Mikroskopnivåns afläsning visade sig under iakttagelserna icke alldeles konstant. För undersökning af de vexlingar, den samma under hvarje fullständig iakttagelse undergick, har jag tänkt mig hvarje sådan indelad i fyra grupper, af hvilka den första omfattar de tre första inställningarna, den andra de tre följande o. s. v. Medeltalen af de tre nivååfläsningar, som med hvarje grupps inställningar äro förenade, kallar jag i ordning för i_1, i_2, i_3, i_4, hvarvid i_1, och i_4 å ena samt i_2 och i_3 å andra sidan vid de sydliga stjärnorna komma att motsvara cirkellägena venster och höger, och för Polstjärnan tvärt om. Om man tager medeltal af de värden på kvantiteterna $i_4 - i_1$ och $i_3 - i_2$, som samtliga fullständiga iakttagelser af sydliga stjärnor och polstjärnan lemna, så fås följande tal, uttryckta i nivådelen som enhet.

	Sydliga stjärnor.		Polstjärnan.	
$i_4 - i_1$	*c.* venster = *c.* öster	$-0{,}1 \pm 0{,}08$	*c.* höger = *c.* öster	$-0{,}1 \pm 0{,}06$
$i_3 - i_2$	*c.* höger = *c.* vester	$-0{,}3 \pm 0{,}07$	*c.* venster = *c.* vester	$-0{,}5 \pm 0{,}05$

Uppmärksammar man nu, att hvarje kvantitet i betyder det antal delstreck, med hvilket nivåblåsans midt ligger till *venster* om nivårörets nollpunkt, så inses af ofvanstående tabell, att nivåns *norra* ända under tiden mellan andra och tredje gruppens inställningar *sänkt* sig och att samma ända af nivån (den norra) under tiden mellan första och fjärde gruppens inställningar åtminstone icke sänkt sig lika mycket, utan snarare höjt sig. En ändring hos vertikalcirkelnivån under loppet af en iakttagelse kan i allmänhet bero derpå, att instrumentets s. k. vertikala axel icke är fullständigt vertikal. Men att den anförda företeelsen icke kan bero *endast* på denna orsak är tydligt. Ty i sådant fall borde $i_4 - i_1$ icke blott vara af motsatt tecken mot $i_3 - i_2$, utan äfven åtminstone icke vara numeriskt mindre än denna. Af samma skäl medför icke antagandet af en konstant förändring i läget af pelaren eller instrumentets fasta del någon förklaring af det anförda förhållandet. Om däremot i de delar af instrumentet, som äro vridbara kring dess vertikala axel några förändringar under iakttagelsernas lopp antagas hafva försiggått, som åstadkommit konstanta vexlingar i den vinkel hvilken t. ex. nivåns *högra* ända bildade med horizonten, så kunde genom detta antagande i förening med antagandet af någon eller båda af de andra nyss nämda orsakerna företeelsen få en förklaring. Betyda ofvanstående tal något annat än tillfällighet, så gifva de således äfven en antydan om sådana förändringar. Huru dessa kunna hafva uppkommit, är svårt att säga. Möjligen bero de på en olikformig utvidgning af instrumentet, förorsakad af den uppvärmning, som den vid afläsningarna använda lampan och iakttagarens kroppsvärme medförde.

7.

Med fasthållande af nyss anförda indelning af de fullständiga iakttagelserna i fyra grupper, betecknar jag med s_1, s_2, s_3, s_4, de reducerade cirkelafläsningarna eller de tal, som i sjette kolumnen af tabellerna sid. 16—42 äro angifna som resultat af första, andra, tredje och fjärde gruppens inställningar, då således s_1 och s_4 samt s_2 och s_3 böra sinemellan öfverensstämma. Emellertid synes det redan vid en flyktig blick, att $s_1 - s_4$, hvad de sydliga stjärnorna beträffar, pekar på en från noll skild storhet, hvilket äfven gifvit anledning till en sammanställning af kvantiteterna $s_1 - s_4$ och $s_3 - s_2$, såsom följer.

Datum.	Zenit-punkt.	Sydliga stjärnan.		Polstjärnan.	
		$s_1 - s_4$	$s_3 - s_2$	$s_1 - s_4$	$s_3 - s_2$
	°	″	″	″	″
1880 Dec. 14	5	+1,2	—0,6	+0,9	+0,8
» » 14	10	+1,3	+1,4	+0,2	+0,2
» » 16	0	+0,3	+0,1	+1,1	+0,8
» » 16	35	+1,3	+0,9	—0,5	+1,0
» » 16	40	+0,3	—0,7	+1,6	—1,0
» » 17	15	—0,5	—0,1	+0,5	—0,1
» » 18	30	+0,2	0,0	—1,2	+0,9
» » 18	65	+0,2	+0,9	—1,8	—0,6
» » 22	60	+0,2	+1,2	+0,6	—1,1
1881 Jan. 4	90	—1,0	+1,4	+1,2	+0,9
» » 4	70	+1,7	+1,0	—1,1	0,0
» » 5	120	+1,6	+1,9	+1,7	+1,2
» » 5	95	+2,0	+0,2	—0,7	+0,6
» » 5	45	—0,6	+0,9	+2,1	—0,1
» » 6	100	+2,2	+1,0	+1,4	—1,0
» » 16	150	—0,2	+0,7	—0,5	—0,4
» » 23	125	+1,7	+0,7	—0,4	—0,5
» » 25	155	+0,5	+0,5	+1,3	+0,1
» » 26	160	+0,5	—0,1	+0,5	+0,4
» Mars 22	75	+2,3	+0,5	+0,1	—1,3
» » 23	105	+0,8	—0,1	+1,4	+0,9
» » 23	20	+1,8	+0,3	+0,3	+0,5

Datum.	Zenitpunkt.	Sydliga stjärnan.		Polstjärnan.	
		$s_1 - s_4$	$s_3 - s_2$	$s_1 - s_4$	$s_3 - s_2$
	°	″	″	″	″
1881 Mars 23	25	+3,0	+0,7	+1,4	+0,2
» » 28	135	+0,8	+0,4	+0,8	+1,1
» » 28	50	−0,4	+1,5	+0,9	−0,5
» » 30	165	+1,5	+0,7	+0,6	+0,3
» » 30	55	+0,1	+1,5	−0,6	+0,9
» » 31	130	+0,4	−0,5	+1,9	−1,6
» » 31	80	+2,6	+2,5	−0,7	−0,6
» April 4	110	+2,4	+0,3	+2,1	+0,5
» » 4	115	+3,4	+0,6	+0,3	−0,5
» » 7	85	+1,4	+0,2	+2,0	−0,3
» » 8	140	+0,7	+0,4	−0,4	+1,2
» » 8	145	+4,0	+0,3	−0,4	0,0
» » 9	170	+2,6	+1,6	+1,2	+0,3
» » 9	175	+2,6	+1,5	+0,9	−0,1
Medeltal med sannolika fel		+1″,2 ± 0″,14	+0″,7 ± 0″,08	+0″,5 ± 0″,12	+0″,1 ± 0″,08

Det synes vara påtagligt, att de båda första under denna tabell stående och för de sydliga stjärnorna gällande medeltalen, hvilka äro ungefär nio gånger så stora som motsvarande sannolika fel, tyda på konstant värkande orsaker, under det att de båda senare afvikelserna, som hänföra sig till polstjärnan, torde kunna anses vara tillfälliga. Också har jag icke kunnat upptäcka några orsaker, som vid iakttagelserna af polstjärnan skulle kunnat medföra några konstanta fel hos kvantiteterna $s_1 - s_4$ och $s_3 - s_2$, under det att vid iakttagelserna af de sydliga stjärnorna däremot sådana orsaker rätt väl äro tänkbara. Jag frånser härvid såsom mindre sannolika från de förklaringsgrunder, som kunde finnas i en under alla iakttagelserna åt konstant led försiggående ändring af refraktionen eller cirkelns zenitpunkt, eller i ett *tillräckligt stort* och genomgående fel i de använda urstånden och rektascensionerna. Icke heller i mikroskopafläsningarna torde man hafva att söka förklaringen, då bestämningen af mikroskopskrufvarnas gängavärden icke lemnar mycket öfrigt att önska. De konstanta fel hos i fråga varande kvantiteter, som skulle uppstå genom en felaktighet i det använda värdet på en nivådel i förening med en konstant ändring af nivåafläsningarna under hvarje iakttagelses lopp, äro som man af tabellen å sidan 46 kan se, mycket små, så snart man, som här, kan förutsätta, att felet i nivåblåsans medelvärde icke är större än omkring 0",1. En förändring af mikroskopnivåns nollpunkt under iakttagelsernas lopp, föranledd af den vid afläsningarna använda lampan skulle visserligen kunna framkalla sådana konstanta fel. Emedan emellertid denna uppvärmning varit gemensam för nivåns båda båda ändar, torde man möjligen kunna bortse äfven från denna förklaring. Då slutligen tanken på en förändring af instrumentets böjningskonstant under den korta tiden af en iakttagelse endast i nödfall torde böra tillgripas, synas mig endast tvenne förklaringar antagliga. Den ena af dessa kan sökas i någon regelbunden spänning hos instrumentet vid inställningarna, som varit olika alt efter den led, i hvilken inställningsskrufven vridits. Inställningarna värkställdes nemligen alltid så, att de horisontela håren, mellan hvilka stjärnan inställdes, fördes i motsatt led mot stjärnans vertikala rörelse. Emedan nu alla inställningar, som hörde till samma fullständiga iakttagelse af en sydlig stjärna jemt fördelades på båda sidor om meridianen, kom inställningsskrufven vid de inställningar, som hörde till första gruppen, att vridas i motsatt led mot vid de inställningar, som hörde till den fjärde, och likaså i motsatt led vid andra och tredje gruppens inställningar. Vid de sydliga stjärnorna kunde alltså till följd af en sådan spänning, som den nämda, kvantiteterna $s_1 - s_4$ och $s_3 - s_2$ blifva behäftade med konstanta fel. Vid iakttagelserna af polstjärnan kunde däremot detta ej blifva förhållandet, emedan, om man bortser från två enstaka inställningar, alla inställningar af första och fjärde gruppen å ena samt andra och tredje å andra sidan under hvarje fullständig iakttagelse utfördes genom vridning af inställningsskrufven i *samma* led. Den andra förklaringen hvilar på en rent psykisk egendomlighet, den nemligen, att iakttagarens förnimmelse af stjärnan såsom liggande midt emellan de horisontela håren varit beroende af stjärnans rörelse vinkelrätt mot dessa och att detta beroende varit olika allt efter denna rörelses led. Häri kan onekligen ligga en orsak till konstanta fel hos kvantiteterna $s_1 - s_4$ och $s_3 - s_2$, för så vidt frågan rör de sydliga stjärnorna, men deremot icke vid iakttagelserna af polstjärnan, både emedan dennas rörelse knappt var märkbar för ögat och därföre att den under hela tiden för hvarje iakttagelse försiggick i samma led.

För den händelse, att man kunde antaga, att det fel i en af kvantiteterna s, som af den förstnämnda orsaken härflöte, vore till sitt numeriska värde konstant, och lika med m, men vexlade tecken med den led i hvilka inställningsskrufven vredes, samt att det personliga fel, som af den andra orsaken uppkomme, vore proportionelt mot en positiv konstant n och mot stjärnans hastighet i vertikal led, för denna händelse skulle man, om inga andra orsaker för de i fråga varande afvikelserna funnes för handen, till bestämning af m och n erhålla ekvationerna

$$2m + 2n \,.\, 0{,}8 = 1{,}2$$

$$2m + 2n \,.\, 0{,}3 = 0{,}7$$

i hvilka 0,8 och 0,3 betyda stjärnans hastigheter i bågsekunder på tidssekunden under inställningarna af första och fjärde gruppen å ena samt andra och tredje å andra sidan, svarande mot timvinklarna 15^m och 5^m. Dessa ekvationer gifva

$$m = 0'',2$$

$$n = 0'',5$$

De personliga felen vid inställningarna af de båda yttersta och de mellanliggande grupperna skulle således vara 0″,40 och 0″,15.

Det förtjenar att anmärkas, att vissheten om slutresultatets frihet från konstanta fel bland andra förutsättningar äfven hvilar på den, att de fel, som möjligen af nämda orsaker uppkommit, värkligen äro af den natur att de elimineras — en förutsättning, som visserligen a priori kan synas mycket sannolik, men för hvilken man icke har någon påtaglig säkerhet.

Hvad de sannolika felen under närmast föregående tabell angår, så förhålla de sig just som man på förhand kunde hafva antagit. Den längre tid, som förflöt mellan första och fjärde gruppen borde lemna ett större spelrum för störande inflytelser än tiden mellan andra och tredje gruppen; de sannolika felen för $s_1 - s_4$ äro äfven större än de sannolika felen för $s_3 - s_2$. Att detta i högre grad är fallet vid de sydliga stjärnorna har tydligen sin grund i inflytandet af urståndens fel.

8.

Sjette kolumnen af tabellen sid. 43—44 indelas i sex grupper såsom vid densamma finnes antydt, i det jag betraktar iakttagelsen af 43 Comæ för zenitpunkten 130° som om den i alla afseenden vore en iakttagelse af *o* Persei, hvilket icke kan medföra några stora fel i de nedan erhållna resultaten. De i denna kolumn angifna talen $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ böra, om man bortser från de små olikheterna i polstjärnans och de motsvarande sydliga stjärnornas zenitafstånd samt deklinationsfelens inflytande, uttrycka instrumentets böjning. Redan vid första blicken ser man emellertid, att dessa tal sins emellan afvika mycket mer än de i bredvidstående kolumn befintliga talen $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$. Beräknas inom hvarje grupp medeltal af kvantiteterna $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ och sannolika fel, så erhållas nedanstående siffror.

	$\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ med sann. fel.	Sann. fel i *en* af kvant. $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$
	″ ″	″
Grupp 1	1,40 ± 0,24	± 0,58
» 2	1,82 ± 0,16	0,40
» 3	1,51 ± 0,16	0,40
» 4	1,33 ± 0,31	0,77
» 5	1,70 ± 0,28	0,68
» 6	2,14 ± 0,27	0,66

Man ser, att de sannolika felen i sista kolumnen af denna tabell äro betydligt större än de i tredje kolumnen af tabellen å sidan 45 innehållna. Den första slutsats, man på grund häraf skulle vilja draga, är den, att instrumentets böjningskonstant under iakttagelseföljden vexlat. Ger man emellertid åt de värden på $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ som i ofvanstående tabell finnas, samma vigt, så fås i medeltal

$$\frac{\varphi''-\varphi'}{2}=1'',65$$

med ett sannolikt fel af ± 0″,08, hvilket icke mycket öfverskjuter det förut för medeltalet af kvantiteterna φ_0 funna sannolika felet ± 0″,06. Denna omständighet, i förening med det samband som talen $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ i tabellen sid. 43—44 tyckas förråda med motsvarande zenitpunkter, ledde till det antagandet, att den stora vexlingen hos dessa kvantiteter berodde af delningsfel.

För afläsning af hela grader å cirkeln användes en lup, som är så belägen, att när den samma visar på 0° mikroskop II visar på 20°. Anger således denna lup en afläsning u, så afläsas med mikroskopen II och I strecken $u + 20^\circ$ och $u + 20^\circ + 180^\circ$. Nu antages i allmänhet, att lagbundna delningsfel förekomma hos cirkeln och att den rättelse, som till följd af dessa kräfves för en båge från 0° till ω är af formen

$$\begin{gathered} a_0 + a_1 \cos \omega + a_2 \cos 2\omega + \,..\, + \\ + b_1 \sin \omega + b_2 \sin 2\omega + \ldots \end{gathered}$$

Afläses med lupen ett gradtal u, så bli således rättelserna för delningsfel å de båda mikroskopafläsningarna

$$\begin{gathered} a_0 + a_1 \cos (u + 20^\circ) + a_2 \cos 2\,(u + 20^\circ) + \,..\, + \\ b_1 \sin (u + 20^\circ) + b_2 \sin 2\,(u + 20^\circ) + \,.. \end{gathered}$$

och

$$\begin{gathered} a_0 - a_1 \cos (u + 20^\circ) + a_2 \cos 2\,(u + 20^\circ) - \,..\, - \\ - b_1 \sin (u + 20^\circ) + b_2 \sin 2\,(u + 20^\circ) - \ldots \end{gathered}$$

eller genom utveckling af de ingående sin. och cos.

$$\begin{gathered} \alpha_0 + \alpha_1 \cos u + \alpha_2 \cos 2u + \,.. \\ + \beta_1 \sin u + \beta_2 \sin 2u + \,.. \end{gathered}$$

och

$$\begin{gathered} \alpha_0 - \alpha_1 \cos u + \alpha_2 \cos 2u - \,..\, - \\ - \beta_1 \sin u + \beta_2 \sin 2\,u - \ldots. \end{gathered}$$

Rättelsen å medeltalet af båda mikroskopafläsningarna blir således

$$\begin{gathered} \alpha_0 + \alpha_2 \cos 2u + \alpha_4 \cos 4u + \,..\, + \\ + \beta_2 \sin 2u + \beta_4 \cos 4u + \ldots \end{gathered}$$

Äro nu h och v resultat af cirkelafläsningar för cirkellägena höger och venster, så blir rättelser för delningsfel å det genom förbindning af dessa erhållna zenitafståndet

$$\tfrac{1}{2}\left\{\alpha_2(\cos 2h - \cos 2v) + \alpha_4(\cos 4h - \cos 4v) + ..\right\} +$$
$$+ \tfrac{1}{2}\left\{\beta_2(\sin 2h - \sin 2v) + \beta_4(\sin 4h - \sin 4v) + ..\right\}$$

eller om zenitafståndet tecknas med z och cirkelns zenitpunkt med M

$$- \alpha_2 \sin 2z \sin 2M - \alpha_4 \sin 4z \sin 4M \ldots +$$
$$+ \beta_2 \sin 2z \cos 2M + \beta_4 \sin 4z \cos 4M + ..$$

Jag antager nu att φ' och φ'' i tredje och fjärde kolumnerna af tabellen sid. 43—44 icke innehålla några andra fel än sådana som bero på böjning, periodiska delningsfel af ofvanstående form, deklinationsfel samt tillfälliga fel; vidare, att den i dessa kvantiteter ingående böjningen är proportionel mot sinus för zenitafståndet samt att alla koëfficienter från och med α_4 och β_4 i uttrycket här ofvan äro tillräckligt små för att kunna lemnas utan afseende. Betecknas då med z' och z'' den sydliga stjärnans och polstjärnans zenitafstånd, med M som förut cirkelns zenitpunkt, med φ_0 och b_0 polhöjden och böjningskonstanten så när som på fel, som de använda deklinationerna medföra, med b böjningskonstantens sanna värde och med ε_1 och ε_2 tillfälliga iakttagelsefel; så lemnar hvarje horisontel rad af nyssnämda tabell tvenne likheter af formen

$$\varphi_0 + \frac{b}{2}(\sin z'' - \sin z') - \frac{\alpha_2}{2}(\sin 2z'' - \sin 2z') \,.\, \sin 2M +$$
$$+ \frac{\beta_2}{2}(\sin 2z'' - \sin 2z') \,.\, \cos 2M - \frac{\varphi'' + \varphi'}{2} = \varepsilon_1$$

$$\frac{b_0}{2}(\sin z'' + \sin z') - \frac{\alpha_2}{2}(\sin 2z'' + \sin 2z') \,.\, \sin 2M +$$
$$+ \frac{\beta_2}{2}(\sin 2z'' + \sin 2z') \,.\, \cos 2M - \frac{\varphi'' - \varphi'}{2} = \varepsilon_2$$

För hvarje grupp af meranämda tabell kan man anse b_0, z'', z' för konstanta. Värdena på de båda senare och de af dem beroende kvantiteter, som komma till användning, finnas i nedanstående tabell anförda.

	z''	z'	$\sin z'' + \sin z'$	$\sin 2z'' + \sin 2z'$	$\sin z'' - \sin z'$	$\sin 2z'' - \sin 2z'$
	° ′	° ′				
Grupp 1	28 50	29 40	+ 0,977	+ 1,705	— 0,013	— 0,015
» 2	28 50	30 50	+ 0,995	+ 1,725	— 0,031	— 0,035
» 3	29 10	28 0	+ 0,956	+ 1,680	+ 0,018	+ 0,022
» 4	31 20	31 30	+ 1,042	+ 1,779	— 0,002	— 0,003
» 5	31 30	29 0	+ 1,007	+ 1,739	+ 0,037	+ 0,043
» 6	31 10	30 20	+ 1,022	+ 1,757	+ 0,012	+ 0,015

Förbindas likheterna af den senare formen gruppvis och lösas enligt minsta kvadratmetoden med afseende på $\frac{b_0}{2}$, $-\frac{\alpha_2}{2}$, $\frac{\beta_2}{2}$ såsom obekanta så fås följande sannolika värden och fel,

	$\frac{b_0}{2}$ med sann. fel.	$-\frac{\alpha_2}{2}$ med sann. fel.	$+\frac{\beta_2}{2}$ med sann. fel.
	″ ″	″	″
Grupp 1	1,43 ± 0,12	— 0,34 ± 0,10	+ 0,50 ± 0,10
» 2	1,83 ± 0,12	— 0,08 ± 0,10	+ 0,35 ± 0,10
» 3	1,58 ± 0,12	— 0,33 ± 0,10	+ 0,20 ± 0,10
» 4	1,28 ± 0,16	— 0,73 ± 0,14	+ 0,08 ± 0,14
» 5	1,69 ± 0,16	— 0,52 ± 0,13	+ 0,43 ± 0,13
» 6	2,09 ± 0,09	— 0,40 ± 0,07	+ 0,56 ± 0,07

hvarvid erinras därom, att deklinationsfelen ingå i kvantiteterna $\frac{b_0}{2}$ men icke i $-\frac{\alpha_2}{2}$ eller $\frac{\beta_2}{2}$. Ger man samma vigt åt alla talen i hvar och en af ofvanstående tabells kolumner så fås

	Medeltal med sann. fel.
	″ ″
$\frac{b_0}{2}$	1,65 ± 0,08
$-\frac{\alpha_2}{2}$	— 0,40 ± 0,06
$+\frac{\beta_2}{2}$	+ 0,35 ± 0,05

Äro deklinationsfelen eliminerade ur medeltalet $\frac{b_0}{2}$ så är

$$\frac{b}{2} = \frac{b_0}{2} = 1'',65$$

De sannolika fel, som för *en* af kvantiteterna $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ fås, äro

	Grupp.					
	1	2	3	4	5	6
Sann. fel i *en* af kvant. $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$	± 0'',29	± 0'',30	± 0'',28	± 0'',44	± 0'',38	± 0'',22

Jemföras dessa med de sannolika felen i tredje kolumnen af tabellen å sidan 51, så finner man att de här senast funna äro betydligt mindre än dessa, hvaraf man kan sluta, att cirkelns delningsfel hafva åtminstone en ganska stor del i de vexlingar som talen $\frac{\varphi''-\varphi'}{2}$ förete. I jemförelse med de sannolika felen för en af kvantiteterna $\frac{\varphi''+\varphi'}{2}$, som återfinnas i tredje kolumnen af tabellen å sidan 45, äro emellertid de senast funna ännu stora. Detta kan bero antingen därpå, att böjningskonstanten värkligen varit underkastad små vexlingar eller därpå, att den för delningsfelen uppställda lagen icke är tillräckligt noggrann, eller möjligen på båda dessa orsaker. Den omständigheten att sannolika felet för $\frac{b}{2}$ (0'',08) obetydligt öfverskjuter det sannolika felet, som för φ erhölls (0'',06) synes mig emellertid bekräfta sannolikheten för böjningskonstantens oföränderlighet under denna iakttagelseföljd, hvarför jag såsom sannolikast antager den andra af de uppställda orsakerna. Denna åter kan antingen bestå däruti att icke tillräckligt många termer af uttrycket för delningsfelen blifvit medtagna, eller däruti att de lagbundna delningsfelen icke med behöflig tillnärmelse låta framställa sig under den anförda enkla formen. Det föreliggande materialet är icke lämpadt för att afgöra, hvilketdera här är fallet. I en sammanställning af de under antagande af ofvan anförda uttryck för delningsfel erhållna öfverblifvande felen har jag emellertid icke kunnat upptäcka något tydligt spår af periodicitet, hvarför någon grund synes mig föreligga för antagandet af det senare alternativet.

Med användning af de funna värdena för $-\frac{\alpha_2}{2}$ och $\frac{\beta_2}{2}$ öfvergår uttrycket för delningsfelens inflytande i den första af formlerna nederst å sidan 53 uti

$$-0'',4\,(\sin 2z''-\sin 2z')\,.\,\sin 2M+0'',4\,(\sin 2z''+\sin 2z')\,.\,\cos 2M$$

eller

$$-0'',6\,(\sin 2z''-\sin 2z')\,.\,\sin(2M+45^\circ)$$

hvilket värde aldrig blir numeriskt större än numeriska värdet af

$$0'',6\,(\sin 2z''-\sin 2z')$$

Emedan det numeriskt största värdet af $(\sin 2z''-\sin 2z')$ som inom någon af de sex grupperna förekommer är 0,043 och således ofvanstående uttrycks största värde icke uppnår 0'',03 har jag för delningsfelens inflytande i den ifrågavarande likheten substituerat noll. Termen $\frac{b}{2}(\sin z''-\sin z')$ erhåller för de olika grupperna följande värden

	''
Grupp 1	— 0,02
» 2	— 0,05
» 3	+ 0,03
» 4	0,00
» 5	+ 0,06
» 6	+ 0,02

Äfven dessa äro således i allmänhet nästan omärkliga. Subtraheras de emellertid från de värden på φ_0 som i tabellen å sidan 45 finnas så fås enligt förutsättningarna de värkliga φ_0 såsom följer

Stjärnans namn.	φ_0
	° ' ''
δ Andromedæ — α Ursæ min.	59 51 29,74
α Trianguli	29,36
o Persei	29,16
43 Comæ	29,14
ϱ Bootis	29,35
β Coronæ	29,23

Antagas de ingående deklinationsfelen vara tillfälliga i förhållande till hvarandra och hvart och ett af ofvanstående värden erhåller samma vigt, så fås för polhöjden det sannolika värdet

$$\varphi = 59^\circ\ 51'\ 29'',33$$

med ett sannolikt fel af ± 0″,06.

Reduktionen från meridianrummets norra pelare, på hvilken instrumentet var uppställdt, till midtpunkten af observatoriets kupol är

$$-\ 0'',04$$

hvarför för den senares polhöjd som slutresultat erhålles

$$59^\circ\ 51'\ 29'',3$$

9.

Det för kontrolliakttagelserna i första vertikalen använda instrumentet, är beskrifvet i Professor Roséns afhandling »Om Stockholms polhöjd». *) Här må af denna beskrifning blott upprepas, att instrumentet, som var ämnadt att uppfylla båda ändamålen af ett passageinstrument och ett azimutinstrument, består af två delar, en undre och fast, med hvilken en horisontel cirkel är förenad, samt en öfre och kring en vertikal axel rörlig del, som bär instrumentets axelstöttor och dessutom är försedd med tvenne mikroskop för afläsning af den horisontela cirkeln. Emedan pelaren i observatoriets vertikalrum var för liten för ändamålet, nödgades jag uppställa instrumentet på meridianrummets södra pelare. På grund häraf blefvo emellertid stjärnor med större zenitafstånd otillgängliga i första vertikalen, hvarför icke några särskilda azimutbestämningar kunde värkställas. För att emellertid förvissa mig om att azimutförändringar under iakttagelserna icke förekommo till följd af möjligen befarbara rörelser kring den vertikala axeln, afläste jag före och efter hvarje iakttagelse medels de vid instrumentets rörliga del fästade mikroskopen den med det undre och fasta partiet förbundna cirkeln.

---

*) Öfversigt af Kongl. Vet.-Akad:s Förh. 1879 n:o 8.

Iakttagelserna anordnades i öfverensstämmelse med den Struve:ska metoden, enligt hvilken, som bekant, tubens horisontela axel icke omlägges under tiden mellan den östra och vestra passagen utan midt under hvar och en af dessa, hvarigenom således fyra passager öfver samma hår komma att iakttagas. Betecknas här med t_1, t_2, t_3, t_4 urtiderna för den första, andra, tredje och fjärde passagen öfver samma hår, med γ urstånden och med i_o och i_v den horisontela axelns lutning under passagerna i öster och vester, positivt räknade, när axelns norra ända ligger öfver horizontplanet, som lägges genom den södra, medan α, δ, φ hafva de vanliga betydelserna, så erhålles för beräkningen af iakttagelserna följande formelsystem.

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \delta \, . \sec \frac{(t_4 - t_1) + (t_3 - t_2)}{4} \cdot \sec \frac{(t_4 - t_1) - (t_3 - t_2)}{4} \cdot$$

$$\cdot \cos \left[\frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4} - (\alpha - \gamma) \right]$$

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{i_o + i_v}{2}$$

Logaritmerna för de tre sista faktorerna i högra ledet af den första formeln hemtades ur Struve's bekanta »Tabulæ auxiliares». Instrumentet var så nära inställdt i första vertikalen, att logaritmen för den sista faktorn i sjelfva värket aldrig uppgick till *en* enhet af sjunde decimalen. — Egentligen skulle kvantiteterna $t_4 - t_1$ och $t_3 - t_2$ rättas för urets dragning, hvilket emellertid visade sig obehöfligt, om man antoge de dragningar på ett dygn som äro angifna i fjärde kolumnen af nedanstående tabell, hvilken är erhållen ur observatoriets dagbok öfver iakttagelseurets stånd. Första och andra kolumnerna angifva datum och stjärntid gällande för det i den tredje befintliga ståndet.

Datum.	Stjärn-tid.	γ	$\Delta\gamma$
	t	s	s
1881 April 13	9	+ 3,9	+ 0,07
» » 16	11	+ 4,1	— 0,31
» » 23	12	+ 1,9	— 0,25
» Maj 7	14	— 1,6	— 0,16
» » 15	14	— 2,9	— 0,20
» » 22	14	— 4,3	0,00
» » 26	14	— 4,3	

Då instrumentet blott en kortare tid kunde ställas till mitt förfogande, inskränkte sig iakttagelserna i första vertikalen till följande tre ur den förut använda katalogen utvalda stjärnor, hvilkas deklinationer äro nära lika stora med observatoriets polhöjd.

Stjärnans namn	Rektasc. 1881
	t
υ Ursæ maj.	9,7
74 Ursæ maj.	12,4
Gr. 2164	14,8

I följande tabell, andra och tredje kolumnen, äro enligt samma stjärnkatalog dessa stjärnors apparenta orter angifna för midten af hvarje iakttagelse. De i tabellens fjärde kolumn upptagna urstånden gälla för samma tider.

	Datum.	δ			α			γ
		°	'	"	t	m	s	s
υ Ursæ maj.	1881 April 13	59	35	51,33	9	42	34,8	+3,9
	» » 14			51,48			34,8	+4,0
	» » 15			51,61			34,8	+4,0
	» » 16			51,74			34,7	+4,1
	» » 17			51,87			34,7	+3,8
	» » 18			52,00			34,7	+3,5
	» » 23			52,57			34,5	+1,9
74 Ursæ maj.	1881 April 13	59	3	28,12	12	24	27,6	+3,9
	» » 14			28,41			27,6	+4,0
	» » 15			28,67			27,6	+4,0
	» » 16			28,95			27,5	+4,1
	» » 17			29,22			27,5	+3,8
	» » 23			30,81			27,5	+1,9
	» Maj 7			34,23			27,2	—1,6
Gr. 2164	1881 April 13	59	46	24,46	14	48	28,5	+3,9
	» » 14			24,76			28,5	+4,0
	» » 16			25,35			28,5	+4,1
	» » 17			25,64			28,5	+3,8
	» Maj 7			31,90			28,7	—1,6
	» » 15			34,39			28,6	—2,9
	» » 22			36,49			28,6	—4,3
	» » 23			36,77			28,6	—4,3

För reduktionen af nivåafläsningarna, användes det i professor ROSÉNS nämnda afhandling uppgifna värdet på en nivådel 1″,10. För att förringa inflytandet af ett fel i detta värde på slutresultatet förändrades under iakttagelseföljden med flit den horisontela axelns lutning. Man finner äfven lätt af de i det följande meddelade lutningsrättelserna, att ett fel af 0″,1 i värdet af en nivådel på den slutliga polhöjden blott kommer att invärka med ett fel, som är mindre än 0″,02. Under iakttagelserna bemärkta förändringar hos nivåafläsningarna gåfvo anledning till en sammanställning af dessa. Kallas de omedelbara nivåafläsningarna, som hänföra sig till den östra passagen för cirkel norr och cirkel söder för o_n och o_s samt motsvarande kvantiteter för vestra passagen för v_n och v_s, äro vidare i_o och i_v den hvrisontela axelns lutningar under passagerna i öster och vester, räknade som förut är sagdt, samt $\varDelta i_o$ och $\varDelta i_v$ nivåns felvisning eller det fel, som elimineras genom en nivås omläggning, vid hvardera af dessa passager, så fås, om man bemärker, att o_n, o_s, v_n, v_s äro erhållna af hvardera *en* enkel nivåafläsning, emedan nivån aldrig lemnade den horisontela axeln

$$i_o = o_n + \varDelta i_o = o_s - \varDelta i_o$$
$$i_v = v_n + \varDelta i_v = v_s - \varDelta i_v,$$

i hvilka formler tappolikheten är frånsedd.

Med användning af dessa formler härleddes de i följande tabell anförda kvantiteterna i_o, i_v, $\varDelta i_o$, $\varDelta i_v$, i hvilken T betyder tiden mellan passagen i öster och i vester, t tiden mellan den första och sista iakttagelsen inom hvardera passagen.

v Ursæ maj.

Datum.	i_o	i_v	$i_v - i_o$	$\varDelta i_o$	$\varDelta i_v$	$\varDelta i_v - \varDelta i_o$
$T = 1^t,1 \quad t = 30^m$						
	″	″	″	″	″	″
1881 April 13	+0,44	+0,45	+0,01	—1,66	—1,70	—0,04
» » 14	+1,00	+0,88	—0,12	—1.62	—1,45	+0,17
» » 15	+0,43	+0,69	+0,26	—1,03	—2,13	—1,10
» » 16	+0,43	+1,14	+0,71	—0,96	—1,69	—0,73
» » 17	+0,19	+0,49	+0,30	—1,52	—2,45	—0,93
» » 18	+0,42	+0,95	+0,53	—1,53	—2,27	—0,74
» » 23	—2,91	—2,95	—0,04	—2,24	—2,50	—0,26

74 Ursæ maj.

$T = 1^t,9 \quad t = 15^m$

Datum.	i_o	i_v	$i_v - i_o$	Δi_o	Δi_v	$\Delta i_v - \Delta i_o$
	″	″	″	″	″	″
1881 April 13	+0,81	+1,25	+0,44	−1,72	−2,19	−0,47
» » 14	+0,65	+0,85	+0,20	−1,73	−1,57	+0,16
» » 15	+1,25	+1,45	+0,20	−1,15	−2,91	−1,76
» » 16	+1,62	+1,55	−0,07	−1,62	−2,11	−0,49
» » 17	+1,10	+0,81	−0,29	−1,65	−2,44	−0,79
» » 23	−2,96	−2,89	+0,07	−2,47	−2,71	−0,24
» Maj 7	−4,31	−3,89	+0,42	−1,40	−1,65	−0,25

Gr. 2164.

$T = 1^t,0 \quad t = 20^m$

Datum.	i_o	i_v	$i_v - i_o$	Δi_o	Δi_v	$\Delta i_v - \Delta i_o$
1881 April 13	+1,20	+1,33	+0,13	−2,63	−2,46	+0,17
» » 14	+1,32	+1,74	+0,42	−1,87	−2,34	−0,47
» » 16	+2,10	+1,91	−0,19	−2,23	−2,46	−0,23
» » 17	+1,51	+1,37	−0,14	−2,35	−2,74	−0,39
» Maj 7	+3,67	+3,59	−0,08	−1,78	−1,90	−0,12
» » 15	−0,86	−0,89	−0,03	−1,78	−1,85	−0,07
» » 22	−1,61	−1,34	+0,27	−1,13	−1,44	−0,31
» » 23	−2,41	−1,99	+0,42	−0,89	−1,01	−0,12

Man ser af den fjärde kolumnen i denna tabell att lutningen vexlat mellan de båda passagerna och mest så att nivåns norra ända höjt sig, hvilket troligen har sin grund däruti, att pelarens södra del, som om dagen blifvit mer uppvärmd än den norra, på aftonen till följd af utstrålning dragit sig tillsammans. Af sjunde kolumnen ser man vidare, att icke heller nivåns felvisning under iakttagelserna hållit sig konstant, utan att den alldeles bestämdt minskats. Detta finner tvifvelsutan sin förklaring i den omständigheten, att den till fältbelysningen tjenande lampan, oaktadt den filtklädda skärm, som befann sig mellan densamma och nivån, utstrålat värme mot dennas ena ända. Det är gifvet, att en sådan förändring, hvilken äfven kan tänkas hafva försiggått under tiden för hvardera passagens iakttagelser, för denna händelse måste införa ett konstant fel i polhöjdsbestämningen, såvida den icke varit lika under tiden för östra och vestra passagens iakttagelser eller åtminstone olikheten, om en sådan funnits, varit af tillfällig art.

Själfva iakttagelserna lemnas i nedanstående tabeller, hvilka äro tydliga utan förklaring.

υ Ursæ maj.

1881 April 13.

t_1	t_2	t_3	t_4	φ_1	$\frac{i_o + i_v}{2}$
cn	cs	cs	cn		
t m s	t m s	t m s	t m s	° ′ ″	″
8 57 47,4	9 28 27,0	9 56 22,5	10 27 5,8	59 51 29,07	+0,47
9 0 32,0	9 21 38,4	10 3 12,5	10 24 20,7	29,22	+0,45
9 3 20,7	9 16 46,6	10 8 6,4	10 21 32,7	29,32	+0,44
9 6 13,5	9 12 49,5	10 12 2,7	10 18 38,8	29,71	+0,44
		1881 April 14.			
cn	cs	cs	cn		
8 57 47,9	9 28 28,5	9 56 21,6	10 27 4,9	28,52	+0,95
9 0 33,2	9 21 40,0	10 3 12,3	10 24 20,1	28,54	+0,93
9 3 21,4	9 16 47,0	10 8 5,3	10 21 32,1	28,82	+0,96
9 6 14,7	9 12 50,9	10 12 1,8	10 18 37,7	28,76	+0,95
		1881 April 15.			
cs	cn	cn	cs		
8 57 57,5	9 27 55,7	9 56 51,0	10 26 53,7	28,41	+0,42
9 0 42,1	9 21 21,0	10 3 31,2	10 24 10,2	28,78	+0,47
9 3 32,0	9 16 30,2	10 8 21,2	10 21 19,4	28,52	+0,58
9 6 27,3	9 12 35,8	10 12 17,0	10 18 23,8	28,54	+0,76
		1881 April 16.			
cs	cn	cn	cs		
8 57 57,2	9 27 56,0	9 56 53,7	10 26 54,4	29,07	+0,78
9 0 41,2	9 21 20,0	10 3 31,2	10 24 9,5	29,09	+0,78
6 3 31,8	9 16 29,5	10 8 22,2	10 21 19,3	29,00	+0,77
9 9 27,0	9 12 35,9	10 12 16,3	10 18 24,5	28,74	+0,87
		1881 April 17.			
sc	cn	cn	cs		
8 57 58,1	9 27 53,5	9 56 58,0	10 26 52,9	29,14	+0,19
9 0 43,1	9 21 19,5	10 3 33,3	10 24 9,3	29,01	+0,29
9 3 32,8	9 16 29,0	10 8 24,4	10 21 18,6	29,14	+0,38
9 6 27,5	9 12 34,2	10 12 18,8	10 18 24,1	29,53	+0,50

1881 April 18.

t_1	t_2	t_3	t_4	φ_1	$\frac{i_o+i_v}{2}$
cs	cn	cn	cs		
t m s	t m s	t m s	t m s	° ′ ″	″
9 0 42,8	9 21 20,9	10 3 32,3	10 24 10,7	59 51 29,26	+0,59
9 3 33,1	9 16 29,7	10 8 22,9	10 21 18,9	28,85	+0,67
9 6 28,3	9 12 35,5	10 12 17,0	10 18 23,9	28,74	+0,78

1881 April 23.

cs	cn	cn	cs		
8 57 57,1	9 27 50,7	9 57 6,3	10 26 58,8	33,18	—2,88
9 0 40,9	9 21 17,5	10 3 39,4	10 24 15,1	33,32	—2,88
9 3 30,7	9 16 27,7	10 8 29,3	10 21 24,9	33,32	—2,89
9 6 26,0	9 12 33,1	10 12 23,4	10 18 29,5	33,24	—3,07

74 Ursæ maj.

1881 April 13.

cs	cn	cn	cs		
11 19 33,8	11 34 55,1	13 13 44,0	13 29 5,1	59 51 28,37	+1,01
11 21 24,0	11 32 36,5	13 16 1,9	13 27 15,3	28,37	+1,03
11 23 13,4	11 30 28,6	13 18 10,0	13 25 25,4	28,06	+1,03
11 25 1,4	11 28 30,2	13 20 9,3	13 23 37,9	28,70	+1,04

1881 April 14.

cn	cs	cs	cn		
11 19 26,7	11 35 4,0	13 13 33,8	13 29 11,7	28,21	+0,65
11 21 17,3	11 32 44,7	13 15 53,9	13 27 21,0	28,23	+0,73
11 23 6,2	11 30 36,3	13 18 2,0	13 25 32,4	28,52	+0,77
11 24 53,9	11 28 38,2	13 20 0,1	13 23 45,0	28,31	+0,85

1881 April 15.

cs	cn	cn	cs		
11 19 34,3	11 34 56,0	13 13 43,2	13 29 2,8	26,97	+1,28
11 21 24,7	11 32 36,4	13 16 1,2	13 27 13,8	27,71	+1,32
11 23 13,7	11 30 28,3	13 18 9,7	13 25 23,4	27,59	+1,36
11 25 2,2	11 28 30,5	13 20 8,5	13 23 35,2	27,28	+1,45

1881 April 16.

cs	cn	cn	cs		
11 19 34,5	11 34 55,8	13 13 43,3	13 29 3,9	27,81	+1,61
11 21 24,2	11 32 37,6	13 16 1,2	13 27 14,2	27,94	+1,58
11 23 14,0	11 30 29,3	13 18 9,8	13 25 24,4	27,84	+1,56
11 25 2,3	11 28 30,3	13 20 8,4	13 23 35,8	27,84	+1,58

1881 April 17.

t_1	t_2	t_3	t_4	φ_1	$\frac{i_o+i_v}{2}$
cs	cn	cn	cs		
t m s	t m s	t m s	t m s	° ′ ″	″
11 21 25,3	11 32 36.5	13 16 2,3	13 27 13,8	59 51 28,35	+0,96
11 23 14,7	11 30 28,7	13 18 10,7	13 25 23,9	28,17	+0,97
11 24 6,8	11 29 30,4	13 19 7,9	13 24 31,8	27,91	+0,96
1881 April 23.					
cs	cn	cn	cs		
11 19 35,2	11 34 55,5	13 13 47,3	13 29 7,4	32,48	—2,89
11 21 25,0	11 32 37,2	13 16 5,1	13 27 17,8	32,68	—2,88
11 23 14,5	11 30 28,8	13 18 13,7	13 25 27,5	32,54	—2,93
11 25 2,3	11 28 30,7	13 20 11,9	13 23 39,7	32,60	—3,00
1881 Maj 7.					
cs	cn	cn	cs		
11 19 36,6	11 35 2,4	13 13 45,4	13 29 11,7	34.04	—4,03
19 21 26,4	11 32 44,5	13 16 4,0	13 27 21,9	34,10	—4,10
11 23 16,1	11 30 35,9	13 18 12,4	13 25 31,4	33,65	—4,11
11 23 3,8	11 28 37,2	13 20 10,3	13 23 43,9	33,84	—4,11
Gr. 2164.					
1881 April 13.					
cs	cn	cn	cs		
14 24 42,8	14 35 56.0	15 0 44,0	15 11 57,8	59 51 28,47	+1,26
1881 April 14.					
cs	cn	sn	cs		
14 22 26,0	14 41 58,0	14 54 35,0	15 14 13,3	28,04	+1,52
14 22 44,5	14 40 49,5	14 55 45,0	15 13 54,5	27,98	+1,52
14 24 42,5	14 35 58,0	15 0 40,5	15 11 56,0	28,06	+1,54
14 26 23,7	14 33 10,5	15 3 27,0	15 10 14,8	27,98	+1,55
14 26 46,4	14 32 38,8	15 3 58,3	15 9 52,0	27,86	+1,55
1881 April 16.					
cs	cn	cn	cs		
14 22 29,5	14 42 3,0	14 54 40,0	15 14 11,6	27,65	+2,01
14 22 48,7	14 40 49,5	14 55 48,0	15 13 51,0	27,34	+2,01
14 24 46,9	14 35 59,5	15 0 39,2	15 11 54,8	27,44	+2,00
14 26 28,0	14 33 12,0	15 3 29,9	15 10 11,4	27,48	+2,00
14 26 50,1	14 32 39,7	15 4 1,7	15 9 48,6	27,59	+2,00

1881 April 17.

t_1	t_2	t_3	t_4	φ_1	$\frac{i_o+i_v}{2}$
cs	cn	cn	cs		
t m s	t m s	t m s	t m s	° ′ ″	″
14 22 30,4	14 41 59,0	14 54 43,0	15 14 10,0	51 59 27,79	+1,42
14 22 49,7	14 40 48,5	14 55 53,5	15 13 50,3	27,67	+1,42
14 24 47,5	14 35 57,0	15 0 42,7	15 11 52,4	27,75	+1,42
14 26 28,5	14 33 10,2	15 3 29,7	15 10 11,7	27,94	+1,53
14 26 50,5	14 32 38,4	15 4 3,3	15 9 49,0	28,23	+1,53

1881 Maj 7.

cs	cn	cn	cs		
14 22 28,1	14 42 35,5	14 54 13,5	15 14 22,4	33,94	—3,64
14 22 48,0	14 41 21,5	14 55 29,5	15 14 3,0	33,59	—3,64
14 24 45,2	14 36 18,0	15 0 31,5	15 12 5,0	33,73	—3,64
14 26 25,3	14 33 28,7	15 3 21,3	15 10 24,8	33,88	—3,62
14 26 47,6	14 32 56,7	15 3 54,3	15 10 2,3	33,94	—3,62

1881 Maj 15.

cs	cn	cn	cs		
14 22 42,0	14 43 2,0	14 53 51,0	15 14 13,0	30,14	—0,90
14 23 0,0	14 41 41,0	14 55 11,0	15 13 53,0	30,18	—0,90
14 24 57,7	14 36 30,5	15 0 20,0	15 11 55,4	30,43	—0,82

1991 Maj 22.

cs	cn	cn	cs		
14 22 40,8	14 53 25,0	14 53 29,0	15 14 15,8	31,30	—1,51
14 22 59,7	14 41 58,0	14 54 56,0	15 13 57,7	31,69	—1,50
14 24 57,8	14 36 42,0	15 0 14,0	15 11 57,2	31,34	—1,52
14 26 39,0	14 33 50,0	15 3 9,0	15 10 17,7	31,65	—1,43
14 27 1,5	14 33 16,0	15 3 41,5	15 9 53,0	31,44	—1,43

1881 Maj 23.

cs	cn	cn	cs		
14 24 57,7	14 36 39,5	15 0 15,7	15 11 57,7	32,10	—2,19
14 26 39,4	14 33 47,0	15 3 9,3	15 10 15,8	31,92	—2,20
14 27 2,0	14 33 13,5	15 3 42,0	15 9 53,5	32,06	—2,20

Af dessa fås nu följande värden på polhöjden.

υ Ursæ maj.		74 Ursæ maj.		Gr. 2164.	
Datum.	φ	Datum.	φ	Datum.	φ
	° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″
1881 April 13	59 51 29,78	1881 April 13	59 51 29,40	1881 April 13	59 51 29,73
» » 14	29,61	» » 14	29,07	» » 14	29,52
» » 15	29,12	» » 15	28,74	» » 16	29,50
» » 16	29,76	» » 16	29,44	» » 17	29,34
» » 17	29,54	» » 17	29,11	» Maj 7	30,18
» » 18	29,63	» » 23	29,65	» » 15	29,38
» » 23	30,34	» Maj 7	29,82	» » 22	30,01
				» » 23	29,83

Antagas alla de värden, som hänföra sig till hvarje stjärna hafva samma vigt, så fås häraf

	υ Ursæ maj.	74 Ursæ maj.	Gr. 2164.
	° ′ ″ ″	° ′ ″ ″	° ′ ″ ″
$\varphi =$	59 51 29,68 ± 0,09	59 51 29,32 ± 0,09	59 51 29,69 ± 0,07

hvarvid de sannolika fel som under samma antagande tillkomma *en* fullständig iakttagelse äro

υ Ursæ maj.	74 Ursæ maj.	Gr. 2164.
″	″	″
± 0,25	± 0,25	± 0,21

Om man slutligen åt hvart och ett af dessa tre polhöjdsvärden ger samma vigt, så fås

$$\varphi = 59^\circ\ 51'\ 29'',56 \pm 0'',08$$

Reduktionen från instrumentpelaren till kupolens centrum är + 0″,04, hvarför föregående iakttagelseföljd såsom värde för dennas polhöjd gifver

$$\varphi = 59^\circ\ 51'\ 29'',6$$

Man kan mot föregående bestämning framställa den anmärkningen, att den hvilar på förutsättningen af azimutens oföränderlighet under hvarje iakttagelses lopp, utan att någon tillförlitlig kontroll öfver den samma blifvit hållen. På grund af de planmässiga afläsningarna af horisontalcirkeln kan man emellertid vara förvissad att inga azimutförändringar inträffat på det sätt som var mest att befara nemligen genom vridningar af instrumentets rörliga del kring dess vertikala axel. Om vidare azimutförändringar möjligen på något annat sätt förekommit och man anser, att de bestått i rubbningar af instrumentet, orsakade af omläggningarna, så torde möjligen mängden af sådana lemna något stöd för antagandet, att deras invärkan i slutresultatet är eliminerad. För att azimutförändringar icke förekommit, som bestått i kontinuerliga vridningar af pelaren, har man ingen annan säkerhet än dennas fasta och och likformiga byggnad.

10.

Vill man till ett medelvärde förena de båda polhöjdsvärdena, som genom de båda iakttagelsdmetoderna här blifvit funna*), så blir polhöjden, om man åt bestämningen med vertikalcirkeln ger något större vigt,

$$\varphi = 59^\circ\ 51'\ 29'',4.$$

Detta är ett värde, som med fulla 2″ understiger det år 1854 af professor SCHULTZ funna. Att en märkbar afvikelse här skulle uppträda, var alltid att vänta till följd af de ogynsamma förhållanden i instrumentelt hänseende, under hvilka bestämningen af år 1854 utfördes. Professor SCHULTZ fann sig emellertid föranlåten att nu underkasta denna sin bestämning en revision, hvilken ledde till ungefär samma siffra som förut och för öfrigt ådagalade, att det påtagliga felet i bestämningen icke beror på betydliga tillfälliga fel i iakttagelgelserna eller i de använda deklinationerna utan måste hafva sin grund i något konstant instrumentfel, hvars natur numera svårligen torde kunna utforskas, så framt icke den af kandidat ERICSSON under hösten 1879 och med samma instrument, som användes år 1854, utförda iakttagelseföljden i första vertikalen oväntadt kommer att kasta något ljus öfver frågan. Men då detta är föga sannolikt och alla äldre, genom reduktion från gamla observatoriet erhållna, polhöjder äro ytterst osäkra, föreligga ty värr inga data, hvilka genom jemförelse med min bestämning kunna gifva någon föreställning om, huruvida polhöjds-variationer här förefinnas eller icke.

---

*) Angående skilnaden mellan de båda resultaten se Professor Roséns uppsats »Vergleichung einiger Declinationen des Auwers'schen Fundamental-Cataloges mit Bestimmungen im Ersten Vertical am Repsold'schen Passageninstrument in Pulkowa». Astr. Nachr. N:o 2419

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 21.

ON

THE DIATOMS OF THE BALTIC SEA

BY

H. JUHLIN-DANNFELT.

WITH 4 PLATES.

COMMUNICATED 1882, FEBRUARY 8.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET,
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

Authors quoted.

Cleve, P. T. Svenska och Norska Diatomacéer. Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar. Stockholm 1868. (Cl. Sv. o. N. Diat.)

— — and Möller, J. D. Diatoms. Upsala 1877—1879. (Cl. and Möll. Diat.)

— — und Grunow, A. Beiträge zur Kentniss der Arctischen Diatomeen. Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Band 17, N:o 2. Stockholm 1880. (Arct. Diat.)

— — On some new and little known Diatoms. Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Band 18, N:o 5. Stockholm 1881. (Cl. New Diat.)

Donkin, A. S. The natural History of the British Diatomaceæ. London 1870— . (Donk. Hist. B. D.)

Die Expedition zur physikalisch-chemischen und biologischen Untersuchung der Ostsee, 1871, auf S. M. Aviso-Dampfer Pommerania. Jahresbericht der Commission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel. Berlin 1873. (Ostsee-Exp. 1871.)

Die Expedition zur physikalisch-chemischen und biologischen Untersuchung der Nordsee im Sommer 1872. Jahresb. der Commission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel. Berlin 1875. (Nordsee-Exp. 1872.)

Gregory, W. New forms of marine Diatomaceæ found in the Firth of Clyde and in Loch Fine. Transactions Roy. Society of Edinb. (Greg. Clyde.)

Grunow, Ad. Ueber neue oder ungenügend gekannte Algen. Verhandl. der zoologisch-botanischen Gesellschaft zu Wien, 1860. (Grun. Verh. Wien 1860.)

— — Die österreichischen Diatomacéen nebst Anschluss einiger neuen Arten von anderen Lokalitäten; in d:o, 1862. (Grun. Verh. Wien 1862.)

Heiberg, P. A. C. Conspectus Criticus Diatomacearum Danicarum. Kjöbenhavn 1863. (Heib. Consp.)

Kützing, F. T. Die kieselschaligen Bacillarieen oder Diatomeen. Nordhausen 1844. (K. Bac.)

Lagerstedt, N. G. W. Sötvattens-Diatomacéer från Spetsbergen och Beeren Eiland, Stockholm 1873. Bihang till Kongl. Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Band 1, N:o 14. (L:dt Spb.)

— — Saltvattens-Diatomaceer från Bohuslän, Stockholm 1876. Bihang till Kongl. Vetenskaps-Akademiens Handlingar, Band 3, N:o 15.

Schmidt, A. Atlas der Diatomaceenkunde. Aschersleben. (Schm. Atl.)

SMITH, W. A Synopsis of the British Diatomaceæ. London 1853—1856. (SM. Syn.)

SCHUMANN, J. Preussische Diatomeen. Schriften der kön. physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg, Jahrg. III, 1862, Abth. II. Königsberg 1863. (SCHUM. 1862.)

— — Preussische Diatomeen, Nachtrag I. Schriften der kön. physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg, Jahrg. V, 1864, Abth. I. Königsberg 1864. (SCHUM. 1864.)

— — Preussische Diatomeen, Nachtrag II. Schriften der kön. physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg, Jahrg. VIII, 1867. Abth. I—II. Königsberg 1867. (SCHUM. 1867.)

— — Preussische Diatomeen, Nachtrag III. Schriften der kön. physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg, Jahrg. X, 1869, Abth. I. Königsberg 1869. (SCHUM. 1869.)

SCHWARZ. Meeresgrundproben aus dem Kattegat bei Helsingör d. $^{31}/_{3}$ 1873 aufgenommen von R. RABENHORST Fil. Hedwigia 1873, p. 49.

VAN HEURCK, H. Synopis des Diatomées de Belgique. Anvers 1880— (VH. DB.)

For some years I have been occupied with an examination of the Diatoms which are found imbedded in the quarternary layers of Sweden, for the purpose of determining the circumstances under which these layers have been deposited. During this research I found that a great part of the younger deposits of eastern Sweden, viz: black-clay (svartlera), postglacialclay (åkerlera), alluvialclay and sand, silt (gyttja), siltyclay (gyttjeler), peat and shellbeds contained valves of marine Diatoms, and this, in connection with the proximity to the Baltic of the region where these layers were taken, indicated this sea as the place where they were formed.

It was of course of considerable interest to know, whether the diatoms, imbedded in these layers, were the same species as those that still form the diatomaceous flora of the Baltic, or if some alteration of species had taken place, and in that case, if the change showed a decrease of the saltness of the water.

But in the literature on Diatoms, which was known to me, the notices about the Baltic species were very scarce, and the number of the forms, enumerated as occurring in the Baltic Sea, rather small. J. SCHUMANN [1]), in his first paper on Prussian Diatoms, mentions only 23 species as living in the Baltic, CLEVE in »Svenska och Norska Diatomacéer», has 24 Baltic species, and a list of the species occurring in the harbour of Travemünde [2]) contains 37 forms. So SCHUMANN [3]), in his second paper, says that the Baltic is very poor in diatoms, a fact that is caused by the low saltness of its water. But on the contrary it seems as a sea which, like the Baltic, opens into the ocean, and into which, on the other hand, a great number of rivers pour their fresh water, might harbour a much greater number of species, — partly marine, partly freshwater- and brackish forms. Moreover from the Baltic once having been in open connection with the Arctic Ocean, one might expect to find some arctic forms still existing there.

---

[1]) SCHUM. 1862.

[2]) Ostsee Exp. 1871.

[3]) SCHUM. 1864.

This supposition, — perhaps save the suspicion of still remaining arctic forms, — proved to be correct, when SCHUMANN, in his last paper[1]) gave a list of not less than 149 species and 9 varieties living in the Baltic. This number ought to be reduced a good deal, for he has readopted a great many of Kützingian species, which have proved to be very little distinct forms, and considering also that SCHUMANN, in his last mentioned paper, has a considerable number of new species, known to no other author, the diatomaceous flora of the Baltic seemed still well worth of a new examination.

In order to contribute in some degree to fill up this gap in our knowledge of the lower algae of the Scandinavian waters, I have made a number of collections of diatoms along the coast of the Baltic from Gefle to Malmö, from Hangö to Helsingfors and on the coasts of Gotland and Öland during the years 1879—1881, — in 1880 with a subvention from the Royal Academy of Science in Stockholm.

Besides my own gatherings from these travels, I have examined some collections that Prof. P. T. CLEVE of Upsala has had the kindness to place at my disposal, viz: some slides from the Baltic coast of Germany, a little collection from the south coast of Finland made by D:r ELFVING of Helsingfors, and some samples from the Gulf of Bothnia and from the coast of Gotland, taken by Prof. CLEVE himself. Through the kindness of Prof. S. LOVÉN of Stockholm I have also had the opportunity of examining some bottomsoil specimens from the south part of the Baltic.

In order to get the following list of Baltic species as complete as possible, I have added such species which are indicated by other authors as occurring in the sea here in question. Finally, I have also thought proper to add even such forms as I have found imbedded in bottomclay from the Baltic or in younger earths, evidently formed in the brackish water of that sea, though I might neither have found them myself nor seen them mentioned by others as living in the Baltic.

---

[1]) SCHUM. 1868.

The bottomsoil specimens have been taken up with an apparatus invented by Mr TH. ARWIDSSON, chief of the Royal Hydrographic Department of Sweden and by the inventor kindly placed at my disposal. This »Bottom-Specimen-Catcher» has never been described, but according to my experience of it, I think it is well worth of being more commonly known and used, on account of the easiness with which it can be handled, — it is easily managed by one man, — and of the very good result with which it works where the bottom does not consist of rock, stones, gravel or hard sand. With the permission of the inventor I therefore take the liberty of giving a description and a drawing of it, the latter made by the care of the inventor.

The bottom-specimen-catcher, Plate IV, figs. I—III, consists of two scoops of iron plate, diameter about 20 cm., shutting closely to one another and united by a joint. On the top of each scoop there is a valve of leather, C, to let the air out, when the instrument is going down in the water. From the joint a chain of flat links, D, issues, and on one of these links, about 35 cm. above the scoops, there is a little hook, E, on which a string, that connects the two eyes, F, on the outer sides of the scoops is to be hooked. The string is so short that, when it is hooked on, the scoops are held wide open. At the middle of the string a corkfloat is fastened, big enough to hold it in perpendicular position in the water, when it is not hooked on, and on the corkfloat the eye of brass wire, G, is fastened by which the string is hung on the hook. The instrument is lowered by a rope, fastened to the end of the chain. and in lowering has the appearanc represented in fig. I. When it reaches the bottom, it sinks down into the clay or mud, and when it stops sinking, the chain with the hook, by its own gravity, continues sinking, but as the string is held upright by the corkfloat, the eye slips off from the hook. When the instrument then is hauled up, there is nothing that holds the scoops apart, and so they clap together around the mud or clay that fills up their interior. In order to increase the weight of the instrument, the innermost part of the scoops, — down to the punctated line —, is filled with lead, B.

For the determination of the more difficult species I needed a microscope of high magnifying power, and through the kindness of Profs. Th. Fries of Upsala and S. O. Lindberg of Helsingfors, I have had the opportunity of using the excellent microscopes belonging to the institutions under their superintendence, and I take here an opportunity of bringing them my best thanks. Last but not least I am indebted to our renowned diatomist, Prof. P. T. Cleve, for the untiring benevolence with which he has adviced and assisted me, and for which I can never thank him enough.

Concerning the mode of growth of the diatoms, it seems probable that generally they do not live at a greater depth. In enormous masses they occur fixed to stones, seaweed, and smaller algae, and to the very bottom in the waterline and at a depth of a few inches. Towards the deeper water they increase very suddenly in number, so that at a depth of only a few fathoms the bottomsoil specimens very seldom contained any living frustules, and in the mud from greater depths the valves found imbedded are always very scarce. So for instance on the coast near Helsingfors in a great many samples taken up from the bottom, I always found masses of diatoms in the shallow bays, — 1—2 feet deep, — but almost no valves or whole frustules, and not any living diatoms at all, at a depth of 2 fathoms or more. The few species that I have found imbedded in the bottomclay or mud from the deep water, generally are such as live free, — not fixed —, swimming in the upper layers of the water, and these I think in sunshine and fine weather live floating at the very surface of the water, else some feet underneath, but do not sink down to the bottom till after death. The species which commonly occur in bottom specimens are: Navicula didyma K, N. Smithii Bréb., N. interrupta K., Pleurosigma elongatum Sm., Coscinodiscus polyacanthos v. balticus Grun., fragments of Coscin. Oculus Iridis Ehb. or radiatus Ehb. On the contrary, one generally misses those species, which in such enormous masses cover the bottom and the seaweed at the shore, such as Melosira Jürgensii K., M. nummuloides Dillw., Epithemiæ, Amphoræ, Cocconeis Scutellum E. and Placentula E., Gomphonema balticum Cl., Achnanthes longipes Lgb., Rhoicosphenia curvata GRUN., Synedra pulchella and affinis K. SCHWARZ[1]) also observes that all bottom specimens, examined by him, were almost destitute of diatoms, and J. H. L. FLÖGEL[2]) says that the bottom specimens contained almost no valves, and those that were found imbedded in them, did not belong to the species abundantly occurring on the shores. A similar observation is also made by GREGORY[3]) who supposes that the species which are mentioned as occurring at great depths in the Atlantic and the Pacific Ocean, have not lived near the bottom but have sunk down after death. In CL. & MÖLL. Diat. N:o 45 on the contrary it is said that Epithemia turgida EHB. and Rhabdonema minutum were found in the Baltic on Conferva Aegagropila at a depth of 150 fathoms, — yet it is not expressly, said, that they did live at that depth. Also FLÖGEL[4]) says that Paralia marina SM. seems to live in the deepest regions.

The diatoms, living free in the open sea near the surface, seem to occur comparatively sparingly, as could also be supposed from their scarceness in the bottom mud. Richest in diatoms I always found shallow bays, — 1—2 feet deep, — open to the sunshine but protected from winds and waves. Bays which answer these conditions, and which are quite or nearly cut off from open connection with the sea, and thus have a water, quite fresh to the taste[5]), — often have a very rich vegetation of Diatoms, which there, together with smaller green algae and rests of lower, microscopical animals, form a layer, often several feet deep, which, on the surface, consists of still living algae and animals. According to the relative quantities of the diatoms and the green algae that compose such a layer, the putrifaction goes faster or slower. If the main part consists of diatoms, these give the mass a brown colour to the depth of $^1/_2$—1 feet, if on the contrary green algae occur in it in greater quantity, only the surface is green, and already at the depth of one inch, the mass gets quite black and smells of hydrosulphuric acid. An interesting fact is that the diatomaceous flora of such bays contains quite the same species as occur imbedded in the silt from the bottom of the peatmosses and in the silty clay from eastern Upland which I have examined, and it is very different in its species from that one of the open coast. Here the main mass is constituted by freely floating forms. Especially characteristic for these localities are: Campylodiscus Echineis K., and Clypeus K., Navicula peregrina K., oblonga K. and sculpta Ehb., Nitzschia circumsuta Bail and scalaris Sm., Chaetoceros Wighami Btw. (— only sporangial forms found —) and Melosira Westii Sm. Besides Epithemiæ and Amphora cymbiforme occur there very commonly, especially if Characeæ also grow there, in which case they are fixed on these. On the contrary, some species which otherwise occur very commonly on the shores of the Baltic, are here very scarce or quite missing, such as Rhoicosphenia curvata Grun., Achnanthes longipes Lgb., brevipes Ag. and subflexilis Ehb., Melosira Jurgensii K., M. nummuloides Dillw., and Cocconeis Scutellum Ehb.

---

[1]) Hedwigia 1873 p. 49.

[2]) Ostsee-Exp. 1871, p. 85.

[3]) GREG. Clyde, p.

[4]) Ostsee Exp. 1871, p. 87.

[5]) I have observed and examined such bays with quite fresh water but containing a diatomaceous flora of brackisch habitus on the south side of Rådmansö, Upland, where they are called »mar», and at Stansvik near Helsingfors. They seem to me to show how many swedish peatmosses have originated: a shallow little bay has been cut off from connection with the sea, its water has become fresh, brackish water diatoms and other microscopical plants and animals have formed silt, — when the silt nearly filled up the basin, Sphagnum and other higher plants have begun to grow there and have formed peat.

The nature of the bottom has also a great influence on the richness of the Diatomaceous vegetation, so that where the bottom consists of stones, these are wholly covered with a mucous film of diatoms. A bottom of clay or mud is clad with a velvetlike carpet of green algae and Diatoms, and when seaweed grows on it, this too is quite covered with diatoms. A sandy bottom, on the contrary, is quite sterile in respect of diatoms, and in similar localities, — for instance the shallow strand of Öland and the southern Skåne, — I have generally found no diatoms at all, save on the seaweed thrown up by the swell.

On open coasts, where rivers do not make the water very fresh, the diatomaceous vegetation of the Baltic is mainly composed of brackish species. Among these the most common are: Cocconeis Scutellum Ehb., Achnanthes longipes Lgb., Mastogloia lanceolata Thw., Gomphonema balticum Cl., Synedra pulchella K., and S. affinis K., Brebissonia Boeckii Grun., Licmophoræ and Melosira Jürgensii K. Utterly common on similar localities are also Epithemia turgida EHB., E. sorex K., E. gibba EHB. and Roicosphenia curvata GRUN. which also occur in fresh water, where still I never found them in so enormous masses as in the Baltic. Somewhat less common are: Mastogloia Dansei v. eliptica C. AG., Navicula peregrina K. and N. Smithii BRÉB., Nitzschia Sigma K., N. punctata GRUN. and N. obtusa SM., Melosira nummuloides DILLW. and Grammatophora oceanica E.

But also real fresh water species occur commonly on the open coast; such are Cymbella Cistula HEMPR., Amphora ovalis K., Encyonema caespitosum K., Cocconeis Placentula E., Cymatopleura Solea E. (less common), Surirella ovata K., Staurosira mutabilis SM., Cyclotella Meneghiniana K., Navicula oblonga K., N. rhynchocephala K. and N. viridula K.

The fresh water flora of course increases very much in quantity and number of species in deep bays such as the Värtan near Stockholm, the Norrteljebay, the Bråviken a. o. and in such localities where numerous islets protect the coast against the open sea. In those localities such decided fresh water species are found, as Cymbella lanceolata EHB., C. gastroides K., Gomphonema constrictum EHB., G. acuminatum EHB., G. montanum SCHUM., G. dichotomum SM., G. tenellum K., Navicula hungarica GRUN., N. radiosa K., N. limosa K., Surirella angusta K., Melosira varians SM., and many others. Moreover in the same localities I have found a number of real marine species, such as Amphora sulcata GREG., A. lævis GREG., A. cymbifera GREG., A. granulata GREG., Navicula hyalina DONK., N. digitoradiata GREG., Chætoceros Wighami BTW., Pleurosigma Fasciola SM., Berkeleya Dillwynii AG., and some species of the genera Schizonema and Homoeocladia. These species generally occur on the open coast but some of them do not seem to be very sensible to fresh water. I have already stated that some of them occur in the shallow freshwater bays, above mentioned, but I have also, for instance, found, at Norrtelje in almost fresh water, such marine species as Navicula hyalina DONK., Hyalodiscus scoticus K. a. o. living together with the decided fresh water species Melosira varians SM., M. punctata SM., Gomphonema acuminatum and constrictum EHB. This is in direct opposition to the observation of LAGERSTEDT in his paper on marine diatomaceae from Bohuslän, p. 8, where he says that the depth has very little, the saltness of the water, a very great influence on the diatomaceous vegetation.

Besides these marine forms which occur rather commonly, there are some, which I almost never observed living, but which are very often found in the bottomclay, and always abundantly occur in the bathingsilt from Norrtelje, Furusund, Dalarö and Ronneby, as well as in some recent earths of eastern Upland, viz: the bottomsilt of the peatmosses, the mud from the bottom of some lakes in the same region and in the silty clay that sometimes forms the soil near Norrtelje. The same forms also occur very commonly in the postglacial clay that, from its colour, is called blackclay (svartlera). These forms are Hyalodiscus scoticus (K.) Grun., Melosira Westii Sm., M. sulcata Ehb., Rhabdonema arcuatum K., Rh. minutum K., Coscinodiscus Oculus Iridis E. They are all real marine species which still occur very common in Kattegat and seem to have been very common in the Baltic, when it was in more open connection with the Ocean and its water therefore was salter, but which have grown less frequent, and finally almost disappeared as the water has become less salt.

Neither as living nor imbedded in mud or recent earths deposited in the Baltic, I have found such species as Actinoptychus undulatus K., Coscinodiscus excentricus E., C. lineatus E., Syndendrium Diadema E., Biddulphia aurita Lgb., Rhabdonema adriaticum K., Surirella fastuosa E., Navicula Lyra E., N. fusca Greg., which are so common in the ocean, and also in the Kattegat characterize the diatomaceous vegetation.

Generally, when a marine species is left in a sea the water of which is gradually growing fresher, it becomes smaller and often crippled. The marine species occurring in the Baltic scarcely show any such degeneration, compared with the same species living in salt water, except that generally the striation is a little denser than in marine specimens. An exception makes Melosira Westii Sm., of which the subfossil Baltic form is much smaller than that one from the marine habitats; the Baltic form measures about 0,01 mm. in diam., the marine, 0,02—0,04 mm. Quite the contrary is the case with Coscinod. polyacanthos Grun. of which the Baltic form, — v. baltica Grun. —, is bigger than the form occurring in the Arctic Sea. The species living both in brackish and in fresh water do not seem to follow any rule as to their relative dimensions.

An other question of some interest is that one, whether the diatomaceous vegetation is quite the same in all parts of the Baltic. From the Gulf of Bothnia I have had only few samples for examination and therefore I do not know its diatomaceous flora very well, but in the slides that I have examined, the fresh water species were predominant over the real Baltic ones. Regarding the vegetation of the rest of the Baltic, the freshwater species seem to decrease towards the south, so that, for instance, Cymbella Cistula HEMPR., Encyonema caespitosum K., Cymotopleura Solea SM. and others which are very common on the coast of Upland, are very scarce already in the Kalmar Sound and very rare on the coast of Skåne and Blekinge; on the other hand, the marine forms grow less frequent from the south to the north, so that, for instance, Melosira Borreri SM., M. nummuloides DILLW., Achnanthes longipes LGB., Licmophorae a. o. are common on the coast of Skåne and Blekinge but scarce more to the north. So some really marine species, such as Navic. directa SM. and N. cruciformis DONK., are found only in the southmost part of the Baltic.

Of the synonyms I have quoted only those which I have thought necessary for the distinct indication of the species, and those which are used in papers on Baltic diatoms. Moreover I have generally quoted the work that I have used for the determination of the species.

List of the Baltic Diatoms.

Ordo I. **Placochromaticæ.**

Fam. **Cocconeideæ.**

Cocconeis Ehb.

C. Scutellum Ehb.

Exceedingly common in the southern part of the Baltic, rather common on the coast of Roslagen, scarcely occurring in the Gulf of Bothnia and in the Finnish bay. Very seldom found in bays with almost freshwater: Norrtelje.

v. *stauroneiformis* Sm.

Sm. Syn. Vol. I, p. 22, Pl. III, fig. 34 a.

With the main species, not common.

C. Pediculus Ehb.

V. H. D. B. Pl. XXX, figg. 28—30.

Very seldom in the southern part of the Baltic: Sölvesborg, Gotland: Östergarn (Cleve); less rare in the Gulf of Bothnia: Rathan (Cleve), Haparanda (Cleve), Ångermanland: Näske (Cleve).

C. Placentula Ehb.

V. H. D. B. Pl. XXX, figg. 26, 27.

Common in all parts of the Baltic.

Besides the typical form that is also common in fresh water, another form occurs very commonly in the Baltic. This form I name

var. *baltica* nov. var.

Valve larger and more rounded than in the main species, striae distinct, about 15 in 0,01 mm., punctate. The puncta are dense on the inferior valve, on the upper valve they are more distant, forming 5—7 wavy, longitudinal rows. The frustule is plane or arched. Length 0,035—0,045 mm., breadth of the valve 0,025—0,03 mm. Plate I, figs 1 a—c.

Very common in the southern part of the Baltic, more scarce in the Gulf of Bothnia.

Schumann[1]), in his list of Prussian Diatomaceae, enumerates the following species as occurring in the Baltic:

---

[1]) Preuss. Diat. 1867, p. 44.

C. pygmaea K.
C. oceanica K.
C. denudata K.
C. depressa K.
C. marginata K.
C. mediterranea K.
C. peruviana K.
C. baltica SCHUM.
C. tenera SCHUM.

As far as can be decided from KÜTZINGS small figures, Bac. Pl. 5, figs. VI and VIII, it seems as might C. pygmaea, marginata and depressa only be forms of C. Placentula or C. Pediculus, C. peruviana and C. mediterranea forms of C. Scutellum. C. oceanica K. is perhaps identic with my C. Placentula var baltica; the same seems the case be with C. tenera SCHUM., C. baltica SCHUM. is quite unknown to me. Perhaps it is a small form of N. elliptica K.

Fam. **Mastogloiaceæ.**

Mastogloia THW.

M. lanceolata THW.

This species seems to be very slightly different from M. Smithii THW., and those two forms seem also to be confounded or not quite well distinguished from each other by most authors. The figs. 340 and 341 in SMITH Syn. Pl. LIV seem to represent the same species. According to GRUNOW[1]) the difference between the freshwater species M. Smithii THW. and the marine M. lanceolata THW. is, that in the former the central nodule is dilated to the sides, else they are »überaus ähnlich». This does not agree with the figs. 13 and 14, Plate IV, in VAN HEURCKS Synopsis nor with the specimens of M. Smithii in CL. & MÖLL. Diat. N:o 86, if the dilated nodule does not signify the unstriated area that generally surrounds the central nodule. According to VAN HEURCKS Synopsis the main difference between the two forms seems to be, that M. lanceolata has its transversal striae quite parallel, M. Smithii, on the contrary, has them radiating. In the Baltic two forms occur, distinguished from each other only by the difference in outline; in both the striae are somewhat radiating. I refer them both to M. lanceolata Thw., because this species lives in salt water and because Grunow and Cleve [1]) have enumerated this species but not M. Smithii as occurring in the Baltic. The form, given in Cl. & Möll. Diat. N:o 86 as M. Smithii Thw., belongs to my var. amphicephala. The two forms, that I have found in the Baltic, are:

---

[1]) GRUN. Verh. Wien 1860, p. 575, 576.

var. *elliptica*.
VH. D. B. Plate IV, figs. 16, 17.
Common in all parts of the Baltic. Plate I, fig. 2 a.

var. *amphicephala*.
Plate I, fig. 2 b.
Still more common than the previous var.

M. exigua Lewis.
VH. D. B. Pl. IV, figs 25, 26.
Not common: Gotl.: Östergarn (Cleve), Klintehamn, Åbo, Helsingfors, Travemünde, Öland: Mörbylånga, Vestervik.

M. Dansei Thw.
VH. D. B. Pl. IV, fig. 18.
Rare: Gotland: Tjeldervik (Cleve), Klintehamn.

var. *elliptica* (C. Ag.).
VH. D. B. Pl. IV, fig. 19.

As I am not quite sure that the form occurring in the Baltic is that one named by Ag., I give a figure of it in Pl. I, fig. 3.

Rather common: Malmö, Karlshamn, Öland: Mörbylånga, Gotland: Östergarn (Cleve), Kalmar, Vestervik, Oskarshamn, Oxelösund, Roslagen, Åbo. Found in the deep Norrtelje bay in almost fresh water, but not noticed in the Gulf of Bothnia.

M. Braunii Grun.
VH. D. B. Pl. IV, figs 21, 22.
Pl. I, fig. 4.
Not rare: Malmö, Sölvesborg, Kalmar, Öland: Mörbylånga, Gotland: Östergarn (Cleve), Oxelösund, Roslagen in brackish water. Norrtelje in almost fresh water.

var. *pumila* Grun.
VH. D. B. Pl. IV, fig. 23.
Rather rare: Sölvesborg, Travemünde, Gotland: Östergarn, Furusund, Åbo.

---

[1]) Cl. Sv. o. N. Diat. p. 230.

Fam. **Achnantheae.**

Achnanthes Bory St. Vincent.

A. longipes Ag.

Grun. Arct. Diat. p. 18.

Very common on greater algae on the coasts of Skåne, Blekinge and Gotland, not rare in the Kalmar Sound, more scarcely occurring on the coasts of Södermanland and Upland and in the Finnish bay, not noticed in the Gulf of Bothnia.

v. *constricta* Grun.

Gotland: Östergarn (Cl.).

A. subsessilis Ag.

Arct. Diat. p. 18. VH. D.B. XXVI, fig:s 21, 22.

Pillau (Schum. 1867, p. 44); Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Malmö, Klintehamn.

A. brevipes Ag.

Arct. Diat. p. 18. VH. D. B. Pl. XXVI, fig:s 10—12.

Not common: Travemünde, Malmö, Karlshamn.

A. danica (Flögel) Grun.

Arct. Diat. p. 21.

In the Baltic (Arct. Diat.), Helsingfors.

A. lanceolata (Bréb.) Grun.

VH. D. B. Pl. XXVII, fig:s 8—11.

Helsingfors, Visby.

Fam. **Epithemieæ.**

Epithemia Ehb.

E. turgida (Ehb.) Kütz.

Utterly common in all parts of the Baltic. Never failing in the black-clay, etc.

var. *Westermanni* (E.) Kütz.

The most common form.

var. *Vertagus* (Kütz.) Grun.

VH. D. B. Pl. XXXI, fig. 7.

Very rare. Travemünde.

E. Zebra (Ehb.) Kütz.

var. *genuina* Grun.

Grun. Verh. Wien 1862, p. 328.

Rare: Upland: Blidö. Subfoss.: Bathing silt from Dalarö.

var. *Saxonica* (Kütz.) Grun.
Grun. l. cit.
Rare: Rostock, Travemünde, Sölvesborg, Helsingfors.
var. *Porcellus* Kütz.
Grun. l. cit.
Very common everywhere in the Baltic.
var. *proboscidea* Grun.
Grun. Verh. Wien 1862, p. 329; nec Grun. in VH. D. B. Pl. XXI, f. 10.
Not common: Sölvesborg, Roslagen, Vesterbotten: Rathan.

E. Argus Kütz.
VH. D. B. Pl. XXX, fig:s 15—17.
Rare: Gotland: Slite (Cleve), Roslagen.

E. intermedia Hilse.
Rare: Upland: Riddersholm.

E. gibba Ehb.
var. *genuina* Grun.
Grun. Verh. Wien 1862, p. 327.
var. *ventricosa* (Kütz.) Grun.
Grun. Verh. Wien 1862, p. 327.

Both varr. very common at the open coast as well as in bays with almost fresh water. On the contrary var. parallela Grun. seems to be quite failing in the Baltic.

E. Sorex Kütz.
Utterly common.

E. gibberula Ehb.
var. *Musculus* K.
Grun. Verh. Wien 1862, pag, 331.
Very varying in size. L. 0,015—0,05 mm.

Rare: Gotland: Östergarn (Cleve), Klintehamn, Upland: Blidö, Travemünde (f. minutissima).
var. *rupestris* (Sm.) Grun. l. cit.
Rare: Travemünde.

E. constricta Sm.
Sm. Syn. Plate XXX, fig. 248.

Very rare: Malmö (Cl. & Möll. Diat. N:o 136), Travemünde.

E. baltica Schum.

Schum. 1862, p. 183, Pl. VIII, fig. 5.

Harbour of Pillau (Schum. l. cit.). Unknown to me. Is perhaps E. gibberula Ehb. var. producta Grun.

Fam. **Amphoreæ.**

Amphora Ehb.

A. ovalis K.

Rare in the southmost parts of the Baltic: Travemünde. Grows less rare towards the north, on the open coast and in deep bays with almost fresh water: Gotland: Östergarn (Cleve), Klintehamn, Vestervik, Kalmar, Roslagen.

A. salina Sm.

Sm. Syn. Pl. XXXI, fig. 251.

Rare Gotland (Cl. & Möller Diat. N:o 86), in the Kalmar sound, Roslagen, Helsingfors.

A. angusta Greg. f. minuta.

Schm. Atl. Pl. 21, fig:s 65, 66; Pl. II, fig. 10.

About the half as big as Schmidts fig:s.

Very rare: Vestervik.

A. macilenta Greg.

Greg. Clyde p. 38, Pl. IV, fig. 65.

Plate I, fig. 6.

Agrees very well with the description given by Gregory, except that the striæ of the Baltic form are denser, 22—24 in 0,01 mm. From Gregorys figure it differs by its very distinct central nodule.

Rare: Oskarshamn, Vestervik, Kalmar, Gotl.: Klintehamn.

A. cymbifera Greg.

Greg. Clyde p. 54.

I have found only the var. with the punctation of the striæ scarcely visible. Striæ 11—12 in 0,01 mm. Represented in Schm. Atl. Pl. 25, fig:s 33—35.

Rare: Gotland: Östergarn (Cl.), Klintehamn, Kalmar, Vestervik, Roslagen: Blidö and Rådmansö.

Subfossil: not rare in silt from the bottom of peat mosses in Roslagen.

A. robusta Greg.

Schm. Atl. Pl. 27, fig:s 38—41.

Rare: Södertelje (Schm. Atl.), Upland: Riddersholm.

Subfossil: Bathing silt from Dalarö.

var. *minor* n. var.

Schm. Atl. Pl. 27, fig. 38.

Pl. II, fig. 7.

Differs from the main species by the indistinctly punctate striæ, 11—13 in 0,01 mm.

Rare: Malmö, Sölvesborg.

Subfossil: Bathing silt from Dalarö, recent silt in the peatmosses in Roslagen.

A. staurophora nov. spec.

Plate I, fig. 9.

Little, hyaline. Side view eliptical or oval, inner border of the valve straight or a little incurved. Valve with a stauros that widens towards the dorsal side. Length 0,014 mm. Unstriated. Connecting membrane with one longitudinal furrow.

Very rare: Vestervik.

A. sulcata (Bréb.) Greg.

Greg. Clyde Pl. V, fig. 92. Schmidt Atl. Pl. 26, figs 46, 47.

Plate II, fig. 8.

Like the figs in Schmidts Atlas, differs from Gregorys quoted figure by its very conspicuous central nodule. Striæ very fine.

Rare: Gotland: Slite, Helsingfors, Kalmar, Vestervik.

A. granulata Greg.

Greg. Clyde Pl. VI, fig. 96.

Rare: Vestervik, Gotland: Klintehamn.

A. lævis Greg.

Greg. Clyde Pl. IV, fig. 74. Plate II, fig. 5.

Rare. Gotland: Klintehamn, Vestervik, Kalmar.

Fam. **Cymbelleæ.**

Cymbella Ag.

C. lanceolata E.

Only in slightly brackish water. Rostock, Vaxholm (Cleve), Rathan (Cleve).

C. cymbiformis K.

Schm. Atl. Plate X, fig. 13.

Rare: Gotland: Tjeldervik, Norrtelje, Helsingfors.

C. parva (Sm.).

Schm. Atl. Pl. X, fig:s 14, 15.

Fresh water species rarely occurring in slightly brackish water. Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Gotland (Cl. & Möll. Diat. N:o 86).

C. Boeckii K.

Schm. Atl. Pl. X, fig. 11.

Gotland: Klintehamn, Helsingfors, Rathan (Cl.).

C. *Cistula* Hempr.

Schm. Atl. Pl. X, fig:s 25, 26.

Fresh water species that occurs rather commonly as far to the south as on the shore of Upland and in the Finnish bay, but only the long var. represented in Schm. Atl. Pl. X, fig. 26. South of Upland it seems to be very rare. The short form, — Schm. Atl. Pl. X, fig. 25 —, I have found only in a gathering from Rostock.

C. gastroides K.

Schm. Atl. Pl. IX, fig:s 1, 2.

Fresh water species, in almost fresh water: Rostock.

C. helvetica K.

Grun. Arct. Diat. p. 26.

Schm. Atl. Pl. X, fig. 18.

In the Gulf of Bothnia: Haparanda (Cl.), Rathan (Cl.), Ångermanland: Näske (Cl.). South of it very rare: Blidö, in the slightly brackish water of Rostock and Travemünde.

C. turgidula Grun.

Schm. Atl. Pl. IX, fig. 25.

In the slightly brackish water at Rostock.

C. affinis K.

VH. D. B. Pl. II, fig. 19.

Gulf of Bothnia: Haparanda (Cl.), Rathan (Cl.), Ångermanland: Näske (Cl), Helsingfors.

C. obtusa Greg.
Schm. Atl. Pl. IX, fig:s 41—45.
Gotland (Cl. & Möll. Diat. N:o 86), Klintehamn.

C. pusilla Grun.
Schm. Atl. Pl. 9, fig:s 36, 37.
Rare: Gotland: Bogevik (Cleve), Östergarn (Cleve), Klintehamn, Malmö.

C. salinarum Grun.
Schm. Atl. Pl. 9, fig. 28.
Very rare: Helsingfors.

Encyonema K.

E. cæspitosum (K.) Sm.
Not found in the south part of the Baltic; common in the Gulf of Bothnia, in the Finnish bay and on the coast of Roslagen: Rathan (Cl.), Helsingfors, Vaxholm, Norrtelje.
v. *ovata.*
Schm. Atl. Pl. X, fig:s 45, 46.
Helsingfors, Upland: Blidö.

E. prostratum Ralfs.
Schm. Atl. Pl. 10, fig:s 64—69.
Rathan (Cleve), Vaxholm (Cl.).

E. ventricosum K.
Haparanda (Cl.).

Fam. **Gomphonemaceæ.**

Gomphonema Ag.

G. acuminatum Ehb.
In the slightly brackish water at Norrtelje.

G. constrictum Ehb.
In the scarcely brackish water at Vaxholm (Cl.) and Norrtelje.

G. montanum Schum.
Gotland: Slite (Cl.).

G. subtile Ehb.
In the Baltic (Schum. 1862).

G. angustatum (K.) GRUN.
Norrtelje.

G. dichotomum SM.
Rathan (CL.).
var. *intricatum* (K.).
Rathan (CL.).

G. tenellum K.
Rathan (CL.).

G. olivaceum EHB. var. *salinum*.
Ångermanland: Näske (CL.).

G. balticum CL.
VH. D. B. Pl. XXV, fig. 24.
Utterly common in all parts of the Baltic.

Rhoicosphenia GRUN.

Rh. curvata (K.) GRUN.
Very common in brackish and in almost fresh water, especially on greater algae.

Rh. fracta var. *baltica* SCHUM.
SCHUM. 1867, Pl. I, fig:s 19 a—c.
Very rare. Gotland: Fridhem.

Fam. **Naviculaceæ.**

Navicula BORY S:T VINC.

N. gentilis DONK.
DONK. Brit. Diat. Pl. XII, fig, 1.
Very rare. Upland: Blidö.

N. major. KÜTZ.
SCHM. Atl. Pl. 42, fig. 17.
In scarcely brackish water: Rostock, Vaxholm (CL.), Norrtelje.

N. viridis NITZSCH.
SCHM. Atl. Pl. 42, fig. 11.
Rare. Rathan (CL.).
Subfoss.: Upland: recent silt in Blidö.
v. *commutata* GRUN.
Rare. Kalmar.
Subfoss.: Upland: in alluvial clay from Järsö.

N. Brebissonii Kütz.
VH. D. B. Pl. V, fig. 7.
Rathan (Cl.).
Subfossil: Upland: diatomaceous deposit in Blidö.

N. mesolepta Ehb.
Grun. Verh. Wien 1860, p. 520.

According to the exposition of this species given by Grunow (loc. cit.), I refer to it N. Termes Ehb., N. bicapitata L:dt a. o. which are very slightly distinct from one another.

var. *nodulosa* (K.) Grun.
Grun. loc. cit. p. 120.

Rare: Harbour of Travemünde (Ostsee Exp, 1871, p. 177), Sölvesborg.

var. *constricta* Grun.
N. Termes var. stauroneiformis VH. D. B. Pl. VI, fig. 12.
Norrtelje, Helsingfors, Blidö in Upland.

N. borealis Kütz.
Helsingfors in slightly brackish water.

N. appendiculata (Ag.) Kütz.
VH. D. B. Pl. VI, fig:s 18—20.
Gotland: Slite (Cl.).

N. Pinnularia Cl. v. *baltica* Grun.
In the Baltic (Arct. Diat. p. 27).
v. *subproducta* Grun.
In the Baltic (Arct. Diat. p. 27).

N. subcapitata Greg. v. *stauroneiformis.*
VH. D. B. Pl. VI, f. 22.
Gotland: Tjeldervik (Cl.).

N. cruciformis Donk.
Travemünde.

N. hungarica Grun.
Arct. Diat. p. 27.
In the almost fresh water of Norrtelje, Haparanda (Cl.).
v. *humilis* (Donk.) Grun.
Arct. Diat. p. 27.
N. globiceps L:dt Spb. Pl. II, fig. 25.
Norrtelje with the former, Karlshamn, Haparanda.

N. digitoradiata GREG.
Arct. Diat. p. 32.
Somewhat rare: Malmö, Sölvesborg, Travemünde, Gotland: Bogevik (CL.), Upland.
Subfoss.: In silty clay from eastern Upland.

N. cyprinus (SM.) GRUN.
Vaxholm (CL.).

N. bothnica GRUN.
Arct. Diat. p. 32.
Ångermanland: Näske (CL.), Hernösand (CL. & MÖLL. Diat. N:o 237), Rathan (CL.), Haparanda (CL.), Helsingfors, Karlshamn.
Subfoss.: Upland: in recent silt from Rådmansö.

N. Placentula EHB. var. *subsalsa* GRUN.
Arct. Diat. p. 34; VH. D. B. Pl. VIII, f. 31.
Rare: Helsingfors (little form with 17 striae in 0,01 mm.), Gotland: Klintehamn.

N. peregrina KÜTZ.
VH. D. B. Pl. VII, fig. 2.
Common in all parts of the Baltic: Rathan (CL.), Åbo, Helsingfors, Roslagen, Vaxholm, Gotland: Östergarn (CL.) and Klintehamn, Karlshamn, Sölvesborg, Kiel (SCHM. Atl. Pl. 47).
var. *Meniscus* SCHUM.
According to GRUNOW — Arct. Diat. p. 33 — it is common in the Baltic. I found it only at Helsingfors in almost fresh water.

N. Menisculus SCHUM.
In the Baltic (SCHUM. 1867).

N. rhynchocephala KÜTZ.
Arct. Diat. p. 33.
Not rare. On the open coast and in bays. Rathan (CL.), Upland, Helsingfors, Södermanland: Häringe, Dalarö, Gotland: Östergarn, Klintehamn.
Subfoss.: Bathing slick from Norrtelje, silt in the peat-mosses of Roslagen.
v. *amphiceros* KÜTZ.
Arct. Diat. p. 33.
SCHM. Atl. Pl. XLVII, f. 25.

As the former. Rathan (CL.), Åbo, Norrtelje, Dalarö, Gotland: Östergarn (CL.), Klintehamn, Karlshamn, Sölvesborg.

N. oblonga KÜTZ.
VH. D. B. Pl. VII, fig. 1.
In slightly brackish water. Rathan (CL.), Ångermanland: Näske (CL.), Upland: Rådmansö, Södertelje (CL.), Gotland: Slite (CL.), Klintehamn, Rostock.
Subfoss.: bathing silt from Dalarö.

N. viridula KÜTZ.
Arct. Diat. Pl. II, fig. 35.
Rather common in the Baltic: Karlshamn, Gotland: Slite (CL.), Klintehamn, Södertelje (CL.), Norrtelje, Helsingfors.

N. radiosa KÜTZ.
Gotland: Slite (CL.), Klintehamn, Norrtelje.

N. dicephala KÜTZ.
Rare: Karlshamn, Gotland: Klintehamn, Helsingfors.
Subfossil: In alluvial clay from Wassunda, Upland.

N. gracilis (K.) GRUN.
VH. D. B. Pl. VII, fig:s 7—10.
Helsingfors, Bråviken, Malmö.

N. scutelloides SM.
In the Baltic (SCHUM. 1862).

N. cincta EHB.
VH. D. B. Pl. VII, fig. 14.
Rare: Malmö (CL. & MÖLL. Diat. N:o 107), Gotland: Bogevik (CL.); Åbo.
v. *Heufleri* GRUN. VH. D. B. Pl. VII, fig. 15.
Malmö (CL. & MÖLL. Diat. N:o 107), Gotland: Slite (CL.), Klintehamn, Helsingfors.
v. *leptocephala* BRÉB.
VH. D. B. Pl. VII, fig. 16.
Klintehamn.

N. cryptocephala K.
VH. D. B. Pl. VIII, fig:s 1 and 5.
Helsingfors, Gotland: Klintehamn.
var. *latior* nov. var. Plate II, fig. 12.
Valve broadly lanceolate, with capitate ends, striae highly radiating even at the ends, 22 in 0,01 mm.

Helsingfors, Visby, Klintehamn.
var. *exilis* (KÜTZ.) GRUN.
VH. D. B. Pl. VIII, fig. 2.
Helsingfors.

N. Thurholmensis nov. spec.
Plate I, fig. 11.

Valve lanceolate, with produced, capitate ends. Striae very fine, 26 in 0,01 mm., transversal, reaching the median line.

Belongs to the group of Nav. cryptocephala and seems to stand nearest to N. gregaria DONK., but differs by the capitate ends and the fine, quite transversal striae.

Very rare: At Thurholm near Helsingfors.

N. arenaria DONK.
VH. D. B. Pl. VIII, fig. 18.
Sölvesborg, Karlshamn.

N. divergens SM.
Gotland: Klintehamn, a linear form with broad, rounded extremities. Plate II, fig. 13.

N. limosa K.
VH. D. B. Pl. XII, fig. 18.
Gotland: Slite (CL.), Södertelje (CL.), Rathan (CL.).

N. ventricosa DONK.
DONK. Brit. Diat. p. 74, Pl. XII, fig. 7.
Karlshamn, Kalmar, Gotland (CL. & MÖLL. Diat. N:o 86). Only in almost fresh water.

N. subdivisa GRUN.
In the Baltic (GRUN. Arct. Diat. p. 29).

N. palpebralis BRÉB.
VH. D. B. Pl. XI, fig. 8.
Very rare. Ystad.

N. elegans SM.
SM. Syn. Pl. XVI, fig. 137.
Rathan (CL.).

N. amphisbæna BORY.
VH. D. B. Pl. XI, fig. 7.
Harbour of Visby.

Through the great convexity of the valve of this and the two subsequent species, which scarcely ought to be retained as separate species, the striae seem to run in a double bow, and those at the extremities appear running in a direction opposite those nearer the middle of the valve. Striae 16—17 in 0,01 mm. in all these three forms, thus denser as in the fig:s in VH. D. B.

var. *subsalina* Donk.
VH. D. B. Pl. XI, fig. 7.
Helsingfors, Norrtelje, Gotland: Klintehamn, Kalmar. The fig. 14, Plate II shows a broad from passing into the next.

var. *Fenzlii* Grun.
VH. D. B. Pl. XI, fig. 5.
Rathan (Cl.), Helsingfors, Gotland: Klintehamn.

N. Holmiensis Cl.
Cl. New Diat. p. 8, Pl. II, fig. 18.
In slightly brackish water at Vaxholm (Cl.).

N. ovulum Grun.
In the Baltic (Schum. 1867).

N. crucicula (Sm.) Donk. f. minor.
VH. D. B. Pl. X, fig. 15.
In the slightly brackish water of Bråviken and at Vaxholm (Cl.).

N. crucifera Grun.
In the Baltic (Schm. Atl. Pl. 46, fig. 50).

N. directa (Sm.).
Pinnularia Sm. Syn. Pl. XVIII, fig. 172.
Kiel (Schm. Atl. Pl. 47, fig. 5), Karlshamn.

N. distans Sm.
Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177).

N. Cluthensis Greg.
Subfossil: Upland: in silt from Rådmansö.

N. pusilla W. Sm.
VH. D. B. Pl. XI, f. 17.
In the Baltic (Schum. 1867), Gotland: Klintehamn.

N. punctata Donk.
Gotland: Östergarn (Cl.), Vaxholm (Cl.), Rathan (Cl.), Haparanda (Cl.).

N. latissima Greg.
Travemünde.

N. humerosa Bréb.
VH. D. B. Pl. XI, fig. 20.
Sölvesborg, Gotl.: Östergarn, Harbour of Pillau (Schum. 1867).
v.? *fuscata* Schum.

F. Habirshaw in his catalogue refers Schumanns species to N. humerosa Bréb., with which it seems to have very little resemblance. The striae are much denser and not alternately shortened as in N. humerosa.

In the Baltic (Schum. 1867).

N. marina Ralfs.
VH. D. B. Pl. XI, f. 16.
Travemünde, Pillau (Schum. 1867), Gotland: Klintehamn, Södermanland: Häringe, Helsingfors.

N. sphærophora K.
VH. D. B. Pl. XII, f. 2.
Ringkjöbing (Schm. Atl. Pl. 49), Södertelje (Schm. l. cit.).
Subfoss.: Upland: in silt from peatmosses; in shell bed of Hellsbo kärr in Södermanland.

N. sculpta E.
Schm. Atl. Pl. 49, fig. and
N. bohemica E.
Schm. Atl. Pl. 49, fig.
seem to be very slightly distinct from one another and ought to be united as one species. Both in respect of the outline of the valve and of the symmetry and extent of the unstriated area they pass gradually in one another.

Not common. Generally in almost fresh water. Gotland: Bogevik (Cl.), Södermanland: Häringe, Södertelje (Cl.), Upland: Rådmansö.

Subfoss.: Upland: in silt from peatmosses.

N. cuspidata K.
Sm. Syn. Pl. XVI, fig. 131. VH. D. B. Pl. XII, f. 4.
In brackish and almost fresh water: Malmö, Karlshamn, Rostock, Södertelje, (Cl.) Upland: Blidö.

N. Smithii Bréb.
Schm. Atl. Pl. 7.

Common but generally only as single specimens, never in greater masses. On the open coast and floating on the surface of the sea. Very common in bottom-mud.

Subfoss.: Dalarö bathing silt.

var. *lævis* nov. var. Plate II, fig. 15.

Striae unpunctate. Else as the main species, varies as this in outline and in the form of the longitudinal lines.

With the main species, less common.

N. eliptica K.

N. Parmula Bréb. in Schum. 1867.

In the Baltic (Schum. 1867), Gotland: Klintehamn.

N. didyma K.

Donk. Brit. Diat.

Occurs as N. Smithii. Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Gotland: Östergarn (Cl.), Slite (Cl.), Kalmar, Sölvesborg.

N. Bombus (Greg.) Donk.

Donk. B. D. pag. 50, Pl. VII, fig. 7.

N. gemina A. Schm. Atl. Pl. XIII.

Very rare: At Kalmar I found a very small form, quite resembling the fig. 7 in Schm. Atl. Pl. XIII.

N. Apis (E.) Donk.

Donk. Brit. Diat.

Very rare: Travemünde.

N. Crabro K.

In the Baltic (Schum. 1867).

N. interrupta (K.) Donk.

Scarce in all parts of the Baltic: Gotl.: Östergarn (Cl.), Södertelje (Cl.), Upland: Blidö, Hernösand (Cl.).

Subfoss.: in silty clay from Rådmansö, Upland.

N. hyalina Donk.

Donk. Brit. Diat. p. 5, Pl. I, f. 1.

Not rare. On open coasts: Öland: Mörbylånga, Vestervik, Helsingfors. In bays with almost fresh water: Norrtelje, Helsingfors (Thölö).

N. Pupula (K.) Grun.

Gotland (Cl. & Möll. Diat. N:o 86).

v. *bacillarioides* Grun.

Arct. Diat. p. 45.

Rare. Upland: Blidö.
Subfossil: Upland: silt from Möja.

N. fusiformis Grun. v. *Ostrearia.*
Amphipleura danica (K.) Turp.
In the Baltic (Schum. 1867).

Schumann, in his list of Prussian Diatoms, 1867, mentions the following, to me quite unknown species, as occurring in the Baltic:

N. macrocephala Schum.
N. Sambiensis Schum.
N. Granum Avenæ Schum.
N. italica K.
N. Ceres Schum.
N. Puella Schum.
N. Trunculus Schum.
N. aperta Schum.
N. candida Schum. possibly = N. hungarica Grun.

Colletonema Bréb.

C. subcohærens Sm.
Fresh water species, found in the Gulf of Bothnia at Rathan (Cl.) and Hernösand (Cl.).

Schizonema Ag.

? *Sch. parvum* Menegh.
VH. D. B. Pl. XV, fig. 30, Plate II, fig. 17.

Frustules without order crowded in the tube. Valve broadly lanceolate, striae conspicuous (punctate?), in the middle much, at the ends slightly radiating. Side view rectangular with obtuse angles.

I have not been able to determine this form surely, but it seems to be very like the quoted fig. in VH. D. B.

Rare: Vestervik.

Sch. Smithii C. Ag.
VH. D. B. Pl. XV, fig. 33, Pl. II, fig. 16.

Frustules arranged in a single row, with the ends reaching a little at the side of one another. Valve linear-lanceolate, gradually tapering towards the rounded ends. Striae radiate in the middle, divergent at the ends, leaving a little unstriated area round the central nodule. Striae 14 in 0,01 mm. L. 0,04 mm., br. 0,009 mm.

Rare: Kalmar.

Stauroneis Ehb.

S. Phoenicenteron Ehb.
Norrtelje in almost fresh water.

S. Gregorii Ralfs.
S. amphioxys Greg. Arct. Diat. Pl. III, fig. 64.
Rare: Norrtelje, Karlshamn, Kalmar.

S. anceps Ehb.
VH. D. B. Pl. IV, fig:s 4, 5.
Harbour of Karlshamn.

S. salina Sm.
VH. D. B. Pl. X, fig. 16.
Södermanland: Häringe.
var. *latior* nov. var.
Plate III, fig. 21.
Valve broadly lanceolate, with a little produced ends.
Helsingfors.

S. amphoroides Grun.
Amphora constricta.
Malmö (Cl. & Möll. Diat. N:o 27). In the Baltic (Schum. 1867).

S. hyalina nov. spec.
Plate III, fig. 20.

Hyaline. Valve linear-lanceolate. Stauros linear, reaching the margin. Striae very fine, only a few ones near the stauros conspicuous. Length 0,067—0,07 mm., breadth of stauros 0,001 mm.

Rare: Kalmar, Helsingfors (common).

S. platystoma Ehb.
Gotland: Östergarn (Arct. Diat. p. 14).

S. Legumen E. f. minuta.
Gotland (Cl. & Möll. Diat. N:o 86).

Scoliopleura Grun.

S. Jenneri Grun.
In the Baltic (Schum. 1867).

Pleurosigma Sm.

P. elongatum Sm.
Arct. Diat. p. 50. VH. D. B. Pl. XVIII, f. 7.
Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Kalmar, Vestervik, Helsingfors.

P. æstuarii Sm.
Malmö (Cl. & Möll. Diat. N:o 136).
v. *minutum* Grun.
In the Baltic (Schum. 1867).

P. strigosum Sm.
In the Baltic (Schum. 1867).

P. Nubecula Sm.
In the Baltic (Schum. 1867).

P. intermedium Sm.
In the Baltic (Schum. 1867).

P. attenuatum Sm.
Grun. Arct. Diat. p. 54.
Södermanland: Häringe, Helsingfors.
Subfoss.: Furusund bathing slick.

P. Hippocampus Sm.
Arct. Diat. p. 54; VH. D. B. Pl. XX, fig. 3.
In the harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177).

P. Fasciola Sm.
VH. D. B. Pl. XXI, fig. 8.
In the harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Kalmar.

P. acuminatum Sm.
In the Baltic (Schum. 1867).

P. Brebissonii Grun.
VH. D. B. Pl. XXI, f. 6.
Kalmar.

P. Spenceri Sm.
Vaxholm (Cl.), Malmö (Cl.), Helsingfors.

P. distortum Sm.
Vaxholm (Cl.).

Schum. 1867 mentions as occurring in the Baltic the following to me unknown species:

P. candidum Schum.
P. Scalpellum Pritch.
P. bistriatum Schum.

Endosigma Bréb.

E. eximium Thw.
VH. D. B. Pl. XXI, fig. 2.
Very rare. In slightly brackish water. Upland: Blidö, Rathan (Cl.).

Amphiprora Ehb.

A. paludosa Sm.
VH. D. B. Pl. XXII, fig. 10.
Not rare: Gotland: Klintehamn, Kalmar, Vestervik, Södermanland: Häringe, Helsingfors, Hernösand (Cl.), Rathan (Cl.), Haparanda (Cl.).

A. duplex Donk.
VH. D. B. Pl. XXI, fig. 15, 16.
Vestervik, Kalmar, Helsingfors.

A. alata Ehb.
Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177).

? *A. plicata* Greg.
Greg. Clyde Pl. IV, fig. 57; Arct. Diat. p. 65.

Frustules deeply constricted; extremities broad, somewhat rounded; inner margin of the valve forms a double bow. No longitudinal sulci to be seen on the connecting membrane. Valve lanceolate, acute; transverse striae on the valves and the connecting membrane 16 in 0,01 mm., consisting of puncta that also form longitudinal lines, 18 in 0,01 mm. Length 0,120—0,130 mm., breadth of the valve 0,019 mm.

I am not quite sure that the form that I have found, is the true A. plicata Greg., because the fig. quoted is drawn in a too little scale and shows the frustule only in front view. I therefore give a fig. of the Baltic form Pl. II, fig. 18.

Rare: Vestervik, Kalmar.

Fam. **Amphipleureæ.**

Amphipleura K.

A. pellucida K.
VH. D. B. Pl. XVII, f. 14.

Gotland: Klintehamn, In the Baltic, form sporang. (SCHUM. 1867).

A. rigida K.
In the Baltic (SCHUM. 1867).

Berkeleya GREV.

B. rutilans (TRENT.) GRUN.
var. *crinoidea* (HARV.) GRUN. Botan. Central-Blatt $^{47}/_{48}$ 1880.
Gotland: Slite (CL.).

B. fennica nov. spec.
Pl. II, f. 19.
Little, hyaline. Valve linear-lanceolate with rounded ends. Striae inconspicuous. Length 0,017 mm., breadth of the valve 0,003 mm. No thallus found.
Helsingfors.

Brebissonia GRUN.

B. Boeckii EHB.
Common in the southern part of the Baltic, less common on the coasts of Södermanland and Upland, not found in the Gulf of Bothnia, not rare in the Finnish bay.

Fam. **Nitzschieæ.**

Nitzschia HASS.

N. punctata (SM.) GRUN.
GRUN. Arct. Diat. p. 68.
Malmö, Upland: Rådmansö, Norrtelje. Common in bottomclay and in silt and silty clay from Upland, in blackclay from eastern Sweden.
var. *elongata* GRUN.
In the Baltic (Arct. Diat. p. 68).

N. navicularis (BRÉB.).
In the Baltic (SCHUM. 1867).

N. Tryblionella HANTSCH.
Vaxholm (CL.), Norrtelje.
v. *ambigua* GRUN.
Arct. Diat. p. 69.
Helsingfors.

v. *Levidensis* (Sm.) Grun.

Arct. Diat. p. 70. VH. D. B. Pl. LVII, fig. 15.

Very often constricted in the middle. Striae 12—14, — denser than is stated in Grun. Arct. Diat.

Gotland: Östergarn (Cl.), Vaxholm (Cl.), Helsingfors.

N. angustata Sm.

Grun. Arct. Diat. p. 70.

Freshwater species, sparingly occurring in scarcely brackish water.

Rathan (Cl.).

Tryblionella Neptuni Schum.

Schum. 1867, pl. I, fig. 11.

I have not been able to identify this species with any other one known to me.

In the Baltic (Schum. 1867).

N. Panduriformis Greg.

In the Baltic (Schum. 1867).

N. plana Sm.

In the Baltic (Scum. 1867).

N. constricta Greg.

In the Baltic (Schum. 1867).

N. marginatula Grun. v. *genuina.*

In the Baltic (Grun. Arct. Diat. pag. 72).

N. hungarica Grun.

VH. D. B. Pl. LVIII, f. 20.

Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Malmö, Vaxholm (Cl.), Gotland: Klintehamn, Helsingfors.

N. apiculata (Greg.) Grun.

VH. D. B. Pl. LVIII, fig. 26, 27. Arct. Diat. p. 73.

Travemünde, Gotland: Slite (Cl.), Upland: Blidö, Helsingfors.

N. acuminata Sm.

Harbour of Pillau (Schum. 1867).

N. litoralis Grun. Arct. Diat. p. 75.

Helsingfors.

v. *Tergestina* Grun.

Arct. Diat. p. 75.

Södermanland: Häringe.

N. circumsuta Bail.

Arct. Diat. p. 77.

Not common. In almost fresh water. Södermanland: Häringe, Södertelje (Cl.), Upland: Vaxholm (Cl.), Rådmansö.

Subfoss.: diatomaceous deposit at Christianstad.

N. dubia Sm.

In the Baltic (Cl. Sv. o. N. Diat.).

N. thermalis K.

Rathan (Cl.).

v. *minor* Hilse.

Helsingfors.

N. hybrida Grun.

In the Baltic (Arct. Diat. p. 79); Gotland: Slite (Cl.).

N. epithemioides Grun.

Malmö (Cl.).

N. Denticula Grun.

Rathan (Cl.).

N. Scalaris Sm.

Sm. Syn. Pl. XIV, fig. 115.

Sölvesborg, Södertelje (Cl.), Vaxholm (Cl.), Upland: Rådmansö.

Never failing in the blackclay, in the silty clay and in the silt from the peat mosses in eastern Upland, and in the bathing silt from Norrtelje, Furusund, Dalarö and Ronneby.

N. socialis Greg. v. baltica Grun.

In the Baltic (Arct. Diat. p. 85).

N. paradoxa (Gmel) Grun.

N. paxillifer O. F. Müll. Heib. Consp. p. 113.

Not rare in the southern part of the Baltic: Malmö, Sölvesborg, Kalmar, Gotland: Klintehamn; very rare north of the Kalmar Sound: Helsingfors.

N. sigmoidea Ehb.

Södertelje (Cl.).

N. Brebissonii Sm.

Slightly brackish water: Kiel (Arct. Diat. p. 91).

N. spectabilis Sm.

In the Baltic (Schum. 1867).

v. *armoricana* (K.) GRUN.
Rathan (CL.).

N. Sigma K.
Common. Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Karlshamn, Kalmar, Gotland: Klintehamn, Norrtelje, Helsingfors, Åbo.

N. anguillula SCHUM.
In the Baltic (SCHUM. 1867).

N. obtusa SM. incl. N. Schweinfurthii GRUN.
Common. Malmö, Karlshamn, Kalmar, Upland: Blidö, Ångermanland: Näske (CL.), Rathan (CL.), Gotland: Slite (CL.).

v. *lepidula* GRUN.
Vesterbotten (Arct. Diat. p. 92).

N. linearis SM.
Rathan (CL.).
v. *gracilenta* GRUN.
Rathan (CL.).

N. vitrea NORMANN.
VH. D. B. Pl. LXVII, f. 10. Arct. Diat. p. 94.
Kalmar, Gotland: Slite (CL.), Klintehamn, Östergarn (CL.).

N. lanceolata SM.
Gotland: Bogevik, f. parva, angusta (CL.).

N. subtilis v. *paleacea* GRUN.
VH. D. B. Pl. LXVIII, fig:s 9, 10.
Helsingfors.

N. Kützingiana HILSE.
VH. D. B. Pl. LXIX, fig:s 24–26.
In slightly brackish water: Kiel (Arct. Diat. p. 97), Upland: Blidö, Helsingfors.
v. *exilis* GRUN.
VH. D. B. Pl. LXIX, fig. 27.
Helsingfors.

N. Closterium SM.
Blekinge: Thorhamn, Gotland (CL. Sv. o. N. Diat.), Vestervik.

N. reversa SM.
In the Baltic (SCHUM. 1867).

N. gracilis Bréb.
Harbour of Pillau (Schum. 1867).

N. acicularis v. *Closterioides* Grun.
Arct. Diat. pag. 101. VH. D. B. Pl. LXX, f. 9.

The beaks about as long as the middle part of the valve, bent in the same or opposite direction.

Helsingfors.

Hantschia Grun.

H. amphioxys (E.) Grun.
Gotland: Tjeldervik (Cl.).

H. virgata Rop.
Upland: Blidö.

Homoeocladia Ag.

H. filiformis Sm.
Harbour of Pillau (Schum. 1867).

H. biceps Schum.
Harbour of Pillau (Schum. 1867).

H. baltica nov. sp.
Plate III, f. 22.

Frustules two and two beside in the tube. V. lin. with rounded ends. Length 0,011—0,014 mm., breadth 0,001 mm. puncta of the keel 20 in 0,01 mm.

Agrees not with any one of Smiths species; as I have not seen any disposition of the genus, I do not know if the species, found by me, is already described.

Rare. Vestervik.

Fam. **Surirelleæ.**

Surirella Turp.

S. Capronii Bréb.
Vaxholm (Cl.).
Subfoss.: in the diat. deposit near Christianstad.

S. elegans Ehb.
VH. D. B. Pl. LXXI, fig. 3.
Vaxholm (Cl.).

S. striatula Turp.
Schm. Atl. Pl. 24, fig:s 17—22.

Harbour of Pillau (Schum. 1867), Södermanland: Häringe, Södertelje (Cl.), Vaxholm (Cl.).

S. ovata K.
Schm. Atl. Pl. 23, fig:s 55, 56.
Utterly common in the Baltic, save in the southern part, where it is more scarce. Passes into the following.

S. ovalis K.
Schm. Atl. Pl. 24, fig:s 1—4.
As the former, but less frequent. Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871), Gotland, Vaxholm (Cl.), Ångermanland: Näske (Cl.), Rathan (Cl.), Haparanda (Cl.).

S. salina Sm.
In the Baltic (Schum. 1867).

S. Crumena Bréb.
Schm. Atl. Pl. 24, fig:s 7, 8.
In the Baltic (Schum. 1867), Vaxholm (Cl.).

N. angusta Kütz.
VH. D. B. Pl. LXXIII, f. 13.
Helsingfors.

S. Gemma Ehb.
Södermanland: Häringe.

Baltic species are also, — according to Schum. 1867 —:
S. Brightwelli Sm. = S. Crumena Bréb.
S. didyma K.
S. baltica Schum. Both the last are quite unknown to me.

Cymatopleura Sm.

C. Solea Sm.
Sm. Syn. Pl. X, fig. 78.
Not rare on the coast of Upland, Södertelje (Cl.), very rare in the Kalmar Sound. Not found more to the south.

C. elliptica Bréb.
Sm. Syn. Pl. X, fig. 80.
Only in almost fresh water: Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871), Vaxholm (Cl.), the Värtan near Stockholm, Norrtelje.

Schumann mentions also as occurring in the Baltic:
C. elliptica v. *hibernica* Sm.
C. elliptica v *fracta* Schum.

Campylodiscus E.

C. Echineis E.

In brackish and in almost fresh water: Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Vaxholm (Cl.), Södertelje (Cl.), Upland: Rådmansö.

Subfoss.: constantly found in the black-clays of eastern Sweden, in the silt and silty clay from Roslagen, in the diat. deposit near Christianstad.

C. Clypeus E.

Occurs as the former. Sölvesborg, Gotland: Slite and Bogevik (Cl.), Södertelje, Upland: Rådmansö.

Subfoss.: as the former, but still more common.

Besides these Schumann mentions as Baltic species:

C. parvulus Sm.

C. Hodgsonii Sm.

C. Stellula Schum.

Fam. **Synedreæ.**

Synedra Ehb.

S. radians K.

VH. D. B. Pl. XXXIX, fig. 11.

Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Upland: Blidö.

S. Ulna v. *obtusa* Sm.

VH. D. B. Pl. XXXVIII, f. 6.

Harbour of Visby. Length 0,175, breadth 0,0085 mm., striae 12 in 0,01 mm.

v. *splendens* K.

Gotland: Slite (Cl.), Norrtelje, Rathan (Cl.).

S. delicatissima Sm.

VH. D. B. Pl. XXXIX, f. 7.

Gotland: Slite (Cl.), Rathan (Cl.).

S. pulchella K.

This variable species is very common in all parts of the Baltic from the Sound to the northern part of the Gulf of Bothnia and in the Finnish bay.

v. *genuina*.

VH. D. B. Pl. XLI, fig. 1.

Very common.

v. *Smithii* Ralfs.

VH. D. B. Pl. XLI, f. 2.

Still more common than the last species.

v. *Saxonica* (K.) Grun.

S. gracilis Sm.; VH. D. B. Pl. XLI, fig. 3.

Harbour of Travemünde (Ostsee Exp. 1871, p. 177), Gotland: Slite (Cl. Sv. o. N. Diat.), Klintehamn, Östergarn (Cl.), Vaxholm (Cl.).

v. *macrocephala* Grun.

VH. D. B. Pl. XLI, f. 6.

Rathan (Arct. Diat. p. 107).

v. *lanceolata* OM.

VH. D. B. Pl. XLI, fig. 7.

Karlshamn, Gotland: Klintehamn.

S. *affinis* Kütz.

Forms belonging to this section are utterly common in the Baltic. They vary very much. The striae are generally about 14—18 in 0,01 mm., very seldom less than 12 or more than 18. Thus they generally belong to the true S. affinis K. (str 12,5—18) and more seldom to S. parva K. or S. tabulata K. These two last mentioned I cannot retain as distinct species, as they are distinguished only by the varying number of striae. No more can I consider S. fasciculata K. as a separate species, as it should be characterized only by somewhat longer striae, but these vary much in length, as as in density. Generally the more broadly lanceolate forms have longer striae.

Besides the variation in the striae, we have also to notice a such one in the outline of the valves. They are broadly lanceolate, linear-lanceolate, or linear. The valves are gradually tapering into subacute or somewhat capitate ends, or are produced into longer beaks.

Plate V shows some of the most characteristic forms that I have found in the Baltic, and shows distinctly enough that they cannot be divided into separate species. The varr. I have noticed are:

var. *genuina* incl. v. acuminata Grun. Pl. III, fig:s 23, 25, 26, 28, 32.

Valves linear or linear-lanceolate, ends not produced, str. 12—18 in 0,01 mm. Common everywhere in the Baltic.

v. *tabulata* K. Pl. III, fig. 27.

Coarser var. with more distant striae, 8—12 in 0,01 mm. Specimens from Kiel (CL. & MÖLL. Diat. N:o 21) have 13 str. in 0,01 mm.

Not common: Kiel (l. cit.), Sölvesborg, Karlshamn, Kalmar, Gotland: Östergarn (CL.), Åbo, Helsingfors.

v. *fasciculata* K. Pl. III, f. 24.

Striae 12—14, long, leaving only a narrow line in the middle of the valve.

Rare. Karlshamn.

v. *parva* K. Plate III, fig. 30.

Small, slender var., with dense striae, 20 and more in 0,01 mm.

Rare. Ystad, Gotland: Klintehamn, Helsingfors.

v. *rostrata* nov. var. Plate V, fig:s (29), 31.

Slender variety; valve lanceolate, ends produced into long, capitate beaks.

Rare. Dalarö.

S. Gallionii RABH.

In the Baltic (SCHUM. 1867).

S. crystallina AG.

Linear or a little inflated in the middle and at the ends. The furrows that interrupt the striae, are very distinct. Length about 0,150 mm., breadth of the valve 0,011 mm., striae 16 in 0,01 mm.

Malmö, Travemünde, Sölvesborg.

Staurosira EHB.

S. mutabilis SM.

Very common on the coast of Upland and Södermanland, somewhat rare in the southern part of the Baltic: Sölvesborg, Karlshamn, Gotland: Östergarn (CL.).

Rhaphoneis EHB.

R. amphiceros EHB.

In the Baltic (SCHUM. 1867).

Ordo II. **Placochromaticæ.**

Fam. **Fragilarieæ.**

Fragilaria Lgb.

Fr. vitrea K.

Gotland: Slite (Cl.).

Fr. pacifica Grun.

In the Baltic (Schum. 1867).

Diatoma DC.

D. tenue Ag.

Grun. Verh. Wien 1862, p. 361.

In brackish and almost fresh water. Varies as to size and form of the valve, and density of the striation. Of Grunows (l. cit.) varr. I have to mention:

v. *normale* Grun.

K. Bac. Pl. 17, fig. X, 6, 9—14; Grun. Verh. Wien 1862, p. 362.

Harbour of Pillau (Schum. 1867), Gotland: Klintehamn, Dalarö, Helsingfors, Hernösand (Cl.).

v. *mesolepta* (K.) Grun.

K. Bac. Pl. 17, fig. XVI 1—3; Grun. l. cit.

Peene, Travemünde (Grun. l. cit.).

v. *elongatum* Lgb.

Grun. l. cit.; VH. D. B. Pl. L, fig. 14 e, 18—22.

Harbour of Pillau (Schum. 1867), Gotland: Klintehamn, Dalarö, Helsingfors, Hernösand (Cl.).

v. *pachycephala* Grun.

VH. D. B. Pl. L, fig. 15.

Vesterbotten (VH. l. cit.).

D. vulgare Bory.

VH. D. B. Pl. L, fig:s 1—6.

Dalarö, Hernösand (Cl. & Möll. Diat. N:o 237).

v. *lineare* Sm.

VH. D. B. Pl. L, fig:s 7, 8.

Dalarö (tending towards the following var.).

v. *constrictum* Grun.

Rare: Upland, Helsingfors, Ångermanland: Näske (Cl.), Haparanda (Cl.).

Fam. **Tabellarieæ.**

Grammatophora Ehb.

G. oceanica Ehb.

Varies much in the form of the valves, — linear or inflated at the middle, — G. nodulosa Grun. The septa are generally straight in sideview but often sharply incurved near their opening. Str. inconspicuous.

Very common south of Åland. Seems not to occur in the Gulf of Bothnia.

Subfoss.: common in the bottom mud, in black-clay, in silt and silty clay from Roslagen and in bathingsilt from Norrtelje, Furusund, Dalarö and Ronneby.

Rhabdonema (K.) Sm.

R. arcuatum Lgb.

I never found it living in the Baltic, but saw it in prepared slides from Travemünde, Sölvesborg, Karlshamn and Norrtelje.

Subfoss.: as the last spec.

R. minutum K.

In the Baltic on 150 fathoms (Cl. Sv. o. N. Diat.), Travemünde, Karlshamn, Sölvesborg.

Subfoss.: as the former.

Striatella Ag.

S. delicatula Grun.

VH. D. B. Pl. LIV, fig. 6.

Very rare: Kalmar.

Fam. **Licmophoreæ.**

Licmophora Ag.

L. Jürgensii K.

Arct. Diat. pag. 110, Pl. VII, fig. 125.

Blekinge (Cl. Sv. o. N. Diat.), Kalmar, Gotland (Cl. Sv. o. N. Diat.).

L. gracilis (K.) Grun.

VH. D. B. Pl. XLVI, fig. 13.

In the Baltic (Schum. 1867).

L. dalmatica (K.) Grun.
VH. D. B. Pl. XLVII, fig. 7.
In the Baltic (Schum. 1867).

L. ovata (Sm.) Grun.
VH. D. B. Pl. XLVII, fig. 12.
Gotland (Cl. Sv. o. N. Diat.).

L. Ehrenbergii (Kütz.) Grun.
VH. D. B. Pl. XLVII, fig. 10, 11.
In the Baltic (Schum. 1867).

L. Lyngbyei Grun.
VH. D. B. Pl. XLVII, fig. 16.
In the Baltic (Schum. 1867).

L. grandis K.
VH. D. B. Pl. XLVII, fig. 2, 3.
In the Baltic (Schum. 1867).

L. paradoxa C. Ag.
VH. D. B. Pl. XLVIII, f. 10, 11.
Helsingfors.

L. tincta (Ag.) Grun.
VH. D. B. Pl. XLVIII, fig. 13, 14.
Gotland: Slite (Cl.).

L. tenuis (K.) Grun.
VH. D. B. Pl. fig.
Blekinge: Thorhamn (Cl. Sv. o. N. Diat.).

Fam. **Chætocereæ.**

Chætoceros Ehb.

C. Wighami Brightw.

Rare. I very seldom found any vegetative frustule: Vestervik, Kalmar. The sporangial form not rare: Malmö, Vestervik, Upland.

Fam. **Biddulphieæ.**

Schumann mentions the following species as occurring in the Baltic:

Zygoceros Balaena Ehb.
Biddulphia turgida E.
Odontilla polymorpha K.
Amphitetras parallela Ehb.

Fam. **Eupodisceæ.**

Actinocyclus EHB.

A. Ehrenbergii RALFS.

Size as large as the marine form.

Gotland: Slite (CL.), Vaxholm (CL.).

Fam. **Coscinodisceæ.**

Coscinodiscus EHB.

C. polyacanthos v. *balticus* GRUN.

Arct. Diat. p. 112.

Occurring in single specimens throughout the Baltic.

Subfoss.: common in bottomclay. Occurs in blackclay, in silt from Roslagen and in the bathingsilt from Ronneby. Dalarö, Furusund and Norrtelje.

C. subsalsus nov. spec.

Plate III, f. 33.

Disc slightly convex, marked with pearl-like puncta, which are arranged in irregular concentric and radiating lines. The pearls a little less dense in the middle than half way to the margin, become gradually smaller near the margin. Diam. of the disc 0,035—0,045 mm., pearls 12 in 0,01 mm.

Rare: Upland: Lidö, Norrtelje, Karlshamn.

Subfoss.: Diat. deposit at Sunda in Blidö, Upland.

C. Oculus Iridis EHB.

Subfossil: alluv. clay from Stentorpa, parish of Wassunda, Upland.

According to SCHUMANN the following species are found in the Baltic;

C. radiatus EHB.

C. subtilis EHB.

C. excentricus EHB.

Hyalodiscus BAIL.

H. scoticus (K.) GRUN.

Arct. Diat. p. 116; Podosira hormoides SM.

Marine species, very seldom found living in the Baltic: Öresund (HEIB. Consp.), Malmö, Sölvesborg (in mud), Karlshamn (d:o), Travemünde, Svinemünde, Norrtelje in almost fresh water.

Subfoss.: in enormous masses in bathingslick from Ronneby, in silt from the peat mosses in Roslagen.

Diam. 15—30 μ. On all the specimens that I have examined, I never could trace any sculpture, save the irregularly spotted central umbilicus. Crippled form of Hyalod. subtilis BAIL, that characterises the Arctic Ocean (?)

Cyclotella K.

C. Meneghiniana K.

CL. & MÖLL. Diat. N:o 173.

Rather rare in the southern part of the Baltic: Malmö. More common north of the Kalmar Sound. Common on the coast of Upland and in the Finnish bay.

C. operculata K.

SM. Syn. Pl. V, fig. 48.

Freshwater species occurring in slightly brackish water: Gotland: Fårön (CL.), Vaxholm (CL.), Norrtelje.

Stephanodiscus.

S. Astræa (EHB.) GRUN.

Cyclotella Rotula SM. Syn. Pl. V, fig. 50.

In almost fresh water: Travemünde, Södermanland: Häringe, Norrtelje.

S. Bramaputræ EHB.

Unknown to me. In the Baltic (SCHUM. 1862).

Fam. **Melosireæ.**

Melosira AG.

M. Borreri GREV.

SM. Syn. Vol. II, pag. 56, Pl. L, fig. 330.

Only in really brackish water. Rather rare. Öresund, Travemünde, Kalmar, Vestervik, Helsingfors.

Subfossil: Ronneby bathing silt (utterly common).

v. *bothnica* GRUN.

Length of the frustule greater in proportion to the breadth, a little inflexion in the outline of the side of the valve. Intermediate form to the next spec.

With the main spec.: Malmö, Sölvesborg, Helsingfors, Hernösand (Cl.).

M. Jürgensii K.
M. subflexilis K. Sm. Syn. Pl. LI, f. 331.
Very common everywhere in the Baltic.

M. nummuloides Dillw.
Sm. Syn. Vol. II, p. 55, Pl. XLIX, f. 329.
Not so common as the former species. The Sound — Gefle, Åbo — Helsingfors. Rare in the Gulf of Bothnia.

M. punctata Sm.
Sm. Syn. Pl. LIII, f. 339.
Freshwater species found only in almost fresh water: Vaxholm (Cl.), Norrtelje.

M. varians Sm.
Sm. Syn. Pl.
As the former: Norrtelje, Helsingfors.

M. crenulata K.
Sm. Syn. Pl. LIII, fig. 337.
As the former. Denmark, in brackish water (Heib. Consp.).

M. arenaria Moore.
Sm. Syn. Pl. LII, fig. 334.
Freshwater species: Rostock, Södermanland: Häringe, Södertelje.
Subfoss.: Upland: in blackclay from Säby, Alunda.

M. Westii Sm.
Sm. Syn. Pl. LII, fig. 333, Vol. II, p. 59.
I never saw it living in the Baltic, but found it imbedded in mud at Sölvesborg, Karlshamn, Upland: Rådmansö.
Subfoss.: in bathingsilt from Ronneby, in silt from the peatmosses of eastern Upland and in silty clay from the same region.
The subfossil Baltic form measures only 9—11 μ in diam., and thus is smaller in size than the marine form.

M. sulcata Ehb.
Orthosira marina Sm. Syn. Pl. LIII, fig. 338.
Paralia sulcata Cl.

Common on greater depth in Öresund (HEIB. Consp.). I never found it living in the Baltic but found it in mud from Sölvesborg and Kalmar.

Subfoss.: bathingsilt from Ronneby.

Among SCHUMANNS Baltic species there are also:

M. campylosira EHB.

M. lineata AG., which are quite unknown to me.

Addendum.

Schizonema setaceum K.

v. *polyclados* GRUN.

GRUN. in Botan. Centr.-Blatt $^{47}/_{48}$ 1880.

VH. D. B. Pl. XV, f. 5.

Length 0,034 mm., breadth of the valve 0,006 mm. Striae 17 in 0,01 mm. Central nodule scarcely visible.

Very rare. Helsingfors in slightly brackish water.

◆

Explanation of the plates.

Plate I.

Fig. 1 a—c. Cocconeis Placentula Ehb. v. baltica n. var.
» 2 a, b. Mastogloia lanceolata Thw.
» 3. » Dansei v. elliptica Ag.
» 4. » Braunii Grun.
» 5. Amphora læGreg.
» 6. » macilenta Greg.
» 7. » robusta v. minor n. var.
» 8. » sulcata Bréb.
» 9. » staurophora n. sp.
» 10. » augusta Greg. f. minuta.
» 11. Navicula Thurholmensis n. sp.

Plate II.

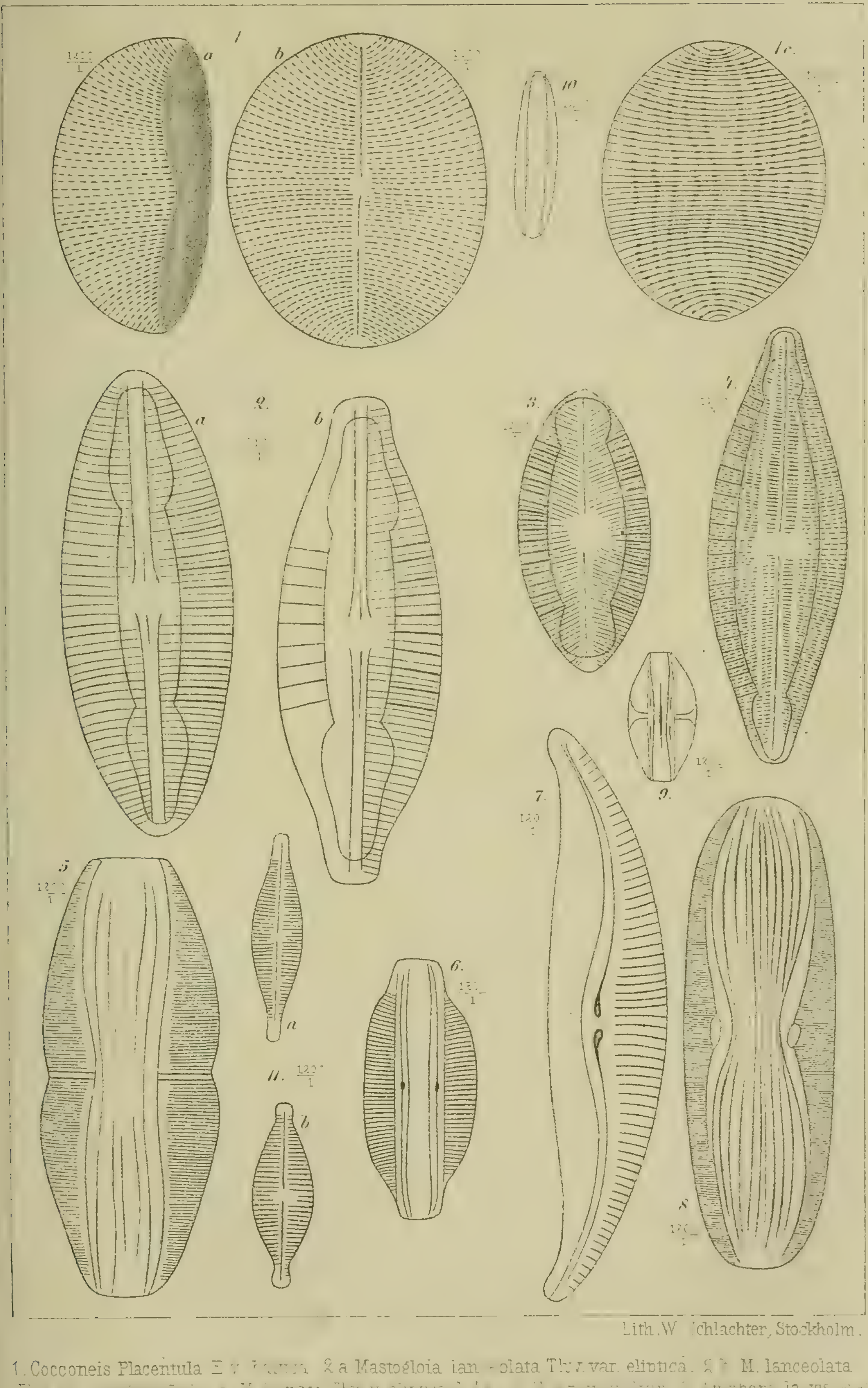
Fig. 12. Navicula cryptocephala K. var. latior n. var.
» 13. » divergens Sm. f. linearis.
» 14. » v. subsalina Donk. passing into v. Fenzlii Grun.
» 15. » Smithii Bréb. v. lævis n. var.
» 16. Schizonema Smithii C. Ag.
» 17. » parvum Menegh.
» 18. Amphiprora plicata Greg.
» 19. Berkeleya fennica n. sp.

Plate III.

Fig. 20. Stauroneis hyalina n. spec.
» 21. » salina Sm. v. latior n. var.
» 22. Homoeocladia baltica n. sp.
» 23. Synedra affinis K. v. genuina Grun.
» 24. » » v. fasciculata K.
» 25, 26. » » v. genuina Grun.
» 27. » » v. tabulata K.
» 28. » » v. genuina Grun.
» 29, 31. » » v. rostrata n. var.
30. » » v. parva K.
» 32. » » v. genuina Grun.
» 33. Coscinodiscus subsalsus n. sp.

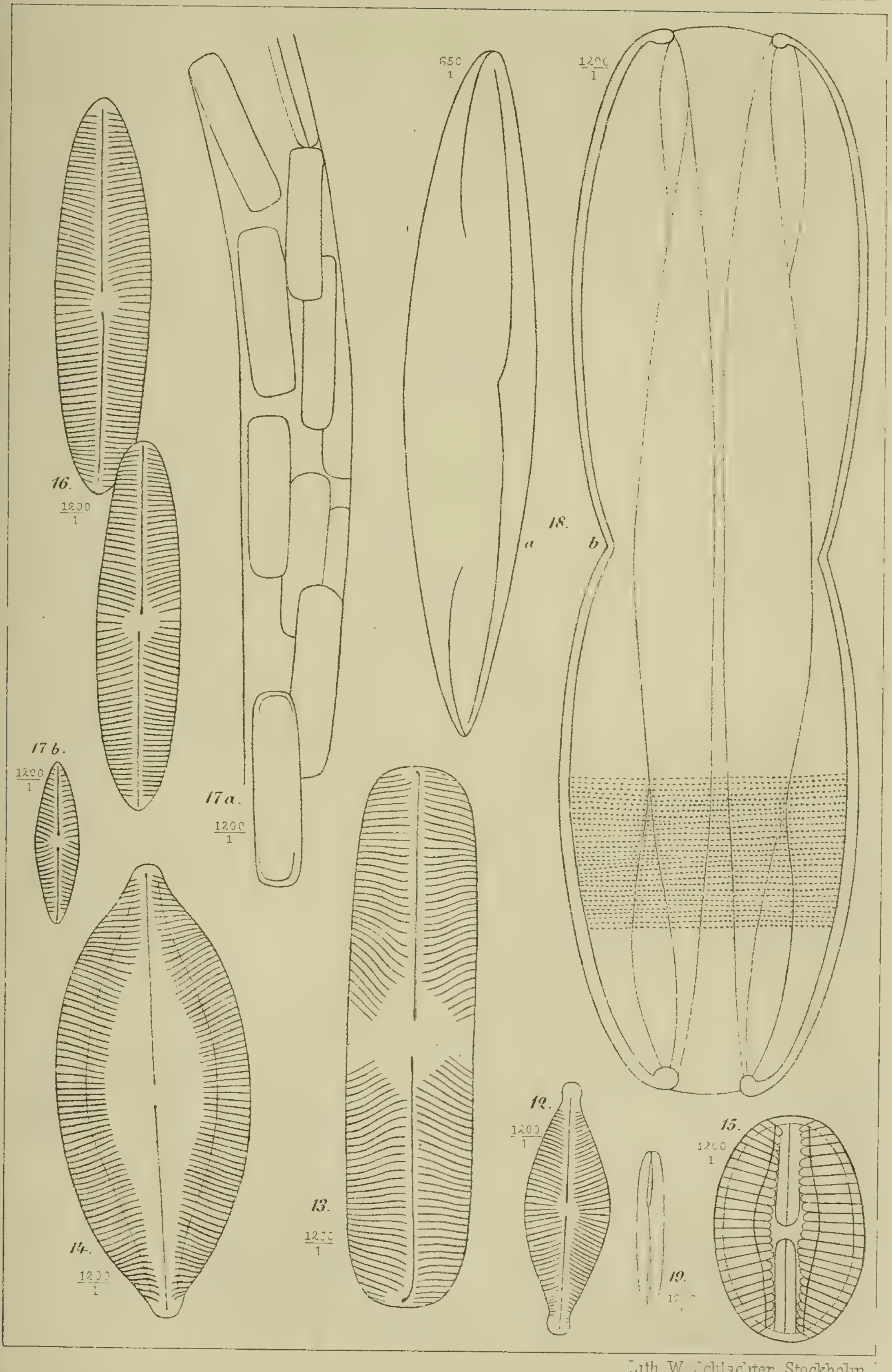
Plate IV.

Bottom-specimen-catcher invented by Th. Arwidsson.



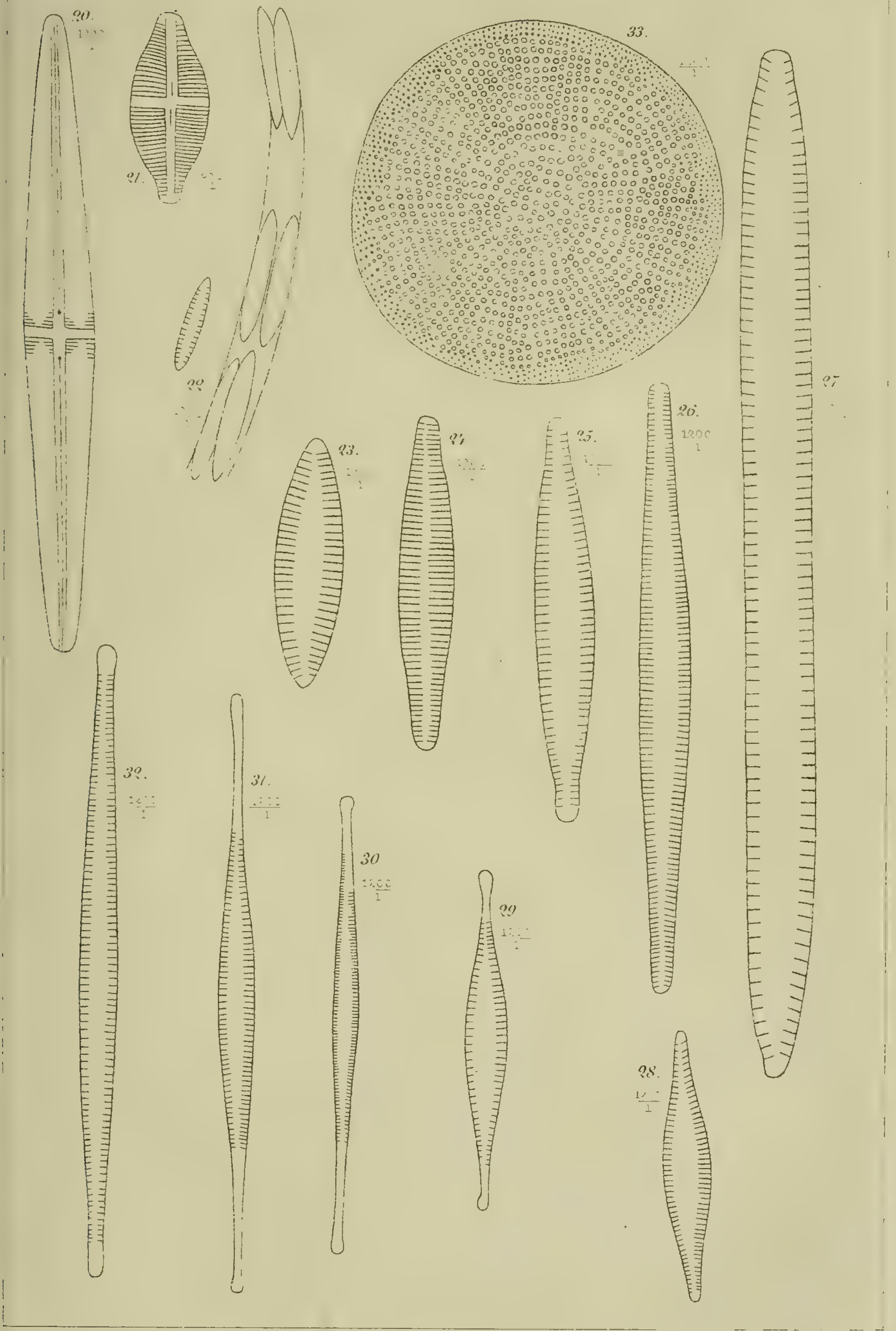
Lith. W. Schlachter, Stockholm.

1. Cocconeis Placentula E[illegible] 2 a Mastogloia lanceolata Thw. var. elliptica. 2 b M. lanceolata Thw. var. [illegible] 5. Amphora [illegible]
6. A. macilenta Greg. 7. A. robusta var. minor [illegible]
10. A. angusta Greg. f. minuta. 11. Navicula Thurh[illegible] n. sp.


16.
1200/1
17 b.
1200/1
17 a.
1200/1
650/1
1200/1
a
18.
b
14.
1200/1
13.
1200/1
12.
1200/1
19.
15.
1200/1

Lith W. Schlachter, Stockholm.

12. Navicula cryptocephala K. v. latior. 13. N. divergens v. 14. N. amphisbaena Bory v. subsalina Donk. 15. N. Smithii Breb v. laevis. 16. Schizonema Smithii C. Ag. 17. Sch. parvum Menegh. 18 Amphiprora plicata Greg. 19. Berkeleya fennica n. sp.


20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
1200
1
27
28.
29
30
1200
1
31.
32.
33.

Lith. W. Schlachter, St[illegible]kholm

[illegible] Stauroneis [illegible] salina Sm. var. lat[illegible]. 22. Homoeocladia baltica n. sp. 23, [illegible] S. affinis K. v. [illegible] 24. S. affinis K. v. fasciculata 27 S. affinis K. v. tabulata 29. 31. [illegible] K. v. rostrata [illegible] S. affinis K. v. parva 33. Coscinodiscus subsal[illegible]us n. sp

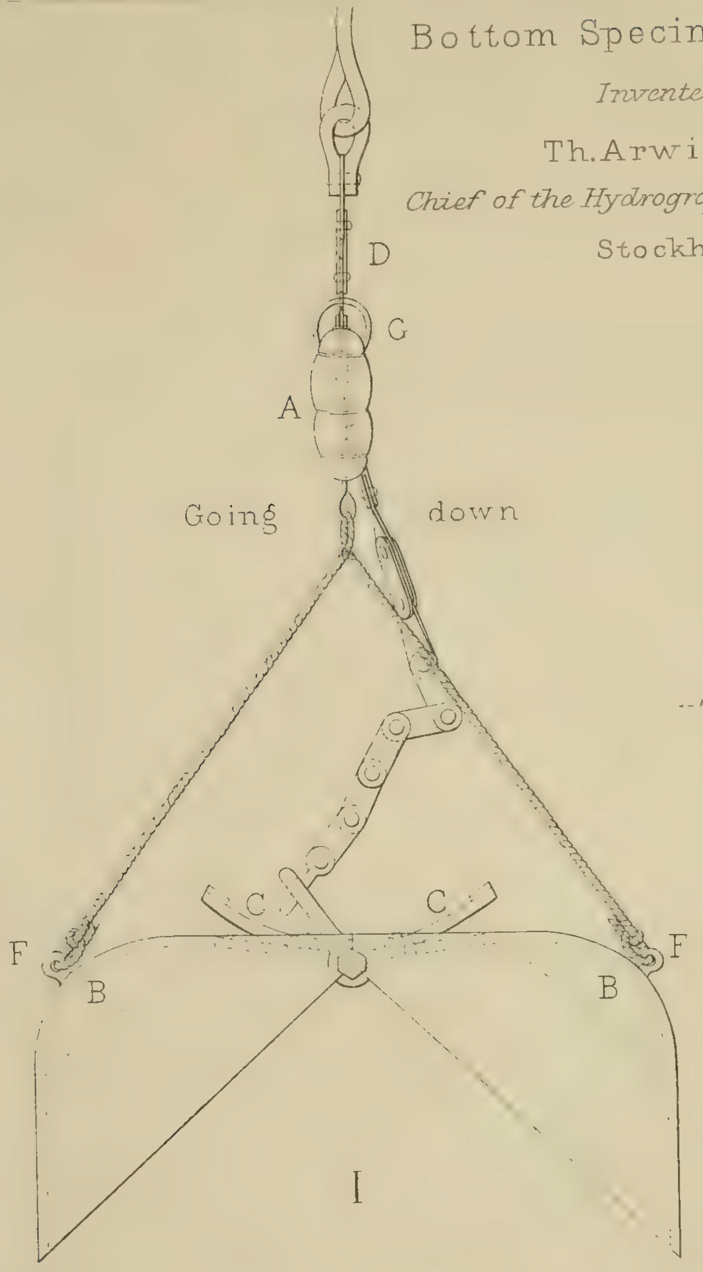
Bottom Specimen Catcher

Invented by

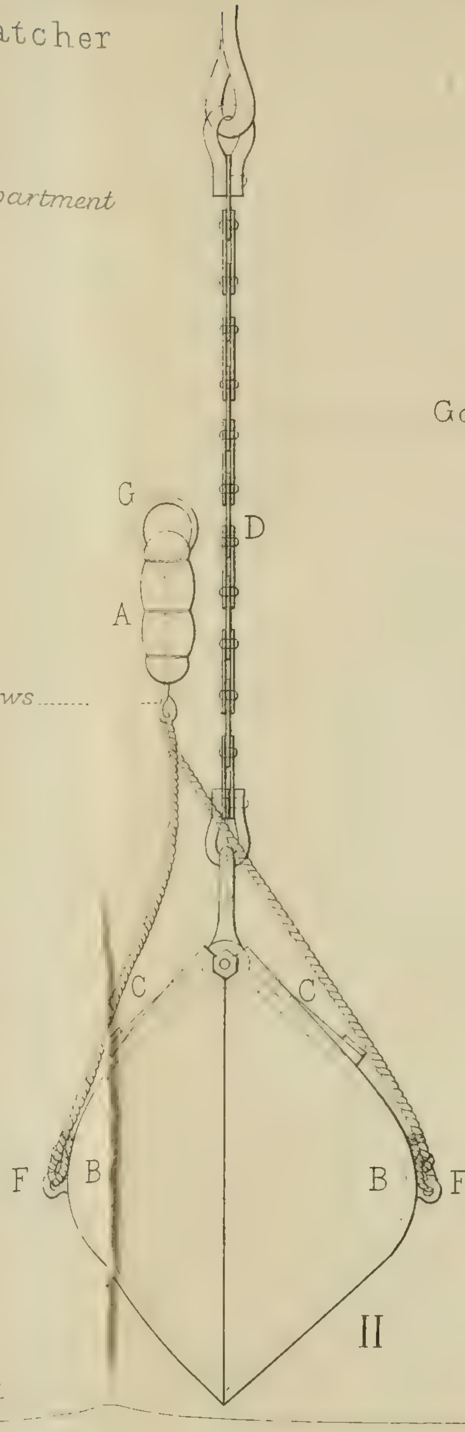
Th.Arwidsson

Chief of the Hydrographic Department

Stockholm.

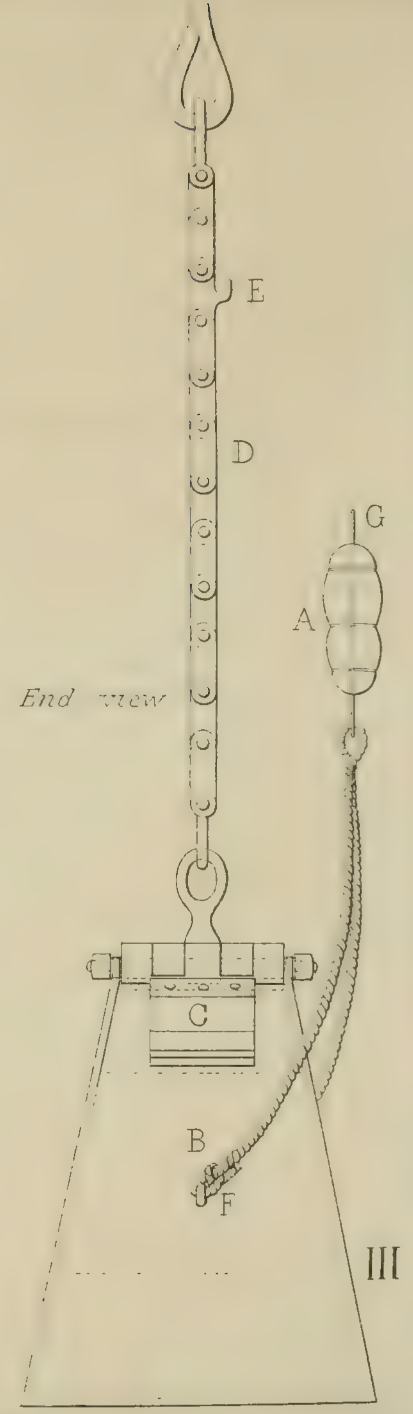

D
G
A
Going down
C
C
F
F
B
B
I

...Side views.......


G
D
A
C
C
F
B
B
F
II

Going up

End view


E
D
G
A
C
B
F
III

Scale $\frac{1}{4}$

BIHANG TILL K. SVENSKA VET. AKAD. HANDLINGAR. Band 6. N:o 22.

DIE DURCH EINEN
KONSTANTEN STROM IN DEN NERVEN
HERVORGERUFENEN
VERÄNDERUNGEN DER ERREGBARKEIT,
MITTELS MECHANISCHER REIZUNG UNTERSUCHT

VON

Dr ROBERT TIGERSTEDT.

MIT ZEHN TAFELN.

MITTHEILUNG VOM PHYSIOLOGISCHEN LABORATORIUM DES CAROLINISCHEN INSTITUTS IN STOCKHOLM

DER KÖNIGL. SCHWEDISCHEN AKAD. DER WISS. VORGELEGT DEN 12 APRIL 1882.

STOCKHOLM, 1882.
KONGL. BOKTRYCKERIET.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.

In seinen berühmten »*Untersuchungen über die Physiologie des Elektrotonus*» unterzog **Pflüger** im Jahre 1859 die durch einen konstanten elektrischen Strom in den Nerven hervorgerufenen Erregbarkeitsveränderungen einer experimentellen Prüfung, welche durch die in der mannigfachsten Weise abgeänderten Versuchsanordnungen und die vollendete Experimentalkritik zu allen Zeiten für ähnliche Untersuchungen als Muster dastehen wird. Als Prüfungsreiz wandte er theils den konstanten Strom, theils den Induktionsschlag, theils auch chemische Reize an. Die wichtigsten durch diese Untersuchung festgestellten thatsächlichen Verhältnisse sind in grösster Kürze folgende.

In der Gegend vom positiven Pol des Stromes ist die Erregbarkeit des Nerven sowohl extrapolar wie intrapolar vermindert. Diese Verminderung erreicht erst allmählich ihre definitive Grösse, indem sie die ersten Augenblicke nach der Schliessung des Stromes noch nicht so stark ist, wie späterhin. Bei der Öffnung des Stromes tritt ebendaselbst eine vermehrte Erregbarkeit ein, die längere oder kürzere Zeit fortdauern kann. In der Gegend vom negativen Pol des Stromes ist die Erregbarkeit des Nerven sowohl extrapolar wie intrapolar erhöht. Diese Zunahme tritt augenblicklich ein, sobald die Kette geschlossen worden ist. Beim Öffnen derselben zeigt sich bei schwachen und mittelstarken polarisirenden Strömen eine verminderte Erregbarkeit, welche jedoch nach einer äusserst kurzen Dauer einem, längere oder kürzere Zeit fortbestehenden Stadium erhöhter Erregbarkeit weicht. An den Polen ist die Veränderung der Erregbarkeit am grössten, und von dort aus nimmt dieselbe sowohl extrapolar wie intrapolar ab. Je grösser die Stärke des polarisirenden Stromes ist, desto grösser ist auch die Veränderung der Erregbarkeit und über um so grössere Nervenstrecken verbreitet sie sich extrapolar. Intrapolar dehnt sich die Verminderung der Erregbarkeit bei vermehrter Stärke des polarisirenden Stromes auf immer grössere Strecken aus, oder m. a. W. der Indifferenzpunkt wandert bei erhöhter Stromstärke allmählich von dem positiven Pol nach dem negativen zu.

Je grösser der Abstand zwischen den Elektroden ist, über um so grössere Strecken des Nerven verbreitet sich die extrapolare Veränderung der Erregbarkeit; die intrapolare Strecke verhält sich völlig gleichförmig ob der Abstand zwischen den Elektroden länger oder kürzer ist.

Zur Prüfung der örtlichen Erregbarkeitsveränderungen in der intrapolaren Strecke bediente sich PFLÜGER chemischer Reize; nur ihre totale Erregbarkeit untersuchte er mit Inductionsschläge. Er sah nämlich davon ab, die Veränderungen der Erregbarkeit zwischen den Elektroden auf gewöhnliche Weise mit scharf lokalisirten elektrischen Reize zu erforschen, aus Furcht vor Stromesschleifen zwischen den Strombahnen des konstanten und des Prüfungsstromes.

Eine wichtige, wenn auch nicht unerwartete Ergänzung zu PFLÜGERS Resultaten wurde zwei Jahre nach dem Erscheinen seines Werkes durch eine unter seiner Leitung von OBERNIER ausgeführten Untersuchung gewonnen, die durch direkte Versuche ergab, dass auch bei Anwendung von starken polarisirenden Strömen (6—8 Groves) in den ersten Augenblicken nach der Oeffnung der Kette eine recht bedeutende Verminderung der Erregbarkeit am negativen Pole vorhanden ist. [1]

Aber schon vorher hatten gegen die Richtigkeit von PFLÜGERS Resultaten Angriffe begonnen, — Angriffe, welche seitdem im Laufe der Zeit fortwährend wiederholt worden sind, bald von diesem, bald von jenem Forscher. Das eigenthümlichste ist jedoch, dass alle Diejenigen, die solchermassen gegen PFLÜGER auftraten, bis auf wenige Ausnahmen, ihre widerlegenden Versuche nicht annähernd mit derselben Sorgfalt ausführten, wie es sich PFLÜGER hatte angelegen sein lassen. Auf sie alle findet deshalb mit Recht Anwendung, was MEISSNER über einen der ersten Gegner sagt: »Da PFLÜGER alle seine Aussprüche auf Untersuchungen mit jeder wirksamen Art der Reizung gründete, so darf man von einer

---

[1] OBERNIER, Archiv für Anatomie und Physiologie, 1861, S. 268—278.

Controle, die darauf gerichtet ist, jene Aussprüche als zum Theil unhaltbar nachzuweisen, verlangen, dass sie auf der gleichen Basis, unter Anwendung gleichfalls aller Arten der Reizung geführt sei». [1])

Zu dieser Kategorie von Arbeiten müssen wir die von SCHIFF [2]), BUDGE [3]), VALENTIN [4]), SCHIFF und HERZEN [5]) und LAUTENBACH [6]) zählen.

Hier sind Metallelektroden anstatt unpolarisirbarer angewandt; keine Vorsichtsmassregeln werden erwähnt, die getroffen worden wären, um zu verhindern, dass Stromesschleifen aus dem einen Kreise in den andern einbrechen konnten; an demselben Nerven sind Versuche derart ausgeführt worden, dass die Richtung sowohl des polarisirenden als die des Prüfungsstromes in dem Nerven vielfach umgekehrt wurde; u. s. w

Unter solchen Umständen haben bestimmte, eindeutige Resultate nicht gewonnen werden können. SCHIFF erklärt auch: »die Aufführung aller ziemlich gleichförmigen Versuchsresultate würde nur als ein wirrer Wust erscheinen». [7])

Ebensowenig wie die erwähnten Arbeiten PFLÜGERS Resultaten wirklichen Eintrag thun konnten, wurden diese durch die widersprechenden Ergebnisse umgestossen, welche man durch Versuche an lebenden Menschen gewonnen hatte. FICK fand keine Veränderung in der Erregbarkeit der Nerven, die durch den konstanten Strom hervorgerufen worden wäre [8]). EULENBURG bestätigte die Gesetze PFLÜGERS [9]); ERB erhielt Anfangs ganz entgegengesetzte Resultate [10]), aber von HELMHOLTZ darauf aufmerksam gemacht, dass dies wahrscheinlich durch eine besondere Stromverzweigung in dem unverletzten Menschenkörper veranlasst sei, wiederholte er seine Versuche [1]) und erzielte nun Resultate, die mit denen von PFLÜGER und EULENBURG vollkommen übereinstimmten. Dagegen gelangte RUNGE [2]) zu ganz entgegengesetzten Resultaten. Es dürfte jedoch ziemlich einleuchtend sein, dass die komplicirten, ja sogar unübersehbaren Leitungsverhältnisse in dem lebenden Menschenkörper eine bedeutende Verschiedenheit von den Resultaten verursachen müssen, die sich auf Versuche mit auspräparirten Nerven stützen, und dass Resultate dieser Art nicht als Beweise gegen PFLÜGER herangezogen werden können — wohl zu beachten — so fern es sich um die Frage handelt, wie die normale Erregbarkeit eines Nerven durch einen konstanten elektrischen Strom verändert wird und nicht um Etwas anderes.

---

[1]) MEISSNER, Bericht über die Fortschritte der Anatomie und Physiologie, 1863. Leipzig 1864, S. 359.

[2]) SCHIFF, Lerbuch der Nervenphysiologie, Lahr 1858—59, S. 94.

[3]) BUDGE, Archiv für patholog. Anatomie, XXVIII, 1863, S. 282—301.

[4]) VALENTIN, Die Zuckungsgesetze des lebenden Nerven und Muskels, Leipzig 1863, S. 14, 65—86; — Physiologische Pathologie der Nerven I, Leipzig 1864, S. 134—135; — Zeitschrift für Biologie, VIII, 1872, S. 210—238; — Moleschotts Untersuchungen, XI, 1873, S. 169—181; — Zeitschrift für Biologie, X, 1874, S. 153—176.

[5]) SCHIFF und HERZEN, Moleschotts Untersuchungen, X, 1867, S. 430—446.

[6]) LAUTENBACH (unter SCHIFFS Leitung), Archives des sciences physiques et naturelles, nouvelle période, LVII, 1877, S. 88—99.

[7]) SCHIFF, Moleschotts Untersuchungen, X, S. 436.

[8]) FICK, Medicinische Physik, Zweite Auflage, 1866, S. 377.

[9]) EULENBURG, Deutsches Archiv für klinische Medicin, III, 1867, S. 117—142.

[10]) ERB, ib. III, 1867, S. 271—273 und 513—524.

Wichtiger als diese Untersuchungen sind die von BILHARZ und O. NASSE, MUNK, GRÜNHAGEN, WUNDT, HERMANN und BERNSTEIN. Dieselben sind mit aller der Sorgfalt ausgeführt, wie es Versuche dieser Art erfordern. Sie bekräftigen auch in allen wesentlichen Theilen PFLÜGERS Resultate, aber sie bezwecken zugleich, dieselben theils zu ergänzen, theils zu berichtigen, oder den von ihm gefundenen Thatsachen eine andere theoretische Deutung zu geben. Ein kurzer Überblick über dieselben wird ihre Bedeutung darthun.

Unter Anleitung von DU BOIS REYMOND prüften BILHARZ und O. NASSE mit mechanischen Reize PFLÜGERS Gesetze [3]). Zu diesem Zwecke bedienten sie sich des Tetanomotor HEIDENHAINS. Die Steigerung oder Verminderung des durch denselben erzeugten Tetanus bei Schliessung eines in bestimmter Richtung gehenden konstanten Stromes galt als Probe der hierbei auftretenden Veränderungen der Erregbarkeit.

Allerdings griff der Prüfungsreiz den Nerven höchst bedeutend an; der Nerv wurde während 6 Sekunden ohne Unterbrechung gehämmert, und nach jeder Reizung hatte er 1 bis 2 Minuten sich zu erholen; doch hielt er in den meisten Fällen nicht mehr als 6—8 auf einander folgende Reizungsversuche aus. So viel aus der kurzen Beschreibung der Verfasser zu ersehen ist, schickten sie in jeder Serie von Versuchen den polarisirenden Strom in derselben Richtung durch den Nerven.

---

[1]) ERB, ib. III. S. 525—528.
[2]) RUNGE, ib. VII, 1870, S. 356—384.
[3]) BILHARZ und O. NASSE, Archiv für Anatomie und Physiologie, 1862, S. 66—83.

An frischen Nerven konstatirten sie bei diesem Verfahren die vollständige Richtigkeit von PFLÜGERS Gesetzen. Am positiven Pol verminderte sich der durch den Tetanomotor hervorgerufene Tetanus, am negativen Pol vermehrte er sich, sobald der polarisirende Strom geschlossen wurde. Bei weiter fortgesetztem Versuch trat das umgekehrte Verhältniss ein; erst zeigte sich beim Schliessen des Stromes keine Veränderung und nach weiterer Einwirkung des mechanischen Reizes lieferte die Schliessung des Stromes gerade das entgegengesetzte Resultat, d. h. am positiven Pol eine Verstärkung und am negativen eine Schwächung des Tetanus. Ganz dasselbe Resultat erhielten die Verfasser auch, wenn sie mit chemischen Stoffen den Nerven lokal zerstörten. Später fand BILHARZ [1]), dass auch eine andere Misshandlung des Nerven, z. B. durch sehr starke konstante Ströme, glühender Draht in der Nähe des Nerven u. s. w., zu derselben Abweichung von PFLÜGERS Resultaten Veranlassung gab.

Aus dem kurzgefassten Bericht, den die Verfasser über ihre einzelnen Versuche veröffentlicht, ist nicht zu entnehmen, worauf diese Abweichungen beruhen. Sie können jedoch nicht gegen die PFLÜGER'schen Gesetze sprechen, denn frische Nerven zeigten, wie die Verfasser ausdrücklich hervorheben, völlige Übereinstimmung mit denselben, und dann kann den Abweichungen, welche die in der erdenklichsten Weise gemisshandelten Nerven aufweisen, natürlich keine Bedeutung beigemessen werden.

Im übrigen ist der Nerv ein so zartes Organ, dass wir nur mit der grössten Vorsicht Schlüsse ziehen dürfen aus den Erscheinungen, die er nach einer groben Misshandlung darbietet, und nun kommt noch dazu, dass bei den Untersuchungen über die von einem konstanten Strom im Nerven bewirkten Veränderungen eine Menge Fehlerquellen auch die best aufgestellten und aufs genaueste durchdachten Versuche leicht trüben können.

Einige Jahre später trat H. MUNK mit Bedenken gegen PFLÜGERS Resultate auf, und zwar auf Grund dessen, dass dieser bei seiner Untersuchung den inneren sekundären Widerstand in den Nerven nicht beachtet habe. Von dem grossen Werk, in welchem Munk seine Versuche und seine neue Auffassung darlegen wollte, ist nie mehr als der erste Theil erschienen, welcher Untersuchungen über den sekundären Widerstand in den Nerven bringt[1]. Die Frage von den Veränderungen der Erregbarkeit, die durch den konstanten Strom hervorgerufen werden, behandelt Munk demnach nur in einer vorläufigen Mittheilung[2]. Als er in die Strombahn einen so grossen Widerstand einschaltete dass die beim Versuch auftretende Veränderungen des Widerstandes dabei nicht mehr in Betracht gezogen werden konnten, so kam er auch zu ganz anderen Resultaten als Pflüger. Diese und die theoretische Anschauung, zu welcher er gelangen ist, fasst er in folgende Worte zusammen: »Die Erregung des Nerven in Folge des elektrischen Stromes ist bedingt einmal durch die Fortführung der Nervenflüssigkeit unmittelbar durch den Strom und sodann auch durch die Flüssigkeitsrückkehr zu den vorher an Flüssigkeit verarmten Nervenstellen, nach der Unterbrechung des Stromes» . . . . »Die Muskelzuckung wird in Folge einer gegebenen Bewegung der Nervenflüssigkeit durch eine bereits vorhandene Bewegung der Nervenflüssigkeit vergrössert, wenn die letztere Bewegung der ersteren gleich gerichtet, verkleinert, wenn die letztere Bewegung der ersteren entgegengesetzt gerichtet ist.»

---

[1]) BILHARZ, Archiv für Anatomie und Physiologie, 1862, S. 84—89.

Also zeigte sich nach Munk am negativen Pol eines absteigenden Stromes extrapolar, die Erregbarkeit bei geschlossener Kette erhöht für einen absteigenden, und herabgesetzt für einen aufsteigenden Prüfungsstrom, u. s. w.

Eine Beurtheilung dieser Resultate ist natürlicherweise unmöglich, da Munk für dieselben keine Beweise beigebracht hat. In seiner Kritik Pflügers hat er ausserdem ganz und gar übersehen, dass dieser auch vermittelst chemischer Reizung dieselben Resultate gewonnen, wie bei der Prüfung durch elektrische Reize; ebensowenig berücksichtigt er, dass Bilharz und O. Nasse auch bei mechanischer Reizung an frischen Nerven dieselben bestätigt gefunden. Unter solchen

---

[1] H. Munk, Untersuchungen über das Wesen der Nervenerregung I, Leipzig 1868.

[2] H. Munk. Archiv für Anatomie und Physiologie 1866, S. 369—390.

Verhältnissen können diese Resultate nicht als beweiskräftig anerkannt werden.

Unter Beachtung aller möglichen Sorgfalt und Genauigkeit untersuchte HERMANN [1]) die Veränderungen der Erregbarkeit, hauptsächlich in der intrapolaren Strecke, in der Absicht, die Richtigkeit des durch seine Untersuchung des Aktionsstromes bei polarisirten Nerven aufgestellten Satzes zu prüfen: »Die Nervenerregung nimmt beim Übergang zu stärker positiv oder schwächer negativ polarisirten Nervenstellen an Grösse zu, in den entgegengesetzten Fällen nimmt sie ab.» In der Einleitung zu seiner Abhandlung lenkt er die Aufmerksamkeit auf einen Umstand, der an und für sich klar genug, aber sonderbarer Weise von vielen Forschern dieser Richtung übersehen worden ist, nämlich dass mit der Steigerung der Stärke des Prüfungsreizes der Einfluss des konstanten Stromes auf die Erregbarkeit des Nerven plötzlich verschwindet, und zwar bei der Stärke, die an und für sich eine maximale Muskelzuckung hervorruft. Bei einer solchen Stärke kann die Muskelzuckung durch den Katelektrotonus nicht mehr wachsen, da sie ja schon an sich selbst maximal ist; auch ist deren Verminderung durch den Anelektrotonus schwach und verschwindet bei einer Stärke des Reizes, die nur unbedeutend den Grad übersteigt, bei welchem die maximale Zuckungen eintreten.

Weiterhin berichtet HERMANN in seiner Abhandlung über die Untersuchungen, durch welche er seinen Satz bekräftigen und PFLÜGER widerlegen will, das heisst nicht dessen Versuche, sondern nur die teoretische Erklärung derselben. Ich übergehe hier einen von HERMANNS Versuchen, von dem er später selbst gefunden [2]), dass er auf einen Fehler in der Aufstellung desselben zurückzuführen ist, und will nur von den übrigen Mittheilung machen.

Diese zielen darauf ab zu beweisen:

1.) dass wenn der polarisirende Strom sammt den Reizstellen ohne dass sonst etwas verändert worden, dem Muskel genähert wird, eine Verminderung der Wirkung des polarisirenden Stromes für jeder unterhalb des Indifferenzpunktes angebrachten Reizung erfolgt, wogegen seine Wirkung für jeder oberhalb desselben applicirten Reizung verstärkt wird.

---

[1]) HERMANN, Archiv für die ges. Physiologie, VII, 1873, S. 323—364.

[2]) HERMANN, ib. VII 1873, S. 497—498.

2.) dass an hoch oben liegenden Reizstellen ein Nähern des polarisirenden Stromes an den Muskel erst von einer Verminderung, und dann von einem Zunehmen der Einwirkung auf die Erregbarkeit begleitet ist;

3.) dass bei starken polarisirenden Strömen eine Hemmung an dem negativen Pol stattfindet; wenn die Erregung diese zu überschreiten hat, müsste also die Muskelzuckung ausbleiben und dies somit bei aufsteigendem Strom bei Reizung extrapolar, und bei absteigendem Strom bei Reizung intrapolar. Der letzterwähnte Fall sollte dann ein wirkliches Experimentum crucis gegen PFLÜGERS Anschauung abgeben. Die beiden ersten sind es nicht, weil auch andere Umstände auf dass Resultat von Einfluss sein könnten, obwohl solche Erscheinungen aus PFLÜGERS Theorie nicht vorauszusehen sind.

Die zum Beweise von 1) angestellten Versuche glückten vollständig; bei der Annäherung des festen Systemes der Elektroden an den Muskel, ergab sich, dass bei aufsteigendem Strom die katelektrotonische Verstärkung der Zuckung grösser und deren anelektrotonische Verminderung geringer wurde, wie auch, dass beim absteigenden Strom sich das Verhältniss umkehrte. Bei intrapolarer Reizung fand HERMANN bisweilen in der oberen Reizstelle eine Abnahme, und an der niederen eine Zunahme der Muskelzuckung. Dieses, welcher dann wirklich ein entschiedener Beweis gegen PFLÜGERS Theorie sein würde, lässt sich jedoch dahin erklären, dass es auf dieselbe Fehlerquelle zurückzuführen ist, wie die oben angedeuteten Versuche, nämlich auf das Vorhandensein der Nervenzweige zum Oberschenkel, wodurch in der oberen Lage des Elektrodensystemes der wirkliche Indifferenzpunkt tiefer gegen den unteren Elektroden rückte, als wenn das Elektrodensystem näher an den Muskel geschoben wurde.

Bestimmte Ergebnisse zum Beweise von 2) erzielte HERMANN nicht. Dagegen fand er bei den Versuchen, die er anstellte, um Beweise für 3) zu erhalten, sehr richtig, dass bei starken Strömen die Muskelzuckungen abnahmen und ganz aufgehoben wurden, wenn die Reizung den negativen Pol zu überschreiten hatte. Beim aufsteigenden Strom liess sich dieses aus PFLÜGERS Theorie erklähren durch die Hemmung am positiven Pol, aber diese Theorie konnte unmöglich Aufschluss geben, warum durch einen absteigenden Strom die

Wirkung eines in der Nähe des negativen Pols angebrachten Reizes vermindert oder aufgehoben werden sollte. Dazu kam noch, dass HERMANN am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar, nur bei mittelstarken Strömen eine Verminderung der Wirkung des Reizes fand, bei schwachen Strömen dagegen eine Verstärkung desselben erhielt. Angaben über die Stärke des polarisirenden Stromes, wie über den Abstand zwischen den Elektroden desselben und denen des Prüfungsstromes fehlen allerdings in HERMANNS Abhandlung, aber die von ihm entdeckten Thatsachen sprechen jedoch bestimmt gegen PFLÜGERS Theorie, und lassen sich nach dieser gar nicht erklären, sofern man nicht annimmt, dass die intrapolaren Prüfungselektroden den resp. Polen nicht nahe genug gewesen, um auch bei ganz schwachen Strömen in die anelektrotonische Strecke zu liegen, sowie dass bei starken Strömen der Anelektrotonus über ihren Platz gegriffen, obwohl sie ziemlich nahe dem negativen Pol lagen. Dieses kann natürlich ohne neue Versuche nicht entschieden werden, zum allerwenigsten, wenn wir keine detaillirten Angaben haben, an welche wir uns halten könnten.

Kurz nach HERMANN nahm BERNSTEIN die Behandlung dieser Frage auf.[1]) Er wandte maximale Induktionsschläge an und untersuchte mit Hülfe dieser die Veränderung der Erregbarkeit in der Strecke zwischen dem polarisirenden Strom und dem Muskel. Er rückte die Prüfungselektroden so nahe wie möglich an den unteren Elektroden des polarisirenden Stromes; dagegen war der Abstand zwischen den Elektroden des letzteren ziemlich gross, nämlich 25 Millimeter. Die Stärke desselben war ganz bedeutend, und zwar von 4 Daniell mit 10,000 Rheokordeinheiten als Neben-Leitung bis zu vollen 6 Groves. Er fasst das Resultat seiner Versuche wie folgt zusammen: »Wenn ein konstanter Strom durch den Nerven fliesst, so ist am positiven Pole die Auslösung der Erregung erschwert, so dass schwache Reize eine geringere Wirkung ausüben als im normalen Zustande; aber das Maximum der Erregung, welches durch starke Reize hervorgerufen werden kann, wird grösser. Dagegen ist am negativen Pol die Auslösung der Erregung erleichtert, so dass schwache Reize stärker wirken; aber das Maximum der

---

[1]) BERNSTEIN, Archiv für die gesammte Physiologie, VIII, 1874. S. 40—60.

Erregung, das durch starke Reize ausgelöst werden kann, wird kleiner». Durch eine nähere Erörterung seiner Resultate suchte BERNSTEIN die Übereinstimmung derselben mit PFLÜGERS Theorie darzulegen, und hob ausdrücklich hervor, dass sie keineswegs mit deren Hauptpunkten im Widerspruch ständen, sondern vielmehr eine Bestätigung derselben bildeten.

Gegen BERNSTEIN trat bald HERMANN auf [1]). Er hatte BERNSTEINS Versuche wiederholt, ohne dass es ihm jedoch gelungen war, seine Resultate zu konstatiren, und er vermuthete deshalb, dass dieselben sich auf eine mangelhafte Isolation gründeten, indem starke Ströme durch die Leitung in der feuchten Kammer leicht genug zum Theil den Weg zum nächsten Elektroden des Prüfungsstromes nehmen könnten und deren Richtung somit umkehren müsste. Zur näheren Kenntniss der hierdurch hervorgerufenen Controverse wird auf die bezüglichen Quellen verwiesen. [2])

Alle die Untersuchungen, über welche ich bisher berichtet, sind in den Hauptzügen nach derselben Versuchsmethode vorgenommen worden. Von einem neuen Gesichtspunkte aus suchten ungefähr zu gleicher Zeit WUNDT und GRÜNHAGEN die Frage zu beleuchten.

Unabhängig von einander hatten diese Forscher sich vorgenommen, die Erregbarkeit des Nerven während der ersten Augenblicke nach der Öffnung und Schliessung des polarisirenden Stromes zu prüfen. WUNDT [3]) bediente sich zu diesem Zwecke des Pendelmyographion und liess den Prüfungsreiz eine ganz kurze, genau gemessene Zeit nach der Öffnung oder Schliessung des polarisirenden Stromes wirken. Das Hauptsächliche seiner Resultate ist Folgendes. »Unmittelbar nach der Schliessung des polarisirenden Stromes beginnt die Erregbarkeit in der ganzen Länge des Nerven zu steigen. Diese Zunahme der Erregbarkeit geht auf der Seite der Kathode continuirlich in die bleibende Erregbarkeitszunahme des Katelektrotonus über. Auf der Seite der Anode steigt sie zu einem Maximum und sinkt dann wieder, um allmählich der Erregbarkeitsabnahme des Anelektrotonus Plats zu machen. Während einer gewissen

---

[1]) HERMANN, Archiv für die ges. Physiologie, VIII, 1874, S. 258—275.
[2]) BERNSTEIN, ib. VIII, S. 498—505; HERMANN ib. IX, 1874, 28—34.
[3]) WUNDT, Archiv für die ges. Physiologie III, 1870, S. 437—440; — Untersuchungen zur Mechanik der Nerven und Nervencentren I, Erlangen 1871.

Zeit nach Schliessung des konstanten Stromes findet man daher den ganzen Nerven entlang die Erregbarkeit gesteigert. Dieses Stadium der in beiden Phasen des Elektrotonus gesteigerten Erregbarkeit übertrifft den Verlauf einer Muskelzuckung sammt dem zuhörigen Stadium der latenten Reizung beträchtlich an Dauer. Im Augenblick der Unterbrechung der Kette entsteht bei denjenigen Stromstärken, bei denen nicht durch Hemmungsvorgänge Verschiedenheiten der Leitung bewirkt werden, in- und extrapolar zur Seite der Anode und Kathode eine Erregung von gleicher Intensität. Neben dieser Erregung geht aber eine Hemmung einher, welche theils in der restirenden anodischen Schliessungshemmung ihren Grund hat, theils erst bei der Öffnung sich bildet, dadurch dass nun an der Kathode ähnliche Veränderungen erzeugt werden, wie sie bei der Schliessung an der Anode entstanden waren».

In einer vorläufigen Mittheilung über eine Untersuchung, die meines Wissens nicht veröffentlicht wurde, brachte GRÜNHAGEN [1]) in aller Kürze die Resultate zur Kenntniss, die er bezüglich der Zeitdauer der Erregbarkeitsveränderungen durch den konstanten Strom gewonnen hatte. Hierzu bediente er sich des Tetanus und dessen Veränderungen durch Schliessung und Öffnung des Stromes. Er brachte das Prüfungsreiz zwischen dem polarisirenden Strom und dem Muskel an und fand, dass der Tetanus im Anelektrotonus ab- und im Katelektrotonus zunahm, sowie dass im ersteren Falle die Erregbarkeitsveränderungen länger zögerten sich geltend zu machen, als in dem letzteren; dagegen konnte er keine Verminderung der Erregbarkeit am negativen Pol nach der Öffnung des Stromes nachweisen. Eine Zunahme der Erregbarkeit an der Anode während des ersten Augenblickes nach Schliessung des Stromes, wie WUNDT sie beobachtet, konnte GRÜNHAGEN nicht nachweisen. Schliesslich fand er eine unmessbar kurze Nachdauer der Erregbarkeitszunahme an der Kathode nach Öffnung des Stromes. Diesen Abweichungen von WUNDTS Resultate kann den letzteren gegenüber keine Bedeutung beigelegt werden, da der Verfasser weder hier, noch später eine ausführliche Darlegung seiner Versuche gebracht hat. Das Hauptresultat ist, dass GRÜNHAGEN die PFLÜGER'schen Gesetze in den wesentlichsten Punkten bestätigt hat.

---

[1]) GRÜNHAGEN, Archiv für die gesammte Physiologie, IV, 1871. S. 547—550.

Die Forschungen, welche nach dem Erscheinen von PFLÜGERS Werk angestellt worden sind, um die in einem frischen Nerven durch den konstanten Strom hervorgerufenen Veränderungen der Erregbarkeit festzustellen, haben somit der Hauptsache nach PFLÜGERS Resultate bestätigt, und ausserdem dieselben durch neue Ermittelungen bezüglich der Erregbarkeitsveränderungen unmittelbar nach Öffnung und Schliessung des Stromes ergänzt (WUNDT, GRÜNHAGEN). Die theoretische Differenz zwischen PFLÜGER und HERMANN ist jedoch noch unentschieden, und die von dem letzteren angestellten Versuche über den hemmenden Einfluss des negativen Pols bei starken Strömen bestehen bis auf weiteres als recht schwere Einwürfe gegen PFLÜGERS theoretische Anschauung.

Unter solchen Verhältnissen und weil bisher keine Untersuchung der Erregbarkeitsveränderungen vermittels einzelner mechanischen Reize angestellt worden, glaubte ich Grund genug zu haben, der Frage von diesem Ausgangspunkte aus noch einmal aufzunehmen und dieses um so mehr, als die mechanische Reizmethode, wie sie in der letzten Zeit ausgebildet worden ist, viele und wichtige Vorzüge für Experimente dieser Art zu bieten scheint. Bei Anwendung dieser braucht man nicht, wie bei elektrischen Reize, Stromesschleifen von dem polarisirenden nach dem Prüfungsstrom und umgekehrt zu befürchten; man kann die Versuche dicht nach einander wiederholen, ohne dass der Nerv dadurch untauglich wird und als Maass der Veränderung der Erregbarkeit immer nur einzelne Muskelzuckungen und nicht, wie bei chemischer Reizung, ausschliesslich einen Tetanus haben; und was vielleicht das wichtigste ist, man kann mit dem mechanischen Reize den Polen des polarisirenden Stromes so nahe kommen, wie man will, und ihm somit näher auf den Leib rücken als es jemals mit elektrischen oder chemischen Reize hat geschehen können. Dazu kommt noch, dass der mechanische Reiz seiner eigenen Natur nach so ganz und gar verschieden ist von dem Reize — dem konstanten Strom — dessen Wirkung auf den Nerven man bei diesen Untersuchungen feststellen will.

Da die ausserhalb der Pole des polarisirenden Stromes sich erstreckenden Erregbarkeitsveränderungen schon so vielfach von verschiedenen Forschern untersucht worden, und die Resultate dieser — insofern die angewandten Methoden tadelfrei gewesen — stets die von PFLÜGER gefundenen bestätigt haben, wollte ich mich besonders dem Studium der Erregbarkeitsveränderungen in der intrapolaren Strecke zuwenden und dort wieder besonders mein Augenmerk auf den dem Muskel zugewendeten Pol richten, also bei aufsteigendem Strom auf den positiven, und bei absteigendem Strom auf den negativen Pol, weil solchenfalls die Resultate am einfachsten und am wenigsten von anderen Umständen beeinflusst zu erzielen sein möchten. Gleichwohl versäumte ich nicht, die Veränderungen der Erregbarkeit auch an anderen Stellen des Nerven zu untersuchen, um auf diese Weise auch mittels dieser Methode die Richtigkeit der PFLÜGER'schen Gesetze zu prüfen. Meine Untersuchung gliedert sich deshalb in folgende zehn Abtheilungen:

1. *Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines aufsteigenden Stromes, extrapolar.*
2. *Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, extrapolar.*
3. *Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar.*
4. *Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar.*
5. *Die Veränderung der Lage des Indifferenzpunktes bei wachsender Stärke eines aufsteigenden Stromes.*

---

6. *Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines absteigenden Stromes, extrapolar.*
7. *Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines absteigenden Stromes, extrapolar.*
8. *Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines absteigenden Stromes, intrapolar.*
9. *Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines absteigenden Stromes, intrapolar.*
10. *Die Veränderung der Lage des Indifferenzpunktes bei wachsender Stärke eines absteigenden Stromes.*

Die Versuchsanordnung war die folgende (Siehe Taf. I Bild 1):

Von der Batterie (B_2) geht der Strom nach dem Elektromagneten (E), welcher den Hebel meines neuen mechanischen Reizapparates, den ich bei diesen Versuchen anwandte, in die Höhe hebt [1]). Dieser Strom geht zunächst nach einer kreuzlosen Pohl'schen Wippe (W_2). Wenn die Arme der Wippe in die Quecksilbernäpfe I getaucht sind, geht der Strom ununterbrochen nach dem Elektromagneten und der Hebel wird in der Schwebe gehalten, so dass er nicht auf dem Nerven ruht. Werden dagegen die Arme der Wippe in die Quecksilbernäpfe II gestellt, so ist der Strom genöthigt, bevor er zum Elektromagneten kommt, durch den Metronom (M) zu gehen, der bei seinen Schwingungen die Leitung nach dem Elektromagneten öffnet und schliesst. Jedesmal, wenn die Leitung unterbrochen ist, fällt der Hebel herab auf den Nerven und reizt ihn; wenn die Leitung bei der Schwingung des Metronoms nach der entgegengesetzten Richtung wieder geschlossen wird, hebt sich der Hebel wieder vom Nerven ab. Die Richtung des Stromes wird im Bilde von den Pfeilen bezeichnet.

Den polarisirenden Strom entnahm ich einer Batterie von Meidingers Elementen (B_1). Zuerst wurde er nach einem Rheokord (Rh) von Du Bois-Reymond geführt, wo er sich verzweigte, und weiter nach einer Pohl'schen Wippe (W_1) und von dort nach einem Du Bois-Reymond'schen Schlüssel (Q) und dann zum Nerven. Der Strom wurde vermittels des Schlüssels geöffnet und geschlossen; die Stärke desselben wurde in gewöhnlicher Weise durch den Rheokord modificirt.

Zum Nerven wurde der Strom natürlich durch unpolarisirbare Elektroden gewöhnlicher Art geleitet. Damit sie zu meinem Apparat gut passten, gab ich ihnen eine andere Form, als wie sie gewöhnlich haben, und ich benutze hier die Gelegenheit, sie zu beschreiben, weil sie mir zu Reizungsversuchen praktischer und handlicher erschienen, als die meisten sonst gebräuchlichen.

Sie bestehen ganz einfach aus einem Trog von Ebonit und von der Form und Grösse, wie sie die Abbildung zeigt (Taf. I, Bild 2). Unten sind sie mit zwei eingeschraubten Stahlzacken versehen, vermittels welcher sie auf meinem Hebelapparat an der Korkscheibe auf der äusseren Seite des Bettes für den Nerven befestigt sind. Inwendig sind sie bis zu einem Drittel mit Paraffin gefüllt, um jede Berührung zwischen dem Thon und den Stahlspitzen zu verhindern. Der mit 0,6 % Kochsalzlösung getränkte Thon wird zwischen den Händen zu langen Wülsten gerollt, welche in den Trog gefürt und mit ihrer Spitze vorwärts umgebogen werden. Dieser Spitze kann nachher diejenige Form gegeben werden, wie sie für jeden besonderen Versuch am besten geeignet erscheint. In den Thon steckt man eine kleine Glasröhre, die mit koncentrirter Zinksulfatlösung gefüllt wird, und führt ein gut amalgamirtes Zinkblech hinein, welches durch einen Leitungsdraht mit den Leitungsdrähten der Batterie in Verbindung steht. Eine Ansicht von dem fertigen Elektroden bietet die Abbildung (Taf. I, Bild 3).

---

[1]) Siehe Tigerstedt, »En ny metod för mekanisk retning af nerver» Nordiskt Medicinskt Arkiv, XIII, 1881, N:r 12. Eine Beschreibung derselben wird demnächst in der Zeitschrift für Instrumentenkunde erscheinen.

Zu gewissen Versuchen, wo es ganz besonders darauf ankam, das mechanische Reizmittel ganz nahe dem Elektroden anzubringen, führte ich den Strom zum Nerven durch einen mit 0,6 % Kochsalzlösung getränkten Streifen von Filtrirpapier, der an den eben beschriebenen unpolarisirbaren Elektroden befestigt war.

Der Nerv selbst lag mit der Strecke, die vermittels des mechanischen Reizes gereizt werden sollte, auf einem mit 0,6 % Kochsalzlösung getränkten Filtrirpapierstreifen, um sich feucht zu halten. Bei Reizung der intrapolaren Strecke nahm dieser Streifen so ziemlich den ganzen Abstand zwischen den Elektroden ein. Durch diese Anordnung wurde zwar der Stromzweig, der durch den Nerven ging, etwas geschwächt, aber dieses konnte durch einen stärkeren Strom abgeholfen werden; ausserdem erreichte ich dadurch nicht blos, dass der Nerv feucht gehalten wurde, sondern ich war damit auch gewissermassen gegen die Fehlerquellen gesichert, welche in Folge der verschiedenen Dicke des Nerven bei HERMANNS Versuchen über die Erregbarkeitsveränderungen durch einen konstanten Strom entstanden [1]). Bei einigen besonders angegebenen Versuchen, wo es galt, den polarisirenden Strom so stark wie möglich zu bekommen, brachte ich kein Papier unter den Nerven. In allen Versuchen, wo Papier zur Anwendung kam, wurde der Nerv niemals ausserhalb der Papierunterlage gereizt; falsche Resultate auf Grund der verschiedenen Dichtigkeit des Stromes in dem übrigen Nerven einerseits und der äusserst kurzen, zwischen dem Papier und den Elektroden befindlichen Nervenstrecke andrerseits sind somit vollkommen ausgeschlossen.

---

[1]) HERMANN, Archiv für die ges. Physiologie, VII, 1873, S. 497—498.

Die Reizungsversuche geschahen in folgendem Rhythmus. Zunächst wurde eine Stärke des mechanischen Reizes ermittelt, welche eine Zuckung von geeigneter Grösse hervorbrachte, mittelstark bei Reizung in der Nähe des positiven, mittelstark oder schwächer in der Nähe des negativen Pols. War diese gefunden, so wurde der Metronom in Bewegung gesetzt und der Muskel hatte nun auf dem Cylinder des Myographions so ungefähr ein halbes Dutzend Zuckungen aufzuzeichnen. Darauf wurde — während der Metronom fortgesetzt den Strom zu dem Elektromagneten öffnete und schloss — auf einmal der polarisirende Strom geschlossen, und der Muskel hatte wiederum 5—6 Zuckungen aufzuzeichnen, wonach der polarisirende Strom geöffnet, und ein halbes Dutzend Muskelzuckungen abermals ohne Einwirkung des polarisirenden Stromes aufgezeichnet wurde; und so setzte ich den Versuch in derselben Aufeinanderfolge eine Zeit lang fort, wobei die Anzahl der Wiederholungen zum Theil von der Ausdauer des Nerven, zum Theil von dem Zwecke abhing, zu welchem der Versuch vorgenommen wurde. Dabei wurde bisweilen mit der Stärke des polarisirenden Stromes gewechselt. Jedem Versuch bezüglich der Veränderung der Erregbarkeit unter dem Einflusse des Stromes wurde ein Versuch voran- und einer nachgeschickt, bei welchem die mechanischen Reizung für sich allein stattfand.

Während jedes Versuches dauerte die mechanische Reizung ununterbrochen fort, nach dem einmal gegebenen Rhythmus. Bei dieser Anordnung konnte ich den Verlauf der Erregbarkeitsveränderungen, sowohl bei geschlossenem als bei geöffnetem Strom genauer studiren, als auf jede beliebige andere Weise. Der Metronom unterbrach den Strom nach dem Elektromagneten durchschnittlich 3 mal in 2 Sekunden. Feinere Bestimmungen über die Erregbarkeitsverhältnisse während der ersten Augenblicke nach dem Öffnen und Schliessen des Stromes konnte ich also nicht zu Stande bringen. Dieses lag aber auch ausserhalb meines Planes, welcher darauf hinausging, die dauernden Erregbarkeitsveränderungen während des Stromdurchganges und nach demselben zu untersuchen.

Um zu zeigen, dass der Nerv die mechanische Reizung in diesem Rhythmus vollständig verträgt, machte ich eine Anzahl Versuche mit mechanischer Reizung für sich allein. Diese ergaben, dass der Nerv noch eine viel grössere Ausdauer für mechanische Reizung besitzt, als man bisher angenommen und als auch meine eigenen früheren Versuche dargethan hatten.[1] Ausserdem zeigten sie, dass die Zuckungen regelmässig und langsam sinken, wenn mit der mechanischen Reizung fortgesetzt wird; dieses beweist, dass die mechanische Reizung für das Studium der Erregbarkeitsveränderungen der Nerven in der That ganz besonders geeignet ist. Mit Rücksicht auf die Wichtigkeit der Sache will ich ein Paar dieser Versuche hier anführen.

Versuch A. (Taf. I). Abstand des gereizten Punktes (Plexus) vom Muskel 39 Millimeter; Lage des Laufgewichts auf dem Hebelarm 22; in 2 Sekunden 3 Reizungen; Anzahl der Reizungen 420.

Versuch B. (Taf. I). 1. Abstand der gereizten Stelle (Plexus) vom Muskel 42 Millimeter; Lage des Laufgewichts auf dem Hebelarm 25; 110 Reizungen in 1 Minute; Anzahl der Reizungen 330.

2. Derselbe Nerv.-Abstand der gereizten Stelle vom Muskel 26 Millimeter; Rhythmus und Stärke der Reizungen wie vorher; Anzahl der Reizungen 139.

Die Muskelzuckungen wurden bei einigen Versuchen auf einem Registrirapparat MAREYS mit FOUCAULTS Regulator, bei anderen auf einem von LOVÉN konstruirten Cylinder-Registrirapparat aufgezeichnet, welcher letztere mit recht grosser Gleichförmigkeit von einem Wassermotor getrieben wurde. Als Schreibhebel bediente ich mich eines von LOVÉN konstruirten federnden Schreibarmes, welche die Muskelzuckungen 3,5 mal vergrösserte.

Die Versuche wurden in der Zeit vom October 1881 bis Januar d. J. vorgenommen und zwar an Exemplare von Rana esculenta, die im Herbst von Berlin zugesandt worden waren. Bei jedem Versuch floss der polarisirende Strom stets in derselben Richtung. Bei dieser Untersuchungen galt es ja, die Veränderungen zu erforschen, welche in der Erregbarkeit des Nerven durch einen, in einer gewissen, bestimmten Richtung gehenden Strom hervorgerufen würden. Damit die Resultate so klar wie möglich ausfallen sollten, durfte in demselben Versuch die Richtung des Stromes nicht verändert werden. So äusserst fein und leicht zerstört wie die Nervensubstanz ist, muss man mit grösster Umsicht zu vermeiden suchen, dass sie mehr zerstört oder beschädigt wird, als zum Versuch unumgänglich nothwendig ist. Wenn nun ein konstanter Strom immerfort von einer Richtung nach der andern umgekehrt wird, kann dieses leicht zur Folge haben, dass die Resultate getrübt werden. Ich für mein Theil bin überzeugt, dass die vielfachen Unregelmässigkeiten, die viele Forscher gefunden, zu einem wesentlichen Theil gerade darauf beruhen, dass sie zu oft die Richtung des Stromes gewechselt haben. Zu jedem Versuch muss man die Versuchsbedingungen so einfach wie möglich stellen, und lieber für seine Versuche mehrere Nerven anwenden, als aus einem einzigen Nerven alles hervorzuziehen suchen. Solche Versuche können oft gar keine Resultate ergeben.

---

[1] TIGERSTEDT, Studien über mechanische Nervenreizung, I, Helsingfors 1880, S. 34 u. folg.

In der Beschreibung der einzelnen Versuche bedeuten:

$+P$ — den Abstand des positiven Pols vom Muskel;
$-P$ — den Abstand des negativen Pols vom Muskel;
E — den Abstand der gereizten Stelle vom Muskel;
Rh — die Anzahl der Rheokordeinheiten in der Nebenleitung [1]);
γ — die Lage des Laufgewichts auf dem Hebel.

Theils, um die Resultate klarer hervortreten zu lassen, theils um die Vorzüglichkeit der mechanischen Reizungsmethode für Untersuchungen innerhalb der allgemeinen Nervenphysiologie zur Genüge nachzuweisen, habe ich den Beschreibungen der Versuche Abbildungen meiner Kurven in ziemlich grosser Anzahl beigefügt. Sie sind in möglichst getreuer Übereinstimmung mit den Originalen ausgeführt und sind von rechts nach links zu lesen.

1. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines aufsteigenden Stromes, extrapolar.

Bei schwachen und mittelstarken Strömen ist die Erregbarkeit bedeutend gesteigert. Diese Zunahme tritt in ihrer vollen Stärke unmittelbar nach dem Stromschluss hervor; eine Intensität des Reizes, die kurz vorher ganz geringe oder gar keine Muskelzuckungen hervorgerufen, erzeugt jetzt deren recht starke. Während der ganzen Zeit, wo der Strom geschlossen ist, wird die gesteigerte Erregbarkeit wahrgenommen. Die Muskelzuckungen nehmen jedoch mit der Zeit ab, aber dieses nur in äusserst geringem Masse, und bisweilen kaum merklich, in manchen Fällen gar nicht. Wird der Strom wieder geöffnet, so nehmen die Zuckungen wieder ihren früheren Werth an; eine Hemmung hat sich unter den Umständen, wie ich meine Versuche ausgeführt, nicht gezeigt; dagegen trat eine kleine Vergrösserung der Erregbarkeit nach der Öffnung des Stromes ein. Diese Zunahme ist jedoch, wie schon angedeutet, nur gering und erscheint nicht immer ganz deutlich. Sie dauert längere oder kürzere Zeit und verschwindet dann nach und nach.

---

[1]) Vgl. HERMANN, Archiv für die ges. Physiologie, VII, 1873. S. 333.

Bei geschlossenem Strom ist die Verstärkung am negativen Pol am grössten und verbreitet sich von da aus aufwärts. Je grösser die Stärke des polarisirenden Stromes ist, desto stärker ist auch die Veränderung der Erregbarkeit und desto deutlicher treten die die letzteren begleitenden Erscheinungen auf. Gleichzeitig verbreitet sie sich über grössere Strecken des Nerven.

Wird der Versuch wiederholt in der Weise, dass in regelmässiger Aufeinanderfolge der polarisirende Strom geöffnet und geschlossen wird, während die Stärke desselben ebenso wie die des Reizes die ganze Zeit hindurch unverändert ist, so bleiben die unter Einwirkung des polarisirenden Stromes hervorgerufenen Muskelzuckungen in der ganzen langen Serie sich gleich; eine Einwirkung durch die Ermüdung des Nerven in Folge der dicht aufeinander folgenden Reizungen tritt bei geschlossenem Strom bei weitem nicht so deutlich hervor, wie in dem Falle, wo der Nerv der mechanischen Reizung allein ausgesetzt ist.

Die Zunahme der Erregbarkeit tritt mit voller Deutlichkeit auf, auch wenn der Strom sowohl Schliessungs- als Öffnungszuckungen bewirkt. Mit grösserer Stromstärke habe ich keine Versuche gemacht, weil kein Forscher in Frage gestellt hat, dass die Muskelzuckungen bei Reizung vor einem starken aufsteigenden Strome nicht abnehmen und verschwinden: nur die theoretische Erklärung der Erscheinung ist es, worin die Forscher nicht übereinstimmen.

Beispiele:

Versuch 1. +P=24; — P=40; E=44; 3 Meidinger, Rh=45.

Der mechanische Reiz erzeugte an und für sich keine Zuckungen; der konstante Strom bewirkte eine starke Schliessungs-, aber keine Öffnungszuckung. Unter der Einwirkung desselben rief der mechanische Reiz starke, gleichhohe Muskelzuckungen hervor, welche nach dem Öffnen des Stromes wieder verschwanden, um bei neuer Schliessung mit noch grösserer Stärke als vorhin aufzutreten.

Versuch 2. +P=14; — P=30; E=35; 1 Meidinger, Rh=160; $\gamma=30$.

a. Der mechanische Reiz rief nur kleine Muskelzuckungen hervor; der konstante Strom ergab eine Schliessungs-, aber keine Öffnungszuckung. Unter der Einwirkung desselben nahmen die von dem mechanischen Reize hervorgerufenen Muskelzuckungen auf einmal bis zu ihrer doppelten Stärke zu und erhielten sich während der ganzen Zeit des Stromschlusses nahezu gleich hoch. Wurde der Strom geöffnet, so traten die ersten Zuckungen ein klein wenig verstärkt auf, aber bald gingen sie zu ihrer früheren Stärke herunter.

b. Wurde nun der Nerv unter sonst gleichen Verhältnissen etwas näher dem Pole zu (E=34) gereizt, so rief der mechanische Reiz an und für sich keine Muskelzuckungen hervor, aber unter Einwirkung des Stromes zeigten sich solche viel stärker als in *a*, wie wohl jetzt nicht die ganze Zeit hindurch gleich hoch. Bei Öffnung des Stromes verschwanden sie unmittelbar.

Versuch 3. +P=10; — P=19; E=25; 2 Meidinger, Rh=450; $\gamma=20$.

a. Der mechanische Reiz bewirkte keine Muskelzuckungen; der konstante Strom erzeugte einen Schliessungs-, aber keinen Öffnungszuckung. Unter der Einwirkung des Stromes zeigten sich recht grosse, gleichstarke Muskelzuckungen, welche augenblicklich verschwanden, wenn der Strom geöffnet wurde, um bei der Schliessung desselben wiederzukehren.

b. Wurde bei derselben Intensität des mechanischen Reizes der Nerv etwas höher hinauf (E=26) gereizt, so wurden die während des Stromschlusses eintretenden Muskelzuckungen nicht annähernd so stark wie bei *a*; eine langsame Abnahme derselben trat dagegen während jeder Dauer des Stromschlusses deutlich hervor.

c. Wurde der polarisirende Strom (2 Meidinger, Rh=1,450) verstärkt, so dass auch bei der Öffnung desselben sich Muskelzuckungen einstellten, so wurden bei Reizung der vorhin erwähnten Stelle die Muskelzuckungen bedeutend stärker, als eben vorher und als in *a*. Das langsame Sinken der Muskelzuckungen bei geschlossenem Strom ist hier sehr deutlich zu erkennen. In jeder einzelnen dieser Serien (a, b, c,) sind jedoch die unter Einwirkung des konstanten Stromes, bei dessen jedesmaliger Kreisung durch den Nerven hervorgerufenen

Muskelzuckungen ungefähr gleich hoch. Man kann demnach in *c* keine Verminderung der Zuckungen II im Verhältniss zu I bemerken, sondern es sind im Gegentheil die Zuckungen I ein wenig geringer als die Zuckungen II, und doch ist diese Nervenstelle während des Verlaufs von ungefähr 160 Sekunden mindestens 240 Reizungen ausgesetzt gewesen.

2. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, extrapolar.

Die Erregbarkeit des Nerven ist bedeutend vermindert. Eine Intensität des Reizes, welche kurz vorher recht grosse Muskelzuckungen hervorgerufen, bewirkt jetzt nur ganz kleine oder gar keine. Während der ganzen Dauer des Stromes besteht diese herabgesetzte Erregbarkeit. Unter den Verhältnissen, wie meine Versuche ausgeführt wurden, ist diese Verminderung gleich bei der Schliessung der Kette eingetreten; bisweilen ist hierbei die erste Zuckung grösser gewesen als die folgenden. Dagegen nahmen mitunter, während der Strom durch den Nerven floss, die Muskelzuckungen zu von ihrem ersten Minimum ab, dieses jedoch nur in geringem Grade und manchmal kaum merklich, in einzelnen Fällen gar nicht. Wenn der Strom geöffnet wird, kehren die Muskelzuckungen auf ihre ursprüngliche Stärke, ohne dass sich dabei in den ersten Augenblicken eine Hemmung zu erkennen giebt; dagegen erscheint eine geringe Zunahme der Erregbarkeit des Nerven, welche jedoch nicht sehr gross ist und in vielen Fällen auch ausbleibt. Sie verharrt eine längere oder kurzere Zeit und verschwindet dann allmählich.

Bei geschlossenem Strom ist die Erregbarkeitsverminderung am positiven Pol am grössten und nimmt von hier aus nach unten zu ab. Je stärker der polarisirende Strom ist, desto stärker ist auch die Verminderung der Erregbarkeit und über eine um so grössere Nervenstrecke verbreitet sie sich.

Wird der Versuch derart wiederholt, dass in regelmässiger Aufeinanderfolge der polarisirende Strom geöffnet und geschlossen wird, und dass die Stärke des Stromes wie die des Reizes während der ganzen Zeitdauer dieselbe verbleibt, so werden die unter dem Einflusse des polarisirenden Stromes hervorgerufenen Muskelzuckungen in den meisten Fällen immer schwächer und schwächer während die von dem mechanischen Reize an und für sich hervorgebrachten Zuckungen sich die ganze Zeit hindurch auf ihrer ursprünglichen Höhe erhalten, ohne zufolge der Ermüdung des Nerven oder des Muskels auch nur annähernd so schnell herabzusinken, wie unter gewöhnlichen Verhältnissen.

Beispiele:

Versuch 4. +P=26; — P=37; E=9; 3 Meidinger, Rh=4,500; γ=30.

a. Der mechanische Reiz bewirkt recht starke Muskelzuckungen; der polarisirende Strom Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unmittelbar nach erfolgter Schliessung des Stromes sinken dieselben bis auf weniger als ihren halben Werth herab und steigen während der Dauer des Stromschlusses etwas, aber recht unbedeutend und ganz langsam. Bei der Öffnung des Stromes erreichen sie wieder ihre frühere Stärke und behalten diese bei, bis der Kreis wieder geschlossen wird, wobei wiederum eine Verminderung eintritt. Im Laufe des Experiments werden die unter Einwirkung des polarisirenden Stromes erzeugten Muskelzuckungen allmählich, wenn auch nicht ganz regelmässig, geringer und geringer, während die vermittels des mechanischen Reizes an und für sich hervorgerufenen Zuckungen ihre ursprüngliche Höhe beibehalten, trotzdem die Anzahl der Reizungen bei diesem Versuch bis zu 120 hinaufging.

b. Unter sonst ganz gleichen Verhältnissen, aber bei einer geringeren Stärke (3 Meidinger, Rh=1,500) des polarisirenden Stromes, welcher jedoch Schliessungs- und Öffnungszuckungen hervorruft, wird der Nerv näher dem positiven Pol zu gereizt (E=15); die von dem mechanischen Reize hervorgebrachten Muskelzuckungen, welche mit denen in *a* gleiche Stärke haben, verschwinden unter dem Einflusse des Stromes völlig und erreichen ihre ursprüngliche Höhe wieder, sobald der Strom unterbrochen ist.

Versuch 5. +P=22,5; — P=36; E=19; 3 Meidinger, Rh=500; γ=20.

a. Der mechanische Reiz erzeugt mittelstarke Muskelzuckungen, der polarisirende Strom sowohl Schliessungs- als Öffnungszuckungen. Unter Einwirkung desselben verschwinden die Muskelzuckungen der ersten zwei Serien (N:o 1 und 2) augenblicklich; später verschwinden sie nicht mehr bei Schliessung des Stromes, aber sie werden augenblicklich ganz klein und erhalten sich so während des ganzen Stromschlusses. Bei Öffnung des Stromes erreichen sie ihre frühere Höhe wieder, aber ohne weitere Steigerung. Auch in den allerletzten Serien behalten die Muskelzuckungen nahezu ihre ursprüngliche Grösse bei, obwohl die Anzahl der Reizungen gegen 140 beträgt.

b. Die Stärke des polarisirenden Stromes wird bedeutend erhöht (3 Meidinger, Rh = 10,000) und der Nerv wird etwas tiefer nach dem Muskel zu gereizt (E = 16). Unter dem Einfluss des Stromes verschwinden die Muskelzuckungen ganz und gar.

c. Der Reiz wird noch mehr dem Muskel genähert (E = 14) und die Stärke des polarisirenden Stromes wird soweit gemässigt, bis sie der im Versuch *a* gleichkommt (3 Meidinger, Rh = 500). Bei der Schliessung des Stromes tritt keine Veränderung in der Stärke der Muskelzuckungen ein, und ebensowenig bei der Öffnung desselben.

3. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar.

Bei schwachen und mittelstarken Strömen ist die Erregbarkeit des Nerven bedeutend gesteigert. Diese Zunahme tritt unmittelbar nach Schliessung des Stromes in ihrer vollen Stärke ein; eine Intensität des Reizes, welche kurz vorher nur ganz kleine oder gar keine Zuckungen hervorrief, bewirkt jetzt deren recht starke. Während der ganzen Zeit, wo der Strom geschlossen ist, zeigt sich diese vermehrte Erregbarkeit. Doch bemerkt man, namentlich an Nerven, die wiederholten Versuchen nach dieser Richtung hin ausgesetzt gewesen, dass bei geschlossenem Strom die Zuckungen ganz langsam abnehmen. Diese Abnahme ist jedoch unbedeutend und tritt nicht immer ein. Sobald der Strom geöffnet wird, gehen die Muskelzuckungen auf ihre ursprüngliche Höhe zurück. Eine Hemmung während der ersten Augenblicke darnach habe ich unter den Umständen, wie ich meine Versuche ausführte, nicht mit Sicherheit beobachten können. Dagegen zeigt sich oft eine Steigerung der Erregbarkeit welche jedoch niemals besonders gross ist; oft kann sie auch nicht mit Bestimmtheit nachgewiesen werden.

Bei geschlossenem Strom ist die Zunahme der Erregbarkeit am negativen Pol am grössten. Dieselbe wächst mit der Stromstärke, bis zu einem bestimmten Grade derselben.

Wird der Versuch öfter wiederholt, so bleibt die Erhöhung der Erregbarkeit während des jedesmaligen Stromschlusses nahezu dieselbe, auch wenn die durch den mechanischen Reiz selbst hervorgerufenen Muskelzuckungen abnehmen würden.

Beispiele:

Versuch 6. $+P=20$; $-P=40$; $E=37{,}5$; 3 Meidinger, $Rh=92$; $\gamma=17$.

a. Der mechanische Reiz erzeugt schwache Muskelzuckungen; der polarisirende Strom nur eine Schliessungszuckung. Unter dem Einflusse desselben wachsen die Muskelzuckungen bis zu mehr als ihren doppelten Werth und nehmen bei geschlossenem Strom äusserst unbedeutend ab. Sobald der Strom geöffnet wird, sinken die Muskelzuckungen, aber sie sind gleichwohl etwas grösser als sie ursprünglich waren. Dieselbe Erscheinung wiederholt sich, wenn der Versuch mehrere male nach einander vorgenommen wird.

b. Der Nerv wird etwas höher hinauf ($E=38$) mit derselben Stärke des mechanischen Reizes gereizt. Der polarisirende Strom ist jetzt stärker (3 Meidinger, $Rh=150$). Hierbei steigern sich die Muskelzuckungen von einem ganz geringen Grade bis zu gleicher Höhe wie in *a*. Bei Öffnung des Stromes verschwinden sie völlig, um bei Schliessung desselben wieder die gleiche Stärke zu erreichen, wie eben vorher. Im übrigen kehren dieselben Erscheinungen wie unter *a* hier wieder.

Versuch 7. $+P=10$; $-P=30$; $E=29$; 1 Meidinger, $Rh=1{,}950$; $\gamma=5$.

Der mechanische Reiz bewirkt äusserst unbeträchtliche Zuckungen, der polarisirende Strom nur Schliessungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben entstehen starke, fast maximale Muskelzuckungen, welche sich die ganze Zeit hindurch auf gleicher Höhe erhalten und bei Öffnung des Stromes augenblicklich aufhören. Bei Schliessung des Stromes treten die starken Zuckungen aufs neue auf. Nachdem der Nerv eine Minute geruht, wird der Versuch in derselben Weise fortgesetzt wie vorher. Da erscheinen, nachdem der Strom zweimal geschlossen und geöffnet worden, kleine Muskelzuckungen, welches beweist, dass die Erregbarkeit des Nerven gewachsen ist. Unter der Einwirkung des polarisirenden Stromes stellen sich nun dieselben starken Muskelzuckungen ein wie vorher; sie sind jetzt jedoch nicht so gleichmässig hoch wie zu Anfang des Versuches, sondern es zeigen sich vielmehr kleine Unregelmässigkeiten.

4. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar.

Die Erregbarkeit des Nerven ist bei allen Stromstärken, auch bei den schwächsten, bedeutend herabgesetzt. Diese Verminderung zeigt sich manchmal nicht augenblicklich, sondern die Muskelzuckungen nehmen unter Einwirkung des

Stromes allmählich ab, so dass die ersten etwas grösser sind als die folgenden. Während der ganzen Zeit, wo der Strom kreist, zeigt sicht diese verminderte Erregbarkeit. Es kommt wohl öfter vor, dass die Muskelzuckungen unterdess allmählich zu steigen beginnen, aber dieses ist doch immer unbedeutend und in gewissen Fällen gar nicht zu bemerken. Beim Öffnen des Stromes nehmen die Muskelzuckungen augenblicklich zu; eine Hemmung lässt sich dabei nicht nachweisen; dagegen tritt eine geringe Zunahme der Erregbarkeit ein, die bisweilen ganz unmerkbar ist. Sie hält sich längere oder kürzere Zeit und verschwindet dann allmählich.

Die Abnahme der Erregbarkeit bei geschlossenem Strom ist am Pol selbst am grössten. Sie wächst mit der Stärke des polarisirenden Stromes.

Wird der Versuch unter denselben äusseren Umständen einmal nach dem andern wiederholt, so nimmt die Erregbarkeitsverminderung im allgemeinen zu, obwohl recht unbedeutend. Bisweilen kann man auch bemerken, dass die Verminderung abnimmt, aber zu derselben Zeit sind dann auch die Muskelzuckungen, welche der mechanische Reiz an und für sich hervorruft, stärker geworden. Im allgemeinen behalten diese ihre ursprüngliche Höhe bei, oder sie nehmen sehr wenig zu; hin und wieder kann es vorkommen, dass sie abnehmen, aber dieses ist sehr ungewöhnlich.

Beispiele:

Versuch 8. $+P=8$; — $P=34$; $E=9$; 2 Meidinger, $Rh=50$; $\gamma=20$.

a. Der mechanische Reiz bewirkt schwache Muskelzuckungen; der polarisirende Strom ruft weder eine Schliessungs- noch eine Öffnungszuckung hervor. Unter der Einwirkung des Stromes verschwinden jedoch die Muskelzuckungen augenblicklich und treten erst wieder auf, wenn der Strom geöffnet wird; sie sind dann unbedeutend schwächer.

b. Derselbe Nerv wird mit derselben Stärke des mechanischen Reizes etwas höher hinauf ($E=10$) gereizt und der polarisirende Strom wird noch mehr geschwächt (2 Meidinger, $Rh=42$). Auch jetzt hören die Zuckungen während der Einwirkung desselben auf und nehmen abermals ihre frühere Stärke an, wenn der Strom wieder geöffnet ist.

c. Der Strom ist noch schwächer (2 Meidinger, $Rh=30$); dieselbe Stelle wie in *b* wird unter denselben Umständen gereizt.

Jetzt hören die Muskelzuckungen nicht auf, aber sie nehmen sichtlich an Stärke ab. Nach Öffnung des Stromes gewinnen sie ihre frühere Intensität wieder. Wird der Strom noch mehr geschwächt, so bewirkt derselbe keine Veränderung in den Zuckungen.

Versuch 9. +P=15; — P=34; E=17; 2 Meidinger, Rh=44; γ=30.

a. Der mechanische Reiz erzielt schwache Muskelzuckungen, der polarisirende Strom erzeugt weder eine Öffnungs-, noch eine Schliessungszuckung. Jedoch verschwinden unter der Einwirkung desselben die Muskelzuckungen augenblicklich, und wiederholen sich in ihrer früheren Grösse unmittelbar nach erfolgtem Öffnen des Stromes.

b. Der Nerv wird mit derselben Stärke des mechanischen Reizes, aber etwas weiter vom Pol (E=19) gereizt. Nun verschwinden bei der gleichen Intensität des polarisirenden Stromes die Muskelzuckungen nicht, sie nehmen aber ganz bedeutend an Höhe ab. Bei der Öffnung des Stromes erreichen sie ihre frühere Grösse wieder.

Versuch 10. +P=17; — P=36; E=20; 3 Meidinger, Rh=5,000; γ=30.

Der mechanische Reiz erzielt ziemlich starke Muskelzuckungen; der polarisirende Strom Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben verschwinden die Muskelzuckungen, aber man bemerkt während der ersten Augenblicke nach der Schliessung des Stromes doch Spuren davon, wiewohl sie nur äusserst unbedeutend sind. Sobald der Strom geöffnet wird, treten die Muskelzuckungen wieder auf und sind dann zu Anfang etwas stärker, als sie vor dem Stromschluss waren, aber sie sinken nach und nach zu ihrer ursprünglichen Stärke herab.

Versuch 11. +P=15; — P=34; E=22,5; 3 Meidinger, Rh=4,530; γ=30.

a. Der mechanische Reiz bewirkt mittelstarke Zuckungen; der polarisirende Strom eine Schliessungs- und Öffnungszuckung. Unter der Einwirkung desselben nehmen die Muskelzuckungen beinahe bis zum völligen Verschwinden ab. Anfangs, nachdem der Stromschluss erfolgt, ist die Abnahme nicht so gross wie später. Wird der Strom geöffnet, so erscheinen die Zuckungen in ihrer anfänglichen Intensität. Der Strom wird wieder geschlossen, und nun verschwinden die Muskelzuckungen ganz und gar; aber im weiteren Verlauf des Versuchs stellen sich bei geschlossenem Strom ganz kleine Zuckungen wieder ein. Bei Öffnung der Kette werden dieselben eine Zeit lang geringer; schliesslich steigen sie wieder, so dass sie nicht wenig ihre anfängliche Höhe überschreiten; dann verschwinden sie auch nicht völlig durch den polarisirenden Strom, sondern sie gehen nur auf ein Minimum herab.

b. Der Nerv wird bei derselben Stärke des Reizes etwas näher dem positiven Pol (E=21) gereizt. Die Muskelzuckungen sind nun ziemlich stark; unter der Einwirkung des polarisirenden Stromes verschwinden sie gänzlich; aber sie erweisen sich ebenso gross wie vorher, sobald er wieder geöffnet wird. Wenn der Versuch solchermassen mehrere male nach einander wiederholt wird, so werden die durch den mechanischen Reiz allein hervorgerufenen Muskelzuckungen mit der Zeit um eine Kleinigkeit grösser, als sie ursprünglich waren.

5. Die Veränderung der Lage des Indifferenzpunktes bei wachsender Stärke eines aufsteigenden Stromes.

Um zu untersuchen, wie die Erregbarkeit an den verschiedenen Stellen der intrapolaren Strecke bei verschiedener Stärke des polarisirenden Stromes sich ändert, verfuhr ich folgendermassen. Zuerst untersuchte ich, wie ein sehr schwacher Strom (1) die Erregbarkeit des Nerven auf einer Stelle (A) in der Nähe des positiven Pols veränderte. Ergab es sich, dass die Erregbarkeit an dieser Stelle erhöht war, so steigerte ich die Stärke des polarisirenden Stromes so lange, bis die Erregbarkeit in diesem Punkte durch den Strom (2) sichtlich herabgesetzt wurde. Darnach ermittelte ich, wie die Erregbarkeit an einer anderen, höher gelegenen Stelle (B) durch den zuletzt erwähnten Strom (2) verändert wurde. Zeigte sich dort die Erregbarkeit unverändert oder gesteigert, dann wurde die Stromstärke wieder so lange erhöht, bis eine Verminderung der Erregbarkeit eintrat (3). Nach dem wurde festgestellt, wie die Erregbarkeit an einer noch höher gelegenen Stelle (C) sich der letztgenannten Stromstärke (3) gegenüber verhielt. Sollte nämlich die Ansicht PFLÜGERS, dass bei steigender Stromstärke der Indifferenzpunkt von dem positiven gegen den negativen Pol hin wandere, dem wahren Sachverhalt entsprechen, dann müsste bei sehr schwachen Strömen die Erregbarkeit unweit des positiven Pols erhöht sein; nähme die Stärke des Stromes zu, so müsste an dieser Stelle sich eine Verminderung der Erregbarkeit kund geben, während eine andere, höher hinauf belegene Stelle sich noch im Stadium einer grösseren Erregbarkeit befände, u. s. w.

Wenn ich also die Stromstärke allmählich steigerte und der Prüfungsreiz nach und nach von dem positiven gegen den negativen Pol hin allmählich verschob, musste ich nachweisen können, dass der Zustand verminderter Erregbarkeit allmählich sich mehr und mehr über die intrapolare Strecke des Nerven verbreitete. Ob die Abnahme der Zuckungen, die bei einer bestimmten Stromstärke und an einer bestimmten Stelle (A) sich einstellte, etwa darauf beruhte, dass sich an dem positiven Pol ein Hinderniss für die Fortpflanzung der Erregung zu dem Muskel befände, oder darauf, dass die Erregbarkeit dieser Stelle wirklich abgenommen, wollte ich dadurch zur Entscheidung bringen, dass ich eine höher gelegene Stelle (B) reizte, welche dann bei etwaiger Bestätigung dieser letzteren Annahme eine gesteigerte oder unveränderte Erregbarkeit aufweisen müsste.

Die Richtigkeit dieser Annahme bestätigte sich in der meist überzeugenden Weise.

Bezüglich der Erregbarkeitsveränderungen in der Strecke zwischen den Polen, soweit jene von der Stärke des polarisirenden Stromes abhängig sind, gilt also das Gesetz Pflügers durchaus. Je mehr die Stärke des polarisirenden Stromes gesteigert wird, über einen um so grösseren Theil der intrapolaren Strecke verbreitet sich alsdann der Zustand einer verminderten Erregbarkeit, um soviel kürzer ist der Theil der Strecke, welcher eine Zunahme der Erregbarkeit aufweist; oder mit anderen Worten: bei zunehmender Stärke des polarisirenden Stromes schreitet der Indifferenzpunkt vom positiven Pol gegen den negativen fort. Bei ganz schwachen Strömen zeigt sich der Zustand verminderter Erregbarkeit nur in der unmittelbaren Nähe des positiven Pols, während der allergrösste Theil der intrapolaren Strecke eine erhöhte Erregbarkeit erkennen lässt. Bei stärkeren Strömen ist dagegen die Erregbarkeit in dem grösseren Theil der intrapolaren Strecke herabgesetzt, und nur ein kleinerer Theil derselben weist eine vermehrte Erregbarkeit auf. Zufolge der bei starken polarisirenden Strömen auftretenden Hemmung am positiven Pol kann natürlich die Untersuchung über die Zunahme der Erregbarkeit am negativen Pol sich über eine gewisse Stärke des polarisirenden Stromes hinaus nicht erstrecken.

Beispiele:

Versuch 12. +P=11; — P=32; 2 Meidinger; $\gamma=10$.

a. Rh=220; E=13. Der mechanische Reiz ruft schwache Muskelzuckungen hervor; der konstante Strom erzeugt eine Schliessungs-, aber keine Öffnungszuckung. Unter Einwirkung desselben wird die Grösse der vom mechanischen Reize hervorgebrachten Muskelzuckungen nicht verändert.

b. Rh=220; E=18. Hier erzeugt der mechanische Reiz nur ganz kleine Zuckungen, aber diese wachsen unter Einwirkung eines ebenso starken Stromes wie in *a* ganz bedeutend.

c. Rh=300. Bei gesteigerter Stromstärke wird dagegen durch den konstanten Strom keine Änderung in dem Werthe der Muskelzuckungen bewirkt.

d. Rh=400. Eine noch mehr gesteigerte Stromstärke hebt nun die Muskelzuckungen ganz und gar auf. Hier sei noch einmal hervorgehoben, dass die Versuche *b*, *c* und *d* an ein- und derselben Stelle des Nerven (E=18) angestellt wurden.

e. Der Nerv wird nun etwas höher nach oben (E=24) gereizt; unter Einwirkung des konstanten Stromes, der nun ebenso stark wie in *d* ist, werden die Muskelzuckungen zwar vermindert, aber diese Verminderung erreicht bei weitem nicht denselben Grad wie in *d*.

f. Jetzt wird die Reizung noch näher dem negativen Pol (E=25) vorgenommen; der mechanische Reiz bewirkt nun blos kleine Zuckungen, welche unter Einwirkung desselben Stromes wie in *d* und *e* ein klein wenig zunehmen. Während des ganzen Versuchs ist die Stärke des mechanischen Reizes unverändert gewesen.

Versuch 13. +P=11; — P=33; 2 Meidinger.

a. E=15; Rh=90. Der mechanische Reiz verursacht nur kleine Zuckungen; der konstante Strom bewirkt eine Schliessungs-, aber keine Öffnungszuckung. Unter der Einwirkung desselben verschwinden die von dem mechanischen Reize hervorgebrachten Zuckungen sofort.

b. E=18; Rh=90. Der mechanische Reiz versucht nur schwache Zuckungen; diese verden durch einen konstanten Strom von derselben Stärke wie in *a* nicht modificirt.

c. E=18; Rh=200. Die Reizung wird an derselben Stelle fortgesetzt, aber die Stärke des polarisirenden Stromes gesteigert. Bei Schliessung desselben verschwinden dann die Muskelzuckungen unverzüglich, um bei Öffnung des Stromes wieder zu erscheinen.

d. E=29; Rh=200. Der mechanische Reiz erregt hier ziemlich starke Muskelzuckungen, die unter Einwirkung eines ebenso starken Stromes wie in *c* nicht im geringsten verändert werden.

e. E=16; Rh=60. Schliesslich wird der Nerv nahe dem positiven Pol gereizt; die Stärke des polarisirenden Stromes ist ganz unansehnlich. Bei Schliessung desselben tritt keine Veränderung in der Stärke der Muskelzuckungen ein. Während des ganzen Versuchs war der mechanische Reiz von derselben Stärke.

6. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines absteigenden Stromes, extrapolar.

Die Erregbarkeit des Nerven ist bedeutend gesteigert. Diese Zunahme zeigt sich unmittelbar nach dem Einbrechen des Stromes in ihrer vollen Kraft; eine Intensität des Reizes, welche vorher nur geringe oder überhaupt keine Muskelzuckungen hervorrief, verursacht jetzt deren recht starke. Während der ganzen Dauer des Stromflusses besteht diese vergrösserte Erregbarkeit. Jedoch verringern sich hierbei die Muskelzuckungen, wenn auch nur in geringem Masse, und oft gar nicht. Beim Aufhören des Stromes gehen die Zuckungen auf ihren früheren Grad herab.

Unter den Umständen, wie ich meine Versuche ausgeführt, ist eine Verminderung der Erregbarkeit nach dem Öffnen des Stromes nicht eingetreten; eine geringe Zunahme findet mitunter statt, aber im allgemeinen kehren die Muskelzuckungen unmittelbar nach dem Aufhören des Stromes zu ihrer früheren Höhe zurück. So lange der Strom besteht, ist die Steigerung der Erregbarkeit am negativen Pol am grössten, und von da aus nimmt sie abwärts gegen den Muskel hin ab. Je stärker der polarisirende Strom ist, desto grösser ist auch die Zunahme der Erregbarkeit und über um so grössere Nervenstrecken verbreitet sie sich.

Wird der Versuch derart wiederholt, dass in regelmässiger Aufeinanderfolge Schliessung und Öffnung des Stromes abwechseln, und dass die Stärke des Reizes und des Stromes die ganze Zeit hindurch konstant sind, so bleiben die unter Einwirkung des polarisirenden Stromes zu Tage tretenden Zuckungen sich durch ganze Serien beständig gleich, auch dann, wenn die von dem mechanischen Reize allein hervorgebrachten Muskelzuckungen zufolge der Ermüdung des Nerven allmählich abnehmen würden.

Beispiele:

Versuch 14. $+P=30$; $-P=17$; $E=16$; 3 Meidinger, $Rh=85$; $\gamma=32$.

Der mechanische Reiz veranlasst mittelstarke Muskelzuckungen, der konstante Strom Schliessungs-, aber nicht Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben steigen die vom mechanischen Reize hervorgebrachten Zuckungen gleich bis zum ungefähren Maximum. Dabei ist die erste der nach Schliessung des Stromes hervorgerufenen Zuckungen ein wenig stärker als die folgenden, welche äusserst langsam sinken. Nach dem Aufhören des Stromes nehmen die Zuckungen sofort die ungefähre Höhe an, die sie vorher hatten.

Versuch 15. +P=36; — P=24; E=22; 3 Meidinger, Rh =100; $\gamma=15$.

Der mechanische Reiz bringt recht starke Muskelzuckungen hervor, der konstante Strom ebenfalls, aber nur beim Schliessen und nicht beim Öffnen. Unter der Einwirkung des konstanten Stromes nehmen die von dem mechanischen Reize erzeugten Muskelzuckungen unmittelbar ihr Maximum an und behalten diese Stärke bei, so lange der Strom geschlossen ist. Wird derselbe geöffnet, so vermindern sie sich, bis sie den früheren Grad erreicht haben. Unter Einwirkung des polarisirenden Stromes bleiben sich die Zuckungen bei Wiederholung des Versuchs stets gleich, wiewohl der mechanische Reiz für sich immer kleinere Muskelzuckungen hervorruft, die allmählich, ganz nach dem Gesetze abnehmen, welches sich bei Versuchen über die Ermüdung des Nerven ergiebt.

Versuch 16. +P=40; — P=28; 3 Meidinger; $\gamma=22$.

a. E=25; Rh=25. Der mechanische Reiz veranlasst keine Muskelzuckungen; der polarisirende Strom ebensowenig. Unter Einwirkung desselben stellen sich jedoch in Folge des mechanischen Reizes schwache Zuckungen ein, die während der ganzen Zeitdauer des Stromflusses sich auf gleicher Höhe erhalten und beim Aufhören des Stromes sofort verschwinden.

b. E=23; Rh=119. Der mechanische Reiz bewirkt keine Muskelzuckungen, der konstante Strom eine Schliessungs-, jedoch keine Öffnungszuckung. Unter Einwirkung desselben verursacht der mechanische Reiz schwache Zuckungen, ungefähr wie in *a*; diese haben, so lange der Strom wirkt, gleiche Höhe und verschwinden beim Aufhören desselben augenblicklich.

c. E=21. Der mechanische Reiz für sich allein verursacht keine Muskelzuckungen. Unter Einwirkung eines ebenso starken Stromes wie in *b* stellen sich Zuckungen ein, die etwas kleiner sind als die vorigen.

7. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines absteigenden Stromes; extrapolar.

Die Erregbarkeit des Nerven ist bedeutend herabgesetzt. Die Intensität des Reizes, welche kurz vorher recht starke Muskelzuckungen hervorgerufen, erzeugt jetzt nur unbedeutende oder gar keine Zuckungen. Unter den Umständen, wie ich meine Experimente vornahm, hat sich diese Abnahme gleich nach erfolgter Schliessung des Stromes gezeigt; dabei ist zuweilen die erste Zuckung etwas grösser gewesen, als jede folgende. Wird der Strom längere Zeit durch den Nerven geführt, so wachsen die Muskelzuckungen wieder allmählich, aber dies geschieht sehr langsam und mitunter kaum merklich, in vielen Fällen auch gar nicht. Beim Öffnen des Stromes sinken die Zuckungen zu ihrer früheren Höhe herab; eine Hemmung lässt sich dabei nicht nachweisen; dagegen stellt sich eine geringe Zunahme der Erregbarkeit des Nerven ein, die jedoch niemals bedeutend ist und vielfach ganz ausbleibt.

Bei geschlossenem Strom ist am positiven Pol die Erregbarkeitsverminderung am grössten, und von da aus nimmt sie nach dem Rückenmark hin ab. Je stärker der polarisirende Strom ist, desto grösser ist auch die Verminderung der Erregbarkeit und über desto grössere Strecken des Nerven verbreitet sie sich. Wird der Versuch derartig wiederholt, dass der polarisirende Strom regelmässig nach einander geschlossen und geöffnet wird, während die Stärke des Reizes und des Stromes die ganze Zeit hindurch nicht modificirt wird, dann werden die Muskelzuckungen meistens in jeder Gruppe immer kleiner und kleiner, während die von dem mechanischen Reize allein hevorgerufenen Zuckungen die ganze Zeit hindurch ihre ursprüngliche Höhe beibehalten, ohne auch nur annähernd so schnell wie gewöhnlich in Folge der Ermüdung des Nerven zu sinken.

Beispiele:

Versuch 17. +P=33; — P=7; E=41; 3 Meidinger, Rh=160; γ=42.

Der mechanische Reiz veranlasst starke Muskelzuckungen, der konstante Strom Schliessungs- aber keine Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben sinken die Muskelzuckungen bis auf die Hälfte ihrer anfänglichen Grösse herab. Der Versuch wird das eine mal nach dem andern wiederholt; hierbei werden die Zuckungen unter der Einwirkung des Stromes immer geringer, während die von dem mechanischen Reize allein veranlassten Muskelzuckungen während der ganzen Zeit sich so einigermassen auf gleicher Höhe halten. Schliesslich hören sie bei geschlossenem Strome ganz und gar auf. In mehreren Serien beobachtet man, dass der erste Reiz nach Schliessung des Stromes eine grössere Wirkung hervorbringt, als jeder folgende, dass aber andrerseits, während der Strom durch den Nerven geleitet ist, später die Muskelzuckungen ganz langsam wachsen.

Versuch 18. +P=28; — P=14; 3 Meidinger; $\gamma=20$.

a. E=35; Rh=40. Der mechanische Reiz bewirkt ziemlich starke Zuckungen, der polarisirende Strom Schliessungs- aber nicht Öffnungszuckungen. Unter Einwirkung desselben vermindern sich die durch den mechanischen Reiz hervorgerufenen Zuckungen bis auf die Hälfte ihrer ursprünglichen Stärke. Im weiteren Verlauf des Versuchs nehmen dann die unter dem Einfluss des konstanten Stromes hervorgebrachten Muskelzuckungen immer mehr ab und verschwinden zuletzt, während die von dem mechanischen Reize allein veranlassten Zuckungen die ganze Zeit hindurch nahezu ihre anfängliche Grösse beibehalten.

b. E=38; Rh=100. Unter Einwirkung eines stärkeren Stromes, als der in *a* ist, welcher jedoch nichts weiter als Schliessungszuckungen erzeugt, gehen die von dem mechanischen Reize verursachten Zuckungen bis auf ihren halben Werth herab. Bei Wiederholung des Versuchs verschwinden sie schliesslich ganz und gar. Aber dabei werden die Zuckungen nicht augenblicklich aufgehoben, sondern während der ersten Augenblicke nach dem Eintritt des Stromes zeigen sich noch einige Zuckungen, welche dann bei fortgesetzter Stromesdauer verschwinden.

c. E=41; Rh=100. Bei derselben Stärke des polarisirenden Stromes wie in *b* wird die Verminderung der Muskelzuckungen weit geringer, wenn der Abstand der gereizten Stelle vom Pol grösser ist.

d. E=40; Rh=270. Eine gesteigerte Stromstärke macht dagegen die Zuckungen an einer nur um 1 mm. dem Pol näher belegenen Stelle gleich verschwinden.

e. E=42; Rh=270. Dieses ist auch ein paar mm. weiter nach oben der Fall; Im Beginn (I) zeigen sich während der Strom noch geschlossen ist, nach eine Weile kleine Zuckungen.

8. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines absteigenden Stromes, intrapolar.

Die Erregbarkeit ist bei jeder Stromstärke, deren Einwirkung ich geprüft, d. h. bis zu 10 Meidinger einschliesslich, gesteigert. Diese Steigerung tritt augenblicklich in ihrer vollen Stärke bei Schliessung der Kette ein; eine Intensitet des Prüfungsreizes, welche kurz vorher nur ganz geringe oder gar keine Zuckungen hervorrief, bewirkt jetzt deren recht starke. Während der ganzen Dauer des Stromflusses besteht diese vermehrte Erregbarkeit fort. Doch beobachtet man, namentlich bei Nerven, an denen wiederholte Versuche in dieser Beziehung angestellt worden sind, dass bei geschlossenem Strom die Zuckungen ganz allmählich sinken. Diese Abnahme ist aber in den allermeisten Fällen äusserst gering und erscheint oft gar nicht. Wird der Strom unterbrochen, so gehen die Zuckungen auf ihre ursprüngliche Höhe herab. Beim Öffnen schwacher Ströme hat sich unter den Umständen, wie ich meine Versuche angestellt, keine Verminderung der Erregbarkeit zu erkennen gegeben; dagegen zeigt sich in den ersten Augenblicken nach dem Öffnen eines stärkeren Stromes eine augenscheinliche Erregbarkeitsverminderung. Darauf stellt sich in vielen Fällen eine Steigerung der Erregbarkeit ein, die jedoch niemals bedeutend und oft kaum zu erkennen ist.

Bei geschlossenem Strom ist der Zuwachs der Erregbarkeit am negativen Pol am grössten. Sie steigt mit der Stromstärke bis zu einer gewissen Grenze.

Wird der Versuch öfters wiederholt, so bleibt die Zunahme der Zuckungen bei dem jedesmaligen Stromschluss ungefähr dieselbe, auch wenn die von dem mechanischen Reize allein hervorgerufenen Muskelzuckungen nach und nach abnehmen würden.

Beispiele:

Versuch 19. +P=39; — P=24,5; E=27; 3 Meidinger, Rh =760; γ=27.

Der mechanische Reiz veranlasst für sich allein keine Muskelzuckungen; der polarisirende Strom Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben stellen sich recht starke Zuckungen ein, welche während der ganzen Stromesdauer auf gleicher Höhe verbleiben und beim Aufhören des Stromes verschwinden.

Versuch 20. +P=44; — P=24; E=26; 3 Meidinger, Rh =132; γ=30.

Der mechanische Reiz verursacht kleine Muskelzuckungen; der polarisirende Strom Schliessungs-, aber nicht Öffnungszuckungen. Unmittelbar nach erfolgtem Stromschluss werden die von dem mechanischen Reize hervorgerufenen Zuckungen sehr stark. Sie halten sich fast während der ganzen Stromesdauer auf gleicher Höhe; sie fallen jedoch allmählich, wiewohl diese Abnahme sehr unbedeutend ist. Beim Öffnen des Stromes nehmen sie ihre anfängliche Grösse wieder an; mitunter weisen sie eine übergehende Steigerung auf. Nach wiederholten Versuchen ist die Verstärkung der Zuckungen ziemlich dieselbe, obgleich die von dem mechanischen Reize allein erzeugten Zuckungen allmählich schwächer werden.

Versuch 21. +P=44; — P=26; E=31; γ=34; 3 Meidinger.

Der mechanische Reiz bringt starke Zuckungen hervor; die Stärke des polarisirenden Stromes wird — wie die Aufzeichnungen zu den Kurven anzeigen — nach jedem Versuch gesteigert; er bewirkt jedoch die ganze Zeit hindurch nur Schliessungszuckungen. Bei Rh=90 ist die Verstärkung der Zuckungen noch ganz unbedeutend, wiewohl vollkommen merklich. Je stärker der angewendete Strom ist, desto stärker wird der Zuwachs der Zuckungen im Verhältniss zu den von dem mechanischen Reize allein hevorgerufenen Muskelzuckungen. Diese Erregbarkeitszunahme zeigt sich während der ganzen Dauer des Stromes; doch sinken die unter der Einwirkung desselben hervortretenden Zuckungen von der ersten an, welche nach der Schliessung der Kette erfolgt und die stärkeste ist, langsam herab. Nach dem Öffnen des Stromes nehmen sie bei einer niedrigern Stromstärkè wieder ihre vorige Höhe an, aber von einer gewissen Stromstärke an (Rh=450) tritt unmittelbar nach der Unterbrechung des Stromes eine verminderte Erregbarkeit ein, anfangs kaum erkentlich, bei gesteigerten Stromstärke aber immer mehr ausgeprägt erscheinend. Nach Ablauf dieser Verminderung stellt sich ein mässiger Erregbarkeitszuwachs ein.

Versuch 22. +P=30; — P=16; E=16; γ=5; 10 Meidinger, Rh=20,000; kein Papier unter dem Nerven.

Der mechanische Reiz bewirkt äusserst geringe Muskelzuckungen, der konstante Strom nur Schliessungszuckungen. Unter Einwirkung desselben werden die von dem mechanischen Reize erzeugten Zuckungen plötzlich maximal, um nicht zu sagen tetanisch; nach dem Aufhören des Stromes verschwinden sie augenblicklich. Um den mechanischen Reiz ganz nahe am negativen Pol lokalisiren zu können, wurde in diesem Versuch wie auch in den beiden folgenden der Strom durch einen mit 0,6 % Kochsalzlösung angefeuchteten Filtrirpapierstreifen zum Nerven geleitet.

Versuch 23. +P=30; — P=12,5; E=13; γ=12; 10 Meidinger, Rh=20,000; kein Papier unter dem Nerven.

Der mechanische Reiz erzeugt ganz kleine Muskelzuckungen, der konstante Strom Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben erscheinen die von dem mechanischen Reize hervorgerufenen Zuckungen sehr stark, nahezu tetanisch. Beim Öffnen des Stromes sinken sie wieder, aber sie sind doch noch ein wenig grösser als vorher. Wird der Strom wieder geschlossen, so erzielt man dieselbe Wirkung.

Versuch 24. +P=33; — P=14; E=14; 10 Meidinger, Rh=20,000; γ=5.

Der mechanische Reiz ruft schwache Zuckungen hervor; der konstante Strom nur eine Schliessungszuckung. Unter der Einwirkung des konstanten Stromes erreichen die vom mechanischen Reize bewirkten Zuckungen maximale Höhe und behalten diese während der ganzen Stromesdauer bei. Nach Unterbrechung des Stromes zeigt sich erst eine Verminderung der Erregbarkeit, wonach die Zuckungen zu ihrer ursprünglichen Höhe zurückkehren.

9. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines absteigenden Stromes, intrapolar.

Die Erregbarkeit des Nerven ist bei allen Stromstärken, auch bei den schwächsten, herabgesetzt. Diese Verminderung tritt nicht augenblicklich in ihrer vollen Stärke hervor, sondern die Muskelzuckungen nehmen unter der Einwirkung des Stromes allmählich ab, so dass die ersten Zuckungen nach Schliessung der Kette, obwohl bedeutend kleiner denn die vorangehenden, doch etwas grösser als die nachfolgenden sind. Diese herabgesetzte Erregbarkeit währt, so lange der Strom thätig ist; doch kommt es vor, dass die Muskelzuckungen unterdessen allmählich wieder wachsen, aber der Zuwachs ist nur unbedeutend und erscheint oft gar nicht. Wird der Strom geöffnet, so nehmen die Zuckungen sofort wieder ihre frühere Höhe an; eine Verminderung der Erregbarkeit lässt sich dabei gar nicht nachweisen; dagegen tritt in vielen Fällen eine Zunahme der Muskelzuckungen ein, welche jedoch niemals gross und mitunter gar nicht bemerkbar ist. Die grösste Abnahme der Erregbarkeit während der Stromesdauer findet am Pol selbst statt. Sie steigt mit der Stärke des polarisirenden Stromes.

Wird der Versuch unter sonst gleichen Umständen das eine mal nach dem andern wiederholt, so wird bei jedem male die Verminderung der Erregbarkeit im allgemeinen grösser, wiewohl nur sehr unbedeutend. Dabei verbleiben sich in den meisten Fällen die von dem mechanischen Reize allein hervorgerufenen Muskelzuckungen während des ganzen Versuchs gleich.

Beispiele:

Versuch 25. $+P=39$; $-P=24{,}5$; $E=36$; 3 Meidinger, $Rh=1{,}000$; $\gamma=27$.

Der mechanische Reiz verursacht starke Muskelzuckungen, der polarisirende Strom ebenfalls, sowohl beim Schliessen als beim Öffnen.

Augenblicklich nach der Schliessung der Kette sinken die Zuckungen bis auf die Hälfte ihrer früheren Höhe herab und verharren bei diesem Grade, so lange der Nerv vom Strom durchflossen ist. Wenn der Strom aufhört, nehmen sie ihre frühere Höhe wieder an. Bei wiederholtem Schliessen und Öffnen der Kette sinken die Muskelzuckungen unter Einwirkung des Stromes immer mehr und mehr, wogegen der mechanische Reiz allein während der ganzen Zeitdauer ziemlich gleichmässig starke Zuckungen hervorruft.

Versuch 26. $+P=44$; — $P=24$; $E=41$; 3 Meidinger, $Rh=132$; $\gamma=33$.

a. Der mechanische Reiz veranlasst mittelstarke Muskelzuckungen, der polarisirende Strom Schliessungs- aber nicht Öffnungszuckungen. Unter Einwirkung desselben verschwinden die von dem mechanischen Reize hervorgerufenen Zuckungen; es zeigt sich jedoch im ersten Augenblick nach Eintritt des Stromes eine Andeutung von einer Zuckung. Gleich mit dem Ende des Stromes zeigen sich die Muskelzuckungen in ihrer anfänglichen Stärke, vielleicht sogar noch etwas gesteigert.

b. $E=39{,}5$. Unter sonst gleichen Verhältnissen wird der Nerv etwas weiter vom Pol gereizt. Wird ein ebenso starker polarisirender Strom wie in *a* angewandt, so nehmen die Muskelzuckungen zwar bedeutend ab, aber doch nicht so sehr wie in *a*. Die erste der Zuckungen nach dem Einbrechen des Stromes ist unwesentlich grösser als die folgenden. Sofort nach dem Ende des Stromes gewinnen sie ihre ursprüngliche Stärke wieder.

Versuch 27. $+P=34$; — $P=16$; 3 Meidinger, $Rh=20$; $\gamma=27$.

a. $E=33$. Der mechanische Reiz verursacht mittelstarke Muskelzuckungen; der konstante Strom weder Schliessungs- noch Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben werden die Zuckungen indess merklich vermindert; diese Abnahme ist unmittelbar nach dem Beginn des Stromes geringer denn später. Nach dem Öffnen des Stromes gewinnen die Zuckungen so ziemlich ihre frühere Stärke wieder und wachsen sogar noch etwas.

b. $E=30$. Unter Einwirkung desselben polarisirenden Stromes wie in *a* gestaltet sich die Erregbarkeitsverminderung fast ebenso wie dort; die Zunahme der Verminderung während der Stromesdauer zeigt sich hier ganz deutlich.

c. $E=28{,}5$. Hier ist die durch ganz denselben polarisirenden Strom hervorgerufene Verminderung der Erregbarkeit bedeutend geringer als in *a* und *b;* dennoch kommen alle sie begleitenden Umstände hier ebenso wohl wie in den vorangehenden Serien zur Erscheinung.

d. $E=25{,}5$. Hier verursacht der polarisirende Strom nur eine kaum bemerkbare Verminderung der Muskelzuckungen.

10. Die Veränderung der Lage des Indifferenzpunktes bei wachsender Stärke eines absteigenden Stromes.

Nachdem ich mit durch die vorangehenden Untersuchungen überzeugt, dass bis zu den stärksten polarisirenden Strömen, die mir zu Gebote standen, die Erregbarkeit in der intrapolaren Strecke am positiven Pol ab- und am negativen Pol zunimmt, galt es zu untersuchen, wie bei verschiedener Stärke des polarisirenden Stromes, intrapolar, die mit vermehrter Erregbarkeit ausgerüstete Nervenstrecke sich zu der Strecke des Nerven verhielte, dessen Erregbarkeit herabgesetzt war, oder m. a. W. nach welchem Gesetz der Indifferenzpunkt bei verschiedener Stärke des polarisirenden Stromes seine Lage veränderte.

Zu diesem Zweck schlug ich folgendes Verfahren ein. Ich reizte eine und dieselbe, in gewisser Entfernung von dem negativen Pol gelegene Stelle und untersuchte, wie die Erregbarkeit derselben sich veränderte, wenn ich mit ganz schwachen Strömen beginnend, die Stromstärke immer mehr steigerte. Wenn ich die gereizte Stelle ziemlich nahe dem negativen Pol wählte, zeigte sich zuerst eine Zunahme in der Grösse der Muskelzuckungen; dieser Zuwachs wurde grösser und grösser, eine je stärkere Stromstärke zur Anwendung kam; wurde dieselbe aber noch mehr gesteigert, so zeigte sich anstatt dessen eine bedeutende Verminderung der Zuckungen. Dass dieselbe nicht auf einer am negativen Pol selbst eintretenden Hemmung der Erregung beruhte, bewiesen die sub 9 mitgetheilten Versuche, in welchen der Reiz auf den Nerven unmittelbar am negativen Pol ausgeübt wurde und wo stärkere Ströme zur Anwendung kamen, denn im vorliegenden Falle.

Bei zunehmender Stärke des polarisirenden Stromes verbreitet sich also der Zustand der verminderten Erregbarkeit über eine immer grössere Länge der intrapolaren Strecke, und in demselben Verhältniss nimmt derjenige Theil derselben ab, welcher eine Zunahme der Errregbarkeit aufweist; m. a. W., bei steigender Intensität des polarisirenden Stromes wandert der Indifferenzpunkt von der Gegend des positiven Pols gegen den negativen. Bei ganz schwachen Strömen zeigt sich der Zustand verminderter Erregbarkeit nur in der Nähe des positiven Pols, während der grössere Theil der intrapolaren Strecke eine gesteigerte Erregbarkeit aufweist. Bei starken Strömen kann nur in der allernächsten Nähe des negativen Pols eine vermehrte Erregbarkeit nachgewiesen werden; die ganze intrapolare Strecke lässt im übrigen eine herabgesetzte Erregbarkeit erkennen.

Beispiele:

Versuch 28. +P=44; — P=23; E=27.

a. 2 Meidinger, Rh=19,360. Der mechanische Reiz bewirkt schwache Muskelzuckungen, der konstante Strom Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung des Stromes wachsen die vom mechanischen Reize hervorgerufenen Zuckungen beträchtlich, und nehmen nach der Öffnung jenes ihre ursprüngliche Grösse wieder an.

b. 4 Meidinger, Rh=19,360. Der polarisirende Strom veranlasst Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben werden die vom mechanischen Reize hervorgerufenen Zuckungen fortdauernd sehr gesteigert. Beim Öffnen des Stromes tritt ein kleiner Zuwachs in der Stärke der Muskelzuckungen ein.

c. 6 Meidinger, Rh=19,360. Der polarisirende Strom verursacht Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Durch denselben werden die Muskelzuckungen völlig *aufgehoben;* nur kurz nach dem Eintritt des Stromes sieht man noch Spuren von ihnen. Beim Öffnen der Kette werden die Zuckungen dagegen eine Zeit lang stärker als sie vorher waren.

d. 2 Meidinger, Rh=360. Der polarisirende Strom bewirkt Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Der mechanische Reiz, welches während des ganzen Versuches von gleicher Stärke war, erzeugte zufolge der Müdigkeit des Nerven keine Zuckungen mehr; gleich wohl zeigten sich unter Einwirkung des polarisirenden Stromes auch jetzt noch welche, wenn auch nur ganz geringe Zuckungen.

Versuch 29. +P=30; — P=13; E=16; γ=25.

a. 3 Meidinger, Rh=360. Der mechanische Reiz veranlasst schwache Muskelzuckungen, der konstante Strom nur Schliessungszuckung. Unter der Einwirkung desselben wachsen die Zuckungen ansehnlich, und sinken beim Aufhören des Stromes zu ihrer früheren Grösse herab. Bald verschwinden sie ganz und gar, aber die unter dem Einfluss des geschlossenen Stromes hervorgerufenen Muskelzuckungen behalten ihre anfängliche Stärke ziemlich unvermindert bei.

b. E=15,5; 3 Meidinger, Rh=2,360. Der Nerv wird an einer, nur 0,5 mm von der vorigen entfernten Stelle gereizt. Der mechanische Reiz verursacht hier nicht ganz schwache Zuckungen; der polarisirende Strom erzeugt Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben erfolgt eine deutliche Erhöhung der Muskelzuckungen; nach der Öffnen des Stromes gehen die Zuckungen auf ihren ursprünglichen Werth herab.

c. E=16,5; 3 Meidinger, Rh=19,360. Wird der Nerv 1 mm höher hinauf als in *b* und also 0,5 mm höher als in *a* gereizt, und die Stromstärke ansehnlich gesteigert, so wirkt dies nur unbeträchtlich, ja kaum sichtlich auf die Verstärkung der Zuckungen ein.

d. E=15,7; 6 Meidinger, Rh=19,360. Der Nerv wird in der nächsten Nachbarschaft der vorher gereizten Stellen vom Reiz angegriffen und die Stärke des polarisirenden Stromes wird soweit gesteigert, dass er jetzt eine Schliessungszuckung und nur eine kleine Öffnungszuckung veranlasst. Dann verschwinden die Muskelzuckungen beim Schliessen der Kette augenblicklich.

Versuch 30. +P=34; — P=16; γ=13.

a. E=22; 3 Meidinger, Rh=340. Der mechanische Reiz bringt ziemlich schwache Muskelzuckungen hervor, der konstante Strom Schliessungs-, aber nicht Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben wachsen die von dem mechanischen Reize hervorgerufenen Zuckungen recht beträchtlich, beim Öffnen des Stromes gehen sie wieder auf ihre ursprüngliche Höhe herab.

b. E=22; 3 Meidinger, Rh=2,000. Der polarisirende Strom bewirkt Schliessungs- und Öffnungszuckungen. Unter der Einwirkung desselben wachsen die vom mechanischen Reize erzeugten Zuckungen höchst bedeutend, wiewohl derselbe für sich allein in Folge der Müdigkeit des Nerven nur ganz geringe Zuckungen hervorbringt.

c. E=22; 3 Meidinger, Rh=20,000. Bei dieser grösseren Stärke des polarisirenden Stromes nehmen die Muskelzuckungen noch mehr zu als in *a* und *b;* beim Öffnen des Stromes tritt eine vorübergehende Steigerung der Grösse der Muskelzuckungen ein, im Verhältniss zu derjenigen, welche sie erreichten, bevor die Kette geschlossenen wurde.

d. E=21,8; 4 Meidinger, Rh=20,000. Der Nerv wird 0,2 mm näher dem negativen Pol zu gereizt; die Stärke des polarisirenden Stromes ist bedeutend erhöht, erzeugt aber doch Schliessungs- und Öffnungszuckungen, wenn auch die letzteren geringer sind als in *b* und *c.* Unter der Einwirkung des Stromes verschwinden die Muskelzuckungen augenblicklich; beim Öffnen der Kette stellen sie sich wieder ein und zeigen dann eine deutliche und allmählich abnehmende Steigerung im Verhältniss zu ihrer ursprünglichen Höhe.

e. E=21,8; 4 Meidinger, Rh=1,880. Bei verminderter Stromstärke, die jedoch Schliessungs- und Öffnungszuckungen erzeugt, tritt unter der Einwirkung des Stromes wiederum eine Steigerung in der Höhe der Muskelzuckungen ein.

Diese Untersuchungen haben somit zur Genüge die von Pflüger mittels elektrischer und chemischer Reizung gefundenen Resultate bezüglich der durch einen konstanten Strom erzeugten Erregbarkeitsveränderungen des Nerven bestätigt.

Wenn ein konstanter Strom einen unbeschädigten Nerven durchkreist, so gelten also für alle Arten der uns jetzt zu Gebote stehenden Reizmittel folgende Gesetze:

die Erregbarkeit des Nerven ist am negativen Pol sowohl extrapolar als intrapolar gesteigert, in welcher Richtung der Strom auch immer durch den Nerven geht;

die Erregbarkeit des Nerven ist am positiven Pol sowohl extrapolar als intrapolar herabgesetzt, in welcher Richtung der Strom auch immer durch den Nerven geht;

an jedem der beiden Pole wächst die Veränderung der Erregbarkeit mit der Stärke des polarisirenden Stromes, und dies sowohl extrapolar als intrapolar, bis dass zufolge der Erregbarkeitsveränderung die Muskelzuckung ihr Maximum erreicht hat oder ganz und gar aufgehoben worden ist; darüber hinausgehende Veränderungen in der Erregbarkeit des Nerven können natürlich nicht durch eine Veränderung der Grösse der Muskelzuckungen nachgewiesen werden;

an beiden Polen ist die Erregbarkeitsveränderung am grössten und nimmt von da aus sowohl extrapolar als intrapolar ab;

an beiden Polen verbreitet sich die Veränderung der Erregbarkeit extrapolar über um so grössere Strecken, je stärker der polarisirende Strom ist;

in der intrapolaren Strecke wird der Indifferenzpunkt aus der Gegend des positiven Pols gegen den negativen Pol hin verschoben, je stärker der polarisirende Strom ist, ganz davon abgesehen, in welcher Richtung er den Nerven durchfliesst.

Anmerkung. Hiervon macht die Verminderung und das Ausbleiben der Muskelzuckungen in dem Falle, wo der Nerv bei aufsteigendem Strom in der Gegend des negativen Pols gereizt wird, eine Ausnahme; über die verschiedene Erklärung dieser Erscheinung siehe weiter unten.

Wie die Erregbarkeitsveränderung sich unter den ersten Augenblicken der Stromesdauer entwickelt und auf welche

Weise sie nach der Stromunterbrechung abklingt, ist schwieriger aufzuweisen, als die dauernden Veränderungen der Erregbarkeit des Nerven. Jene sind flüchtigerer Natur als diese und um sie nachzuweisen, bedarf es besonderer Anordnungen des Versuchs. Meine Untersuchung zielte eigentlich auch nicht dahin ab, dieses zu erforschen, sondern sie ging hauptsächlich darauf hinaus, die dauernden Veränderungen der Erregbarkeit zu prüfen, welche bei geschlossenem Strom sich geltend machen.

Indessen haben auch in Bezug auf den Zeitverlauf der Veränderung meine Untersuchungen Resultate ergeben, welche die bisherigen hierauf bezüglichen bestätigen.

Demnach gilt im allgemeinen sowohl für mechanische, wie auch für die übrigen Arten der Reizmittel, wenn der Nerv von einem konstanten Strom durchkreist wird,

dass an dem negativen Pol desselben die Erregbarkeitsveränderung beim Schliessen des Stromes augenblicklich in ihrer vollen Kraft eintritt;

dass am positiven Pol die Veränderung der Erregbarkeit beim Schliessen des Stromes nur allmählich ihre bleibende Stärke erreicht;

dass nach Unterbrechung des Stromes am negativen Pol — falls der Strom nicht allzuschwach ist — sich im ersten Augenblick eine herabgesetzte Erregbarkeit zeigt, welcher nachher eine Zunahme derselben folgt;

dass nach dem Aufhören des Stromes am positiven Pol sich unmittelbar eine gesteigerte Erregbarkeit einstellt.

Hierbei ist wohl zu beachten, dass sowohl die nach dem Öffnen des Stromes auftretende erhöhte Erregbarkeit wie auch die im ersten Augenblick bemerkbare Erregbarkeitsverminderung am negativen Pol *bei mechanischer Reizung lange nicht so scharf ausgeprägt ist, wie bei elektrischer, und dass sie sich oft gar nicht nachweisen lässt.*

Für den Erregbarkeitsveränderungen, wenn der Strom während mehrerer Sekunden wirkt, gilt,

dass am negativen Pol die Muskelzuckungen in vielen Fällen nach dem zuerst erreichten Maximum abnehmen; diese Abnahme ist meist äusserst unbedeutend und geht sehr langsam vor sich;

> *dass am positiven Pol die Muskelzuckungen in vielen Fällen von dem Minimum ab, auf welches sie zuerst herabgesunken waren, zunehmen; diese Zunahme ist meist äusserst unbeträchtlich und vollzieht sich sehr langsam.*

Diese Erscheinungen lassen sich nicht anders erklären, als dass die Stärke des polarisirenden Stromes, wenn derselbe eine gewisse Zeit den Nerven durchströmt, durch die innere Polarisation desselben etwas vermindert wird [1]). Wenn die durch den polarisirenden Strom hervorgerufene Erregbarkeitsveränderung so stark ist, dass in Folge derselben der Erregung des Nerven stärker wird, als die Hervorrufung einer maximalen Muskelzuckung erfordert, — oder schwächer als die Stärke, welche genau unter dem minimalen Werth derselben liegt, so kann die durch Polarisation bewirkte Mässigung der Stärke des polarisirenden Stromes natürlich nicht bemerkbar werden. Darum zeigen sich die in Rede stehenden Erscheinungen nicht immer, sondern nur dann, wenn durch die Erregbarkeitsveränderung die Erregung des Nerven entweder, am höchsten, zu der zur Erzeugung der maximalen Muskelzuckungen erforderlichen Stärke gestiegen, oder, am mindesten, gerade unter die zur Hervorbringung minimaler Muskelzuckungen nothwendigen Stärke gesunken ist. Diese Erscheinungen treten bei sehr geringer Stärke des polarisirenden Stromes nicht zu Tage, vermuthlich deshalb, weil da die innere Polarisation des Nerven nicht bis zu einem bemerkbaren Grad steigen kann.

Schliesslich gilt von der wiederholten Einwirkung eines polarisirenden, stets in derselben Richtung den Nerven durchkreisenden Stromes Folgendes:

> *die am negativen Pol auftretenden Muskelzuckungen erhalten sich lange Zeiten hindurch ziemlich auf gleicher Höhe, wenn auch die vom Prüfungsreize an und für sich hervorgerufenen Zuckungen aus einem oder dem andern Grunde abnehmen würden;*
>
> *die am positiven Pol erscheinenden Muskelzuckungen werden immer geringer, auch wenn die vom Prüfungsreize an und für sich bewirkten Zuckungen sich die ganze Zeit hindurch auf ziemlich gleicher Höhe erhielten.*

---

[1]) Siehe DU-BOIS-REYMOND, Gesammelte Abhandlungen, II. S. 171 folg.

In der vorstehenden Darstellung habe ich in Übereinstimmung mit dem auf dem Gebiete der Nervenphysiologie bisher allgemein üblichen Sprachgebrauch von vermehrter und verminderter Erregbarkeit des Nerven gesprochen, anstatt, mich streng an die faktischen Resultate haltend, von einer unter besonderen Verhältnissen eintretenden Zu- oder Abnahme der Grösse der Muskelzuckungen zu reden. Wenn die von **Hermann** ausgesprochene Ansicht richtig wäre, beruhte ja die Verminderung oder Vergrösserung der Muskelzuckungen nicht auf veränderter örtlicher Erregbarkeit des Nerven, sondern auf der Ab- oder Zunahme der Stärke der Erregung während ihrer Fortplanzung durch den Nerven zum Muskel. Es erübrigt also noch, zu untersuchen, wessen Theorie, **Pflügers** oder **Hermanns**, mit dem Sachverhalt am besten übereinstimmt, wie uns derselbe bis auf weiteres über die Veränderung der Grösse der Muskelzuckungen, wenn ein konstanter Strom durch den Nerven geht, bekannt ist.

In dieser Beziehung sind besonders die oben angeführten Versuche über dass Verhalten der Muskelzuckungen wichtig, wo bei einem aufsteigenden Strom der Nerv intrapolar dicht am positiven Pol, und bei einem absteigenden Strom ganz nahe dem negativen Pol gereizt wurde. Sie haben nämlich erwiesen, dass wenn man der Reiz nur nahe genug am Pol wirken lässt, im ersten Falle die Muskelzuckungen unter Einwirkung des Stromes *abnehmen*, wie schwach der polarisirende Strom auch immer sein mag, und dass sie im letzteren Falle *zunehmen*, wie stark der polarisirende Strom auch angewendet werden möge. Nach **Hermanns** Theorie müsste der negative Pol eine Hemmung auf die Fortleitung der Erregung zum Muskel ausüben; sonst könnte sie den Grund für das Abnehmen und Ausbleiben der Zuckungen, wenn bei starkem aufsteigenden Strom der Nerv oberhalb des negativen Pols gereizt wird, nicht erklären. Hier scheint ein Experimentum crucis möglich zu sein. Beruht diese Erscheinung auf einer Hemmung am negativen und nicht auf einer solchen am positiven Pol, so muss offenbar diese Hemmung, sobald der Nerv bei absteigendem Strom intrapolar gereizt wird, fähig sein, die Muskelzuckungen abzuschwächen und schliesslich aufzuheben, wenn nur die Intensität des Stromes genügend gross ist. Dies ist jedoch nicht der Fall. Wird der Nerv bei absteigendem Strom nahe genug dem negativen

Pol gereizt, so verschwinden die Muskelzuckungen *nicht*, auch wenn selbst ein polarisirender Strom von 10 Meidingerschen Elementen angewendet wird; sie wachsen im Gegentheil und dies in so hohem Grade, dass eine Stärke des Reizes die vor dem Schliessen der Kette gar keine Zuckungen hervorrief, unter der Einwirkung des Stromes maximale Zuckungen zu erzeugen vermag. Der negative Pol übt somit nicht blos keine Hemmung auf die Fortleitung des Reizes nach dem Muskel aus, sondern an demselben ist gerade umgekehrt die Erregbarkeit des Nerven höchst beträchtlich gesteigert. Dagegen ist eine weit geringere Stromstärke genügend, um die Wirkung des Reizes ganz und gar aufzuheben, sofern derselbe in der Gegend des positiven Pols ausgeübt wird.

HERMANNS Theorie kann demnach nicht alle die Erscheinungen erklären, welche die durch einen konstanten Strom hervorgebrachten Veränderungen in der Grösse der Muskelzuckungen begleiten. Dieses gilt dagegen von PFLÜGERS theoretischer Anschauung, und auf Grund dieser muss die Ursache zu den Veränderungen der Grösse der Muskelzuckungen *in den örtlichen Veränderungen der Erregbarkeit des Nerven, welche der Strom hervorbringt, gesucht werden,* bis dass neue Thatsachen gefunden werden, welche eine Modification derselben erheischen.

Eine derartige Thatsache hat bei der vorliegenden Untersuchung nicht ermittelt werden können.

◆

Erklärung der Tafeln.

Taf 1. Bild 1. Die Versuchsanordnung (S. 15—16.)
Bild 2 u. 3. Die unpolarisirbaren Elektroden.
Versuch A. Die Ausdauer des Nerven (S. 19).
Versuch B. Dasselbe (S. 19).

Taf. 2. Versuch 1—3. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines aufsteigenden Stromes, extrapolar (S. 22).

Taf. 3. Versuch 4—5. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, extrapolar (S. 24).

Taf. 4. Versuch 6—7. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar (S. 26).

Versuch 8—10. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines aufsteigenden Stromes, intrapolar (S. 27—28).

Taf. 5. Versuch 11. Dasselbe (S. 28).

Versuch 12. Die Veränderung der Lage des Indifferenzpunktes bei wachsender Stärke eines aufsteigenden Stromes (S. 30—31).

Taf. 6. Versuch 13. Dasselbe (S. 31).

Versuch 14—16. Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines absteigenden Stromes, extrapolar (S. 32—33).

Versuch 17. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines absteigenden Stromes, extrapolar (34—34).

Taf. 7. Versuch 18. Dasselbe (S. 35).

Versuch 19—21 (Beginn). Die Erregbarkeitsveränderungen am negativen Pol eines absteigenden Stromes, intrapolar (S. 36—37).

Taf. 8. Versuch 21 (Schluss) — 24. Dasselbe (S. 37—38).

Versuch 25—26. Die Erregbarkeitsveränderungen am positiven Pol eines absteigenden Stromes, intrapolar (S. 38—39).

Taf. 9. Versuch 27. Dasselbe (S. 39).

Versuch 28. Die Veränderung der Lage des Indifferenzpunktes bei wachsender Stärke eines absteigenden Stromes (S. 41).

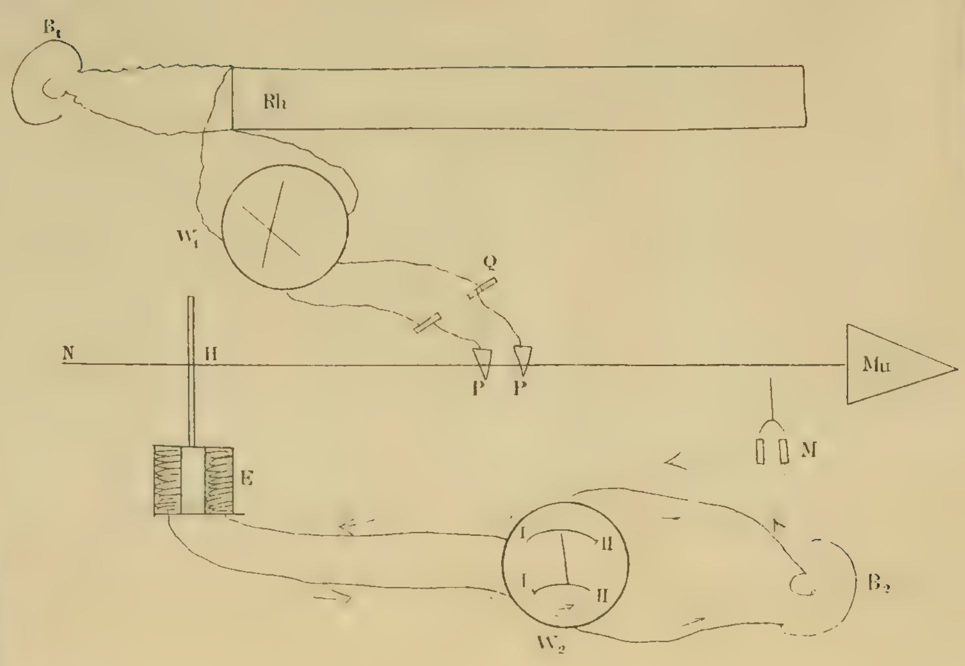
Taf. 10. Versuch 29—30. Dasselbe (S. 41—42).

In allen Kurven bedeuten
1. Die Schliessungszuckung.
2. Die Öffnungszuckung.
Die Klammer (⊔) die Dauer des jedesmaligen Stromschlusses.

◆

Taf. 1.

Bild 1.



B1
Rh
W1
Q
N
H
P
P
Mu
M
E
I
II
I
II
W2
B2

Bild 2.

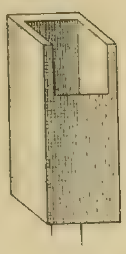
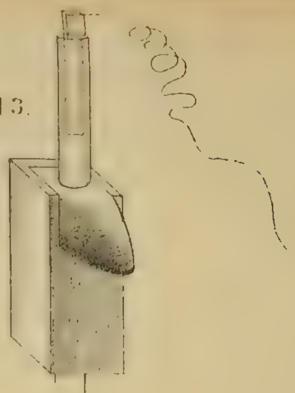
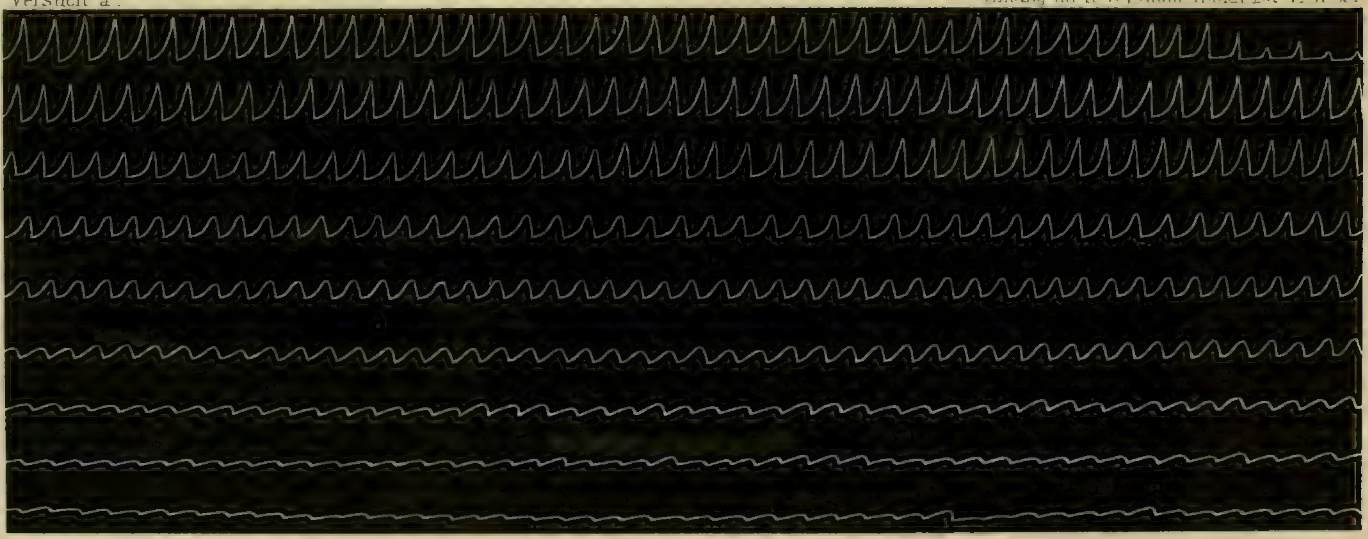


Bild 3.

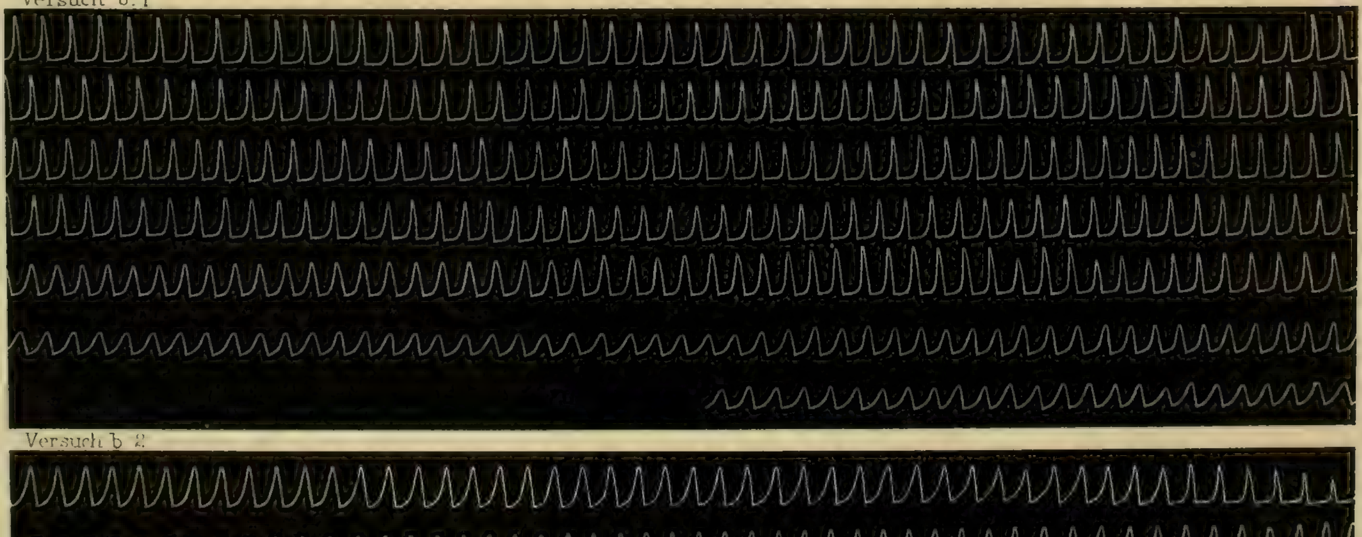


Bihang till K. Vet. Akad. Handl. Bd. [illegible]

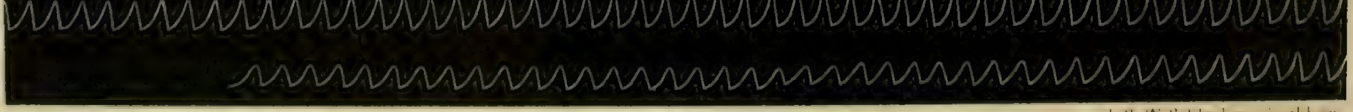
Versuch a.



Versuch b. 1



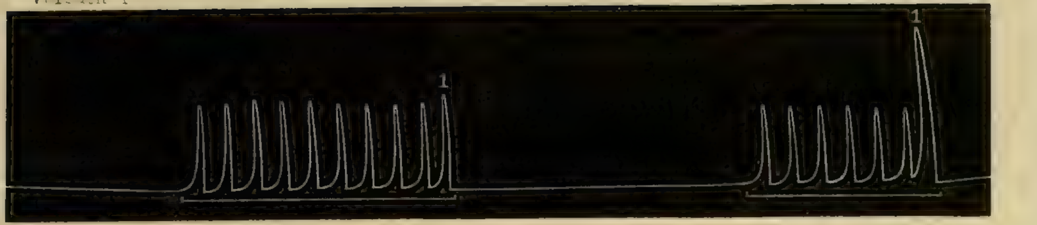
Versuch b. 2



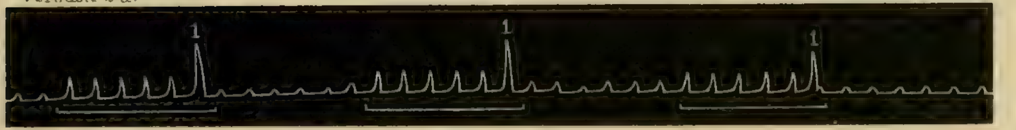
Lith. W. Schlachter Stockholm

Bihang till K. Vet. Akad. Handl. Bd. VI, N:o 22

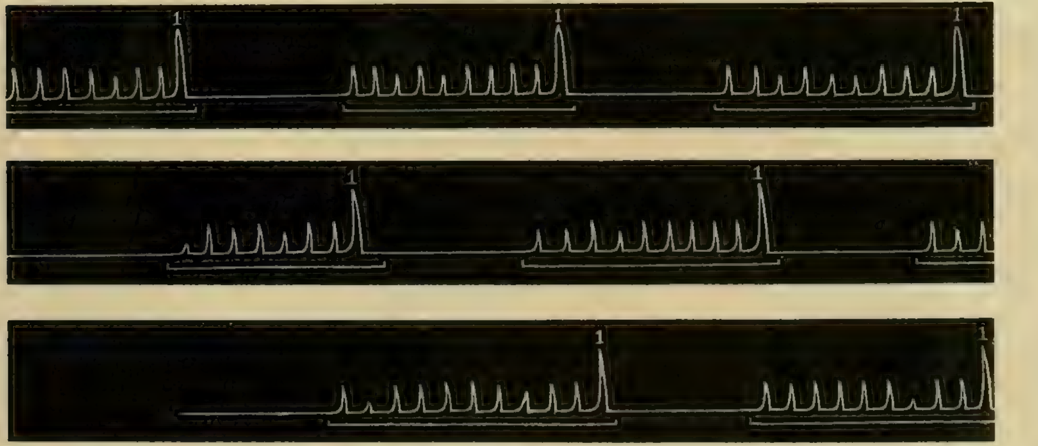
Versuch 1



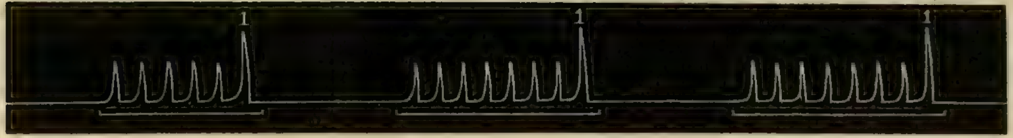
Versuch 2 a.



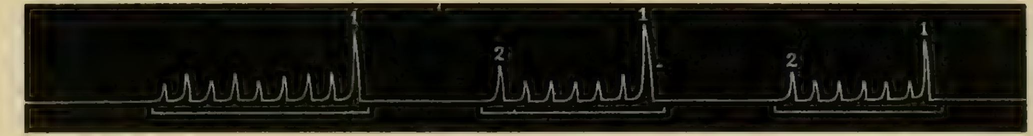
Versuch 2 b.



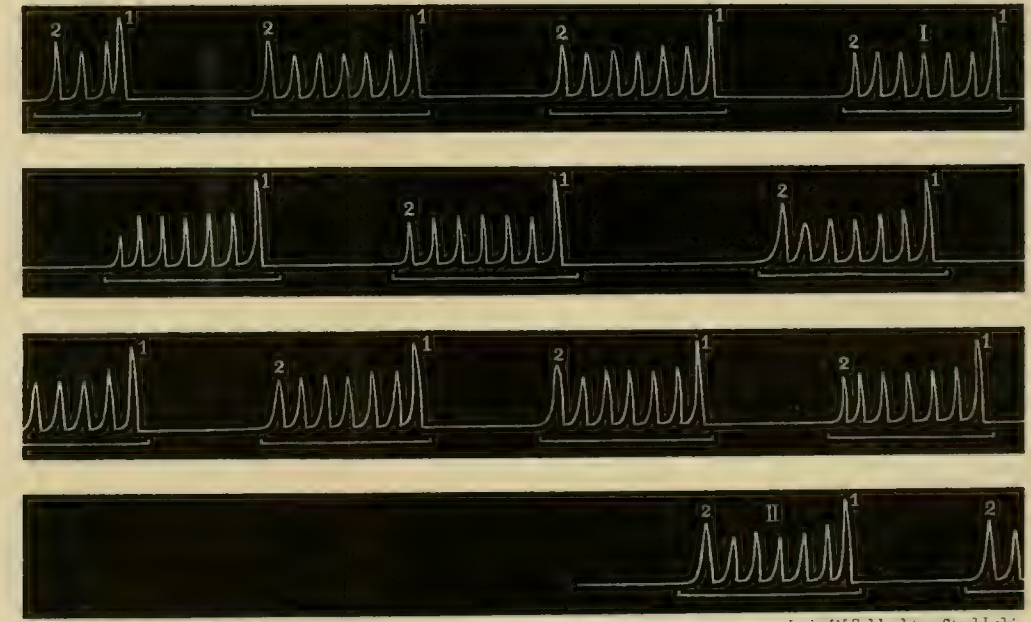
Versuch 3 a.



Versuch 3 b

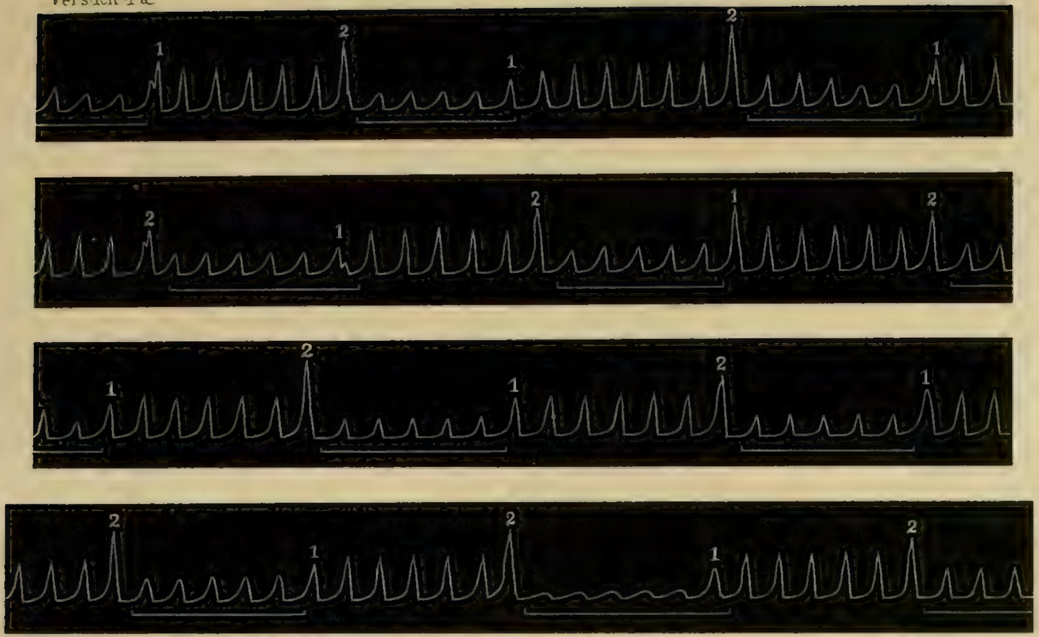


Versuch 3 c.

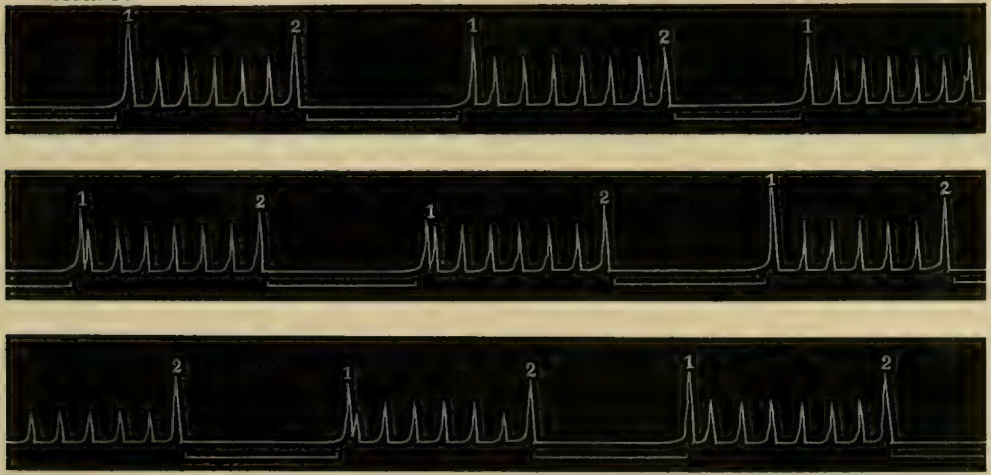


Lith. W. Schlachter, Stockholm

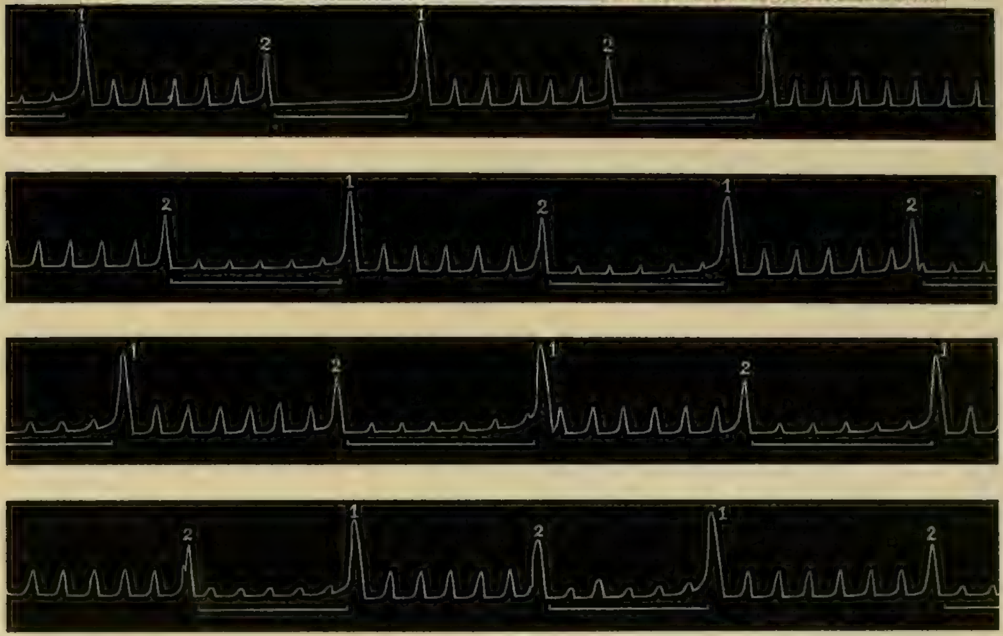
Versuch 4 a.



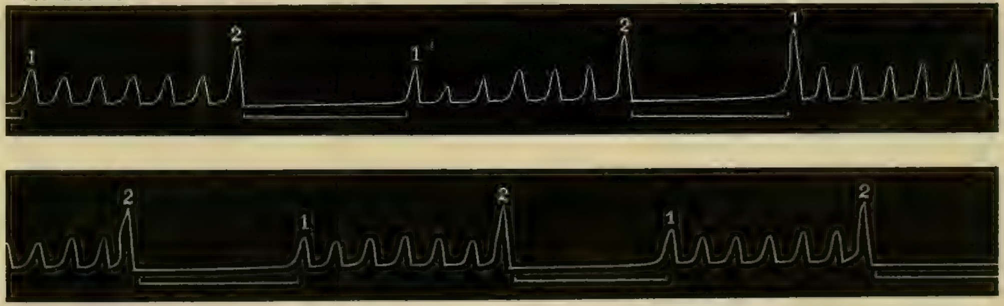
Versuch 4 b.



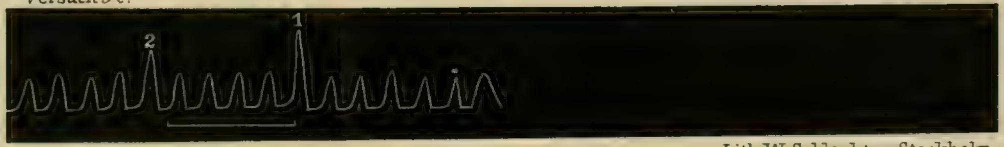
Versuch 5 a.



Versuch 5 b.

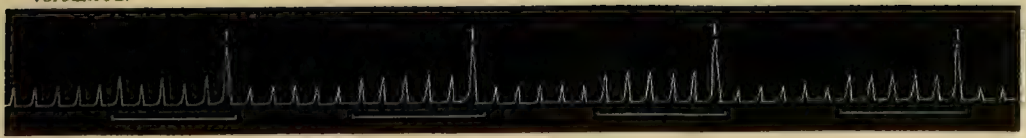


Versuch 5 c.

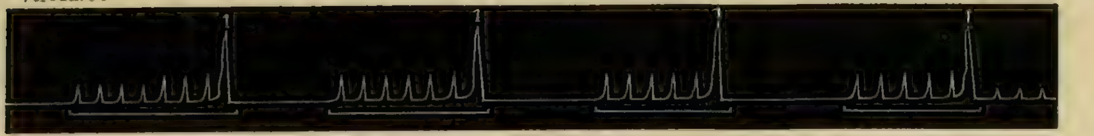


Lith. W. Schlachter, Stockholm

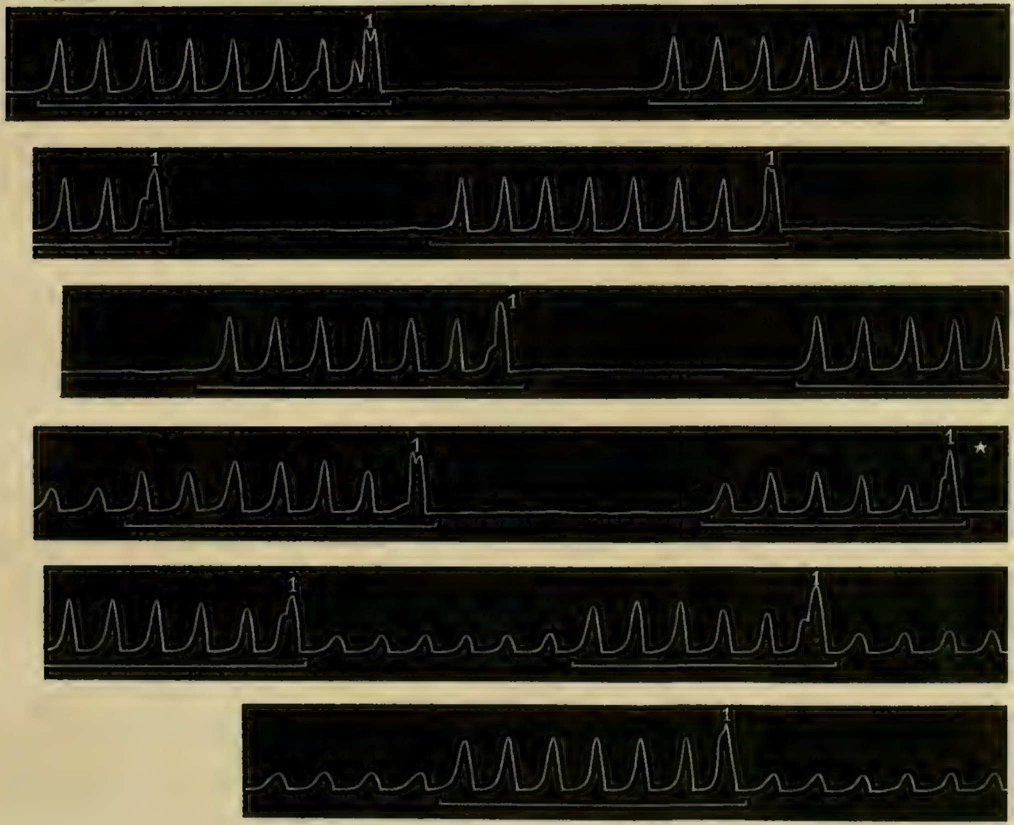
Versuch 6 a.



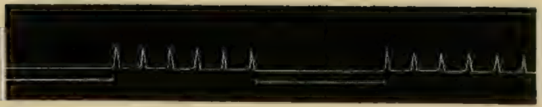
Versuch 6 b



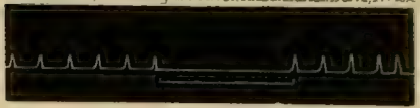
Versuch 7.

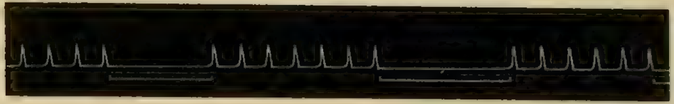


Versuch 8 b

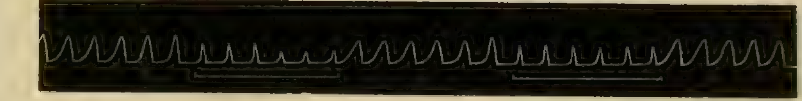


Versuch 8 a.

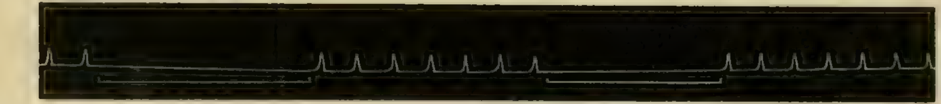




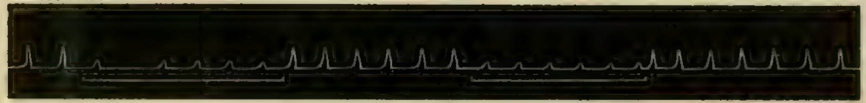
Versuch 8 c



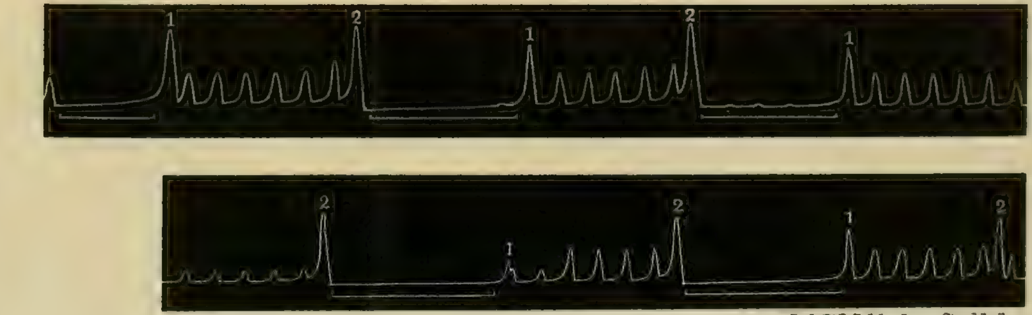
Versuch 9 a.



Versuch 9 b.

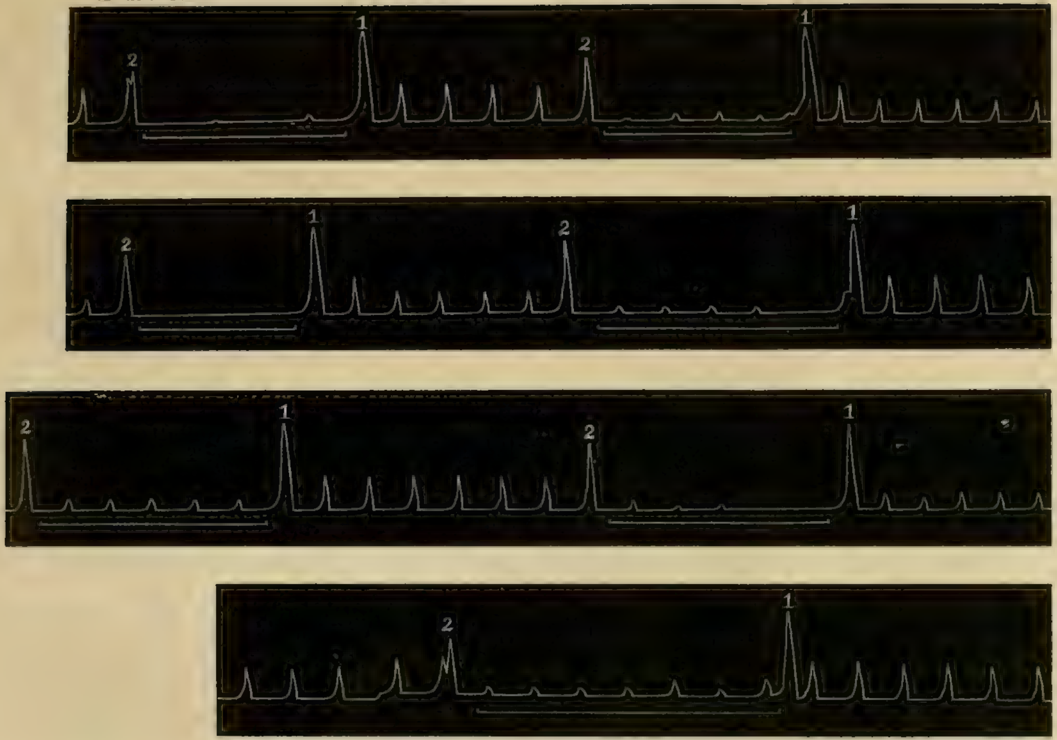


Versuch 10.

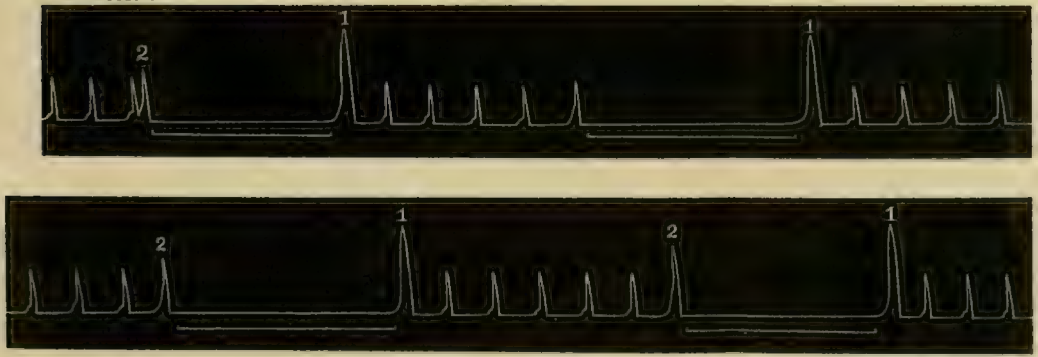


Lith. W. Schlachter, Stockholm

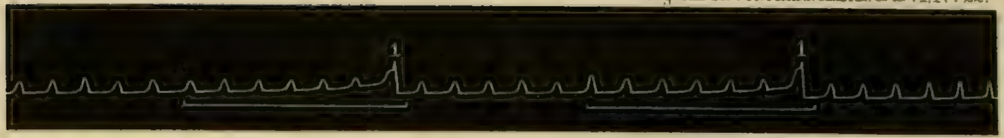
Versuch 11 a.



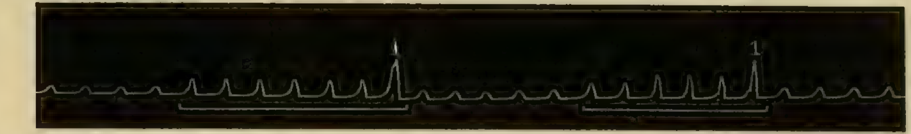
Versuch 11 b.



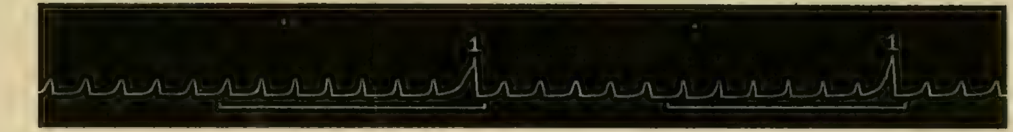
Versuch 12 a.



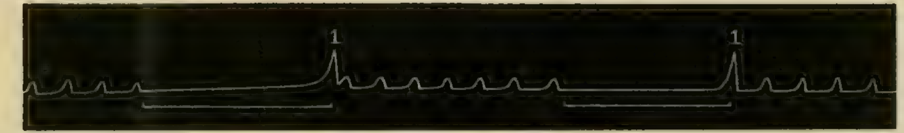
Versuch 12 b.



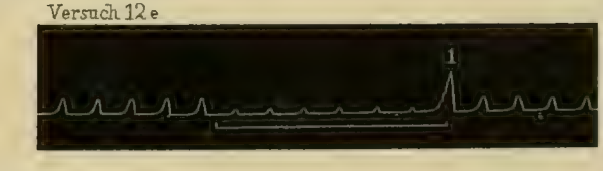
Versuch 12 c.



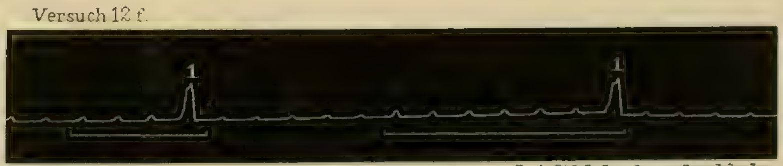
Versuch 12 d.



Versuch 12 e.

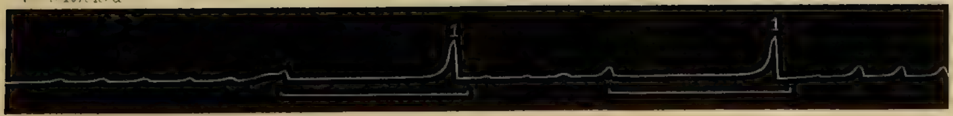


Versuch 12 f.

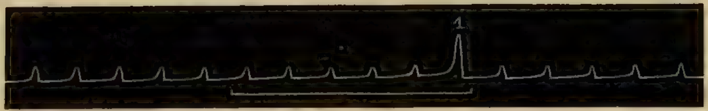


Lith. W. Schachter, Stockholm.

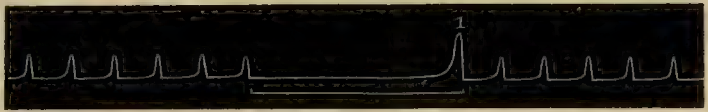
Versuch 13 a



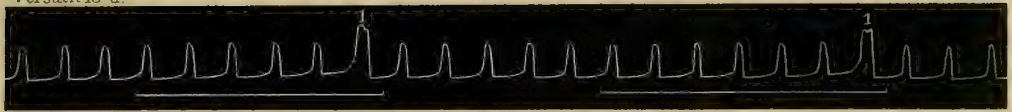
Versuch 13 b



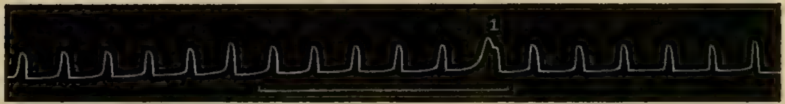
Versuch 13 c



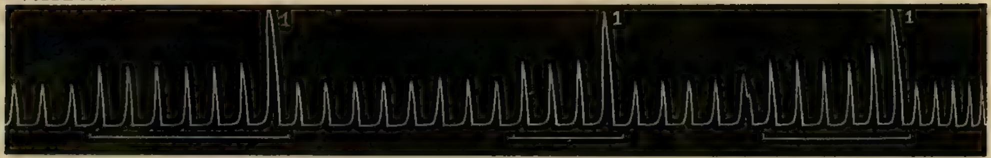
Versuch 13 d.



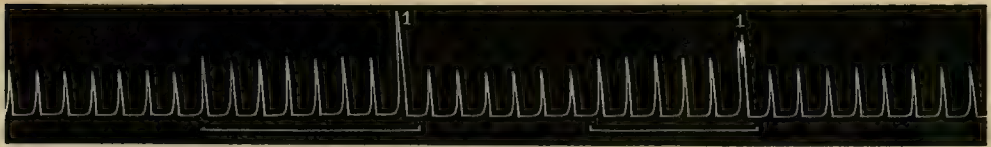
Versuch 13 c.

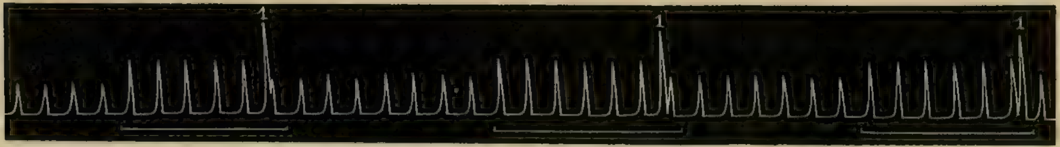


Versuch 14.

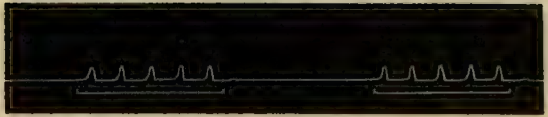


Versuch 15

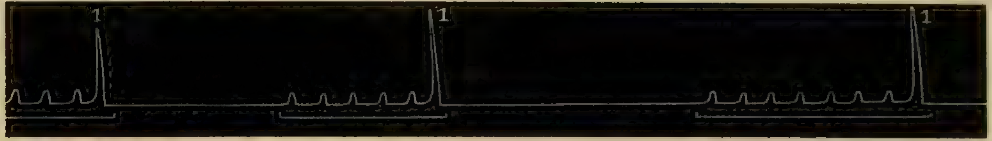




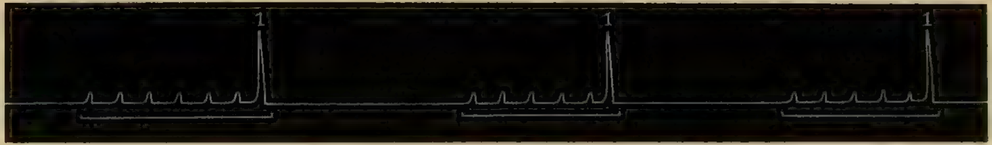
Versuch 16 a



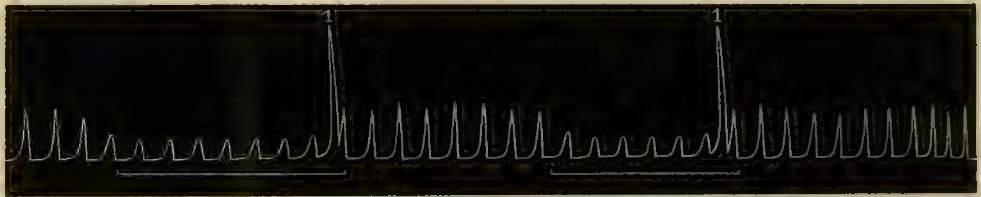
Versuch 16 b

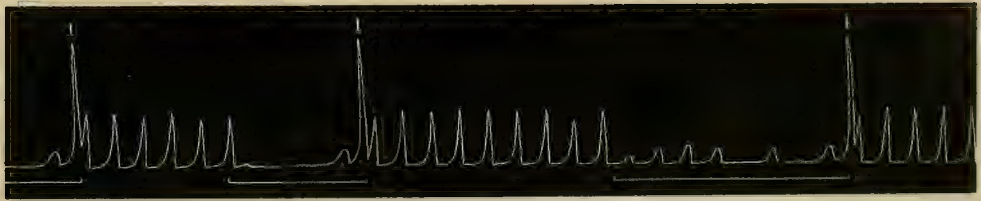


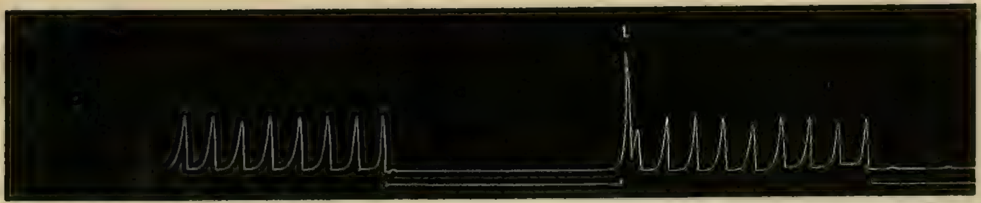
Versuch 16 c



Versuch 17.

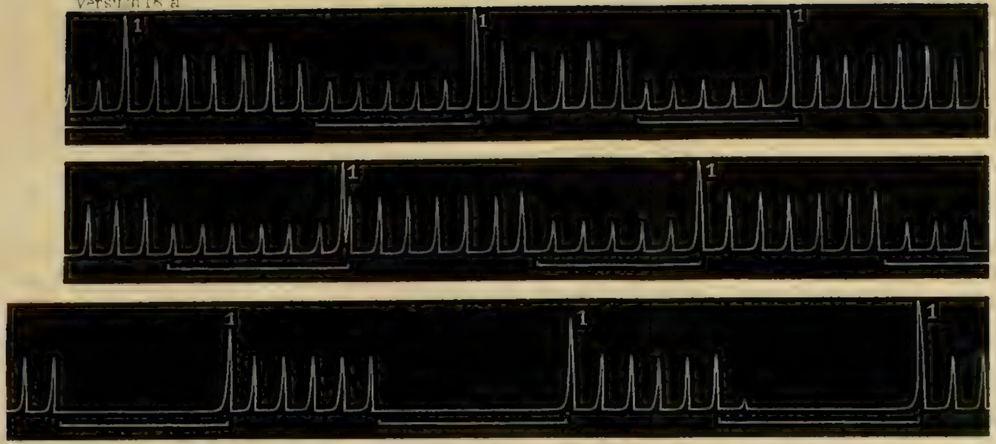




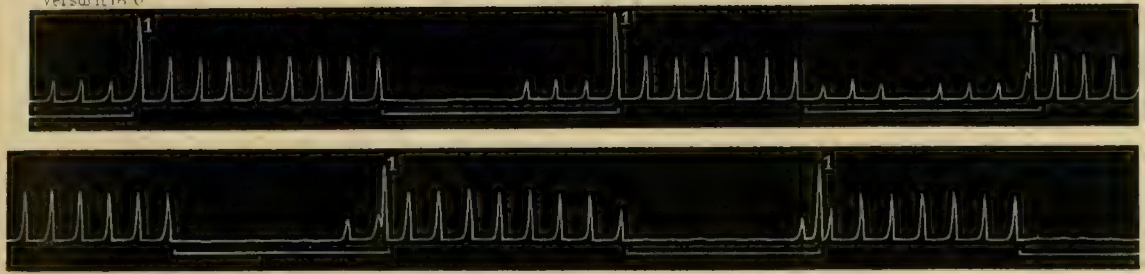


Lith. W. Schlachter, Stockholm.

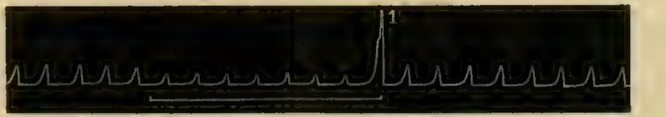
Versuch 18 a



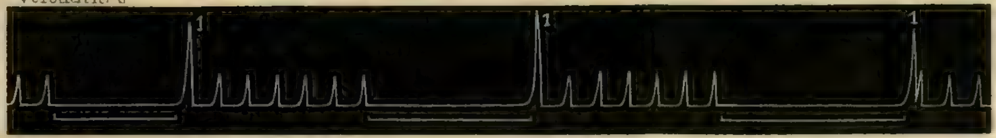
Versuch 18 b



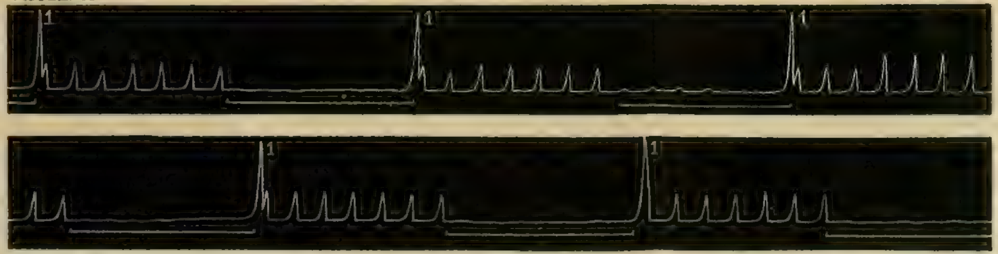
Versuch 18 c.



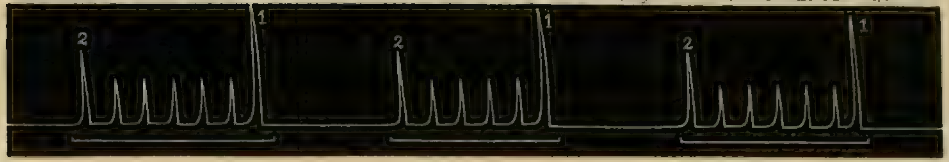
Versuch 18 d



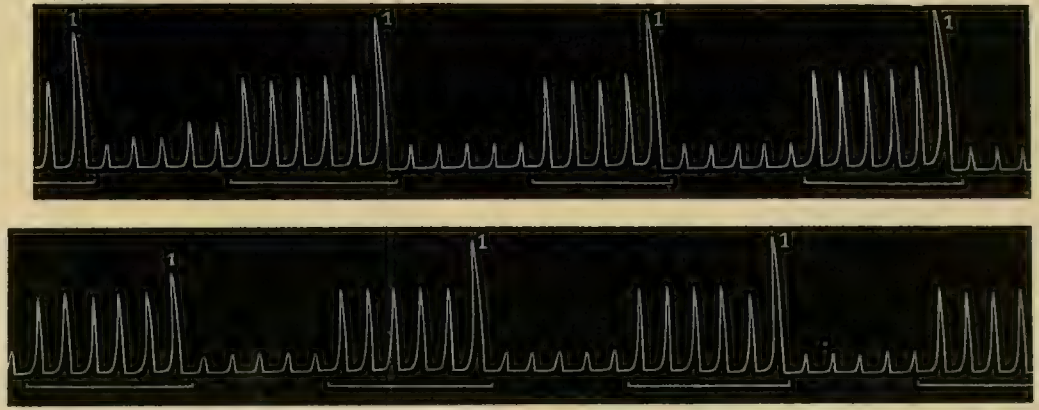
Versuch 18 e.



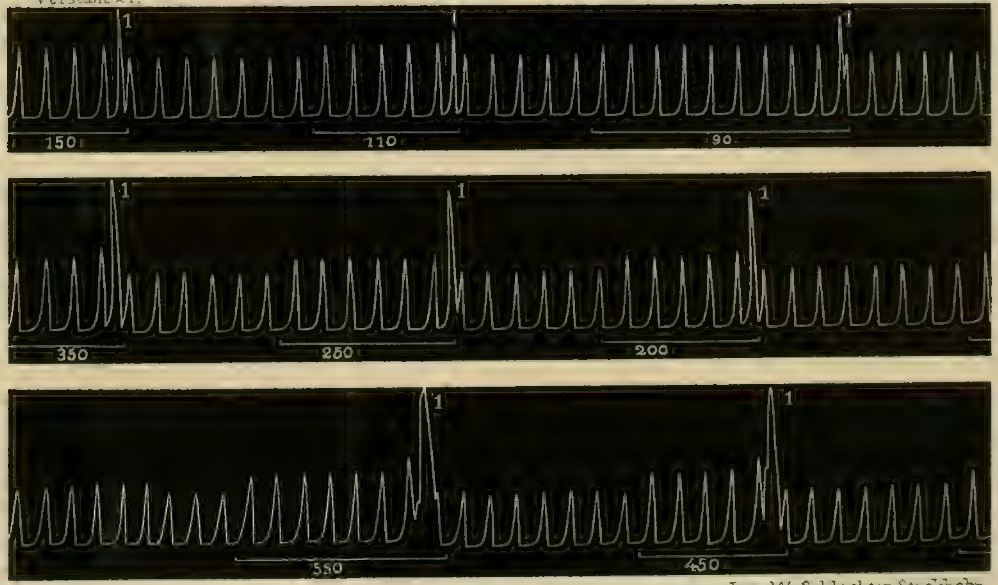
Versuch 19



Versuch 20

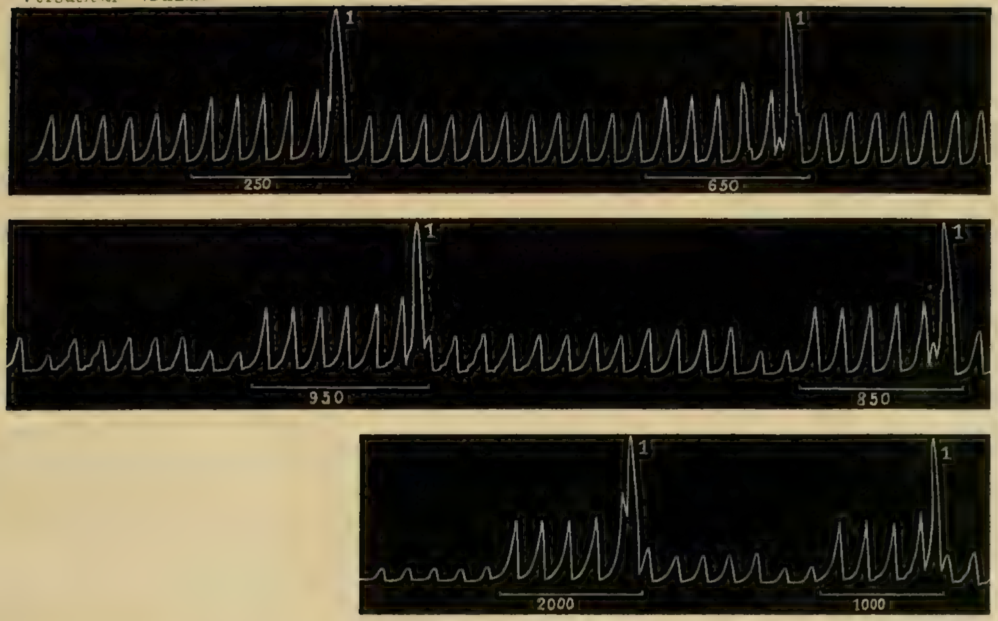


Versuch 21.

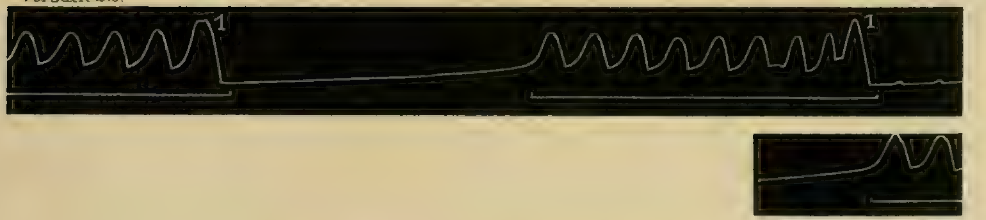


Lith W. Schlachter, Stockholm

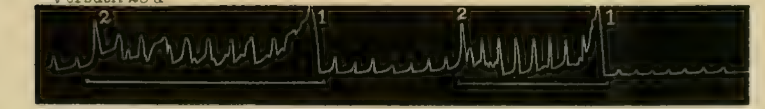
Versuch 21 (Schluss)



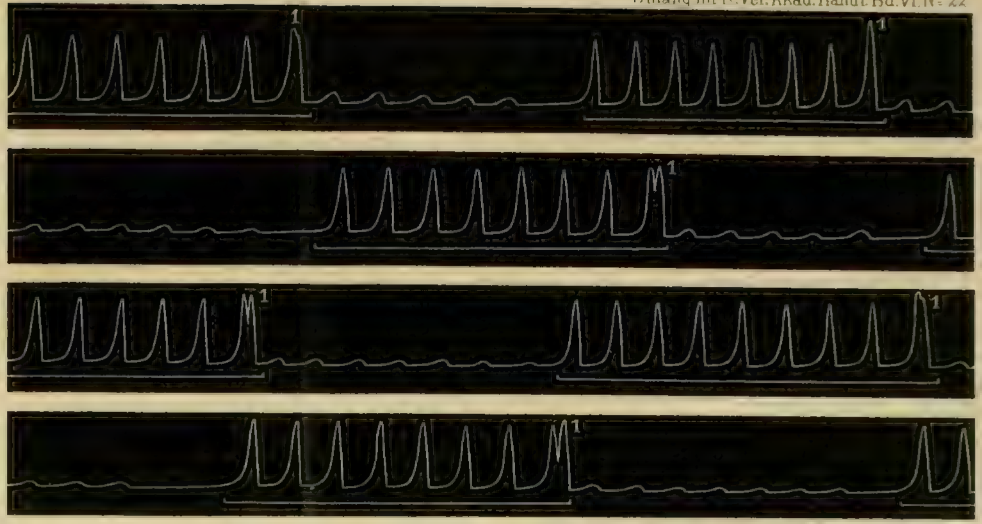
Versuch 22.



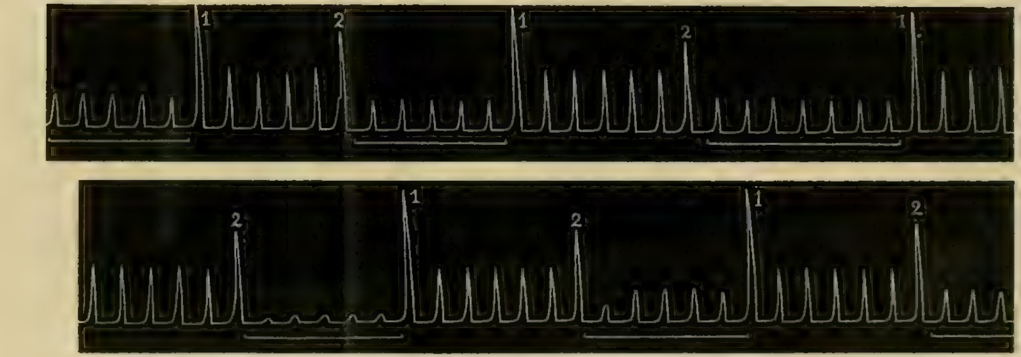
Versuch 23 a



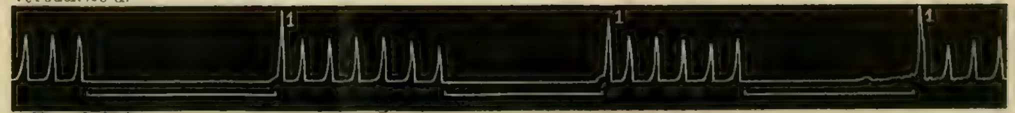
Versuch 24



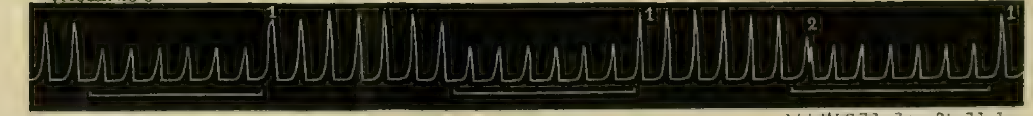
Versuch 25.



Versuch 26 a.

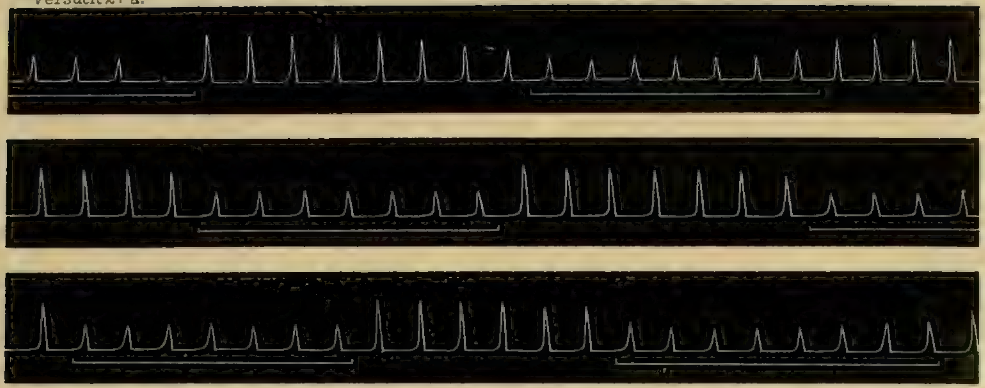


Versuch 26 b

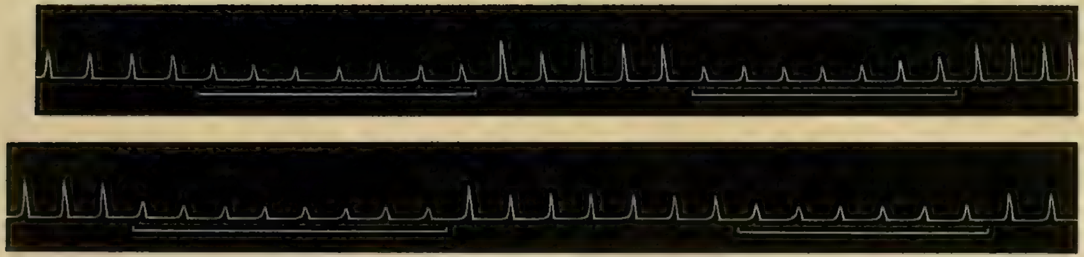


Lith. W Schlachter, Stockholm

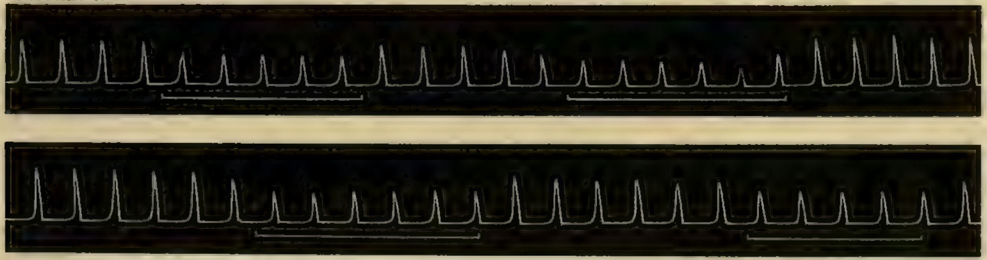
Versuch 27 a.



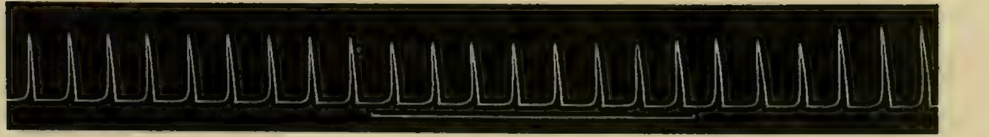
Versuch 27 b.



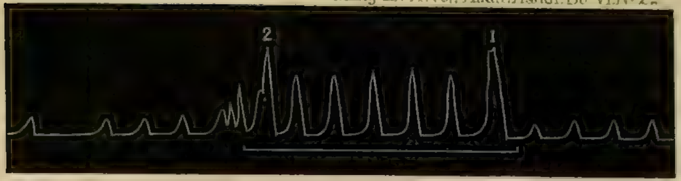
Versuch 27 c.



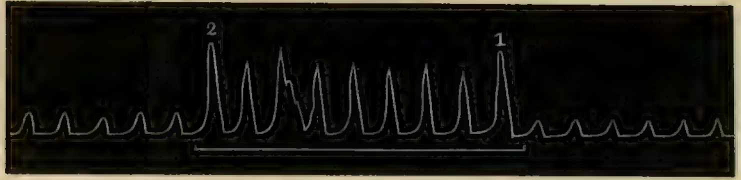
Versuch 27 d



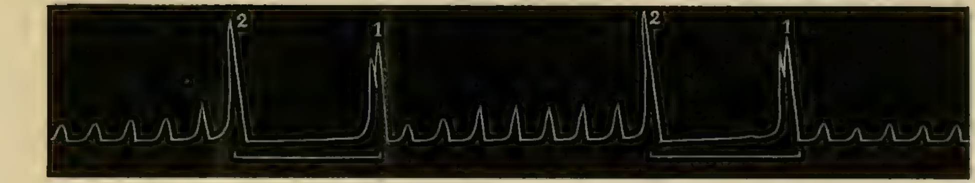
Versuch 28 a.



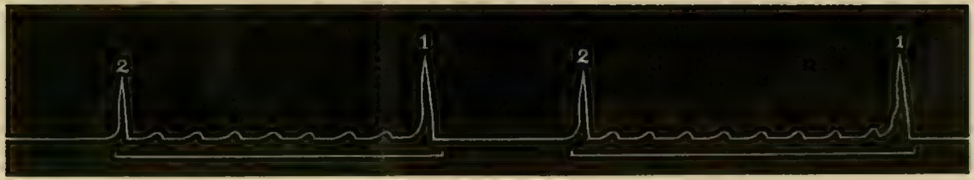
Versuch 28 b



Versuch 28 c

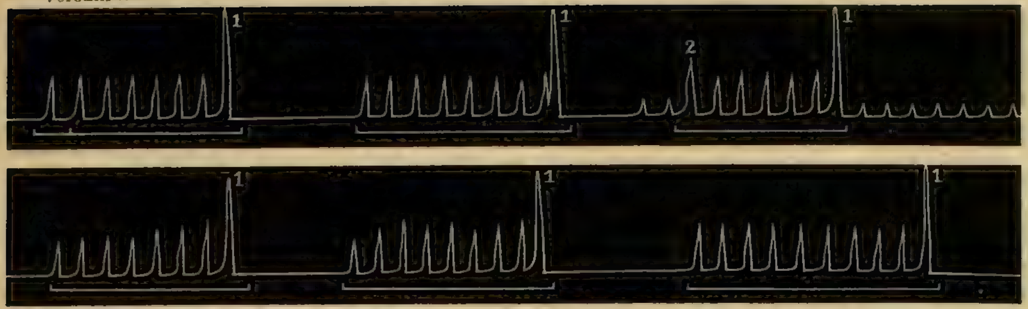


Versuch 28 d.

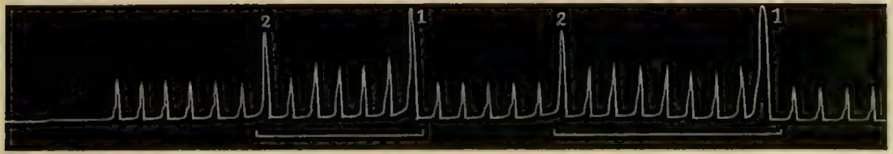


Lith. W. Schlachter, Stockholm.

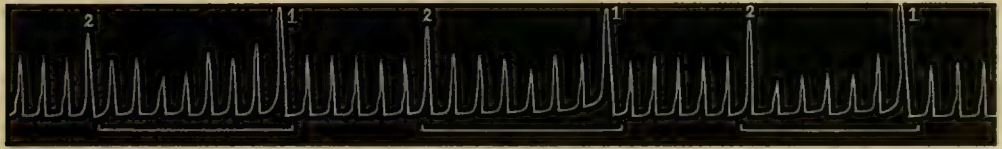
Versuch 29 a.



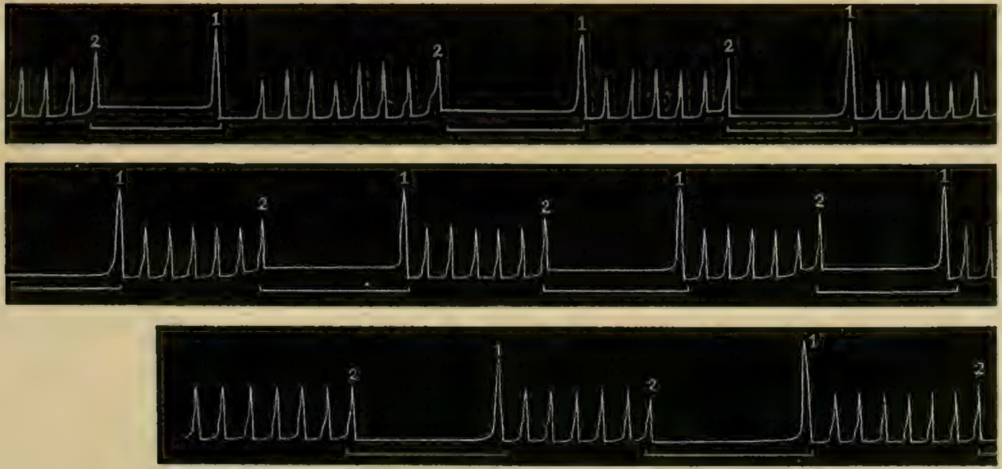
Versuch 29 b.



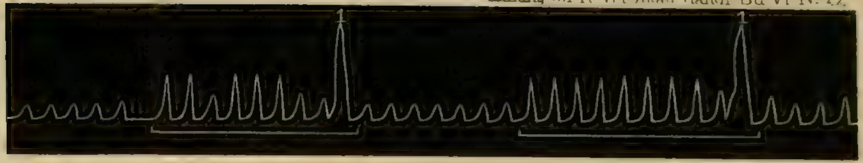
Versuch 29 c.



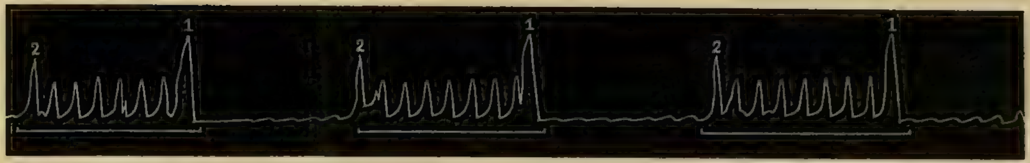
Versuch 29 d.



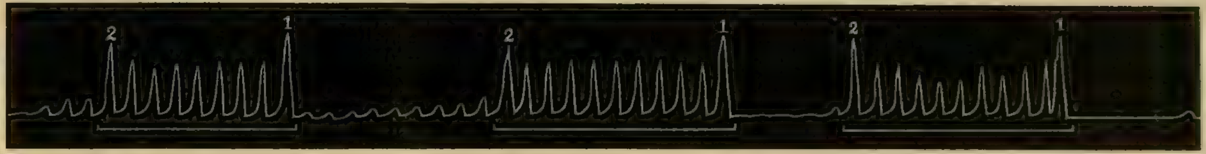
Versuch 30 a.



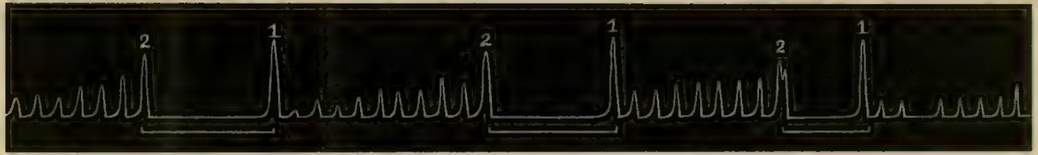
Versuch 30 b.



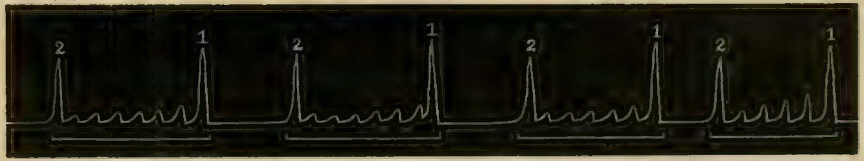
Versuch 30 c



Versuch 30 d.



Versuch 30 e.



Lith. W Schlachter, Stockholm

BIHANG

TILL

KONGL. SVENSKA VETENSKAPS-AKADEMIENS HANDLINGAR.

SJETTE BANDET.

Häfte 1.

MARINE BIOLOGICAL LABORATORY
WOODS HOLL, MASS.

INNEHÅLL.

Sid.
1. **Ekstrand**, E. V. Om blommorna hos Skandinaviens bladiga lefvermossor .... 1—66.
2. **Edlund**. E. Experimentelt bevis, att den elektriska strömmen icke förändrar sin bana i den ledande kropp, genom hvilken den går 1—14.
3. **Tullberg**, S. A. Ueber Versteinerungen aus den Aucellenschichten Novaja-Semljas. Mit 2 Tafeln .... 1—25.
4. **Bovallius**, C. Ianthe a new genus of isopoda. With 3 plates... 1—14.
5. **Hamberg**, H. E. Sur la variation diurne de la force du vent. 2. Avec 2 planches .... 1—47.
6. **Lindhagen**. A. Vega-expeditionens geografiska ortbestämningar.. 1—19.
7. **Edlund**, E. Sur la résistance électrique des gaz........ 1—16.
8. **Gyldén**, H. Undersökningar af theorien för himlakropparnes rörelser .... 1—64.
9. **Holm**, G. Über einige Trilobiten aus dem Phylogroptusschiefer Darlekarliens. Mit einer Tafel. .... 1—16.
10. **Örtenblad**, V. T. Om Grönlands drifved. Med 3 taflor........ 1—35.
11. **Setterberg**, C. Ueber die Darstellung von Rubidium- und Cæsium-Verbindungen und über die Gewinnung der Metalle selbst .... 1—17.
12. **Lindhagen**, A. Nicolai Coppernici de hypothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus. Cum tabula .... 1—15.

Pris: 8 kronor.

STOCKHOLM 1880—1882. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

BIHANG

TILL

KONGL. SVENSKA VETENSKAPS-AKADEMIENS

HANDLINGAR.

SJETTE BANDET.

Häfte 2.

INNEHÅLL.

Sid.

13. TULLBERG, S. A. On the Graptolites described by Hisinger and the older swedish authors. With 3 plates ... 1—23.
14. DUSÉN, K. F. Astragalus penduliflorus, LAM, neu für die Flora des nördlichen Europas ... 1—29.
15. ADLERZ, E. Bidrag till knoppfjällens anatomi hos träd- och buskartade växter. Med 4 taflor ... 1—63.
16. GYLDÉN, H. Undersökningar af theorien för himlakropparnes rörelser. 2. ... 1—82.
17. HAMBERG, H. E. Un nouveau géothermomètre. Avec une planche 1— 7.
18. LINDSTRÖM, G. Silurische Korallen aus Nord-Russland und Sibirien. Mit einer Tafel ... 1—24.
19. KINDBERG, N. C. Die Familien und Gattungen der Laubmoose (Bryinæ) Schwedens und Norwegens ... 1—25.
20. BOHLIN, K. Bestämning af Uppsala polhöjd ... 1—68.
21. JUHLIN-DANNFELT, H. J. On the diatoms of the Baltic Sea. With 4 plates ... 1—52.
22. TIGERSTEDT, ROBERT. Die durch einen konstanten Strom in den Nerven hervorgerufenen Veränderungen in der Erregbarkeit, mittels mechanischer Reizung untersucht. Mit 10 Tafeln ... 1—48.

Titelblad och innehållsförteckning till 6:e bandet.

Pris: 9 kronor.

STOCKHOLM 1880—1882. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

MBL WHOI Library - Serials
5 WHSE 02716